JOHANN FRIEDRICH HERBART'S

# SCHRIFTEN ZUR PSYCHOLOGIE

HERAUSGEGEBEN

VON

G. HARTENSTEIN.

DRITTER THEIL.

KLEINERE ABHANDLUNGEN ZUR PSYCHOLOGIE.

MIT ZWEI STEINDRUCKTAFELN.

LEIPZIG,

VERLAG VON LEOPOLD VOSS.

1851.

15.9.766

JOHANN FRIEDRICH HERBART'S

# SÄMMTLICHE WERKE

HERAUSGEGEBEN

VON

G. HARTENSTEIN.

SIEBENTER BAND.

SCHRIFTEN ZUR PSYCHOLOGIE.

DRITTER THEIL.

MIT ZWEI STEINDRUCKTAFELN.

LEIPZIG,

VERLAG VON LEOPOLD VOSS.

1851.

# VORWORT.

Von den kleinern Schriften und Abhandlungen zur Psychologie, welche den vorliegenden Band bilden, enthalten die beiden ältesten, nämlich die *psychologischen Bemerkungen zur Tonlehre*, und die *psychologische Untersuchung über die Stärke einer Vorstellung als Function ihrer Dauer betrachtet*, die ersten ausführlicheren Proben einer Anwendung der Mathematik auf bestimmte psychische Thatsachen, welche Herbart noch vor einer näheren Darlegung der allgemeinen Gründe eines solchen Verfahrens veröffentlichte. Was nämlich am Ende der *Hauptpuncte der Metaphysik* über die Tonlehre sich findet, besteht in so kurzen Andeutungen, dass Herbart diese Untersuchung, auf welche er ein grosses Gewicht legte, kurze Zeit darauf weiter ausführte; er veröffentlichte die erste der genannten Abhandlungen schon im Jahr 1811 in dem Königsberger Archiv für Philosophie, Theologie u. s. w. Bd. I, St. 2, S. 158 fgg. In viel spätern Jahren hat er sich noch einmal zu diesem Gegenstande zurückgewendet, und ihm die zweite Abhandlung im ersten Hefte der *psychologischen Untersuchungen* gewidmet. Mit diesen Arbeiten Herbart's wird man *Drobisch's* Abhandlung über die *mathematische Bestimmung der musikalischen Intervalle** vergleichen müssen, um zu beurtheilen, in wiefern es der mathematischen Psychologie bis jetzt gelungen ist, durch Ent-

* Vgl. die von der Fürstl. Jablonowskischen Gesellschaft bei Begründung d. K. S. Gesellsch. d. Wissensch. herausgegebenen Abhandlungen, Leipzig 1846, S. 87 fgg.

wickelung ihrer allgemeinen Grundsätze sich der Erklärung erfahrungsmässig *bestimmter* Thatsachen zu nähern.

Die *psychologische Untersuchung über die Stärke einer gegebenen Vorstellung als Function ihrer Dauer betrachtet* sammt dem unmittelbar dazu gehörigen kurzen Aufsatze *über die dunkle Seite der Pädagogik* ist im Jahr 1812 ebenfalls im Königsberger Archiv u. s. w. Bd. I, St. 3, S. 292 fgg. u. 338 fgg. erschienen. Die in ihr behandelte Frage bildet einen Theil des Problems, welchem die hier darauf folgende, im Jahr 1822 als selbstständige Schrift erschienene Abhandlung *de attentionis mensura causisque primariis* eine weitere und ausgedehntere Untersuchung gewidmet hat. Diese letztere Abhandlung ist zugleich als der nächste Vorläufer des grössern Werks über die Psychologie anzusehen; Herbart veröffentlicht sie, um wie schon der Zusatz des Titels sagt, die Principien der mathematischen Psychologie an einem wichtigen und ausgezeichneten Beispiele zu erläutern; die lateinische Sprache wählte er wohl in der Hoffnung, dadurch diese Forschungen den Mathematikern des Auslandes leichter zugänglich zu machen. Als eine Darlegung der Gründe aber, auf welchen das ganze Unternehmen, Mathematik auf Psychologie anzuwenden beruht, gab er gleichzeitig die kleine Schrift *über die Möglichkeit und Nothwendigkeit, Mathematik auf Psychologie anzuwenden*, heraus, deren Text ein am 18. April 1822 in der königl. deutschen Gesellschaft in Königsberg gehaltener Vortrag bildet. Sie enthält in musterhafter Klarheit das Wesentliche von dem, was entweder widerlegt oder anerkannt werden muss, um über das Verhältniss der Mathematik zur Psychologie im allgemeinen und unbeschadet der speziellen Ausführung der darin liegenden Aufgabe ein Urtheil zu gewinnen.

Der kleine darauf folgende Aufsatz *über die Subsumtion der Psychologie unter die ontologischen Begriffe* war im Jahr 1835 durch einige Bedenken hervorgerufen worden, die innerhalb der Schule rücksichtlich der metaphysischen Begründung der

Psychologie entstanden waren; Herbart hat ihn damals „einstweilen nicht für den Buchhandel, sondern nur für den Privatgebrauch" drucken lassen; später habe ich ihn in die Sammlung der kleinern Schriften (Bd. III, S. 122) aufgenommen; jetzt schien es mir zweckmässiger, ihn den Schriften zur Psychologie, als denen zur Metaphysik beizugesellen.

Die *psychologischen* Untersuchungen, welche Herbart in zwei Heften in den Jahren 1839 und 1840 herausgegeben hat, enthalten eine Reihe nicht unter sich, aber mit dem Ganzen der Psychologie zusammenhängender Abhandlungen, die zum Theil Vertheidigungen, zum grössern Theil aber weitere Ausführungen, und, wie namentlich die Abhandlung über *freisteigende Vorstellungen* (im zweiten Hefte) sehr wesentliche Ergänzungen des mathematischen Theils der Psychologie enthalten. Mit Ausnahme der im zweiten Hefte stehenden Abhandlung *über Kategorien und Conjunctionen* können sie daher fast durchaus nur für diejenigen Leser eine Bedeutung haben, welche den mathematisch-psychologischen Untersuchungen des Verfassers zu folgen geneigt und befähigt sind. In dieser Beziehung aber müssen sie als das letzte wissenschaftliche Vermächtniss Herbart's angesehen werden; denn obwohl er in der Vorrede zu dem ersten Bande der *allgemeinen Metaphysik* gesagt hatte, „er habe der Psychologie ein für allemal seine Schuldigkeit nach dem Maasse seiner beschränkten Kräfte abgetragen," so hat er sich doch in den letzten Jahren seines Lebens, vielleicht in dem Vorgefühle, dass ihm nicht lange mehr vergönnt sein werde, an dem angefangenen Werke fortzuarbeiten, sehr angestrengt gerade mit diesen schwierigen Gegenständen beschäftigt, und daraus erklärt es sich, dass er hier, ganz und gar nur in die Sache selbst vertieft, fast jedes Mittel verschmäht, welches dem Leser den rauhen Pfad dieser Untersuchungen zu ebnen vermöchte. Nur selten findet sich eine Andeutung über die Anwendung der gefundenen Formeln; die Untersuchung geht rastlos vorwärts und überlässt es dem, der

ihr folgen kann, die Bedeutung der Resultate sich selbst zu entwickeln. An der Vollendung des dritten Hefts wurde Herbart durch den Tod verhindert; was sich davon vorfand, habe ich schon früher in der Sammlung der kleineren Schriften, Bd. III, S. 321 fg., mitgetheilt; jetzt haben diese Bruchstücke ihre natürliche Stelle am Ende des zweiten Heftes gefunden.

Den Beschluss des Bandes macht endlich eine Anzahl von *Aphorismen zur Psychologie,* die ich aus Herbart's Nachlass auszuwählen und ebenfalls schon in der Sammlung der kleinern Schriften, Bd. III, S. 253 — 320 abdrucken zu lassen Gelegenheit gehabt habe. In Beziehung auf sie glaube ich hier auf das verweisen zu dürfen, was ich a. a. O. S. VIII ausgesprochen habe. Wie fragmentarisch auch Vieles von dem ist, was sich hier findet, so hat doch das Meiste eine genaue Beziehung auf die strengwissenschaftliche Forschung; gerade in diesen fragmentarischen Andeutungen liegen oft sehr anregende und lehrreiche Winke, schon deshalb, weil sie zeigen, wie Herbart beobachtete, welche Fragen er sich vorlegte, welche noch auszufüllende Lücken er sah. Durchaus aber beurkunden diese zerstreuten Bemerkungen die treffende Schärfe, die umschauende Vielseitigkeit seines Blicks und die feine Beweglichkeit seines niemals blos an der Oberfläche der Erscheinungen hinstreifenden Denkens. — Was ganz am Ende unter den Ueberschriften: *Bemerkungen* und *Abfertigung* steht, hatte er im Jahr 1831 in die hallische Literaturzeitung einrücken lassen; soviel Aufschluss über die Veranlassung solcher gelegentlicher Erklärungen überhaupt nöthig ist, enthält der Text derselben selbst; zu der zuletzt stehenden „Abfertigung" kann man auch, wenn man will, die an demselben Orte stehende *Erklärung an Hrn. Prof. Scheidler in Jena* vom *Prof. L. W. Sachs* in Königsberg vergleichen.

Leipzig, im Monat Januar 1851.

**G. Hartenstein.**

# INHALT.

I.

# PSYCHOLOGISCHE BEMERKUNGEN
ZUR
# TONLEHRE.

1811.

Zu denjenigen psychologischen Gegenständen, welche, vor andern, sich einer minder schwierigen Nachforschung darbieten, gehört ohne Zweifel die Tonlehre. Alle Musik lässt sich in einfache Töne rein auflösen, denen ihre Distanzen, so wie ihre Dauer, bestimmt zugemessen sind; und deren Stärke und Schwäche, wie sie der gute Vortrag verlangt, ebenfalls wenigstens der Grössenschätzung, wenn auch nicht Messung, unterworfen ist; so dass alle Elemente des Vorstellens, von denen die Gemüthszustände des Zuhörers abhängen, eine genaue Angabe gestatten. Vergleicht man damit zunächst auch nur die Auffassungen des räumlichen oder des poetischen Schönen, so ist, dort, das Ineinanderschwinden zahlloser Farbennuancen, die dreifache Dimension und die unendliche Theilbarkeit des Raums, — hier, die unübersehbare Menge versteckter Beziehungen, die schon den sämmtlichen *Gegenständen* der Poesie anhängt, überdiess die, noch in keine Gesetze poetischer Harmonie eingeschlossene, also wenn nicht unermessliche, doch unermessene Fülle der ästhetischen Elemente dieser Kunst, — ein so abschreckendes Hinderniss für die nach Genauigkeit strebende Forschung: dass man für die genannten Gegenstände gewiss lieber erst von andern Seiten her hülfreiche Aufschlüsse wird erwarten wollen.

Gleichwohl scheint die Tonlehre bisher von den Psychologen nie recht genau ins Auge gefasst zu sein. Auf das musikalische Denken lassen sich freilich keine Kategorien anwenden; und von einem musikalischen Verstande zu sprechen, würde man sich schwerlich verziehen haben; obgleich der Unterschied dessen, was in der Musik *einen Sinn* hat oder *keinen*, viel ursprünglicher ist als irgend eine Aufregung von Lust und Unlust, vollends als irgend eine mögliche Verknüpfung mit

einem poetischen Text oder mit irgend Etwas, dass nicht Musik wäre. Mit den Begriffen nun, die man sich vom Verstande, ja von allen Seelenvermögen überhaupt gemacht hatte, konnte in der Musik so offenbar nichts ausgerichtet werden, — Harmonie, Melodie, Zeitmaass, Vortrag, das alles spottet so gerade hin jedes Versuchs, aus den angenommenen Lehren von der Zeit, als Form des innern Sinnes, von der Phantasie und vom Gefühlvermögen, irgend eine nur zum Schein haltbare Erläuterung vorzubringen: — dass man es lieber bei den mathematischen Sätzen vom Schalle und von den Schwingungsverhältnissen tönender Körper bewenden liess; welche wenigstens den grossen Vorzug vor aller bisherigen Psychologie besitzen, dass sie ihren Gegenstand *pünctlich* durchsuchen, und auf die wahren, in bestimmter Erfahrung gegebenen, Elemente, nämlich auf die harmonischen Grundverhältnisse, aufmerksam machen.

So grosssen Werth nun auch dieser mathematische Theil der Physik unstreitig besitzt: so ist doch Physik nicht Psychologie; die schwingenden Körper sind nicht Vorstellungen von Tönen; ja die Existenz der schwingenden Körper wird vom Idealismus geleugnet, während das psychologische Factum, dass wir Tonvorstellungen haben, und von ihren Verbindungen solche und solche Eindrücke empfangen, nicht kann geleugnet werden. Dass, nach Leibnitz, die Monaden keine Fenster haben, ist in unsern Tagen so oft wiederholt, dass man sich wohl nicht auf den vergeblichen Versuch einlassen wird, zwischen Physik und Psychologie eine physiologische Hypothese einzuschieben, um die Schwingungsverhältnisse unversehrt durch die Nerven in die Seele gelangen zu lassen; welches, wie vortreffliche Dienste auch die Nerven leisten möchten, doch deshalb zu nichts führen kann, weil die Seele kein Körper, Vorstellung nicht Bewegung ist, und eben deshalb es ein völlig unhaltbarer Gedanke sein würde, die Verhältnisse der Bewegung unverändert in den Vorstellungen wieder finden zu wollen.

Wenn gleichwohl die Erfahrung es bestätigt, dass eben da, wo die Schwingungsverhältnisse sich ändern, auch andere Töne gehört werden, ja dass gewissen rationalen Schwingungsverhältnissen auch die verständlichen Tonverhältnisse zu entsprechen scheinen: so muss man die Erfahrungen nicht zur Bestätigung eines an sich ungereimten Gedankens benutzen wollen;

wohl aber die Versuche selbst mit grösster Genauigkeit wiederholen, um in ihnen erst das Richtige vom Erschlichenen zu scheiden.

In dieser Hinsicht nun ist es schon merkwürdig, dass das musikalische Ohr lange nicht so genau ist, wie die Rechnung; und dass auch da, wo der geübte Tonkünstler schon sehr falsche Töne wahrnimmt, der Mindergeübte dennoch den Eindruck der Musik noch deutlich empfindet. Wären die musikalischen Eindrücke ganz bestimmt an gewisse rationale Verhältnisse gebunden, so müssten sie bei der geringsten Abweichung von der schärfsten Reinheit eben so völlig unverständlich werden, als die Rationalität der Schwingungsverhältnisse dadurch völlig zerstört, und in das entgegengesetzte Gebiet des Irrationalen geworfen wird. — Auf der andern Seite werden sich tiefer unten Fälle nachweisen lassen, wo das Ohr eine bestimmte Abweichung von den rationalen Schwingungsverhältnissen sogar zu fordern scheint; weil das Maximum gewisser musikalischer Eindrücke bedeutend von den Puncten abweicht, welche die Schwingungsverhältnisse angeben, und an welche freilich manche Musiker sich deshalb gewöhnt haben, weil sie in dem Irrthum standen, man müsse das Ohr durch die Rechnung unterrichten.

Wenn wir im Gegentheil dem Ohr die Entscheidung übertragen, wiefern die (physikalische) Rechnung auf die Musik passe: so ist selbst dabei noch berichtigend zu bemerken, dass nicht eigentlich das körperliche Ohr, nicht einmal das Hören wirklich klingender Töne gemeint sei, sondern vielmehr die musikalische Phantasie; welche sich in ihren Productionen an *allgemeine* und *nothwendige*, folglich *keineswegs empirische*, Regeln gebunden findet. Gesetzt, es entstünde Streit über die rechte Höhe einer grossen Terz oder eines Leittons: so würde es der verkehrte Weg sein, ans Instrument zu treten, und nach den Klängen der Saiten zu horchen; es gebührt sich vielmehr, in einen Zusammenhang musikalischer Gedanken sich zu versetzen, und sich nun ohne alle Hülfe des leiblichen Hörens zu entscheiden, welche Töne erklingen müssten, um den rechten Effect völlig hervorzubringen. Jenes wäre der Weg des Empirikers, der wohl auch eine geometrische Frage durch Ausmessung gezogener Linien würde beantworten wollen. Hier und dort ist das sinnliche Medium gleich untauglich, die Frage

rein zu entscheiden, weil es überflüssiger Weise sich selbst einmischt, und die Auffassung dadurch verändert. Schwingende Saiten, die von den rationalen Schwingungsverhältnissen um ein Merkliches abweichen, können das Intervall, welches sie bilden, nicht ohne ein unangenehmens Zittern und Schwirren hören lassen; durch dieses Zittern des Klanges, welches bloss in den äussern Bedingungen der sinnlichen Empfindung liegt, lassen Manche sich irre machen, und halten das Intervall, was auf eine unangenehme Art gegeben und vernommen wurde, für unrichtig, wenn schon das musikalische Denken eben hierauf geführt wurde, und Abbruch leidet, sobald man ihm die Klänge unterschieben will, die aus den tönenden Körpern, ohne einander zu stören, hervorgehn.

Bemerkungen dieser Art waren mir viele Jahre früher aufgefallen, ehe ich daran dachte, psychologische Untersuchungen darüber anzustellen. Ich konnte niemals begreifen, dass *fis* niedriger liegen solle als *ges*, da jenes, als Leitton zu *g*, und schon als Terz im Dur-Accord von *d*, fühlbar aufwärts drängt; *ges* hingegen als kleine Terz von *es*, oder auch als kleine Quinte von *c*, und vollends im Septimen-Accorde von *as*, an Ausdruck zunimmt, während man es bedeutend abwärts schweben lässt. Interessanter wurde mir dieser Gegenstand, als ich meine psychologischen Principien hierauf ausdehnen lernte, und Aufschlüsse erhielt, welche, wenn ich nicht irre, diesen Principien selbst die erwünschteste Bestätigung gewähren.* Ich sah meine, von aller mathematischen Physik völlig unabhängigen Rechnungen, fünf mal mit den angenommen Schwingungsverhältnissen nahe zusammentreffen; bei der Secunde, Quarte und Quinte so nahe, dass der Unterschied selbst für das geübteste Ohr kaum merklich sein kann; bei beiden Terzen mit einer kleinen Abweichung, für die grosse nach oben, für die kleine nach unten; gerade so, wie die musikalische Phantasie es mir längst zu fordern geschienen hatte. Ich machte nun Versuche am Monochord, in Gegenwart eines Physikers und eines geübten Musikers; dem letztern, so wie mir, waren die Terzen des Monochords, nach gewöhnlicher Bestimmung, durchaus nicht befriedigend. Man kann derglei-

* Man sehe meine Hauptpuncte der Metaphysik S. 92 u. f. [§. 13 gegen das Ende].

chen Versuche an jedem guten Fortepiano anstellen, wenn man die Terzen so stimmt, dass sie frei werden von allem Zittern der das Intervall bildenden Töne; alsdann sind sie der gewöhnlichen, auf dem Monochord angegebenen, Bestimmung gemäss; sie genügen aber keinesweges zum völligen Charakter der Accorde, wenn wenigstens nicht mehrere feine Kenner der Musik, die ich zu verschiedenen Zeiten, und selbst an verschiedenen Orten hierüber gefragt habe, sich gemeinschaftlich täuschten. Hingegen erhält man die Terzen meiner psychologischen Bestimmung gemäss, wenn man die Octave genau in drei gleiche Theile eintheilt, und alsdann nach gleichschwebender Temperatur fortstimmt. Dass eben diese gleichschwebende Temperatur so viele Freunde unter den Musikern zählt, sehe ich als eine bedeutende Bestätigung meiner Grundsätze an. Denn hätte diese, gewöhnlich nur als Nothbehelf betrachtete, Stimmung der Tasteninstrumente, nicht eine bessere Fürsprache an der musikalischen Phantasie, als an der Unvollkommenheit unsrer Werkzeuge, so würden die ächten Künstler durch die Unrichtigkeit viel zu sehr beleidigt werden, um sich in der Behandlung falschtönender Instrumente zu gefallen.

Der gegenwärtige Aufsatz kann keine vollständige Abhandlung eines Gegenstandes sein, der nur in der Mitte der Psychologie, also in unmittelbarer Verbindung mit der allgemeinen Metaphysik, und mit Zuziehung eines mannigfaltigen Calculs, sich würde erschöpfen lassen. Indessen ist es mir erlaubt, auf meine, schon angeführten, Hauptpuncte der Metaphysik, der Principien wegen, zu verweisen. Und da ich, seit jenes Buch geschrieben wurde, verschiedene neue Aufschlüsse glaube gewonnen zu haben; so hoffe ich auch von neuem auf eine Untersuchung aufmerksam machen zu dürfen, die viel tiefer, als mancher auf den ersten Blick glauben wird, in das Ganze der Philosophie eingreift; worüber am Ende noch einige Erinnerungen Platz finden werden.

---

**1.**

Alle unsere möglichen Vorstellungen von Tönen bilden ein Continuum, das nur eine Dimension hat, und das mit einer geraden Linie kann verglichen werden, weil zwischen je zwei Tönen nur ein einziger Uebergang durch die sämmtlichen

zwischenliegenden möglich ist. Das Continuum, welches wir die *Tonlinie* nennen werden, ist (wie, psychologisch genommen, alle Continuen,) unendlich theilbar; es geht auch zu beiden Seiten unbestimmt fort, so dass man ihm, gleich der Zeitlinie, die zwiefache Unendlichkeit nach beiden Seiten zuschreiben muss, obgleich alle, in der sinnlichen Erfahrung vorkommenden, Töne in einer gewissen, nicht genau begrenzten, Strecke liegen.

2.

So sehr man veranlasst wäre, für die, in der Musik bekannten harmonischen Beziehungen gewisser Intervalle, (oder Distanzen von einem beliebigen Puncte auf der Tonlinie,) eine Reihe von Gesetzen a priori anzunehmen; und solchergestalt die Musik aus der reinen Anschauung der Tonlinie und den ihr zugehörigen Formen der Synthesis eben so, wie die Geometrie und reine Naturlehre aus der reinen Anschauung des Raums, zu erklären: so ist dennoch das eine so unstatthaft wie das andre; schon aus dem einfachen Grunde, weil in der menschlichen Seele gar keine Vielheit ursprünglicher Formen darf angenommen werden, indem überhaupt und überall ursprüngliche Vielheit in Einem das Ende und der Ruin aller gesunden Metaphysik ist. Die Einheit der Seele selbst ist die einzige ursprüngliche Form; wie aber die Seele in ihren mannigfaltigen Selbsterhaltungen die Mannigfaltigkeit ihrer Vorstellungen aus sich selbst allein erzeugt, wiewohl in strenger Abhängigkeit von andern Wesen, dies muss hier aus der allgemeinen Metaphysik als bekannt vorausgesetzt, oder wenigstens für jetzt darüber keine Erörterung verlangt werden.

Alle Vorstellungen, und so auch alle Töne, sind in der Einen Seele. In ihr hemmen sich die Vorstellungen, und so auch die Töne, sofern sie entgegengesetzt sind. Zwei völlig gleiche können sich nicht nur nicht hemmen, sie müssen auch Eins werden, Ein ungetheiltes Vorstellen von bestimmter Stärke; weil in der Einen Seele nichts getrennt neben einander liegen kann, so wenig das Gleiche, ohne Eins zu werden, als das Entgegengesetzte, ohne einander zu widerstreben.

3.

In einem Continuum von Vorstellungen muss es unendlich-nahe geben, die sich also unendlich wenig hemmen. Da beim allmäligen Fortschreiten auf einem Continuum nirgends ein

Sprung stattfinden kann: so müssen alle mittlere Uebergänge von unendlich kleiner zu völliger Hemmung vorkommen. Völlige Hemmung bedeutet, dass von den zweien, einander entgegengesetzten Vorstellungen eine *ganz* unterdrückt werden müsste, wenn die andre *ganz* ungehemmt bleiben sollte. Mindere Hemmung findet statt, wenn die Intension des Vorstellens nicht ganz, sondern nur ein bestimmter Bruch davon, weichen muss, damit das andre Vorstellen ungehemmt bleiben könne.

Geht irgendwo die unendlich geringe Hemmung der unendlich-nahen über in einen endlichen Hemmungsgrad: so muss es auch einen bestimmten Punct der völligen Hemmung geben. Denn es ist ein Continuum vorausgesetzt, auf welchem man nach jeder Seite ins Unendliche fortschreiten könne; es sei also jener endliche Hemmungsgrad $\frac{1}{n}$ der völligen Hemmung: so wird das Intervall, das diesem Hemmungsgrade entspricht, $n$mal genommen die volle Hemmung ergeben.

Von dem Puncte der vollen Hemmung an, auf der unendlichen Linie fortschreitend, wird man in gleich grosser Distanz einen neuen Punct der vollen Hemmung finden; so nach beiden Seiten die unendliche Linie durchlaufend, wird man sie zerlegen in eine unbestimmbare Anzahl bestimmter Distanzen, denen die volle Hemmung zugehört.

Man denke hiebei der Erläuterung wegen sogleich an die Octaven in der Musik. Die Tonlinie lässt sich von jedem beliebig angenommenen Puncte aus in unbestimmt viele Octaven zerlegen. Die Endpuncte der Octave sind die Puncte der vollen Hemmung, wie weiterhin klar werden wird.

4.

Vorstellungen die sich nicht völlig hemmen, müssen zum Theil Eins werden, zum Theil einander widerstreben (2). Zwei Töne eines bestimmten Intervalls gestatten demnach eine *zufällige Ansicht* ([Hauptp. d.] Metaphysik §. 2. 5.), indem man sie, obgleich jeder an sich schlechthin einfach ist, in Gedanken zerlegen kann in Gleiches und in Entgegengesetztes, so dass jedes einen bestimmten Bruch des Ganzen ausmache. Dem Quantum Gleichheit entspricht ein eben so grosses Quantum Nöthigung zum Eins-Werden; dem Quantum Gegensatz ein eben so grosses Quantum Widerstrebens gegen das Eins-Werden. Die Nöthigung zum Eins-Werden aber, welches wohl

zu merken, ist nur Eine für beide Vorstellungen, hingegen der Gegensätze sind jedes mal zwei.

Also sind bei zweien Tönen drei Kräfte vorhanden, das Eins-Werden und die beiden Gegensätze. Die Gegensätze sind einander, und dem Eins-Werden, rein und völlig entgegen; daher giebt es hier eine Rechnung, ähnlich der, welche für einander hemmende Vorstellungen statt findet.

Aus §. 13. der Metaphysik muss hier nur in der Kürze Folgendes beigebracht werden.

## 5.

Man nehme drei Kräfte an, die solchergestalt einander widerstreben, dass sie im umgekehrten Verhältniss ihrer Stärke eine gewisse Hemmungssumme unter sich theilen. Auch sei die Hemmungssumme so gross, als die beiden schwächern unter ihnen zusammen genommen, (weil, wenn diese beiden ganz gehemmt wären, die stärkste ungehemmt bliebe, bei welcher Annahme die Hemmungssumme ein Kleinstes wird; wie sie sein muss, indem alle der Hemmung widerstreben.) Heissen nun die Kräfte, von der stärksen bis zur schwächsten $a$, $b$, $c$: so ist die Hemmungssumme $= b + c$; das Hemmungsverhältniss bestimmt durch die Verhältnisszahlen $bc$, $ac$, $ab$; folglich von der schwächsten zu hemmen

$$\frac{ab\,(b + c)}{bc + ac + ab}.$$

Man setze dieses $= c$, so findet man ein solches Verhältniss für die drei Kräfte, vermöge deren die schwächste ganz gehemmt wird, oder, wie wir es nennen wollen, auf der *Schwelle des Bewusstseins* ist. Die Gleichung dafür ist $c = b\sqrt{\frac{a}{a+b}}$. Auf dieser Gleichung beruht alles Folgende. Setzt man $c = 1$, $b = a$, so ist $a = b = \sqrt{2} = 1{,}414..$ Hat man vier Kräfte, unter gleichen Bedingungen, und zwar so dass beide stärkere und auch beide schwächere gleich sind; so kommt für die Schwelle, wenn die schwächern jede $= 1$ sind, ebenfalls $a = b = \sqrt{2}$.

## 6.

Aus der Nöthigung zum Eins-Werden und dem zwiefachen Widerstreben, muss nothwendig bei jedem Intervall zweier, einander nicht völlig hemmender Töne, ein Ereigniss im Gemüth entstehn, das durch den Hemmungsgrad der, übrigens

gleich starken Töne * völlig bestimmt wird. Beide Gegensätze sind allemal gleich; verhalten sie sich zur Nöthigung, die aus der Gleichheit entspringt, wie $\sqrt{2}:1$, so unterliegt diese Nöthigung völlig; es bedarf aber auch dazu der ganzen Gewalt der Gegensätze. Kampf und Sieg sind vollständig; die Vorstellungen der beiden Töne aber bleiben auch ganz unvereinigt.

Um den entsprechenden Hemmungsgrad, oder das Intervall für diesen Fall zu finden: bemerke man, dass Gleichheit + Gegensatz = dem einzelnen Ton; für jene beiden hat man die Verhältnisszahlen 1 und $\sqrt{2}$; den einzelnen Ton sieht man als Einheit an, also

$$1+\sqrt{2}:\begin{cases}1\\ \sqrt{2}\end{cases}=1:\begin{cases}\frac{1}{1+\sqrt{2}}=\frac{1}{2,4..}\\ \frac{\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}}=\frac{1,4..}{2,4..}\end{cases}$$

Also der Gegensatz jedes Tons gegen den andern ist nahe $=\frac{7}{12}$, die Gleichheit $=\frac{5}{12}$, woraus, wenn man einstweilen hypothetisch die Octave als Einheit der Hemmung, oder als das Intervall der vollen Hemmung ansieht, sogleich die *Quinte* erkannt wird, deren Distanz nach einer oberflächlichen Schätzung $\frac{7}{12}$ der Octave ausmacht. Die völlig genaue Rechnung ist hier nicht nöthig; man kann übrigens darüber §. 13 der Metaphysik nachsehn, worauf ich unten zurückkommen werde.

Immer ist die Quinte als die vollkommenste Consonanz nächst der Octave erkannt worden. Wir sehen hier den gleichen Grund für beides. Die Octave, als voller und reiner Gegensatz, kennt keine Nöthigung zum Eins-Werden; die Quinte überwindet diese Nöthigung vollkommen, und tritt dadurch der Octave am nächsten. — Hiegegen mag man vorläufig einwenden, die Sexten und Septimen überwänden ebenfalls die nämliche Nöthigung: diese Intervalle werden wir bald als Umkehrungen der Terzen und Secunden näher prüfen.

Um ein Gegenstück zum jetzt entwickelten Fall zu haben, setze man, die Nöthigung zum Eins-Werden sei gerade gleich

* Ungleiche Stärke ändert nichts. Gleichheit und Gegensatz beruhen bloss auf der Qualität, und überwiegende Stärke auf einer Seite ist für dies Verhältniss nicht vorhanden.

jedem Gegensatz. So hat man gerade die Mitte der Octave, die halbe Hemmuug, die *falsche Quinte;* hier ist ein Streit ohne Sieg, ja ohne Uebergewicht, weil die Kräfte gleich sind. Unter zwei Tönen die vollkommenste Dissonanz.

Betrachten wir aber die Nöthigung zum Eins-Werden jetzt noch näher! Sollte ihr Genüge geschehn, so müsste die Zweiheit der Vorstellungen aufhören; da sie nicht aufhört, so kann und muss man dies so betrachten, als würde jeder der beiden Töne getrieben, in den andern überzugehn. Demnach als theile sich die Nöthigung zum Eins-Werden in zwei gleiche Theile, um jeden Ton besonders zu treiben. So genommen nun könnte sie allein einen Grad von wirklicher Einigung zu Stande bringen. Aber so ist sie um die Hälfte schwächer. Man setze, diese Hälften derselben seien auf der Schwelle des Bewusstseins, so verhalten sie sich zu den Gegensätzen wie $1 : \sqrt{2}$. Also die ganze Gleichheit jedes Tons mit dem andern, zu seinem Gegensatz, wie $2 : \sqrt{2}$. Aber

$$a + \sqrt{2} : \begin{cases} 2 \\ \sqrt{2} \end{cases} = 1 : \begin{cases} \frac{2}{2+\sqrt{2}} = \frac{2}{3{,}414..} \\ \frac{\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}} = \frac{1{,}414..}{3{,}414..} \end{cases}$$

Man nehme der Kürze wegen statt dieser Brüche $\frac{21}{36} = \frac{7}{12}$ und $\frac{15}{36} = \frac{5}{12}$, so zeigt sich die *Quarte,* welche nahe in diesen Verhältnissen aus Gleichheit und Gegensatz kann construirt werden.

Tiefer unten folgen die Terzen, in derjenigen Gegend nämlich, wo die Nöthigung zum Eins-Werden wirkt. Ist sie in ihren beiden Hälften gleich stark wie die Gegensätze, so kommt die *grosse Terz,* ist sie so stark, dass die Gegensätze auf der Schwelle des Bewusstseins sich befinden, die *kleine Terz* zum Vorschein. Ich halte mich dabei nicht auf, die Rechnung ist wie zuvor; es steht auch in der Metaphysik a. a. O. das Nöthige; ich bemerke nur, dass das Harmonische der Terzen eigentlich aus der Theorie der Accorde erst völlig aufgeklärt wird; wohin ich eile, weil darüber in der Metaphysik noch nichts gesagt war. Nur über die *Secunde* ist noch nöthig zu sprechen.

Jedes Intervall nämlich, das enger ist als die kleine Terz, scheint an Undeutlichkeit leiden zu müssen, weil schon bei dieser Terz die Gegensätze sich zu den Hälften der einigenden

Nöthigung verhalten wie $1 : \sqrt{2}$, und eben deshalb auf der Schwelle des Bewusstseins sind. Noch kleinere Gegensätze also können sich im Bewusstsein nicht halten; jeder Ton wird mehr oder weniger als gleich dem andern vernommen. Dennoch werden die Töne rein und gesondert gegeben; es giebt also eine zwiefache Vorstellnng jedes Tons, die ursprüngliche in jedem Moment des Hörens, und die aus dem Gehörten entsprungene modificirte. So lange noch die ursprüngliche sich halten kann, so lange sie nicht von den modificirten auf die Schwelle des Bewusstseins gedrängt wird, ist auch der Unterschied noch deutlich. Den Scheidepunct macht auch hier das Verhältniss $\sqrt{2} : 1$. Man sehe die von der halben Nöthigung zum Eins-Werden getriebenen Töne an als von derselben durchdrungen und durch sie verstärkt, so dass ein modificirter Ton sei Er selbst + der halben Gleichheit: so nun soll er zu Sich selbst allein, sich verhalten wie $\sqrt{2} : 1$; so ist 0,414.. die Verhältnisszahl für die halbe Gleichheit; 0,828.. für die ganze Gleichheit; dem Gegensatze bleiben demnach 0,171..; etwas mehr als $0{,}1666.. = \frac{1}{6}$; auch haben bekanntlich 6 Secunden nicht völlig Platz in der Octave.

Intervalle, die noch enger sind als diese Secunde, (die grosse nämlich,) entbehren auch dieser Hülfe zur Unterscheidung, und ihre Töne fliessen in einander. Auch erlaubt sich die Musik, einem und demselben Ton eine Erhöhung und Erniedrigung von einer kleinen Secunde zuzuschreiben, so dass er innerhalb dieser Sphäre, die zusammengenommen eine grosse Secunde beträgt, noch gewissermaassen als derselbe angesehen wird. — Gleichwohl unterscheidet jedes, nur einigermaassen geübte Ohr, noch innerhalb der Secunde, die kleineren Intervalle, entweder, wenn die Töne auf einander folgen, oder bei gleichzeitig klingenden Tönen durch successive Richtung der Aufmerksamkeit bald auf den einen und bald auf den andern. Dieses ist im Zusammenhange der Psychologie sehr leicht zu erklären. Wird nämlich einer der beiden Töne im Bewusstsein zum Sinken gebracht, so sinkt auch die Modification, die er dem andern ertheilte; und die Deutlichkeit der Unterscheidung wird auf diese Weise auch da noch erreicht, wo sie sonst unmöglich gewesen wäre.

Alles kommt nun auf die Prüfung der Hypothese an, dass

die Octave den Punct der vollen Hemmung bezeichne. Dies wird schon dadurch höchst wahrscheinlich, weil die Octave am wenigsten Effect unter allen Intervällen macht, — eigentlich gar keinen, als nur den, dass sie zwei, sehr leicht zu unterscheidende Töne hören lässt; wie gerade bei voller Hemmung der Fall sein muss, weil da kein Streit zwischen den Gegensätzen und dem Eins-Werden statt findet. Ueberdies aber werden die Nonen (als Intervall, nicht in harmonischer Hinsicht,) die Decimen u. s. w., eben so vernommen wie die, um eine Octave kleineren Intervalle, welches sich nur aus der Gewöhnung des Ohrs erklären lässt, Octave und Prime für identisch zu nehmen, und in Gedanken einander zu substituiren; also den Grundton der Nonen, Decimen, Undecimen u. s. w. um eine Octave hinaufzurücken. Aber die Identität der Octave und Prime kann nur statt finden unter der Voraussetzung der Wirkungslosigkeit dieses Intervalls, also unter Voraussetzung des fehlenden Conflicts zwischen Gleichheit und Gegensatz. — Eben hieraus nun erklären sich die Sexten und Septimen, als umgekehrte Terzen und Secunden, weil Octave und Prime einander in Gedanken gleich gesetzt sind. Das schreiend Disharmonische der grossen Septime insbesondre hat offenbar seinen Ursprung aus dem Streit zwischen der nahen Identität mit der substituirten Octave, und dem starken Gegensatz gegen den Grundton. Dieses findet statt, wenn auch nicht zur Septime als dem Leitton, der Accord der Ober-Dominante hinzugedacht wird; wodurch zwei ganze Accorde in Conflict gerathen würden.

Doch die beste Bestätigung der Hypothese von der Octave als dem Verhältniss voller Hemmung wird gewonnen, indem man wahrnimmt, dass die, durch unsre Rechnung ausgezeichneten Puncte, wirklich mit den durchs Ohr ausgezeichneten zusammentreffen. Soll nun die Unsicherheit des Ohrs durch Rechnung vollends bestimmt werden: so geziemt sichs, nachdem einmal die Quinte, Quarte, und Secunde, wo genau das Ohr unterscheiden kann, der Rechnung gemäss gefunden sind, auch in Hinsicht der Terzen der nämlichen Rechnung zu vertrauen; welches aber, wie ich vorhin bemerkte, nicht nur meinem Ohr, sondern der Prüfung mehrerer Musiker gemäss, keinen unterwürfigen Glauben, sondern vielmehr eine neue, positive Bestätigung der Rechnung selbst ergiebt.

Alles dies besteht nun für sich, und völlig unabhängig von den Berechnungen der Schwingungsverhältnisse tönender Körper. Indessen ist es interessant, die Vergleichung zu machen, da die Schwingungsverhältnisse so lange Zeit hindurch auch vom Ohr anerkannt sind. Ich habe die Vergleichung in der Metaphysik gegeben. Das Zusammentreffen ist so nahe, als man es wünschen kann, wenigstens bei Secunde, Quarte, und den beiden Quinten. Es beruht aber die Möglichkeit der Vergleichung darauf, dass man den geometrischen Schwingungsverhältnissen die entsprechenden arithmetischen substituire, folglich nicht mit den Zahlen der Schwingungsverhältnisse, sondern mit deren Logarithmen rechne. Die Richtigkeit dieser Vertauschung ist gar keinem Zweifel unterworfen. Für das musikalische Ohr sind alle Octaven gleich gross, denn in allen giebt es gleichviel zu unterscheiden; aber nur wiefern in den Vorstellungen Unterschiede wahrgenommen werden, sind Unterschiede der Vorstellungen vorhanden, denn die Vorstellungen sind nichts ausser der Wahrnehmung; es sind nicht Dinge an sich, oder Modificationen derselben, die gewisse, uns unbekannte Unterschiede versteckt halten könnten. Die Schwingungsverhältnisse 1, 2, 4, 8, ... $2^n$ gelten also im Gebiete der Vorstellungen für gleiche Distanzen, oder für die Zahlen 0, 1, 2, 3 ... $n$; und eben so ist's bei allen andern Intervallen. Das Uebrige kann am angeführten Orte nachgesehn werden.*

## 7.

Wir dürfen es jetzt wagen, uns dem interessantesten Probleme dieser ganzen Untersuchung, der Erklärung der reinen Accorde zu nähern; wobei es sich zeigen muss, warum es deren gerade zwei, und nicht mehrere geben kann; auch in welchem Verhältnisse zu ihnen der sogenannte verminderte Dreiklang (mit der kleinen Terz und kleinen Quinte) stehe, ein sonderbares Mittelding, das nicht consonirt, und doch auch keiner eigentlichen Auflösung, wie die ächten Dissonanzen, fähig ist.

Da hier drei gleichzeitige Töne vorkommen, so ist eine vorbereitende Betrachtung nöthig über die Ansicht, welche man

* Daselbst ist S. 96. Z. 7 zu setzen $log.\ 2 : log.\ \frac{9}{8}$ statt des Druckfehlers $log.\ \frac{9}{8}$. — Man kann die Rechnung mit gemeinen Logarithmen vollführen, da hier bloss Verhältnisse von Logarithmen in Betracht kommen.

von einem Tone fassen müsse, dem zwei andre in beliebigen Verhältnissen entgegengesetzt sind.

Es sei dieser eine Ton ein mittler zwischen einem höhern und einem tiefern. Er kann mit beiden dasselbe Quantum der Gleichheit gemein haben; und doch ist es nicht dieselbe Gleichheit. Denn sofern er dem höhern gleich, ist er gewiss dem niedern nur mehr entgegen. Verschöhe man ihn zwischen beiden hin und her, so würde die Gleichheit mit dem einen wachsen, wie die mit dem andern abnähme. Es ist also nöthig, die verschiedenen Gleichheiten zu unterscheiden, und zwar nach den beiden entgegengesetzten Seiten, wohin die Gleichheiten gerichtet sind. Aber der Begriff entgegengesetzter Richtung erfordert das Symbol einer geraden Linie, durch dieses werden wir demnach den Ton andeuten, und auf ihm die verschiedenen Gleichheiten nach beiden Seiten abschneiden. Z. B. das Symbol des Tons *e*, wenn *c* und *g* mit klingen, wird folgendes sein:




Durch die nach oben gezogenen Perpendikel ist die Gleichheit mit *g*, durch die abwärts gezogenen die mit *c* angedeutet. — Der mittlere Raum, von ungefähr fünf Zwölftheilen, ist zwar beiden Gleichheiten gemein, aber eben deshalb den beiden andern Räumen entgegengesetzt, weil ihm, sofern er zur Gleichheit mit *g* gehört, der Gegensatz gegen *g*, sofern er aber zur Gleichheit mit *c* gehört, der Gegensatz gegen *c* entgegensteht.

Ist diese Ansicht einmal gefasst; so bietet sich die Erklärung der reinen Accorde fast von selbst dar. Man sieht nämlich schon an dem gegebenen Beispiel, dass durch die doppelte Brechung die grosse Terz des reinen Accordes in 3 einander völlig widerstrebende Kräfte zerlegt wird; man wird also nachsehn müssen, ob nicht die schwächste derselben auf die Schwelle des Bewusstseins getrieben wird? Zur vorläufigen Untersuchung mag das Zwölftheil als Einheit dienen; so hat man aus (5) die Formel $c = b\sqrt{\frac{a}{a+b}}$, und es fragt sich, ob $3 = 4\sqrt{\frac{5}{4+5}}$ sein werde? Es ist aber $\frac{4}{3}\sqrt{5} = 2,98$.. also ganz nahe $= 3$; folglich ein charakteristisches Kennzeichen hiedurch entdeckt, wel-

ches der grossen Terz des reinen Accordes zukommt, wenn sie zwischen der Quinte und dem Grundton liegt.

Aber dasselbe Kennzeichen kommt jedem Ton des reinen Accordes, nicht bloss in dieser, sondern in jeder Lage, ja nicht bloss den Tönen im Dur-Accorde, sondern auch im Moll-Accorde, endlich auch im Sexten- und Sext-Quarten-Accorde zu. Hievon kann sich jeder überzeugen, der die dazu nöthigen Zeichnungen entwerfen will. Es ist also der ganz allgemeine Charakter des reinen Dreiklanges und seiner Umformungen.

Daraus entsteht nun die wichtige Frage, ob diese Brechung in drei Kräfte, deren eine auf der Schwelle ist, auch ein *ausschliessender* Charakter sei, oder ob dergleichen Brechungen noch in andern Verhältnissen, als nach den Zahlen 3, 4, und 5, möglich seien? wobei sogleich zu bemerken ist, dass zwar ohne Zweifel unzählig viele andre Zahlen, deren Summe $= 12$, mit der nämlichen Eigenschaft können gefunden werden, wenn man sich alle mögliche Brüche einzuführen erlauben will; dass aber in einen Accord nur solche Töne passen, welche durch die frühere Bestimmung der Intervalle als solche, die einen gewissen Effect machen, sind erkannt worden. Denn in einer Verbindung zu dreien müssen alle darin liegenden Binionen ohne Fehler sein; fehlerhaft aber ist jedes Intervall, das, selbst ohne bestimmten Effect, an ein anderes erinnert, dessen Effect nun erwartet und vermisst wird.

Bei der Rechnung, welche die aufgeworfene Frage beantworten soll, nehme man wieder den einzelnen Ton selbst zur Einheit, so sind die drei Kräfte, in welche die Brechung ihn zerlegt, Brüche der Einheit. Also $a + b + c = 1$, und, damit $c$ auf der Schwelle sei,

$$b\sqrt{\frac{a}{a+b}} = c = 1 - (a+b), \text{ oder } b\sqrt{\frac{v-b}{v}} = 1 - v,$$

$$\text{daher } v^3 - 2v^2 + v(1 - b^2) + b^3 = 0.$$

$v = a + b$ wird $= 2b$, wenn $b$ den höchsten Werth $= a$ erlangt, denn die Bestimmung der Schwellenformel setzt voraus, dass $b$ nicht grösser sei als $a$. Aber $v = 2b$ giebt

$$7b^2 - 8b + 2 = 0$$

und die brauchbare Wurzel ist $b = \frac{4 - \sqrt{2}}{7} = 0{,}369.. > \frac{1}{3}$, d. h. diese Wurzel ist grösser als der Gegensatz der grossen Terz, je-

doch diesem näher als dem Gegensatz der Quarte. Was daraus folgt, wird deutlich werden mit Hülfe folgender Zeichnung:




Es erklinge *c*; zugleich mit ihm *e* und *g*, damit es gebrochen werde, wie die Figur zeigt. Die eben gemachte Rechnung nun setzte voraus, die beiden stärksten der durch die Brechung entstehenden Kräfte seien gleich; und sie ergab, dass alsdann jede derselben $=0{,}369$ sein müsse, damit die dritte Kraft, der Rest der Einheit, auf die Schwelle des Bewusstseins getrieben werde. Wenn eine solche Brechung durch eine Veränderung der Brechung des reinen Accordes entstehn soll, so muss der abwärts gehende Strich, welcher den Gegensatz von *c* gegen *e* bedeutet, vorrücken bis zum nächsten aufwärts gehenden Strich; und statt desjenigen, der den Gegensatz von *c* gegen *g* anzeigt, muss man ebenfalls den ihm nächsten aufwärts gehenden Strich nehmen. So sind die beiden äussersten und grössten Abschnitte der Linie $=0{,}369\ldots=\frac{4{,}4\ldots}{12}$, also müssten zu *c* ein paar Töne erklingen, deren einer etwas höher als *e*, der andere etwas niedriger als *gis* wäre. Dies würde einen reinen Accord geben, wenn ein reiner Accord aus unreinen Intervallen bestehn könnte.

Da nun die Gleichung $v^3-2v^2+v(1-b^2)+b^3=0$ keinen grössern Werth von *b* zulassen soll, als $b=0{,}369\ldots$, so ist der grösste *brauchbare* Werth, den man annehmen darf, $b=\frac{1}{3}$; eben derselbe, den es im reinen Accorde hat. Aus diesem Werthe für den Gegensatz der Terz bestimmt aber nun die Gleichheit den *genauen* Werth, welchen die Quinte im reinen Accorde haben soll, und welcher um etwas Weniges abweicht von dem früher gefundenen, der der Quinte bloss als Quinte zukommt. Man setze nämlich $b=\frac{1}{3}$ in die Gleichung, und $v=\frac{3}{4}+u$, so findet sich hieraus genauer $v=0{,}751364\ldots$ und hieraus $a=v-b=0{,}4180\ldots$ Dies ist der grösste der drei Abschnitte auf der Linie, der vorhin oberflächlich $=\frac{5}{12}$ gesetzt ward, und der die Gleichheit der Quinte bezeichnet. Dieselbe Gleichheit der

Quinte fand sich in (6) $= \frac{1}{1+\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}-1}{1} = 0{,}414\ldots$ Also muss im reinen Accorde die Gleichheit der Quinte ein wenig grösser genommen werden (da $0{,}418\ldots > 0{,}414\ldots$) d. h. die Quinte muss ein wenig abwärts schweben; wodurch sich abermals die Güte der gleichschwebenden Temperatur bestätigt. Denn wollte man die Quinte ganz scharf nehmen, so würde, wie die vorige Rechnung leicht erkennen lässt, die Terz noch über $\frac{1}{3}$ der Octave müssen geschärft werden; wodurch sie noch weiter von der Bestimmung des Schwingungsverhältnisses $4:5$ abwiche. — Uebrigens giebt das Schwingungsverhältniss der Quinte die Gleichheit derselben $= 0{,}4150\ldots$, wie man aus den in der Metaphysik berechneten Zahlen leicht findet; also fällt die gewöhnlich angenommene Quinte zwischen die beiden hier gefundenen Bestimmungen, und um so leichter ist begreiflich, dass die Praxis, auf welche alle diese feinen Unterschiede sehr wenig Einfluss haben können, sich mit dem Angenommenen begnügte.

Merkwürdig aber ist hier noch die Bestimmung der kleinen Terz, deren Gegensatz durch die kleinsten der drei Distanzen auf jener Linie bezeichnet wird. Dieser Gegensatz ist $1 - v = 0{,}2486\ldots$, also wird die kleine Terz, zum Gebrauch der Accorde, noch enger als $\frac{1}{4}$ der Octave, und enger als die übermässige Secunde, da der Ton, welcher dieses Intervall gegen die kleine Terz des Grundtons bilden soll, als falsche Quinte in der Mitte der Octave vom Grundton gerechnet, stehn muss; ja selbst als grosse Terz der grossen Secunde noch höher hinaufgetrieben wird; woraus denn das Gewaltsame des übermässigen Secunden-Sprunges sich vollkommen erklärt. —

Der nächste brauchbare Werth von $b$, welchen man in die obige Gleichung setzen kann, ist der Gegensatz der kleinen Terz; wobei man in Gedanken den Strich der Zeichnung, der den Gegensatz der grossen Terz andeutete, um $\frac{1}{12}$ weiter linkshin verschieben mag. Dadurch wird die mittlere der drei Kräfte kleiner, also wird die grösse zunehmen müssen, um die schwächste auf die Schwelle zu treiben. Man verrücke also auch den Strich, welcher unten mit $g$ bezeichnet ist, mehr linkshin; und zwar beträchtlich mehr als um $\frac{1}{12}$; denn die Rechnung ergiebt, dass jetzt der kleinste Raum, der in der

Mitte übrig bleibt, nur ungefähr 0,207.. betragen darf, damit die Schwelle erreicht werde. Also ist hier kein reiner Accord möglich; wohl aber lässt sich begreifen, dass der trüb-klingende verminderte Dreiklang, dessen falsche Quinte sich tiefsinnig abwärts neigt, sich jenem Verhältniss nähere; und daher wenigstens eine Spur des Harmonischen enthalte, die ihn zu Uebergängen brauchbar macht.

Es ist nicht der Mühe werth, noch andere Werthe von *b* zu versuchen, da man schon deutlich genug sieht, dass die Gleichung, welche die Eigenschaft des reinen Accords allgemein ausdrückt, sich nur auf die bekannten reinen Accorde anwenden lässt. Demnach ist der gefundene Charakter derselben nicht nur allgemein, sondern auch ausschliessend; und es kann keine andern, als nur reine Dur- oder Moll-Accorde geben.

Fragt man aber, wie denn eine Brechung jedes Tons in drei Kräfte, deren eine den andern gerade erliegt, den Charakter des Harmonischen haben könne; so ist es leichter, das Gegentheil zuerst klar zu machen, dass nämlich eine Brechung in gleiche Kräfte ein blosses Widerspiel, einen Streit ohne Ende, hervorbringen würde. Dies gilt von allen Brechungen in gleiche Theile. Sind deren zwei, so hat man die falsche Quinte; drei, so kommen drei grosse Terzen, wie *c, e, gis, c;* vier, so entstehn vier kleine Terzen, wie *c, es, fis, a, c,* wo der mittelste Ton zwischen *fis* und *ges* schweben muss; — lauter Dissonanzen der härtesten Art, die noch obendrein ganz unverständlich sind, denn verständlich wird die falsche Quinte erst durch eine nähere Bestimmung, wie wenn *es* und *fis* als übermässige Secunde aus einander treten; oder in der Verbindung *c, d, fis,* und dergleichen.

Das Gegentheil der Brechung in gleiche Kräfte ist diejenige, da eine den beiden andern völlig weichen muss. Wäre die weichende noch schwächer: so würde, nachdem sie schon erdrückt wäre, der Streit der beiden andern übrig bleiben. Durch die Theorie vom allmäligen Sinken der Hemmungssumme in der Psychologie kann dies noch mehr beleuchtet werden; doch dazu ist hier der Ort nicht. Das nämliche Princip der Harmonie ist auch schon bei den Verbindungen zweier Töne bemerkt worden.

Mehr Schwierigkeit macht die Frage nach dem Unterschiede zwischen *Dur* und *Moll.* Denn der zuvor angegebene Charak-

ter ist beiden schlechterdings gemein. Ich weiss nicht, ob ich die Frage genügend beantworten werde durch die Bemerkung: dass, beim Heraufgehn durch die Töne des Dur-Accords, *die Gegensätze beinahe in geometrischer Proportion wachsen*; eine Eigenschaft, die dem Moll fehlt. Die Gegensätze der Terz, Quinte, Octave, gegen den Grundton sind nämlich: 0,333...; 0,582...; 1; und die dritte Proportionalzahl zu den ersten beiden ist $\frac{0,338..}{0,333..}$, nahe = 1.

Fühlbar ist wenigstens, dass man den Dur-Accord mit Leichtigkeit heraufgeht, während beim Moll die Distanz von der Terz zur Quinte etwas schwer Uebersteigliches hat.

Eine andre Schwierigkeit macht die Frage nach dem Charakter des Grundtons, im Gegensatz der Oberstimme. Die Brechung ist nicht *wesentlich*, d. h. *in den Verhältnissen*, verschieden; sie ist beim Sext-Quarten-, wie beim reinen Accorde. Es scheint nichts übrig, als eine ursprüngliche Verschiedenheit der beiden Seiten der Tonlinie anzunehmen, so dass die Brechbarkeit der Töne mit ihrer Höhe wachse, mit der Tiefe abnehme. Unter dieser Voraussetzung folgt offenbar, dass die höchsten Töne jedes Accordes der Brechung durch die tieferen am meisten nachgeben; dass also die höhern als die gebrochenen, die tieferen dagegen als die brechenden, vorzugsweise empfunden werden; demnach, dass der Grundton als der am meisten brechende, als der bestimmende, selbst aber am wenigsten bestimmte, sich zu erkennen gebe.

## 8.

Der Charakter der auflösbaren Dissonanzen, also besonders des Septimen-Accordes mit seinen Arten und Umwandlungen, lässt sich aus den blossen Brechungsverhältnissen nicht ableiten. Man muss sich hier erinnern, dass die Auflösung von Dissonanzen schon in das Successive, also in das Melodische hinübergeht; wir werden demnach uns in dieses Gebiet wenigstens mit Einem Schritte hineinwagen müssen; da denn nichts näher liegen kann, als die Betrachtung der Tonleiter.

Wenn man von einem Tone aus fortschreiten will, so dass ein vollkommner *Schritt*, doch kein *Sprung* geschehe: so ist die grosse Secunde das dazu geeignete Intervall. Sie enthält, nach (6), gerade soviel Gegensatz, als zur völligen Unterscheidung der Töne nöthig ist; aber auch nicht mehr; daher befriedigt

sie die Forderungen der Deutlichkeit und des Zusammenhanges, der ersten Requisite aller Melodie, beide zugleich.

Man schreite also fort von *c* zu *d;* und von *d* zu *e;* desgleichen von *e* zu *fis.* Man bemerke die Wirkung, welche diese successiven Vorstellungen auf einander haben müssen. Indem *d* erklingt, und während es ungehemmt vernommen wird, muss das zuvor gehörte *c*, seinem Hemmungsgrade gemäss im Bewusstsein sinken. Es sinkt also dergestalt, dass die Intension des wirklichen Vorstellens um $\frac{2}{12}$ (eigentlich noch ein wenig mehr) abnimmt. Nun folge *e*. So wächst die Hemmung des *c* durch den grössern Hemmungsgrad auf $\frac{4}{12}$, und das schon gesunkene *c* muss auch noch um soviel, demnach in allem um $\frac{6}{12}$ sinken. Jetzt ertönt *fis;* und bringt dem *c* eine Hemmung von $\frac{6}{12}$; dadurch wird die Vorstellung von *c* ganz gehemmt. Der Anfangspunct der Reihe verschwindet; und das folgende verliert die Beziehung auf das erste. Geht man fort zu *gis*, so erlischt *d*, zu *ais*, so verschwindet *e*, und so fort.

Lässt man *g* statt *gis* folgen, so wird *g* nicht mehr von *c* gebrochen; wohl aber von *d;* und zwar mit dem Gefühl, dass eine neue Gedankenreihe beginne, indem so eben der Anfangspunct der vorigen verschwunden war.

Man nehme aber *f* statt *fis*, und lasse dann *g* folgen. So wird *g* noch durch *c* bestimmt; und zwar verschwindet dabei *c* nicht plötzlich, wie vorhin durch *fis*, wo es auf einmal um seine ganze Hälfte sank, sondern allmälig, indem *g* nur noch $\frac{1}{12}$ davon vorfindet. Was auch jetzt folgen mag: das Gefühl einer aufgehobnen, und einer andern beginnenden Gedankenreihe kann nicht entstehn. Folgt nun *a*, so ist dies in der ganzen Tonleiter der Ton, welcher mit dem Grundton am wenigsten in Verbindung tritt. Jetzt aber naht sich eine neue Entscheidung. Denn entweder es folgt *b;* so wird *f* nicht erlöschen. Oder *h;* so sinkt *f* plötzlich, und zugleich wird *c*, der Anfangspunct der Reihe, wieder ins Bewusstsein gerufen. Dies letztere nämlich bei einem einigermaassen geübten Ohre; welchem schon die Identität der Prime und Octave geläufig ist. Hiedurch wird die Vorstellung der Octave zur *Begierde;* und um dieselbe zu befriedigen, muss die Octave erklingen. In der Psychologie lässt sich das mehr auseinandersetzen. — Am Ende der Tonleiter sind die Octave, der Grundton, die Quinte, und was zwischen der Quinte und Octave liegt, im Bewusst-

sein; die Quinte und der Grundton, als die tiefsten Töne, geben die entscheidende Brechung für die Octave; die Terz aber ist nicht im Bewusstsein; sonst würden die letzten 4 Töne nicht eben so beim Moll, als beim Dur, brauchbar sein, welches nur möglich ist, indem die Terz im Augenblick des Schliessens unbestimmt, und folglich beliebig bestimmbar ist. So wie jedoch die Terz beim Schlusse angegeben wird, tritt auch die frühere Vorstellung derselben aufs neue hervor, daher ein Schluss in der, der vorigen entgegengesetzten, Tonart auffallend ist.

Wir wenden uns zum Septimen-Accord; oder vielmehr zu seinem Verwandten, dem Secunden-Accord; nämlich zu dem, welcher aus dem Septimen-Accord auf der Ober-Dominante entspringt. Man hebe aus der Tonfolge *c*, *d*, *e*, *fis*, drei Töne heraus, und lasse sie *zugleich* erklingen. Alle vier zugleich würden nicht unterschieden werden; denn die Secunde, das kleinste rein unterscheidbare Intervall (6), ist grösser als $\frac{1}{6}$ der Octave, folglich haben in der halben Octave, *c* — *fis*, nicht drei Secunden Raum. Aus demselben Grunde darf man nicht *c d e*, auch nicht *d e fis*, herausheben: es haben nämlich auch nicht zwei Secunden Platz in dem dritten Theil der Octave. Also wähle man entweder *c*, *d*, *fis*; oder *c*, *e*, *fis*. Aber was aus den letztern drei werden möge, ist, obgleich den Musikern bekannt genug, doch hier aus dem Obigen nicht so leicht zu erklären. Man bleibe also bei *c*, *d*, *fis*; so repräsentiren diese drei Töne, für ein, durch die Tonleiter schon geübtes, Ohr, den vorhin schon betrachteten Fall, da man von *c* bis *fis*, heraufgestiegen, und die bisherige Gedankenreihe abzureissen im Begriff war, um einer neuen, die mit *g*, welches noch von *d* zerlegt wird, beginnen soll, Platz zu machen. Hätte *d* gefehlt, so würde diejenige Brechung, welche zum reinen Accorde von *g* nothwendig ist, nicht vorbedeutet gewesen sein. So aber sehn wir das Ohr im Uebergange begriffen zu einem neuen musikalischen Gedanken, von dem nur unbestimmt ist, ob er einen Dur- oder Moll-Accord enthalten werde.

Mit dieser Erklärung von dem Fortstreben des Septimen-Accordes auf der Dominante mögen die gegenwärtigen Bemerkungen schliessen. Verständigen und sachkundigen Lesern ist genug zur Prüfung hingelegt; auch für sie hoffentlich alles deutlich genug entwickelt. Das Dargelegte ist zusammengekommen aus einer Reihe von Untersuchugen, die zu verschie-

denen Zeiten während einer beträchtlichen Reihe von Jahren an diesen Gegenstand gewendet wurden. Eben so allmälig wird sich diese Theorie weiter entwickeln. Der glückliche Traum, in welchem Manche schweben, als besässe man mit den Principien auch sogleich alle Aufschlüsse, die aus ihnen gewonnen werden können, ist für mich längt vorbei.

Müsste ich nicht, durch eine allzulange Reihe unangenehmer Erfahrungen belehrt, die Besorgniss hegen, dass unter den Lesern dieses Aufsatzes sich auch flüchtige Leser, und unter den flüchtigen Lesern sich die Mehrzahl der Referenten und Kritiker befinden werde: so würde ich hinzusetzen, dass ich den gegenwärtigen Versuch als eine Probe dessen anzusehen wünsche, was ich unter einer bessern Psychologie mir denke; und dass ich die Bekanntmachung einer solchen Probe für eine Schuldigkeit hielt, die ich durch manche Aeusserungen gegen die bisherige Psychologie vorlängst auf mich geladen habe. Diese bisherige Psychologie förmlich zu bestreiten, würde ich mich ungern entschliessen; nicht nur weil der Kampf mit einem solchen Gegner eben nicht ehrenvoll sein kann, sondern auch weil dieser Gegner, wenn schon besiegt, doch immer noch öffentlich und überall umher gehn wird, indem ihn die Menschen durch eine sehr natürliche Zuneigung allgemein hegen und pflegen. Wie in Unser Aller Munde noch immer die Sonne auf- und untergeht, trotz der Astronomie, so auch werden wir Alle unaufhörlich von Phantasie und Verstand und Gedächtniss reden, weil diese Ausdrücke eben so bequem zur vorläufigen Bezeichnung dessen sind, was uns zuerst auffällt, wenn wir die hervorspringenden Aeusserungen verschiedener Menschen im Ueberblick fassen wollen, als eben dieselben Ausdrücke untauglich sind, um nur irgend etwas von der hinter den Erscheinungen verborgenen Wahrheit erkennen zu lassen. — Daher wäre es erwünscht, wenn es gelingen könnte, ohne Polemik gegen das Bequeme und Gewohnte unwissenschaftlicher Meinung und Rede, einigen Anfängen einer vielleicht richtigeren Ansicht, Eingang und ferneres Nachdenken zu verschaffen, um dadurch der Wissenschaft näher zu kommen. Sofern aber freilich ein Aufsatz über Musik hiezu helfen soll, werden jene Flüchtigen schwerlich unterlassen einzu-

wenden: die Musik sei eine Sache von ganz besonderer Art; und gar nicht zu verwundern, wenn man in dieser mit dem Rechnen gut fortkomme; über Tonverhältnisse habe man von jeher Rechnungen angestellt; damit aber sei für die übrige Psychologie nichts gewonnen, und so bleibe es denn ein eitles Unternehmen, Psychologie nicht nur auf Metaphysik bauen, sondern sie sogar durch Mathematik und Beobachtung verbunden, ausführen zu wollen. — Diese guten Leute haben nämlich ohne Zweifel schon vergessen, dass die bisher bekannten Berechnungen der Schwingungsverhältnisse in der vorstehenden Theorie ganz entbehrlich sind, indem sie nur zur Bestätigung und Vergleichung dienen; dass hingegen die ganze Theorie auf gewisse psychologische Grundformeln vom allgemeinsten Gebrauche, gebaut ist, welche früher vorhanden sein mussten, ehe an eine solche Theorie nur gedacht werden konnte. Wirklich habe ich die Grundformeln um mehr als sechs Jahre früher besessen, und zu mancherlei Untersuchungen angewendet, ehe es mir gelang, von ihrer Anwendung auf Musik nur die ersten Anfänge zu entdecken.

Aber keine Rücksicht auf Flüchtigkeit und Vorurtheile soll mich hindern, noch über die Beziehung der vorliegenden Untersuchung auf praktische Philosophie, das Nöthige zu sagen. Ich habe gezeigt, dass die zuletzt genannte Wissenschaft auf einer Anzahl von genau bestimmten ästhetischen Urtheilen beruht. Leider sind *genau bestimmte ästhetische* Urtheile unsern Aesthetikern so neu und fremd, dass sie an die Möglichkeit derselben nicht glauben wollen; dass sie nicht begreifen, wie der ästhetische Sand ein vestes Gebäude solle tragen können. Ich habe daran erinnert, dass seit Jahrhunderten das Gebäude der Musik auf den ästhetischen Bestimmungen der Tonverhältnisse unerschüttert steht. Aber man kennt die Musik nur aus den Erholungsstunden; und während der langen Herrschaft der kantischen Philosophie ist der, durch sie so nahe gelegte, Gedanke, die Tonlinie mit Raum und Zeit zu vergleichen, nicht einmal Jemandem eingefallen. Unsre Aesthetiken enthalten eher alles in der Welt, ja den Ursprung der Welt selbst, als die einfachen Grundregeln der einzigen unter den Künsten, die wirklich ihre Grundregeln kennt. So wird es bleiben, bis einmal die einfachen Elemente des räumlichen und des poetischen Schönen entdeckt werden; wahrscheinlich noch eine lange

Zeit. Unterdess bleibt es auch *dabei*, dass man von der praktischen Philosophie nicht bloss veste Unterscheidungen des Löblichen und Schändlichen, sondern auch eine Theorie über die Möglichkeit solcher Unterscheidungen, und überdies noch Lehrsätze von der Möglichkeit der Befolgung dieser Unterscheidungen durch einen standhaften Willen, verlangt; und dass man vor der Einsicht in diese Möglichkeiten an die Unterscheidungen des Löblichen und Schändlichen nicht glauben will: — wie wenn wirklich der Unterschied zwischen Ehre und Schande, Recht und Unrecht, Tugend und Laster, so lange zweifelhaft bliebe, bis die theoretische Philosophie den Ursprung der Gemüthshandlungen nachgewiesen hätte, welche in uns vorgehn, *indem* wir das Sittliche *beurtheilen* und *beschliessen*. Auch diesem Unheil nun lässt sich nicht eher abhelfen, als bis wirklich die Psychologie die geforderten Nachweisungen leisten kann; da sich denn ergeben wird, dass dadurch nichts gewonnen ist, als nur Theorie; und dass selbst diese Theorie demjenigen unverständlich ist, der nicht zuvor das kennt, wovon sie redet, nämlich die ursprünglichen praktischen Urtheile selbst, deren Gültigkeit sie voraussetzen muss, ohne sie beweisen zu können. — Bis nun diese radicale Heilung desjenigen Vorurtheils, das theoretische und praktische Philosophie in einander mengt, erfolgen wird: kann es vorläufig von Nutzen sein, an dem Gleichniss der praktischen Philosophie, der Musik, sich zu versuchen; und hier nachzusehn, *in wiefern durch eine psychologische Theorie der Tonlehre die Wahrheit der Tonlehre selbst begründet werde?* Das Lächerliche der Frage würde noch auffallender werden, wenn Jemand, der keinen Sinn für Musik hätte, die gegenwärtige, oder irgend eine psychologische Abhandlung über die Tonlehre, läse, und sich nun fragte, ob er jetzt mehr von der Musik verstehe, als vorhin? — Gewiss wenigstens werden die guten praktischen Musiker, die ächten Kenner, nicht meinen, dass selbst der offenste Blick in die Seele, *wie sie es macht*, gewisse Harmonien richtig und andre unrichtig zu finden, ihrer Ueberzeugung von dieser Richtigkeit oder Unrichtigkeit selbst nur den geringsten Zusatz geben könne. Diese Ueberzeugung steht vest, als ein streng absolutes Wissen; vest, als ein ursprünglich *mannigfaltiges* Wissen; vest ohne Princip und ohne Einheit; aber zugleich als eine Summe von Principien, die zur Vereinigung in ein einziges

Kunstwerk geschickt sind. Und, waren unsre vorstehenden Untersuchungen nicht misslungen, so haben wir durch sie begreifen gelernt, dass, und warum das musikalische Wissen also beschaffen sein muss; dass, und wie die verschiedenen Brechungen der Töne einen verschiedenen Sinn der Intervalle ursprünglich ergeben; wir haben also tief genug in unsere Seele geblickt — zwar keinesweges zu einer erschöpfenden Kenntniss des vorgelegten Gegenstandes, aber wohl dazu, um eine nützliche Vergleichung mit den Grundlehren der praktischen Philosophie darzubieten.

---

# II.

## PSYCHOLOGISCHE UNTERSUCHUNG

ÜBER DIE

# STÄRKE EINER GEGEBENEN VORSTELLUNG,

## ALS FUNCTION IHRER DAUER BETRACHTET.

1812.

Im ersten Hefte dieser Zeitschrift hat sich Gelegenheit gefunden, über die Ungründlichkeit der bisherigen Psychologie etwas im allgemeinen anzudeuten.[1] In dem zweiten ist, als Probe einer bessern Psychologie, ein specieller Gegenstand, der eine Vergleichung zwischen Theorie und Erfahrung zuliess, nämlich die Tonlehre, in Untersuchung genommen.[2] Die gegenwärtige Abhandlung wird ein Fundamental-Problem der ganzen Psychologie, auf mathematisch-metaphysischem Wege, durch eine Annährung aufzulösen suchen, welche einstweilen die Stelle einer vollkommenen Anflösung vertreten kann.

Ich hätte Gründe finden können, die Bekanntmachung dieser Untersuchung noch anfzuschieben. Zwar nicht in Hoffnung, eine vollständigere Auflösung zu finden; dieses überlasse ich sehr gern geübteren Mathematikern; sie mögen die wissenschaftliche Eleganz nachtragen, nachdem ich für das Bedürfniss glaube gesorgt zu haben. Aber einestheils fehlte mir bis jetzt die Musse zu einer ausführlicheren Berechnung in Zahlen; anderntheils mangelt im Publicum eine hinreichende Kenntniss meiner metaphysischen Principien; und ich werde scheinen, manches, was für mich streng erwiesen ist, hier nur bittweise vorauszusetzen.

Dennoch hängt an diesem letztern Umstande (verbunden mit dem Wunsche, mir mathematische Belehrungen zu verschaffen,) der Hauptgrund, weshalb ich diese Abhandlung schon jetzt herausgebe. — Zwar bin ich weit entfernt, Metaphysik auf Psychologie bauen zu wollen; vielmehr habe ich die völlige

[1] Vergl. die *Rede gehalten an Kant's Geburtstage*, 22. *April* 1810 im XII Bde.

[2] Vergl. die vorhergehende Abhandlung über die Tonlehre.

Ueberzeugung, dass jedes Unternehmen dieser Art falsche metaphysische Begriffe durch Erschleichungen einführt, die man eben da begeht, wo man nur die einfachsten Thatsachen des Bewusstseins auszusprechen glaubt. Umgekehrt, die allgemeine Metaphysik muss fest und ausgearbeitet da stehn, ehe man es wagen darf, von den sogenannten *Thätigkeiten* und *Gesetzen*, wohl gar von den *Vermögen* des Gemüths, nur Ein Wort zu reden. — Allein ein Anderes ist, Metaphysik auf Psychologie bauen; ein Anderes, Metaphysik *mit Hülfe psychologischer Lehren* für diejenigen *verständlicher machen*, welche unaufhörlich, ohne es selbst zu merken, ihre psychologischen Irrthümer da einmengen, wo man für eine ächte Metaphysik auch nur die ersten Vorbereitungen treffen will. Wie nothwendig es sei, auf solchem Wege das Verstehen zu erleichtern, daran bin ich allzuoft, und durch Allzuvieles gemahnt worden.

Es ist mir nicht entgangen, dass man meine Schriften, die unter dem Einflusse einer andern, als der gewöhnlichen psychologischen Ansicht entstanden sind, sämmtlich darum missverstanden hat, weil man in meine psychologische Vorstellungsart theils sich nicht zu finden wusste, theils sich nicht die Mühe gab, die deshalb gegebenen Winke zu beachten. Ich will gern einen Theil der Schuld auf die äusserste Kürze schieben, deren ich in meinen *Hauptpuncten der Metaphysik* mich bedient habe. Aber man hat kein Bedenken getragen, mir statt gründlicher Prüfung, welche ich würde verdankt haben, solche Einwürfe entgegen zu stellen, von denen man, bei der leichtesten Bekanntschaft mit meinem System, voraus wissen musste, dass ich sie keiner Beantwortung werth achten könne. *

* Das kürzeste Beispiel wird hier das beste sein. „*Kein Gedanke folgert, sondern die Vernunft!*" Dieser Spruch ist gegen einen Satz in meiner Metaphysik ergangen, der so lautet: „Speculation ist der willkürlose Gang des zur Umwandlung vordringenden Gedankens." In diesem Satze ist *erstlich*, (wie sichs bei aller dialektischen Untersuchung gebührt, damit sie nichts Psychologisches einmenge,) das Wort *Gedanke* soviel als *Gedachtes*, und es wird geredet von einer Nothwendigkeit der Umwandlung eines Gedachten, welches widersprechend, und dennoch gegeben ist, daher es nicht verworfen werden kann, sondern im Denken umgearbeitet werden muss. Keine Rede aber ist von der psychologischen Frage, wo die Thätigkeit des Denkens liege, ob in dem Gedanken, oder in der Vernunft. Es war also in dieser Hinsicht jene Bemerkung unrecht angebracht. *Zweitens* aber musste der Leser meiner Metaphysik wissen, dass, so sehr ich das *Vernünftige*

Es ist das gewöhnliche Schicksal neuer Lehren, mit Missverständnissen, in Form absprechender Urtheile, begrüsst zu werden. Mich aber können dergleichen Missverständnisse nicht hindern, meine, von einem festen Plane geleiteten Arbeiten, öffentlich fortzusetzen. Die gegenwärtige Abhandlung mag den Eingang zur Psychologie, eine andre, nächstens erscheinende (über die Elementar-Attraction) den Eintritt in eine bessere Naturphilosophie bezeichnen. Vielleicht, dass Einige, indem sie diesen Arbeiten zusehen, dadurch für die Untersuchung der ersten Principien Neigung und Empfänglichkeit gewinnen werden, welcher in der Folge eine ausführlichere Darlegung der allgemeinen Metaphysik entgegenkommen kann.

Noch muss ich ausdrücklich bemerken, dass, im Fall Jemand fernerhin meine Pädagogik einer Prüfung zu unterwerfen Belieben tragen sollte, ich von demselben die Kenntniss meiner praktischen Philosophie, meiner Hauptpuncte der Metaphysik, und der gegenwärtigen Abhandlung erwarte. —

suche und schätze, ich dennoch die *Vernunft*, sammt ihren vorgeblichen Formen und Gesetzen, geradezu für ein Unding erkläre, das nirgends, als in den Erschleichungen der Psychologen, existirt. Wer sich nun dennoch, mir gegenüber, auf die *Vernunft in Person* beruft, der begeht nichts anderes, als eine *petitio principii*. Auch ist es vielfältig gesagt, und wiederholt worden, dass die Menge der angenommenen Seelenkräfte sich zur Einheit des Bewusstseins nicht schicke. Zwar sucht man diesen Irrthum zu bemänteln, indem man behauptet, die vielen Kräfte seien nicht Vieles, sondern, auf unbegreifliche Weise, im Grunde nur Eins. Aber die Antwort versteht sich von selbst; diese nämlich, dass hier nichts Unbegreifliches, sondern klar und deutlich ein widersprechender Begriff behauptet werde, nämlich der Begriff von Einem, das nicht Eins, sondern im Grunde Vieles ist. Freilich hat man sich in manchen Systemen an diesen Begriff gewöhnt bis zur Blindheit auch gegen die härtesten und offenbarsten Widersprüche. Daher habe ich den ungerechtesten aller Vorwürfe hören müssen; den Vorwurf *willkürlich ersonnener Widersprüche!!* Man führt mich dadurch in Versuchung, diejenigen allerleichtesten Vorbereitungen drucken zu lassen, welche ich den Anfängern in der Philosophie mündlich vorzutragen pflege. Männer, die Geschichte der Philosophie nicht bloss gelernt, sondern durchdacht haben, sollten dergleichen zu entbehren wissen. Denn alle wahren Originaldenker haben diese Widersprüche entweder gefühlt und verworfen, oder zwar in ihre Principien aufgenommen, aber zugleich durch die fernern Erörterungen so kennbar hingestellt, dass man bei der Kritik ihrer Systeme nicht umhin kann, darauf zu stossen. Das Schlimmste freilich ist, dass sie, um einigen Widersprüchen auszuweichen, in andre unvermerkt verfallen sind, welches bei Plato, Leibnitz, Spinoza, Kant, Fichte, nicht schwer zu erkennen ist.

Es kann jetzt zuvörderst dienlich sein, etwas zur Erklärung der hier gewählten Ueberschrift zu sagen. An der Voraussetzung, dass den Vorstellungen gewisse Grade von *Stärke* zukommen, wird nicht leicht Jemand Anstoss nehmen; man ist aus der gemeinen Psychologie daran gewöhnt. Hier aber wird diese Stärke in doppelter Hinsicht untersucht werden, theils die absolute, theils die relative. Die absolute Stärke kommt einer Vorstellung zu, ohne Rücksicht auf den Grad des Bewusstseins derselben in einem bestimmten Augenblick; die relative hingegen ist die grössere oder geringere Lebendigkeit derselben im Bewusstsein; gleichsam der augenblickliche Grad des Wachens dieser Vorstellung.

Sowohl die absolute, als die relative Stärke sind *Functionen der Zeit.* Das Wort Function wird hier im mathematischen Sinne genommen, wo es eine veränderliche Grösse bedeutet, sofern dieselbe abhängt von einer andern veränderlichen.

Die Rede ist nämlich von einer *gegebenen* Vorstellung, oder bestimmter, von einer Vorstellung, insofern sie eben jetzt, während eines gewissen Laufs der Zeit, *gegeben wird.* Hier setze ich voraus, man wisse aus meinen Hauptpuncten der Metaphysik wenigstens historisch, dass ich entschiedener Realist bin, dass ich den Realismus auf die Widerlegung des Idealismus gründe; dass ich folglich wohlüberlegter Weise von gegebenen Vorstellungen rede. Dennoch behaupte ich einstimmig mit dem Idealismus, dass die Seele alle ihre Vorstellungen völlig aus sich selbst erzeugt, (wenn schon auf bedingte Weise,) dass sie dabei nichts Fremdes von aussen her aufnimmt und sich geben lässt. (Wie dies zusammenhängt, darüber vergleiche man §. 5 und 13 meiner Hauptpuncte der Metaphysik.) Demnach ist der Ausdruck: *gegebene* Vorstellung, nicht insofern realistisch, als ob man die allergemeinsten Ansichten vom *Influxus physicus* hierauf übertragen solle: realistisch ist er vielmehr theils durch die entschiedene Voraussetzung der Seele als eines *Wesens*, in Wechselwirkung mit andern Wesen; theils durch die Zulassung der Ansicht, dass Zeit verfliesse, während die Seele ihre Vorstellungen erzeugt. Uebrigens steht die gegebene Vorstellung entgegen der schon vorhandenen, und besonders der wiedererweckten.

Man denke sich nun, des Beispiels wegen, irgend ein Hören oder Sehen, irgend ein Wahrnehmen, das eben jetzt geschieht, und fortdauert. Bräche in einem gewissen Augenblick die

Wahrnehmung ab, (verschwände das Licht, schwiege der Ton,) so würde dennoch das Vorstellen des Wahrgenommenen nicht sogleich aufhören. Man weiss dieses aus der Erfahrung; es lässt sich auch aus der Lehre vom Ich *à priori* entwickeln; und alsdann folgt aus allgemeinen metaphysischen Gründen weiter, dass ein Vorstellen, wenn es überhaupt noch nach der sogenannten sinnlichen Wahrnehmung fortdauert, nie von selbst erlöschen oder sich vermindern könne, sondern anhalte gleich einer einmal begonnenen Bewegung, die auch nur durch Hindernisse zur Ruhe gebracht werden kann.

Von hier aus muss man in einer zwiefachen Betrachtung weiter gehn. Erstlich um zu erwägen, in wiefern eine Vorstellung Function der Zeit sein könne, zweitens, in wiefern sie durch Hindernisse zur Ruhe gebracht werden möge.

Bräche in einem gewissen Augenblicke die Wahrnehmung ab, so würde das Vorstellen nicht bloss fortdauern, sondern in bestimmter Stärke fortdauern. Aber bräche dieselbe Wahrnehmung später ab, so würde diese Stärke grösser sein. Auch hierüber weiss man aus der Erfahrung so viel, dass eine Wahrnehmung, die nur allzukurze Zeit dauert, einen schwachen Eindruck zurücklässt, und dass eine gewisse Verweilung nöthig ist, um uns einer Wahrnehmung gehörig zu versichern. Aber dieses *Gehörig*, und jene *gewisse Verweilung*, sind unbestimmte Begriffe, dergleichen in einer gründlichen und genauen Psychologie keinen Platz finden können. — Ginge man bloss von dem zuerst sich darbietenden Gedanken aus, *jeder Augenblick des Wahrnehmens lasse ein Vorstellen zurück:* so würde man auf die Annahme kommen, *die Stärke des Vorstellens müsse der Dauer der Wahrnehmung proportional sein.* Dieses folgt nämlich, so lange man keine Gründe sieht, weshalb das Wahrnehmen, und das von jedem Wahrnehmen in unendlich kleiner Zeit nachbleibende Vorstellen, in verschiedenen Zeitpuncten verschiedene Stärke haben sollte. Allein hiemit stimmt die Erfahrung ganz und gar nicht überein; sie zeigt vielmehr allgemein, dass eine Wahrnehmung, die in mässiger Stärke eine mässige Zeit lang gedauert hat, fernerhin nicht merklich gewinnt, wenn sie auch noch so lange fortgesetzt wird. Daraus sieht man sogleich, dass die Stärke der Vorstellung (sowohl die absolute, als die relative,) eine solche Function der Zeit sein müsse, die zwar mit der Zeit wächst, aber so, dass sehr bald der Zuwachs sich bis zum Unmerk-

lichen vermindert. Wem die Vorstellung solcher Functionen ungeläufig wäre, der möchte sich allenfalls denken, er ginge auf der Tangente eines Kreises immer fort, und bemerkte die dadurch bestimmte Eröffnung des zugehörigen Winkels, welche freilich wachsen, aber immer weniger wachsen würde, je weiter man auf der Tangente vorrückte.

Für die zweite Betrachtung, in wiefern eine Vorstellung durch Hindernisse zur Ruhe gebracht werden möge, ist es nöthig, sich an den Gegensatz der Vorstellungen unter einander zu erinnern. Derselbe ist an dem Beispiel der Tonlinie gezeigt und ausführlich erwogen worden in den Bemerkungen über die Tonlehre (man sehe das vorige Heft dieser Zeitschrift)[1]. Dass eben so auch für andre sinnliche und formale Vorstellungen bestimmte Hemmungsgrade stattfinden, darf kaum gesagt werden. Nur die obige Vergleichung mit der Bewegung muss man nicht zu weit ausdehnen. Verminderung der Bewegung ist partielle; und bei gänzlichem Stillstande, totale Vernichtung derselben. Aber die Hemmung der Vorstellungen vernichtet nicht, sondern verwandelt das aufgehobene Vorstellen in ein *Streben vorzustellen.* Man kann die, sich gegenseitig hemmenden Vorstellungen einigermaassen mit Stahlfedern vergleichen, die, gegen einander gespannt, und zum Theil oder ganz gegen eine feste Wand gedrückt, (bei dieser Wand denke man an die *Schwelle des Bewusstseins,*) sogleich wieder in ihre erste Lage zurückschnellen werden, sobald das Hinderniss gehoben wird. Die Erfahrung von den wiedererweckten Vorstellungen bestätigt dies; die eigentlichen Gründe aber sind im §. 13 der Hauptpuncte der Metaphysik angegeben.

Nach diesen Vorerinnerungen zur Sache!

1.

Die Berechnung des Steigens und Sinkens der Vorstellungen im Bewusstsein, — dieses allgemeinsten aller psychologischen Phänomene, von welchem die sämmtlichen andern nur Modificationen sind, — würde nur ein ganz leichtes algebraisches Verfahren erfordern: wenn die Vorstellungen geradehin als vorhanden in ihrer ganzen Stärke könnten angesehen werden; wenn nicht eine jede derselben ursprünglich in zeitlicher Wahr-

[1] Vergl. die vorhergehende Abhandlung.

nehmung allmälig, und mitten unter schon vorhandenen entgegengesetzten, erzeugt würde. Aber eben um dieses Umstandes willen ist jede gegebene Vorstellung ein Integral; und kann nur durch höhere mathematische Untersuchungen als Function der Zeit bestimmt werden.

2.

Um diese Untersuchung vorzubereiten, betrachte man zuvörderst eine leichtere Frage, nämlich die vom Sinken der Hemmungssumme. Der letztere Ausdruck bezeichnet alles dasjenige, was, unter Voraussetzung eines gewissen Gegensatzes schon vorhandner Vorstellungen, von allen diesen Vorstellungen *zusammengenommen*, wird gehemmt werden müssen, ehe unter derselben ein ruhiges Gleichgewicht stattfinden kann. Um sich in diesen Begriff zu finden, bedenke man, dass der Gegensatz, und die hemmende Kraft nicht etwan eine Eigenschaft irgend einer einzelnen Vorstellung ist, sondern dass der Gegensatz *unter* ihnen *entsteht*, dass eine jede Vorstellung sich in eine hemmende Kraft nur insofern verwandelt, als sie mit den übrigen im Bewusstsein nicht zusammen bestehn kann. Verfehlt man dieses, und bildet man sich irgend etwas ein, das an sich selbst Kraft wäre, so verdirbt man sich die Ansicht der ganzen Psychologie. — Eben darum nun, weil die hemmenden Kräfte nur im Zusammentreffen entspringen: kann auch von keiner einzelnen Vorstellung unmittelbar bestimmt werden, wieviel sie hemme, oder wieviel von ihr gehemmt werde; sondern zuerst findet sich aus dem Gegensatz aller gegen einander die Hemmungssumme, und alsdann erst, durch Vertheilung dieser Summe, der Verlust für jede einzelne. Die Hemmungssumme anzugeben, ist in einigen Fällen leicht, in andern sehr schwierig; hier bekümmert uns fürs erste diese Frage ganz und gar nicht.

Wohl aber muss bemerkt werden, dass das Sinken einer vorhandenen Hemmungssumme Zeit brauche; weil dabei die Vorstellungen verschiedene Zustände successiv durchlaufen müssen. Die Geschwindigkeit dieses Sinkens hängt von der Nöthigung zum Sinken ab; die Nöthigung ergiebt Anfangs die Hemmungssumme selbst, weiterhin derjenige Theil von ihr, welcher in jedem bestimmten Zeitpuncte noch ungehemmt ist. Daraus findet sich das Gesetz des Sinkens.

Es sei die ganze Hemmungssumme $= S$; das am Ende der Zeit $t$ schon Gehemmte $= \sigma$; so ist

$$(S-\sigma)\,dt = d\sigma,$$

$$dt = \frac{d\sigma}{S-\sigma},$$

$$t = log.\,\frac{Const}{S-\sigma}.$$

Aber für $t=0$ ist $\sigma=0$, also $Const=S$; $t=log.\,\frac{S}{S-\sigma}$ und daraus $\sigma=S\,(1-e^{-t})$; $S-\sigma=Se^{-t}$.

Man sieht hieraus, dass $\sigma$ für keine Zeit gänzlich $=S$ wird, d. h. dass die Hemmungssumme nie gänzlich sinkt, sondern die Vorstellungen, zwar Anfangs sehr rasch, aber weiterhin immer träger, ihrem Gleichgewichte, und folglich dem entsprechenden Zustande einer jeden, welchen man deu *statischen Punct* nennen kann, sich annähern.

3.

Das eben Erwiesene zeigt, dass eine Wahrnehmung, wenn sie hinzukommt zu einer im Bewusstsein schon vorhandenen Vorstelluugsmasse, dieselbe nie in völligem Gleichgewichte antreffen werde, sondern dass es jederzeit irgend ein $S-\sigma$ geben müsse, welches sich in den Fortgang des Wahrnehmens einmischen werde.

Ehe wir aber diese Betrachtung verfolgen können, müssen wir in die allgemeine Metaphysik zurückgreifen, um das Gesetz zu finden, nach welchem eine Wahrnehmung im Laufe der Zeit anwachsen *würde*, wenn gar keine schon vorhandenen Vorstellungen im Bewusstsein anzutreffen wären.

Alle Vorstellungen sind Selbsterhaltungen der Seele; und jede Vorstellung wird zunächst durch irgend eine der zahllosen zufälligen Ansichten, welche von der Seele, als einem Wesen, möglich sind, bestimmt; (man sehe *Hauptpuncte der Metaphysik* §. 5, 11, 12, 13.) Einer Selbsterhaltung aber kommt ursprünglich gar kein Grössenbegriff zu; weil indessen ihre Bedingungen, die Störung * und das Zusammen, einer Verminderung fähig sind, so kann auch eine verminderte Intension der Selbsterhaltung vorkommen, die alsdann auf die vollkommne Selbsterhaltung wie ein Bruch auf die Einheit bezogen werden

* Zu einer wirklichen Störung kommt es nie, so wenig wie beim Druck der Körper zu einer Bewegung; man misst aber den Druck nach der Bewegung, die erfolgen sollte, wenn der Druck nicht Widerstand fände: auf ähnliche Art verhält sichs mit der Störung.

muss. Als dergleichen Brüche nun sind alle Vorstellungen anzusehn, insofern sie einer Verstärkung fähig sind.

Die Möglichkeit, dass die Seele eine gewisse Vorstellung noch fernerhin erzeuge, nenne ich die *Empfänglichkeit* für diese Vorstellung. Es würde von dieser Möglichkeit nichts mehr vorhanden, oder, wie man auch sagen kann, die Empfänglichkeit würde erschöpft sein, wenn die Seele jene Vorstellung schon vollständig erzeugt hätte. Alsdann wäre das nämliche Vorstellen nur noch durch Wiedererweckung der schon erzeugten Vorstellung möglich; (gewisse Umstände bei Seite gesetzt, welche an eine Erneuerung der Empfänglichkeit zu denken gestatten, und die hier keinen Einfluss haben können.) Ist aber die Empfänglichkeit zum Theil erschöpft, so wird nur noch ein Theil derselben übrig sein; nach welchem sich alsdann der Anwachs des Vorstellens bei fortdauernder Wahrnehmung bestimmen muss.

Ferner ist von selbst klar, dass der Grad der Störung, oder wie wir es im gemeinen Leben nennen, der Grad der Wahrnehmung, (z. B. die Helligkeit des Sichtbaren, die Stärke eines Tons,) in jedem Augenblick ein bestimmter sein werde; imgleichen, dass bei einem höhern Grade der Wahrnehmung sich die Empfänglichkeit schneller erschöpfen müsse, als bei einem niedrigeren.

Dies vorausgesetzt, wird folgende Rechnung verständlich sein. Es sei die Empfänglichkeit beim Anfange der Wahrnehmung $=\varphi$, folglich $\varphi$ eine Constante; ferner das Gegebene, nach Ablauf einer Zeit $= t$, sei $= z$; und der, hier als sich gleichbleibend angesehene Grad der Wahrnehmung, $= \beta$. So ist zuvörderst $\varphi - z$ die noch übrige Empfänglichkeit nach Ablauf der Zeit $t$; und ferner

$$\beta\,(\varphi - z)\,dt = dz,$$

$$\text{oder } \beta\,dt = \frac{dz}{\varphi - z},$$

$$\beta t = \log.\frac{Const}{\varphi - z}.$$

Für $t=0$ ist $z=0$, folglich $\beta t = \log.\frac{\varphi}{\varphi - z}$, woraus $z = \varphi\,(1 - e^{-\beta t})$ und $\frac{dz}{dt} = \beta\varphi e^{-\beta t}$.

Für $t = \infty$ oder $\beta = \infty$ würde $z = \varphi$, und $\varphi - z = 0$, also kann die Empfänglichkeit eigentlich nie ganz, wohl aber sehr bald

dem grössten Theile nach erschöpft werden, besonders wenn man für $\beta$ eine einigermaassen grosse Zahl nehmen will.

Der Quotient $\frac{dz}{dt}$ bezeichnet die Stärke des Anwachsens der Vorstellung in jedem Augenblick. Diesen wolle man ja nicht verwechseln mit der Stärke der Wahrnehmung, die allein von $\beta$ abhängt, und sich immer gleich bleiben kann, so lange $\beta$ das nämliche ist. Denn die Stärke der Wahrnehmung kann zum Theil Reproduction des schon vorhandenen Vorstellens sein; dort aber war von dem *Gewinn* für dieses schon vorhandene Vorstellen die Rede.

Um dieses so viel besser einzusehn, und zugleich einen Vorblick auf die Hauptaufgabe zu werfen, bedenke man, dass, wenn kein Unterschied wäre zwischen dem ganzen schon vorhandenen Vorstellen, und dem Grade der augenblicklichen Wahrnehmung, dieser Grad durch die blosse Dauer der Wahrnehmung erhöht werden müsste, so wie dadurch ohne Zweifel das vorhandene Vorstellen vermehrt wird. Es müsste uns also ein Ton stärker zu werden scheinen, je länger er klingt, und eine Farbe heller, je länger wir sie sehen. Dieses geschieht nicht; wohl aber prägt das länger Wahrgenommene sich tiefer ein, und springt bei jeder Reproduction kräftiger hervor. Darin erkenne man den Anwachs des vorhandenen Vorstellens, der für jeden Augenblick durch $\frac{dz}{dt}=\beta\gamma e^{-\beta t}$ ausgedrückt wird.

Aber nun liegt allerdings die Frage in der Nähe: warum denn nicht die blosse Dauer den Grad der Wahrnehmung erhöhe? Warum nicht längeres Hören den Ton verstärke, längeres Sehen die Farbe erhelle? Es sollte und müsste so sein, wenn das ganze vorhandene Vorstellen während der Dauer der Wahrnehmung vollständig im Bewusstsein gegenwärtig bliebe. Umgekehrt, da es nicht also geschieht, so folgt, dass das vorhandne Vorstellen, so wie es nach und nach erzeugt wird, auch eben so nach und nach, vom ersten Augenblick bis zum letzten, und noch über die Dauer der Wahrnehmung hinaus, einer Hemmung ausgesetzt sei, welche von andern, entgegengesetzten, auch im Bewusstsein gegenwärtigen Vorstellungen abhängt. *

* Man darf sich nicht einbilden, dass die Hemmung gleichsam ein Stück abschneide, und das Uebrige ungehemmt zurücklasse. Sondern das ganze

Es gehört also zu demjenigen Differential, welches den Anwachs des Vorstellens anzeigt, noch ein anderes, welches die augenblickliche Hemmung ausdrückt; und dieses letztere ist es eigentlich, welches wir in der gegenwärtigen Abhandlung zu bestimmen suchen. Wird dasselbe integrirt, so muss daraus die ganze Hemmung während einer beliebigen Zeit, und hieraus durch Abzug von dem ganzen Gegebenen, oder von $z$, als Rest, das im Bewusstsein gegenwärtige Vorstellen gefunden werden. *

Hieran knüpft sich nun das, was oben über den Unterschied der absoluten und relativen Stärke gesagt wurde. Die absolute Stärke ist $= z$, das Relative ist der eben erwähnte Rest, nach Abzug jenes Integrals, das dem noch zu bestimmenden Differential angehören wird, von $z$ oder von der absoluten Stärke. Beides aber, sowohl die absolute, als die relative Stärke, sind als endliche Grössen zu unterscheiden nicht bloss vom augenblicklichen Anwachs des Vorstellens, sondern auch von der augenblicklichen Wahrnehmung, die neben jenen ein unendlich Kleines ist, aber dagegen vollkommene Klarheit des Bewusstseins besitzt.

## 4.

Es kann im Vorhergehenden eine Schwierigkeit zu liegen scheinen, die erst gehoben werden muss, ehe wir weiter gehn. Man denkt nämlich unter $\beta$ und $t$ zunächst Zahlen; aber welcher Einheit gehören diese Zahlen? Was ist das Maass der Zeit und der Stärke? Diese Frage kann um so bedenklicher scheinen, da man offenbar die sogenannte empirische Zeit, das heisst, die Zeit, die unser Vorgestelltes im Laufe der sinnlichen Wahrnehmungen ist, nicht geradehin vergleichen kann mit derjenigen Zeit, welche, man möchte sagen, *wirklich verläuft*, damit wir Vorstellungen bekommen, — dass heisst eigentlich,

---

nur nicht völlig gehemmte Vorstellen geräth dadurch in einen gedrückten Zustand, der es von der Klarheit des für den Augenblick sinnlich Gegenwärtigen unterscheidet.

* Der Ausdruck *Rest* ist eine Redensart, die man gehörig verstehen muss. Eigentlich bedeutet dieser Rest nur den noch vorhandenen Grad der Klarheit, so wie das Gehemmte den Grad der Verdunkelung des Vorstellens. Diese Bemerkung muss man sich für diese ganze Untersuchung gegenwärtig erhalten.

welche in der metaphysisch-psychologischen Betrachtung angenommen wird, um die Vorstellungen zu erklären.

Durch die Verwechselung jener Zeit mit dieser würde man allerdings einen Fehler begehn. Es bedarf aber auch fast nur dieser Warnung, um die Sache ins Reine zu bringen. In der That lässt sich so geradezu kein Maass der Zeit und der Stärke angeben. Die Aufsuchung solcher Maasse aber ist auch eine ganz andre Untersuchung, als die gegenwärtige. Wir haben es für jetzt mit *Verhältnissen* von Zeit, und *Verhältnissen* von Stärke zu thun, und diese lassen sich, auch wenn die Einheiten unbestimmt bleiben, durch blosse Zahlen sehr gut ausdrücken. Das ganze Gesetz des Verlaufs, sowohl vom Sinken der Hemmungssumme, als vom Anwachs des Vorstellens, liegt in den obigen Formeln vor Augen. Dasselbe würde in der Mechanik die Formel $s = g t^2$ leisten, auch wenn man $g$, den Fallraum in der Secunde, nicht kennt.

Uebrigens wird niemand in Gefahr sein, die Einheit für jenes $t$ als etwas nach unserm empirischen Zeitmaasse unendlich Kleines oder unendlich Grosses anzusehn. Vielmehr mag sich die Einheit für $t$ nach unsern Minuten, entweder als ein Bruch, oder als eine mässige Vervielfältigung derselben, bequem bestimmen lassen. Denn bei Wahrnehmungen, die einen Theil der Minute dauern, bemerken wir schon die Wirkung jenes Gesetzes von dem allmälig verminderten Anwachsen des Vorstellens; lang anhaltende Wahrnehmungen werden bald langweilig, indem sie nichts Neues ins Bewusstsein bringen. Dieses ereignet sich bei der gewöhnlichen Stärke, welche für unsre Sinne eine mässige genannt werden mag; man wird also auch die Einheit für $\beta$ nicht besonders gross oder klein denken.

Schärfere Untersuchungen über das Maass der Zeit und der Stärke aber können alsdann erwartet werden, wann erst die Gesetze, nach welchen wir die empirische Vorstellung des Zeitlichen bilden, gehörig werden ergründet sein. Allein von den hierüber angestellten Nachforschungen lässt sich für jetzt nichts mittheilen.

5.

Man halte nun zusammen, was in §. 3 am Ende, über das zu bestimmende Differential, und in §. 2 über den Gang einer Untersuchung gesagt ist, aus welcher erkannt werden soll, wie viel von jeder einzelnen Vorstellung gehemmt werde. Daraus

wird sich ergeben, dass zuvor die gesammte Hemmungssumme für alle, gleichzeitig während des Verlaufs einer Wahrnehmung im Bewusstsein gegenwärtigen, Vorstellungen gesucht werden müsse, ehe man bestimmen könne, welcher Hemmung das Wahrgenommene insbesondere ausgesetzt sei.

Die Hemmungssumme wächst ohne Zweifel fortdauernd während der Wahrnehmung. Denn das Wahrgenommene wird in einem bestimmten Gegensatz gegen die früher vorhandenen Vorstellungen stehn; und da es, Anfangs wenigstens, die schwächste der gleichzeitigen Vorstellungen sein wird, auch nach den schwächern Vorstellungen sich die Bestimmung der Hemmungssumme vorzugsweise richtet (Hauptp. d. Metaph. §. 13): so trägt das Wahrgenommene, gemäss seinem Hemmungsgrade,* zu der Hemmungssumme so lange bei, wie lange nicht etwa durch den Anwachs der neuen Vorstellung ein andres Gesetz für die Bildung der Hemmungssumme eintritt; ein Fall, der nicht der häufigste sein wird, und den wir hier nicht berücksichtigen.

Der Hemmungsgrad heisse $\pi$, so ist erstlich, $\pi$ entweder ein ächter Bruch, oder höchstens $=1$, weil keine Vorstellung mehr als *ganz* gehemmt werden kann; zweitens findet sich aus $\frac{dz}{dt}=\beta\varphi e^{-\beta t}$ in §. 3 für die augenblickliche Zunahme der Hemmungssumme der Ausdruck $\pi\beta\varphi e^{-\beta t}\,dt$.

Aber die Hemmungssumme nimmt nicht bloss zu: sie nimmt zur nämlichen Zeit auch ab; eben darum, weil die Nöthigung zur wirklichen Hemmung in der Hemmungssumme liegt. Sei also die gesuchte Hemmungssumme $=v$, so ist die Abnahme derselben $=v\,dt$.

Diess zusammengenommen ergiebt

$$dv=\pi\beta\varphi e^{-\beta t}\,dt-v dt,$$

$$\text{oder } dv+v dt=\pi\beta\varphi e^{-\beta t}\,dt.$$

Nach einer bekannten Formel ist hieraus

$$v=e^{-t}.\left(\int e^{t}.\,\pi\beta\varphi e^{-\beta t}\,dt+Const.\right).$$

* Der Hemmungsgrad beruht bloss auf der Qualität, nicht auf der Stärke. In der Abhandlnng über die Tonlehre kam alles auf den Hemmnngsgrad an; die Stärke nnd die allmälige Entstehung der Vorstellungen wurde bei Seite gesetzt; daher konnten leichte algebraische Rechnnngen ausreichen.

Aber $\int e^t \cdot e^{-\beta t}\, dt = \int e^{(1-\beta)t}\, dt = \frac{1}{1-\beta} \cdot e^{(1-\beta)t}$;
folglich $v = \frac{\pi\beta\varphi}{1-\beta} \cdot e^{-\beta t} + Ce^{-t}$.

Um die Constante zu bestimmen, muss man sich an die Bemerkung erinnern, die im §. 3 gleich im Anfange gemacht ist. Nämlich wenn $t=0$, das heisst, im Beginnen der Wahrnehmung, findet sich im Bewusstsein irgend ein Rest derjenigen Hemmungssumme, welche den eben im Bewusstsein vorhandenen Vorstellungen zugehört. Dieser Rest heisse, wie oben, $S-\sigma$;* so ist $v=S-\sigma$ für $t=0$, daher

$$S-\sigma = \frac{\pi\beta\varphi}{1-\beta} + C,$$

und nun $v = \frac{\pi\beta\varphi}{1-\beta} \cdot e^{-\beta t} + \left(S - \sigma - \frac{\pi\beta\varphi}{1-\beta}\right) e^{-t}$.

Hiebei ist noch zu bemerken, dass für den besondern Fall, wenn $\beta=1$ gesetzt wird, die Function $\frac{e^{-\beta t} - e^{-t}}{1-\beta} = \frac{0}{0}$ wird. Differentiirt man Zähler und Nenner nach $\beta$, so findet sich sogleich ihr Werth $te^{-\beta t}$, oder, (da $\beta=1$,) $te^{-t}$; und

$$v = \pi\beta\varphi te^{-t} + (S-\sigma)\, e^{-t}.$$

Dasselbe ergiebt die obige Integration, wenn sie gleich Anfangs unter der Voraussetzung $\beta=1$ angestellt wird.

## 6.

Um hieraus das gesuchte Differential, nämlich das Sinken des Wahrgenommenen, abzuleiten, müssen noch zwei beständige Grössen eingeführt werden, über welche zuvor nöthig ist, einiges zu sagen.

Man nehme zwei im Bewusstsein vorhandene Vorstellungen an, deren Stärke durch die Zahlen $a$ und $b$ ausgedrückt werde, und mit denen sich eine dritte veränderliche, welche allgemein $x$ heissen mag, ins Gleichgewicht setzen solle. Die zugehörige, ebenfalls veränderliche, Hemmungssumme sei $=\Sigma$. Wir lassen für jetzt das Gesetz der Entstehung von $x$ und von $\Sigma$ aus den Augen, um bloss das *Hemmungsverhältniss* zu betrachten. Dieses wird durch zweierlei bestimmt, theils durch die Stärke der einander hemmenden Vorstellungen, theils durch den Grad des Gegensatzes, welcher für jede gegen alle übrigen statt-

* Dieses $S-\sigma$ aber ist eine Constante; und muss an die Stelle des obigen $S$ gesetzt werden, damit es dem neuen Anfangspuncte der Zeit, oder damit $S-\sigma$ der Voraussetzung $t=0$ entspreche.

findet. In Ansehung des erstern Punctes ist klar, dass, je stärker eine Vorstellung, desto geringer ihre Hemmung, oder, dass die Hemmung im umgekehrten Verhältniss der Kräfte geschieht. Ueber den zweiten Umstand bemerken wir hier bloss, dass der Grad des Gegensatzes, welcher für jede Vorstellung aus *allen übrigen zusammengenommen* resultirt, je grösser er ist, desto mehr Hemmung hervorbringt, oder dass die Hemmung mit ihm im geraden Verhältniss stehe. Man füge nun jeder Vorstellung einen *Hemmungscoëfficienten* bei, dessen genauere Bestimmung hier nicht nöthig ist. Es versteht sich von selbst, dass aus der veränderlichen, $x$, nicht eine Veränderung in diesen Hemmungscoëfficienten entstehn kann, denn sie ist nur veränderlich ihrer Stärke nach; von einem Uebergange aber aus einer Vorstellung in eine andre, wobei die Intervalle der Vorstellungen unter einander, folglich auch die Hemmungscoëfficienten verändert werden würden, reden wir hier gar nicht.

| | | | |
|---|---|---|---|
| Es seien nun für | $a$, | $b$, | $x$, |
| die zugehörigen Hemmungscoëfficienten | $\varepsilon$, | $\eta$, | $\vartheta$, so sind |
| die entsprechenden Hemmungsverhältnisse | $\frac{\varepsilon}{a}$, | $\frac{\eta}{b}$, | $\frac{\vartheta}{x}$, |
| oder | $bx\varepsilon$, | $ax\eta$, | $ab\vartheta$. |

Die ganze Hemmung in jedem Zeittheilchen $dt$ ist $\Sigma dt$; und in dem nämlichen $dt$ die Hemmung für $x$, zu finden aus der Proportion

$$(bx\varepsilon + ax\eta + ab\vartheta) : ab\vartheta = \Sigma dt : \frac{ab\vartheta \,.\, \Sigma dt}{(b\varepsilon + a\eta)\, x + ab\vartheta}.$$

Das vierte Glied dieser Proportion ist unser gesuchtes Differential, sobald wir für $x$ und $\Sigma$ die gehörigen Werthe setzen. Uebrigens soll der Kürze wegen $(b\varepsilon + a\eta) = c$, und $ab\vartheta = {'c}$ gesetzt werden. Dies ist so viel räthlicher, weil statt der angenommenen $a$ und $b$ noch viel mehrere Vorstellungen zugleich sich vorfinden können, wodurch dann die Bedeutung von $c$ und $'c$ begreiflicher Weise abgeändert wird, ohne dass dieses Einfluss auf den Gang der folgenden Berechnung hätte.*

## 7.

Der Werth von $\Sigma$ ist bekannt; es ist nämlich $\Sigma$ nichts anderes als das oben im §. 5 berechnete $v$.

* Beide Constanten reduciren sich eigentlich auf eine einzige, nämlich auf den Quotienten $\frac{c}{'c}$. Dies ist zu bemerken für den Umfang der Anwendbarkeit der Rechnung.

Aber die Bestimmuug von $x$ macht eine Schwierigkeit, um derenwillen die gegenwärtige Abhandlung sich begnügen wird, zwei Grenzen anzugeben, zwischen welche das gesuchte Differential fallen muss. Es sollte nämlich $x$ die Stärke ausdrücken, mit welcher das Wahrgenommene widersteht. Wenn nun das *ganze* Wahrgenommene sich zu einer einzigen intensiven Grösse concentrirte, oder als untheilbare Kraft wirkte, so wäre diese Kraft bekannt aus §. 3; sie wäre nämlich das dort berechnete $z$. Allein dieses würde voraussetzen, dass alle die successiv gegebenen Theile von $z$ im Bewusstsein hätten verschmelzen können, wie unfehlbar geschehen wäre, wenn diese Theile einander völlig ungehemmt in der Einheit des Bewusstseins angetroffen hätten. Statt dessen ist $z$ von Anfang an der Hemmung unterworfen; die frühern Theile von $z$, *sofern* sie gehemmt sind, müssen für die nachkommenden als nicht vorhanden angesehen werden; die Verschmelzung ist demnach partiell, und eben diese partielle Verschmelzung ist noch überdies in unaufhörlicher Veränderung begriffen, — es mag Andern überlassen bleiben, nachzusehn, ob sich hieraus ein mathematisch-genau bestimmter Begriff gewinnen lässt.

So viel aber ist klar, dass die concentrirte Stärke des ganzen Gegebenen in jedem Augenblicke zum wenigsten so viel beträgt, als in demselben Augenblicke von dem Gegebenen im Bewusstsein vorhanden ist. Man setze das gesuchte Differential $= dZ$, sein Integral also $= Z$, so ist $z - Z$ dasjenige, was nach Ablauf der Zeit $t$ im Bewusstsein vorhanden, folglich gewiss verschmolzen, und zu einer einzigen Kraft geworden ist.

Dieses ist jedoch nur eine Grenzbestimmung; wenn schon eine solche, die von der Wahrheit nicht weit abweichen kann. Nämlich das, was in einem bestimmten Zeitpuncte verschmolzen war, sinkt in der Folge zum Theil; es verschmilzt also nicht vollständig mit dem Nachkommenden; gleichwohl bleibt es für sich selbst eine Gesammtkraft, und wirkt als solche fort; daher eigentlich eine unendliche Menge kleinerer Gesammtkräfte entsteht, und sich fortdauernd vermehrt, obgleich wiederum dem grössten Theile nach alle diese Gesammtkräfte nur eine einzige ausmachen und als solche wirken.

Es ist demnach zwischen $x = z$ und $x = z - Z$ der wahre Werth von $x$ eingeschlossen; die Unsicherheit des Resultats aber, welche hieraus entspringt, ist bald grösser, bald kleiner,

je nachdem man die übrigen Grössen annimmt. Die Psychologie im Ganzen ist wohl noch weit entfernt, von diesem Mangel an Einsicht irgend einen Nachtheil zu empfinden. Wenigstens sehe ich nicht voraus, dass mich derselbe in fernern Nachforschungen aufhalten könnte.

## 8.

Die beiden Grenzen für das gesuchte Differential sind nun nach §. 5, 6, und 7 folgende:

$$\frac{{}^{\backprime}cvdt}{cz+{}^{\backprime}c}=dZ,$$

und $$\frac{{}^{\backprime}cvdt}{c(z-Z)+{}^{\backprime}c}=dZ.$$

Es ist aber

$$\frac{{}^{\backprime}cvdt}{cz+{}^{\backprime}c}=\frac{{}^{\backprime}c\,.\,\pi\beta\varphi\,.\,e^{-\beta t}\,.\,dt}{(1-\beta)\,.\,(c\varphi\,(1-e^{-\beta t})+{}^{\backprime}c)}+\frac{{}^{\backprime}c\left(S-\sigma-\frac{\pi\beta\varphi}{1-\beta}\right)e^{-t}dt}{c\varphi\,(1-e^{-\beta t})+{}^{\backprime}c},$$

und die Gleichung ${}^{\backprime}cvdt=czdZ-cZdZ+{}^{\backprime}cdZ$ entwickelt sich in

$${}^{\backprime}c\,.\,\frac{\pi\beta\varphi}{1-\beta}\,.\,e^{-\beta t}dt+{}^{\backprime}c\left(S-\sigma-\frac{\pi\beta\varphi}{1-\beta}\right)e^{-t}\,dt$$
$$=c\varphi dZ-c\varphi e^{-\beta t}\,dZ-cZdZ+{}^{\backprime}cdZ.$$

Offenbar nun sind es für die Rechnung zwei ganz verschiedene Geschäfte, jenes Differential, und diese Gleichung zu behandeln. In der letztern sind wegen des Gliedes $c\varphi e^{-\beta t}\,dZ$ die veränderlichen Grössen vermengt, und ich sehe weder, wie sie zu sondern seien, noch wie durch einen Factor die Integration vorbereitet werden könne. Wie ich mit dieser Gleichung verfahren bin, werde ich anzeigen, nachdem das Differential wird in Betracht gezogen sein.

## 9.

Man setze $e^{-\beta t}=x$, (wo demnach $x$ eine andre Bedeutung bekommt als in §. 6 und 7), folglich $e^{-t}=x^{\frac{1}{\beta}}$, ferner $\beta e^{-\beta t}dt=-dx, dt=\frac{-dx}{\beta x}$. Auch sei $\frac{c\varphi}{c\varphi+{}^{\backprime}c}=r$.

Demnach $\frac{e^{-\beta t}\,dt}{c\varphi\,(1-e^{-\beta t})+{}^{\backprime}c}=\frac{-dx}{\beta\,(c\varphi+{}^{\backprime}c)\,(1-rx)}$, und

$$\int\frac{e^{-\beta t}\,dt}{c\varphi\,(1-e^{-\beta t})+{}^{\backprime}c}=\frac{1}{\beta c\varphi}\,.\,log.\,\frac{1-rx}{1-r}=\frac{1}{\beta c\varphi}\,log.\left(\frac{cz}{{}^{\backprime}c}+1\right).$$

Das Integral ist gleich so genommen, dass es für $t=0$ verschwinde.

Ferner $$\frac{e^{-t}dt}{c\varphi\,(1-e^{-\beta t})+{}^{\backprime}c}=\frac{-x^{\frac{1}{\beta}-1}\,dx}{\beta\,.\,(c\varphi+{}^{\backprime}c)\,(1-rx)}.$$

Die Integration von $\frac{x^{\frac{1}{\beta}-1}\,dx}{1-rx}$ richtet sich ohne Zweifel nach dem angenommenen Werthe von $\beta$.

Setzt man $\beta=\frac{1}{m}$, wo $m$ eine ganze Zahl, so hat man den ganz leichten Fall, $\int\frac{x^{m-1}\,dx}{1-rx}$ zu bestimmen.

Ist $\beta=\frac{1}{2}$, (welches wir in der Folge gebrauchen werden,) so kommt $\int\frac{xdx}{1-rx}=-\frac{x}{r}-\frac{1}{r^2}\,log.\,(1-rx)$, oder, damit es für $t=0$ verschwinde, vollständig $\frac{1-x}{r}-\frac{1}{r^2}\,log.\,\frac{1-rx}{1-r}$.

Ueberhaupt aber sei $\beta=\frac{m}{n}$, (welches den Fall $n=1$, oder $\beta=$ einer ganzen Zahl, unter sich begreift): so setze man $x=\omega^m$, also $\frac{x^{\frac{n-m}{m}}\,dx}{1-rx}=\frac{m\omega^{n-1}\,d\omega}{1-r\omega^m}$; alsdann wird die Integration durch gehörige Division und Zerlegung des Nenners in trinomische Factoren vollzogen werden können.

Nur Ein Fall entzieht sich dieser Bestimmung, nämlich der Fall $\beta=1$; aus dem Grunde nämlich, weil nach §. 5 alsdann $v=\pi\beta q\,te^{-t}+(S-\sigma)\,e^{-t}$. Dadurch kommt der erste Theil des Integrals auf die Form

$$\int\frac{log.\,x\,.\,dx}{1-rx}=log.\,x\int\frac{dx}{1-rx}-\int\frac{dx}{x}\int\frac{dx}{1-rx};$$

wobei nach bekannten Anweisungen $\int\frac{dx}{1-rx}=-\frac{1}{r}\,log.\,(1-rx)$ im zweiten Gliede in eine Reihe zu entwickeln ist.

Auf diesem Wege finde ich

$$\int\frac{{}^{\backprime}cvdt}{cz+{}^{\backprime}c}=\frac{{}^{\backprime}c\pi\varphi}{c\varphi+{}^{\backprime}c}\cdot\Big[\frac{1}{r}\,.\,t\,.\,log.\,(1-rx)+1-x+\frac{1}{4}\,r(1-x^2)+\frac{1}{9}\,r^2(1-x^3+\frac{1}{16}\,r^3\,(1-x^4)\ldots\Big]+\frac{{}^{\backprime}c(S-\sigma)}{c\varphi+{}^{\backprime}c}\cdot\frac{1}{r}\cdot log.\,\frac{1-rx}{1-r};$$

unter der Voraussetzung $\beta=1$.

## 10.

Was die Differentialgleichung in §. 8 anlangt, so habe ich gesucht, aus ihr $Z$ durch eine Reihe mit Anfangs unbestimmt angenommenen Coëfficienten zu finden. Man kann eine solche Reihe bilden, die nach Potenzen von $t$ fortschreitet; eine solche ist aber begreiflich nur für kleine $t$ brauchbar, — worauf übrigens am meisten ankommt, denn beim längeren Zeitverlauf

mischen sich fast unfehlbar Umstände ein; welche das Gesetz des Fortgangs völlig verändern. Indessen ist der Begriff des längeren Zeitverlaufs sowohl, als die Zeiteinheit, unbestimmt; und eine gar zu beschränkte Auflösung des Problems überhaupt unangenehm. Ich wählte deshalb zuerst eine Reihe, die nach Potenzen von $e^{-t}$ fortschreitet; dabei aber ereignet sich eine Schwierigkeit in der Bestimmung des Anfangsgliedes der Reihe. Es sei dieselbe

$$Z = A + Be^{-t} + Ce^{-2t} + De^{-3t} + \ldots$$

oder sie mag auch, der Bestimmung von $\beta$ gemäss, durch gebrochene Potenzen von $e^{-t}$ fortgehn: immer wird für $t=0$, $Z = A + B + C + D + \ldots$ Es soll aber alsdann $Z=0$ sein; folglich $A = -B - C$ etc. Man müsste demnach, um das, in der ersten Coëfficienten-Gleichung unbestimmt bleibende, $A$, zu finden, die Summe der unendlichen Reihe aller übrigen, selbst von $A$ abhängenden, Coëfficienten wissen. Fände man ein Mittel, den Werth von $Z$ für $t = \infty$ voraus anzugeben, alsdann würde die Reihe sehr bequem sein; allein ich zweifle sehr, ob dieses möglich sei. Durch Versuche lässt sich in besondern Fällen, wo die Coëfficienten-Reihe convergirt, $A$ ziemlich nahe errathen, und alsdann verbessern; das Verfahren ist jedoch so mühsam und unsicher, dass ich es ganz verlassen, und dagegen ein andres, zwar auch weitläuftiges, aber eine beliebige Genauigkeit gewährendes, vorgezogen habe. Es besteht in Folgendem.

Man setze $1 - e^{-\beta t} = u$, und

$$Z = Au + Bu^2 + Cu^3 + Du^4 + \ldots$$

Eine Constante ist nicht nöthig, weil für $t=0$ auch $u$ und folglich $Z$ von selbst $=0$ werden.

Aus dieser Reihe suche man für irgend ein hinreichend kleines $t$ den Werth von $Z$ mit der Genauigkeit, die man verlangt.

Alsdann setze man weiter $m - e^{-\beta t} - y$, und

$$Z = A' + B'y + C'y^2 + D'y^3 + \ldots$$

Hier ist $m$ eine noch unbestimmte Grösse, der man zu wiederholten Malen einen andern und andern Werth beilegen wird. Man habe nämlich vorhin für ein kleines $t$ den Werth $Z = \alpha$ gefunden, so berechne man aus demselben $t$ auch $e^{-\beta t}$, und setze dieses $= m$, folglich $y = 0$, und daher $A' = Z = \alpha$. Nun werden sich $B'$, $C'$, $D'$, und so weiter, auf gewohnte Weise bestimmen lassen; die Reihe wird für etwas grössere $t$, als die

erste gestattete, brauchbar sein, und man wird, sobald es nöthig wird, das nämliche Verfahren erneuern können, um sich eine noch bequemere Reihe zu verschaffen.

In dem Falle $\beta = 1$ ist hiebei noch erforderlich, dass man $-l(1-u)$ und $-l(m-y) = -lm - l\left(1-\frac{y}{m}\right)$ in eine Reihe auflöse.

Da in dem Falle $\beta = \frac{1}{2}$ ein besonderer, und beachtenswerther Umstand eintritt, so werde ich diese Voraussetzung näher beleuchten, und daran ein paar allgemeine Bemerkungen knüpfen.

Die Gleichung $`cvdt = czdZ - cZdZ + `cdZ$ verwandelt sich *für jedes* $\beta$ durch die Substitution von $u = 1 - e^{-\beta t}$ in folgende:

$$\frac{`c\pi\varphi}{1-\beta}du + \frac{`c}{\beta}\left(S - \sigma - \frac{\pi\beta\varphi}{1-\beta}\right)(1-u)^{\frac{1}{\beta}-1}du$$
$$= c\varphi udZ - cZdZ + `cdZ.$$

Da man aus den angeführten Gründen hier nicht $\beta = 1$ setzen darf, so ist $\beta = \frac{1}{2}$, folglich $\frac{1}{\beta} - 1 = 1$, der einfachste Fall. Wir wollen nun dafür aus $Z = Au + Bu^2 + Cu^3 \ldots.$ die Reihe entwickeln, jedoch absichtlich in dem ersten Gliede die allgemeine Bezeichnung durch den Buchstaben $\beta$ beibehalten.

Es ist nämlich

$$0 = \left.\begin{matrix} + \frac{{}^{\backprime}c\pi\varphi}{1-\beta} \\ + \frac{{}^{\backprime}c}{\beta}\left(S - \sigma - \frac{\pi\beta\varphi}{1-\beta}\right) \\ - {}^{\backprime}cA \end{matrix}\right\} \left.\begin{matrix} - 2\,{}^{\backprime}c(S - \sigma - \pi\varphi) \\ - c\varphi A \\ + cA^2 \\ - 2\,{}^{\backprime}cB \end{matrix}\right\} u \left.\begin{matrix} - 2c\varphi B \\ + 3cAB \\ - 3\,{}^{\backprime}cC \end{matrix}\right\} u^2 \left.\begin{matrix} - 3c\varphi C \\ + 4cAC \\ + 2cB^2 \\ - 4\,{}^{\backprime}cD \end{matrix}\right\} u^3 \left.\begin{matrix} - 4c\varphi D \\ + 5cAD \\ + 5cBC \\ - 5\,{}^{\backprime}cE \end{matrix}\right\} u^4 \begin{matrix} - \dots \\ + \dots \\ + \dots \\ + \dots \\ - \dots \end{matrix}$$

Hieraus folgt zuvörderst allgemein $\frac{S-\sigma}{\beta} = A$; ein wichtiger Satz. Denn da beim Anfange von $t$ alle höhern Potenzen von $u$ neben der ersten verschwinden, so ist ganz Anfangs $Z = Au$. Es ist aber $du = \beta e^{-\beta t}\,dt$ für $t = 0$ soviel als $\beta dt$, folglich Anfangs $Z = Au = \frac{S-\sigma}{\beta}\,.\,\beta dt = (S-\sigma)\,dt$. Das heisst: *der An-*

*fang der Hemmung hängt lediglich ab von $S = \sigma$, die übrigen Grössen mögen sein was sie wollen.* Uebrigens folgt dieser Satz schon aus den Differentialquotienten, denn sowohl $\frac{{}^{\prime}cvdt}{cz + {}^{\prime}c}$, als $\frac{{}^{\prime}cvdt}{c(z - Z) + {}^{\prime}c}$ geben $(S - \sigma)\,dt$ für $t = 0$, alsdann nämlich ist $v = S - \sigma$ und $z$ nebst $Z$ sind $= 0$. Beim nächsten Fortgange der Hemmung aber, der durch $B$ bestimmt wird, bekommt nun schon der Hemmungsgrad $\pi$ einen positiv bestimmenden Einfluss. Es ist nämlich für $\beta = \frac{1}{2}$,

$$B = 2\,\frac{c}{{}^{\prime}c}(S - \sigma)^2 - \frac{c\varphi}{{}^{\prime}c}(S - \sigma) - (S - \sigma) + \pi\varphi.$$

Man kann dieses $= 0$ setzen; und die in diesem Ausdruck vorkommenden Grössen so annehmen, dass die Gleichung mögliche Wurzeln gebe. *Alsdann werden mit $B = 0$ alle übrigen Coëfficienten* $= 0$; und $Z$ ist $= Au$. Indem nun $z = \varphi u$, so kommt $z : Z = \varphi : A$, oder, *das Gehemmte bleibt immer dem Gegebenen proportional;* — eigentlich nur *nahe* proportional, weil diese ganze Rechnung nur eine Grenzbestimmung abgiebt. Wenigstens gewähren alle hierunter begriffenen Fälle eine äusserst leichte Berechnung, und verdienen schon deswegen ausgezeichnet und benutzt zu werden.

Es ist sichtbar, dass dieser Umstand für andre Werthe von $\beta$ nicht stattfindet. Denn wenn $(1 - u)^{\frac{1}{\beta} - 1}$ mehrere Glieder giebt: so hängt $C$ nicht von $B$ allein ab, wird folglich nicht mit ihm $= 0$, und eben so wenig die folgenden Coëfficienten.

Könnte man daher den Fall dieser Proportionalität, oder der Annäherung zu ihr in der Erfahrung aufspüren: so gäbe dieses eine Anleitung, um ein *Maass* für die Stärke der Wahrnehmungen zu erlangen, worauf alsdann die für $\beta$ angenommenen Zahlen sich beziehen würden.

## 11.

Es kommen bei der gegenwärtigen Untersuchung mehrere Grössen vor, die willkürlich anzunehmen sind; und die man eigentlich, um das Resultat vollständig zu überschauen, durch alle ihre möglichen Werthe verfolgen müsste. Ich habe bis jetzt nur einige wenige Berechnungen angestellt, und mit nicht mehr Genauigkeit, als zum Behuf der gewünschten Uebersicht gerade nöthig schien. Bevor ich dieselben mittheile, noch einige allgemeine Bemerkungen über die Grenzen, innerhalb

deren man sich bei der Annahme der Grössen halten muss, damit die Bedingungen der Rechnung nicht überschritten werden.

Zuvörderst kann $\beta$ alle Werthe zwischen 0 und $\infty$ erhalten. Für $\beta=0$ wird $u=0$, folglich, wie sich gebührt, $Z=0$; für $\beta=\infty$ ist allemal $u=1$, ferner $1-u$ und die davon abhängende Partialreihe $=0$, folglich hängt $B$ von $A$ allein ab, aber $A=\frac{S-\sigma}{\beta}$ ist unendlich klein, demnach auch $B$ und sämmtliche folgende Coëfficienten: daher wiederum, wie sichs für unendliche Stärke gebührt, die Hemmung unendlich klein.

Für die übrigen Grössen kommt es zuvörderst darauf an, dass man einen Werth für $\varphi$ festsetze. Dieses ist eigentlich $=1$, (nämlich ursprünglich, nach §. 3,) allein es scheint zur Rechnung bequem, den zehnten Theil dieser wahren Einheit zum Maasse, und folglich $\varphi=10$ zu setzen. Alsdann kann man für $c$, $'c$, und $S-\sigma$ ganze Zahlen nehmen. Die letztgenannten Grössen hängen, wie man sich, aus §. 2 und 6, erinnern muss, auf unbestimmte Weise ab von mehreren Vorstellungen, als intensiven Grössen, die schon früher im Bewusstsein vorhanden sind, und die man nicht füglich grösser als $\varphi$ nehmen kann, weil man sich sonst ohne Grund die Empfänglichkeit für *eine* Vorstellung grösser als für eine andre denken würde. (Hierauf haben übrigens Untersuchungen Einfluss, wovon hier nichts erwähnt werden kann.) Nimmt man aus §. 6 die dort erwähnten $a$ und $b$, jede $=5$, auch $\varepsilon=\eta=\vartheta$, so wird $a+b=c=10$, und $ab='c=25$; welcher Voraussetzungen ich mich in der Folge bediene. Ist ferner $S-\sigma$ das Uebrige der Hemmungssumme zwischen $a$ und $b$, d. h. das, was von ihnen noch gehemmt werden muss, wenn sie für sich allein mit einander ins Gleichgewicht treten sollen, so kann für volle Hemmung die Hemmungsumme höchstens $=5$ sein; alsdann nämlich ist $\sigma=0$; wofern aber $\sigma$ nicht $=0$, oder auch die Hemmung nicht auf vollkommenem Gegensatz beruht, so muss für jene $a$ und $b$ ein kleineres $S-\sigma$ angenommen werden. Ueberdies ist für $S-\sigma$ noch zu beachten, dass es höchstens $=\beta\varphi$ werden kann. Denn nach dem Vorigen ist für den Anfang der Wahrnehmung die erste Hemmung $=(S-\sigma)\,dt$, aber das Gegebene $=\beta\varphi\,dt$, daher das Wahrgenommene weniger dem Gehemmten negativ wird, wenn $S-\sigma>\beta\varphi$, welches offenbar ungereimt ist. — Endlich ist von $\pi$ zu merken, dass es gegen

$S-\sigma$ nicht zu klein genommen werden darf. Denn die Hemmungssumme für die früher vorhandenen Vorstellungen zeigt einen solchen Gegensatz derselben an, dass eine neu hinzukommende, je näher sie einer von jenen steht, um so mehr von den übrigen wird gehemmt werden. Diese Bemerkungen müssen für jetzt hinreichen.

12.

Für die eben angegebenen Werthe $\varphi=10$, $c=10$, $'c=25$, berechne man den Coëfficienten $B$ in §. 10. Es ist

$$B=\frac{4}{5}(S-\sigma)^2-5(S-\sigma)+10\pi.$$

Soll dieses $=0$ sein, so kommt

$$(S-\sigma)^2-\frac{25}{4}(S-\sigma)+\frac{50}{4}\pi=0,$$

$$S-\sigma=3{,}125\pm\sqrt{9{,}76562-12{,}5\pi}.$$

Damit diese Wurzeln möglich seien, ist $\pi$ höchstens $=\frac{9{,}76\ldots}{12{,}5}$ $=0{,}78125$. Von hier an aber giebt es eine ganze Folge von zusammengehörigen Werthen für $S-\sigma$ und $\pi$, bei welchen die vorhin bemerkte Proportionalität statt findet.

Für $\pi=\frac{3}{4}$ finde ich $S-\sigma=\begin{cases}3{,}75\\2{,}5\end{cases}$

$\pi=\frac{1}{2}$, $S-\sigma=\begin{cases}5\\1{,}25\end{cases}$

$\pi=\frac{1}{4}$, $S-\sigma=\begin{cases}5{,}69\\0{,}548.\end{cases}$

Wobei man sich erinnern muss, dass Werthe von $S-\sigma$ über 5 hier nicht zu gebrauchen sind, schon damit nicht $\beta\varphi<S-\sigma$. Auch übersieht man hieraus leicht, für welche Werthe von $\pi$ und $S-\sigma$, $B$ positiv oder negativ sein werde; d. h. ob nach dem ersten Beginnen die Hemmung über die Proportionalität mit dem Gegebenen anwachse, oder dahinter zurückbleibe. Begreiflich gilt dies nur für sehr kleine Zeit, weil sehr bald der Einfluss der folgenden Coëfficienten hinzutritt.

Derjenige Fall, welcher hier gleichsam an der Spitze steht, und für alle andern einen bequemen Standpunct der Uebersicht darbietet, ist der, wo die Wurzeln jener Gleichung für $B=0$ anfangen möglich zu werden: nämlich da, wo $S-\sigma=3{,}125$ und $\pi=0{,}78125$. Ich habe diesen zur Berechnung gewählt, nebst andern Fällen, die sich mit demselben bequem vergleichen lassen.

Meine erste Frage nämlich, nachdem jener leichte Fall durch die Rechnung dargestellt war, betraf die Abänderung, die sich ereignen müsste, wenn kein Ueberrest von der frühern Hemmungssumme statt fände, oder wenn $S-\sigma=0$ wäre. Dann ferner suchte ich einen dritten mittlern Fall, und zwar durch Erhöhung des Hemmungsgrades, der aber nicht über 1 steigen kann, daher noch der Werth $S-\sigma=1$ mit ihm verbunden ist. Endlich erhöhte ich die Stärke der Wahrnehmung, also $\beta$, unter übrigens gleichen Umständen, wie beim ersten Fall. Daraus ist, mit Anwendung der im §. 10 angegebenen Methode, folgende, freilich noch dürftige, Tafel entstanden, die indessen zur Uebersicht der möglichen Fälle einigermaassen hinreicht; und worin die entsprechenden $z$ nebst den Differenzen $z-Z$ zugleich mit angegeben sind.

| | $\beta=\frac{1}{2}$<br>$S-\sigma=3{,}125$<br>$\pi=0{,}78125$ | $\beta=\frac{1}{2}$<br>$S-\sigma=0$<br>$\pi=0{,}78125$ | $\beta=\frac{1}{2}$<br>$S-\sigma=1$<br>$\pi=1$ | $\beta=1$<br>$S-\sigma=3{,}125$<br>$\pi=0{,}78125$ |
|---|---|---|---|---|
| $t=\frac{1}{2}$ | $z=2{,}2119$<br>$Z=1{,}3824$ | $z=2{,}212$<br>$Z=0{,}253$ | $z=2{,}212$<br>$Z=0{,}652$ | $z=3{,}93$<br>$Z=1{,}24$ |
| | 0,8295 | 1,959 | 1,560 | 2,69 |
| $t=1$ | $z=3{,}9347$<br>$Z=2{,}4592$ | $z=3{,}935$<br>$Z=0{,}671$ | $z=3{,}935$<br>$Z=1{,}330$ | $z=6{,}32$<br>$Z=2{,}12$ |
| | 1,4755 | 3,264 | 2,605 | 4,20 |
| $t=2$ | $z=6{,}3211$<br>$Z=3{,}9507$ | $z=6{,}321$<br>$Z=1{,}390$ | $z=6{,}321$<br>$Z=2{,}530$ | $z=8{,}65$<br>$Z=3{,}21$ |
| | 2,3704 | 4,931 | 3,791 | 5,44 |
| $t=3$ | $z=7{,}7686$<br>$Z=4{,}8554$ | $z=7{,}77$<br>$Z=1{,}89$ | $z=7{,}77$<br>$Z=3{,}33$ | $z=9{,}50$<br>$Z=3{,}71$ |
| | 2,9132 | 5,88 | 4,44 | 5,79 |
| $t=4$ | $z=8{,}6466$<br>$Z=5{,}4041$ | $z=8{,}65$<br>$Z=2{,}20$ | $z=8{,}65$<br>$Z=3{,}84$ | $z=9{,}81$<br>$Z=3{,}92$ |
| | 3,2425 | 6,45 | 4,81 | 5,89 |
| ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ |
| $t=\infty$ | $z=10$<br>$Z=6{,}25$ | $z=10$<br>$Z=2{,}7$ | $z=10$<br>$Z=4{,}64$ | $z=10$<br>$Z=4{,}1$ |
| | 3,75 | 7,3 | 5,36 | 5,9 |

Es darf kaum erinnert werden, dass die Differenzen $z-Z$ Gegebenes weniger dem Gehemmten bedeuten; also gerade das, weswegen diese ganze Untersuchung angestellt wurde, die Stärke des Vorstellens als Function der Dauer der Wahrneh-

mung. Die Tafel stellt nun diese Stärke zugleich, wie es nicht anders sein konnte, als abhängig von der Stärke des Eindrucks, ($\beta$,) des Gegensatzes gegen die vorhandenen Vorstellungen, ($\pi$,) und der Entfernung dieser vorhandenen Vorstellungen von ihrem Gleichgewichte, ($S-\sigma$,) vor Augen. — Ehe wir uns den Betrachtungen überlassen, zu welchen diese Tafel Anlass geben kann, wird es zweckmässig sein, zu überlegen wie nahe wir durch diese Rechnung, die eigentlich nur Grenzbestimmung sein kann, der Wahrheit mögen gekommen sein.

Ruft man die Betrachtungen des §. 7 wieder zurück: so leuchtet ein, dass im allgemeinen sowohl bei *dieser*, als bei der *andern* Grenzbestimmung eine merkliche Abweichung von der Wahrheit zu erwarten ist; *dass also die wahren Werthe keiner von beiden Grenzen recht nahe kommen können; vielmehr immer gegen die Mitte zwischen beiden Grenzen gesucht werden müssen.* Ferner folgt aus denselben oben angegebenen Gründen, dass die Unrichtigkeit in beiden Voraussetzungen, aus denen die Grenzen abgeleitet werden, mit dem Verlauf der Zeit nothwendig wächst, daher man voraussehn kann, dass sich beide Grenzen von einander, so wie jede von der Wahrheit, immer weiter entfernen müssen. Endlich drittens, was die Differentialgleichung anlangt, aus welcher obige Tafel berechnet ist, so sieht man leicht, dass die Voraussetzung *dieser* Grenzbestimmung näher zutrifft, je stärker *von Anfang an* die hemmenden Kräfte einwirken, und dagegen unwahrer werden muss, wenn die Hemmung nur *allmälig* zunimmt. Denn in jenem Falle können die früher gebildeten Gesammtkräfte, welche diese Rechnung ignorirt, nicht so stark sein, als im letztern Falle, in welchem man einen grössern Fehler dadurch begeht, dass man nur $z-Z$ für die in jedem Augenblicke vorhandene, der Hemmung widerstehende Gesammtkraft annimmt. Demnach ist die Tafel richtiger da, wo $S-\sigma=3{,}125$, und am unrichtigsten dort, wo $S-\sigma=0$ genommen wird. Für jenes $S-\sigma$ fällt der wahre Werth der schon berechneten Grenze näher, für dieses am wahrscheinlichsten in die Mitte zwischen beiden Grenzen. Denn dass er jemals über die Mitte hinaus gegen die andre Grenze hinfallen sollte, ist nicht zu erwarten, wegen der gar zu auffallenden Unrichtigkeit der Voraussetzung, dass einer fortdauernden, beträchtlichen Hemmung ungeachtet, welche nothwendig die Verschmelzung des successiv Gegebenen zu

einer einzigen Kraft verhindern muss, das ganze Gegebene als eine Gesammtkraft wirke.

Diese Ueberlegungen sind nothwendig, um die Angaben für die andre Grenzbestimmung, welche nun folgen sollen, gehörig zu würdigen. Man wird sehen, dass die Grenzen eben da am weitesten aus einander liegen, wo die vorstehende Tafel am zuverlässigten ist; dass hingegen da, wo die Bedenklichkeiten gegen dieselbe am grössten sein könnten, die andre Grenze nahe genug heran rückt, um ein erwünschtes Resultat zu gewähren.

Ich habe nur die beiden ersten und die beiden letzten der in der vorigen Tafel angenommenen Zeiten, nach dem im §. 9 angezeigten Verfahren berechnet; weil dieses zu der für jetzt gesuchten Uebersicht hinzureichen schien.

| | $\beta = \frac{1}{2}$ $S - \sigma = 3{,}125$ $\pi = 0{,}78125$ | $\beta = \frac{1}{2}$ $S - \sigma = 0$ $\pi = 0{,}78125$ | $\beta = \frac{1}{2}$ $S - \sigma = 1$ $\pi = 1$ | $\beta = 1$ $S - \sigma = 3{,}125$ $\pi = 0{,}78125$ |
|---|---|---|---|---|
| $t = \frac{1}{2}$ | $Z = 1{,}138$ | $Z = 0{,}244$ | $Z = 0{,}599$ | $Z = 1{,}066$ |
| $t = 1$ | $Z = 1{,}845$ | $Z = 0{,}614$ | $Z = 1{,}180$ | $Z = 1{,}756$ |
| . | . | . | . | . |
| $t = 4$ | $Z = 3{,}486$ | $Z = 1{,}918$ | $Z = 2{,}957$ | $Z = 3{,}177$ |
| . | . | . | . | . |
| $t = \infty$ | $Z = 3{,}915$ | $Z = 2{,}334$ | $Z = 3{,}494$ | $Z = 3{,}333$ |

Die Vergleichuung dieser Werthe von $Z$ mit den entsprechenden in der vorigen Tafel zeigt erstlich, wie erwartet wurde, geringe Abweichungen für kleine $t$, grössere für grosse. Und die grössern Abweichungen sind allerdings um so weniger unbedeutend, da sich die Werthe von $Z$, so wie von $z$ und $z - Z$, schon für mässig grosse $t$ ihrer äussersten Grösse, der für $t = \infty$, ausserordentlich stark nähern.

Für $S - \sigma = 0$ und $t = \infty$ muss, wie schon bemerkt, die Angabe der ersteren Tafel am unrichtigsten sein. Dort findet sich $Z = 2{,}7$. Hievon abgezogen den zugehörigen Werth in der gegenwärtigen zweiten Tafel, nämlich 2,3..., giebt 0,4, wovon die Hälfte 0,2. Es ist also der wahrscheinlich-richtige Werth die Mitte zwischen beiden Grenzen, nämlich 2,5. Aber $2{,}7 : 0{,}2 = 1 : \frac{2}{27}$, also beträgt der Fehler der ersteren Tafel da, wo er am grössten ist, $\frac{2}{27}$ der ganzen Angabe.

Ein so leidlicher Fehler wird uns in den allgemeinen Betrach-

tungen über die erstere Tafel nur wenig stören können; zumal da die zweite Tafel in den Fällen, wo sie am weitesten von der ersten abweicht, auch offenbar am wenigsten Glauben verdient. Gesetzt, es wäre in der ersten Columne für $t=\infty$ das Gehemmte nur 3,9.., wie könnte es auch nur bei *dieser* Hemmung geschehn, dass die gesammte, der Hemmung widerstehende Kraft den ganzen Werth von $z$, nämlich 10, ausmachte? Folglich zeihet die zweite Tafel (wenn schon richtig berechnet) sich selbst der Unwahrheit, oder eigentlich, sie verräth die Unrichtigkeit ihrer Voraussetzung.

Bemerkenswerth aber ist noch, wie dieser Fehler der zweiten Tafel sich vermindert, wenn die Stärke des augenblicklichen Wahrnehmens zunimmt. Die vierte Columne ist von der ersten nur durch $\beta$ verschieden, aber die zweite Tafel ist hier der ersten um vieles näher. Dies führt darauf, dass man für grössere $\beta$, für welche die Rechnung des §. 10 sehr mühsam werden würde, sich zu einer Uebersicht der Grenzbestimmung nach §. 9 allenfalls allein bedienen könne.

13.

Was beim Anblick der ersten Tafel sogleich auffällt, ist ohne Zweifel der ausserordentlich grosse Einfluss von $S-\sigma$, oder von dem Ueberrest einer früher entstandenen Hemmungssumme. Wir sehen hier, wie sehr es den Gewinn von unsern Wahrnehmungen vermindert, wenn unser Gemüth beim Anfange dieser Wahrnehmungen nicht in Ruhe ist, wenn die eben gegenwärtigen Vorstellungen weit von ihrem Gleichgewichtspuncte entfernt sind. — Ja, es lässt sich hieraus ein wichtiger Beitrag zur Erklärung der natürlichen Verschiedenheit der Köpfe in Hinsicht ihres Fassungsvermögens ableiten. Man setze nämlich, (wie denn Grund vorhanden ist anzunehmen,) dass jede Veränderung der Gemüthslage von gewissen Veränderungen im Organismus begleitet werde, und dass die letztern Veränderungen, wenn sie aus irgend einer physiologischen Ursache langsamer von Statten gehn, eben dadurch auch jene an sie geknüpften verzögern. Alsdann ist offenbar, wie durch Eigenthümlichkeiten der organischen Constitution das Sinken der Hemmungssumme, oder die Annäherung vorhandener Vorstellungen zu ihrem Gleichgewichte, bei diesem oder jenem Individuum entweder zu allen Zeiten, oder bei temporären Dispositionen, könne aufgehalten werden. Davon ist die Folge,

dass neu hinzukommende Wahrnehmungen die Empfänglichkeit zum Theil unnütz erschöpfen; indem durch die starke Hemmung, welche sie antreffen, das Verschmelzen des successiv Gegebenen zu einer Gesammtkraft bedeutend verhindert wird. Wo dieser Umstand in hohem Grade eintritt, da können offene Augen und Ohren beinahe nur vergeblich den Vorrath zur weitern Ausbildung einsammeln; dieser Vorrath kommt zwar in die Seele ($z$ wird immer gleich gross), aber die Dauer der Wahrnehmung hat ihn ohne Nutzen vervielfältigt, denn das allmälig Gewonnene ist eben so allmälig zerronnen; die Hemmung hat ihm nicht erlaubt, sich zu vereinigen, und unvereinigt vermögen die momentanen Auffassungen gar nichts, weil sie gegen jedes schon vorhandne Vorstellen unendlich klein sind.

Ausserdem erklärt sich hier, warum wir alle oftmals mit offenen Augen nicht sehen, mit offenen Ohren nicht hören. Man erinnere sich, dass, wenn $S-\sigma > \beta\varphi$, dass Gehemmte gleich Anfangs grösser sein müsste, als das Gegebene, welches bezeichnet, dass bei zu grossem $S-\sigma$, oder wenn wir mit vorhandnen Gedanken zu lebhaft beschäftigt sind, die momentanen Auffassungen sich gar nicht vereinigen können, sondern im Entstehen schon wieder ausgelöscht werden. Dabei nun würde die Empfänglichkeit sich völlig unnütz verzehren, wenn nicht ein Umstand einträte, welcher verursacht, dass in diesem Falle die äussern Sinne zum Theil nur scheinbar offen sind. Es ist nämlich bekannt, dass das Auge sich zum Sehen einrichtet, und sich der Entfernung des Gegenstandes anpasst; dasselbe ist von dem Ohr höchst wahrscheinlich, wenn schon nicht eben so offenbar. Es entspringt hieraus eine physiologische Empfänglichkeit, völlig verschieden von jener psychologischen, und zwischen beiden eine Wechselwirkung, jedoch von einer Seite nur vermittelst der im Bewusstsein schon angewachsenen Stärke des Vorstellens. Unsre Wahrnehmungen beginnen bei geringer physiologischer Empfänglichkeit; können sie im Bewusstsein sich zu einer Gesammtkraft vereinigen, so geht vom Bewusstsein aus die Richtung nnd Erhöhung der physiologischen Empfänglichkeit; wo nicht, so dient der Mangel derselben zum Schutze für die psychologische Empfänglichkeit. Dies ist wenigstens der beste Aufschluss, den ich mir für jetzt darüber zu geben weiss, dass die Erfahrung zwar

wohl den Verbrauch der Empfänglichkeit da zu bestätigen scheint, wo bei zerstreutem oder beschäftigtem Gemüth die Auffassung zum Theil zu Stande kam, (hier ist nämlich ein gewisses Richten der Sinne auf den Gegenstand vorhanden,) aber weniger da, wo man sich gar keines Auffassens bewusst gewordnn ist.* Uebrigens ist hier wiederum das Missverständniss zu verhüten, als ob unter Empfänglichkeit die Fähigkeit verstanden werde, eine gewisse Wahrnehmung mit einer bestimmten *momentanen* Stärke zu erlangen, z. B. einen Ton als so und so stark zu hören. Hierüber ist schon oben erinnert, dass dazu gar kein Empfangen nöthig sei, sondern nur Reproduction und Festhalten des früher empfangenen Gleichartigen. Wie stark aber während einer gewissen Wahrnehmung die Empfänglichkeit gewesen, lässt sich allein daraus beurtheilen, ob nach geschehener Wahrnehmung die Vorstellung mehr Energie im Bewusstsein verräth, ob sie herrschender und einflussreicher wird. Sinkt sie im Gegentheil gleich zurück, und ist es soviel, als ob die Wahrnehmung gar nicht vorgefallen wäre, so muss die Empfänglichkeit beinahe =0 gewesen sein. Dies ist wirklich der Fall, so oft wir an bekannten Gegenständen vorüber gehn. Ueberhaupt ist bei dem erwachsenen Menschen die Empfänglichkeit für alle einfachen sinnlichen Wahrnehmungen beinahe gänzlich erschöpft; und diejenige Empfänglichkeit, welche man ihm in höherm Grade zuschreiben kann, ist etwas ganz Anderes. Sie ist *Reizbarkeit*, d. h. Fähigkeit, zu immer neuen Aeusserungen seiner längst eingesammelten Vorstellungen aufgefordert zu werden; indem

---

* Man könnte hiebei leicht auf den Gedanken kommen, die Empfänglichkeit sei nur in dem Maasse vorhanden, wie im Gemüth selbst kein Hinderniss sich vorfinde; also $\varphi$ wachse nur, indem $S - \sigma$ abnehme. Dann müsste auch der Hemmungsgrad, der von der Qualität der schon vorhandenen Vorstellungen, und von ihrem Gegensatze gegen die hinzukommende abhängt, einen ähnlichen Einfluss haben. So würde überhaupt nichts aufgefasst werden, als nur was von den bisher vorhandenen Vorstellungen keine Hemmung zu erleiden hätte. Und daraus folgte denn gegen die offenbarste Erfahrung sowohl als gegen theoretische Gründe, dass alles Aufgefasste im Bewusstsein so lange völlig ungehemmt beisammen bliebe, wie lange nichts Neues hinzukäme, also durch die blosse Dauer der Ton stärker, die Farbe leuchtender erscheinen müsste: dasselbe Unrichtige, dessen schon oben im §. 3 ist gedacht worden. Es bleibt also vielmehr dabei, dass $S - \sigma$ nicht die Auffassnng hindert, wohl aber das Aufgefasste hemmt.

dieselben neue Verbindungen ohne Ende mit einander eingehn können. —

So wichtig nun der Einfluss ist, welchen $S - \sigma$ haben kann, so darf man doch nicht vergessen, dass derselbe auch grossentheils vom Hemmungsgrade $\pi$ abhängt. Dies zeigen schon die im Anfange von §. 12 angegebenen, zusammengehörigen Werthe von $S - \sigma$ und $\pi$, bei welchen das Gehemmte dem Gegebenen proportional bleibt. Z. B. es sei $\pi = \frac{1}{2}$, $S - \sigma$ zwischen 1,25 und 5: so wird $B$ negativ, das heisst, die Hemmung kann verhältnissmässig so stark wie sie anfing, nicht fortdauern; denn der Hemmungsgrad unterhält sie nicht in der Stärke, worin sie wegen $S - \sigma$ beginnen musste. Es sei aber $S - \sigma = 1{,}25$, so ist $A = 2{,}5$; $B$ und die folgenden Coëfficienten $= 0$; aber $u = 1$ für $t = \infty$, folglich die Grenze, der sich $Z$ während einer noch so langen Dauer der Wahrnehmung nähert, $= 2{,}5$; welches $z - Z = 7{,}5$ ergiebt. Hier ist $S - \sigma$ grösser als in der dritten Columne der erstern Tafel; aber $Z$ fast nur halb so gross; welches allein aus der Verminderung von $\pi$ entspringt.

Gehn wir nun über zur Betrachtung der Einwirkung von $\beta$, so tritt die Geschwindigkeit hervor, mit welcher sich die Stärke des Vorstellens einer, nicht eben weit gesteckten, Grenze nähert. Die vierte Columne hat unten keine hohen Werthe, dagegen aber oben den höchsten unter den angegebenen für $z - Z$, wenn $t = \frac{1}{2}$. Ueberlegt man die Bedingungen, unter denen der Anwachs eines Vorstellens während einer längern Zeit einigermaassen gleichförmig erhalten werden könnte: so sieht man, dass $\beta$ im Anfange klein, und nur allmälig grösser genommen werden müsste, um die gar zu enge Grenze, in welcher das Vorstellen sonst eingeschlossen bliebe, zu erweitern. Hieraus erklärt sich vollkommen das Unterhaltende einer allmälig anschwellenden Auffassung; des Crescendo in der Musik, des Klimax in der Rede. — Soll aber die grösste mögliche Stärke des Totaleindrucks erreicht werden; so muss die augenblickliche Stärke gleich Anfangs die grösste sein, weil sonst zu viel gehemmt, und dabei nicht wenig von der Empfänglichkeit verzehrt wird.

Weit bequemer und vollständiger würde man dieses und anderes durchdenken können, wenn es gelänge, $Z$ als Function

von $\beta$ und $t$ zugleich, — ja auch von $\pi$, in geschmeidigen mathematischen Ausdrücken darzustellen, um nämlich die Möglichkeit sowohl einer allmäligen Verstärkung der sinnlichen Empfindung, als auch eines continuirlichen Ueberganges aus einer Vorstellung in andre nahe liegende, der Untersuchung zu unterwerfen. Hier war es schon viel gesagt, einen Gegenstand einzeln zu behandeln, der aus einer grössern Masse weitgreifender Nachforschungen sich nur kaum herausheben liess; und dessen Verwandtschaft mit manchen andern, zum Theil sehr praktischen Dingen, einigermaassen aus dem nachfolgenden kurzen Aufsatze * erhellen wird.

* Vergl. die folgende Abhandlung.

III.

ÜBER

# DIE DUNKLE SEITE DER PÄDAGOGIK.

1812.

Welche Seite der Pädagogik hier vorzugsweise die dunkle genannt werde, braucht unmittelbar hinter der vorstehenden psychologischen Abhandlnng* wohl keiner Erinnerung. Von der Untersuchung über die Stärke einer einfachen sinnlichen Vorstellung als Function der Dauer ihrer Auffassung, bis zu einer vollständigen psychologischen Theorie der Charakterbildung, — welch ein unermesslicher Weg! Und auf diesem Wege herrscht noch tiefe Nacht, und dieser Weg läuft ganz und gar an der dunkeln Seite der Pädagogik dahin. —

Um einigermaassen im Zusammenhange der vorhergehenden Nachforschungen zu bleiben, überlegen wir zuvörderst, was dieselben der Pädagogik bedeuten können. Sie geben ein Bruchstück einer Theorie der Aufmerksamkeit; und eine Theorie der Aufmerksamkeit wäre ein wesentlicher, wenn auch nur kleiner Theil einer psychologischen Pädagogik.

Da über die dunkle Seite einer Sache sich nur insofern etwas sagen lässt, als daraus einzelne helle Puncte hervorleuchten: so mag es sich wohl schicken, die eben aufgefundenen hellen Puncte noch einmal anzusehn, und sie mit dem Bedürfniss eines mehr ausgebreiteten pädagogischen Wissens zu vergleichen.

Ich setze voraus, es entgehe Niemandem, wie unaufhörlich ein Erzieher die Aufmerksamkeit seines Zöglings in Anspruch zu nehmen fast nicht umhin kann; wie schädliche Mittel (Prämien, Reizungen des Ehrgeizes, u. dergl.) manchmal ersonnen sind, um ein dennoch ungetreues Merken zu erlangen; wie viel darauf ankommt, ohne schädliche Mittel mit grösstem Vortheil die mögliche Aufmerksamkeit des Zöglings zu benutzen.

Ich nehme ferner als bekannt an, dass im Aufmerken, vollends

* S. die vorhergehende Abhandlung.

im Aufmerksamwerden, wir uns grösstentheils passiv fühlen, dass aber auch, in sehr verschiedenem Grade bei verschiedenen Individuen, sich das eigne Wollen der Aufmerksamkeit bemeistere.

Wie die Stärke des Eindrucks, die Frische der Empfänglichkeit, der Grad des Gegensatzes gegen schon vorhandene Vorstellungen, und der Grad von Unruhe des mehr oder minder zuvor beschäftigten Gemüths, zusammengenommen, das Passive der Aufmerksamkeit bestimmen,* dies erhellt aus der vorhergehenden Untersuchung. Eben daraus lässt sich auch einsehn, zwar nicht worin die Activität des höher gebildeten Geistes bestehe, der sein Aufmerken beherrscht, aber wohl, wo die Activität eingreifen müsse, um die beabsichtigte Wirkung hervorzubringen. Die physiologische Empfänglichkeit gehörig richten, den stärkeren Eindruck aufsuchen, vor allem aber die Unruhe des Gemüths dämpfen, und solche Vorstellungen hervorrufen, welche den mindesten Gegensatz gegen die einzuprägende Wahrnehmung bilden: darin besteht die absichtliche Kunst des Merkens.

Dies erinnert an das Wichtigste dessen, was der vorhergehenden Untersuchung zu einer Theorie der Aufmerksamkeit noch mangelt, und was dem Erzieher als einer der vornehmsten Theile seiner Sorgen empfohlen sein muss. Schon der leichteste Anfang des Merkens nämlich reproducirt ältere Vorstellungen, die dem Gemerkten theils gleich, theils entgegen sind und auf entgegengesetzte führen. *Welche*, und *wie stark* die reproducirten sein werden, hängt von den frühern Gemüthslagen, von der frühern Bildung ab. Der Erzieher, welcher Aufmerksamkeit ohne gehörige Vorbildung verlangt, spielt auf einem Instrumente, dem die Saiten fehlen.

Das Ganze des Unterrichts, von seinen ersten Anfängen bis ans Ende, so zu ordnen, dass mit möglichst grösstem Vortheil jedes Vorhergehende dem näher und dem entfernter Nachfolgenden die Disposition des Zöglings zubereite: diese Aufgabe war ein Hauptgegenstand meiner Betrachtungen in mehrern pädagogischen Schriften. Was in meiner allgemeinen Pädagogik über den Wechsel der Vertiefung und Besinnung, als

* Nämlich das, worin wir uns passiv vorkommen; denn eigentlich passiv ist die Seele niemals.

über die stets nothwendige geistige Respiration gesagt ist, das kann man, wenn schon den Sinn jener Ausdrücke nicht völlig erschöpfend, mit Rücksicht auf die obige Abhandlung so ausdrücken: wenn eine Reihe von Auffassungen eine gewisse Hemmungssumme hat anwachsen machen, so muss man dieselbe zuvor sich senken lassen, ehe man weiter gehn darf. Dieses Gesetz der *gehörigen Interpunction* beim Unterricht, wie man es nennen könnte, enthält gleichwohl nicht die ganze Bedeutung jener Worte; denn Besinnung ist nicht blosses Sinkenlassen einer Hemmungssumme, sie ist Verschmelzung des zuvor einzeln und in getheiltem Bewusstsein Aufgefassten; ein Gegenstand für eine andre, noch viel weitläuftigere psychologische Untersuchung, als es die vorhergehende war. Wie aber dieser Gegenstand noch nicht ausgearbeitet vor mir liegt, so auch nicht der mit ihm zusammenhängende, von der Reproduction associirter Vorstellungen; wodurch die Begriffe vom Merken und Erwarten, mithin auch die pädagogische Kunst, den Faden der Erwartungen immer fortzuspinnen, so dass jedes Gemerkte zu schon vorhandenen und zu neu anzuregenden Erwartungen im richtigsten Verhältnisse stehe, — erst volles Licht erhalten würde. Nur auf das Gesetz der *gehörigen Abwechselung* fällt aus der obigen Untersuchung eine brauchbare Erläuterung. Wer bei dem vollkommen Erwarteten sich aufhalten wollte, würde eine meist erschöpfte Empfänglichkeit vorfinden, denn die schon im Bewusstsein vorhandne Vorstellung kann nur noch wenig gewinnen. Dagegen wer das Allzuneue, das ganz Fremde herbeiführt, muss den starken Gegensatz fürchten, den dasselbe antreffen, die starke Hemmungssumme, die es bilden wird.

Denkenden Lesern, nachdem sie die vorstehende Abhandlung werden verstanden haben, kann es überlassen bleiben, den hier kurz angedeuteten Betrachtungen darüber theils mehr Vollständigkeit, theils nähere Bestimmtheit zu geben.

Aber nicht bloss einzelne, ausgeführte mathematisch-psychologische Untersuchungen, sondern schon die allgemeine metaphysische Hauptansicht von der Möglichkeit solcher Untersuchungen, geben dem Pädagogen eine Leitung, die ihn hütet, dass er im Dunkeln nicht ganz und gar die Richtung verfehlen möge.

Bei solchen Untersuchungen kann auf den Beifall derer frei-

lich nicht gerechnet werden, die den bekannten Lehren von der transscendentalen Freiheit anhängen. Diese muss alle Pädagogik eine Inconsequenz kosten, weil die intelligible That der Freiheit in gar keinen Zeitverhältnissen steht, die Erziehung aber, wenn wir ihr zeitliches Beginnen und Fortschreiten, wenn wir das Causalverhältniss zwischen Erzieher und Zögling hinwegdenken, für uns etwas völlig Unverständliches wird. Die Pädagogik hängt demnach mit einer andern Philosophie zusammen, als mit der kantischen, fichteschen, schellingschen; ja auch mit der leibnitzischen; denn bei der prästabilirten Harmonie würde dem Erzieher und Zögling nichts anderes übrig bleiben, als durch die Gottheit hindurch mit einander zu correspondiren.

Die Idee einer mathematischen Psychologie erlaubt dagegen nicht bloss anzunehmen, dass man auf den Zögling wirken könne, sondern auch, dass bestimmten Einwirkungen bestimmte Erfolge entsprechen, und dass man dem Vorauswissen dieser Erfolge sich durch fortgesetzte Untersuchung, nebst zugehöriger Beobachtung, mehr und mehr annähern werde. Hiebei kommt nun noch besonders die Hinwegräumung eines Irrthums zu Statten, dem die praktischen Erzieher in demselben Maase mehr hingegeben zu sein pflegen, als die Idee der transscendentalen Freiheit ihnen minder genau bekannt und geläufig ist. Ich meine die Vorstellung, dass die sogenannten menschlichen Anlagen ein *organisches*, nach innern Gesetzen sich entfaltendes Ganzes bilden, welchem man wohl Pflege und Nahrung anbieten, aber keine andre Entwicklung, als die ihm ursprünglich eigne, aufdringen könne. Diese Vorstellung wird von den Erfahrungen begünstigt, welchen gemäss mancher Zögling ein ganz andres Gewächs wird, als was Eltern und Lehrer im Sinne hatten. Aber dergleichen Erfahrungen beweisen nichts anderes, als dass die Erzieher, in dem Dunkel der psychologischen Pädagogik sich gänzlich verirrend, da Abneigungen hervorbrachten, wo sie Neigungen und Gewöhnungen erzielten.

Allerdings wird jeder Kreis von Gedanken und Empfindungen, wie er sich theils erweitert, theils das schon Verbundene inniger verkettet, einem Organismus immer ähnlicher, der ausstösst, was ihm zuwider ist, und assimilirt, was er Taugliches antrifft. Ursprünglich aber ist gleichwohl keinesweges in der

menschlichen Seele eine organische Constitution, so wenig als überhaupt irgend ein Vieles in ihr darf angenommen werden; und um so freieres Wirken bleibt dem Erzieher, der grossentheils den Keim in früher Jugend selbst bildet, aus welchem in der Folge das anscheinend Organische hervorgeht.

Dies ist im allgemeinen die Ueberzeugung, welche der Idee einer mathematischen Psychologie, und folglich den Hoffnungen, welche von da aus auf die Pädagogik übertragen werden können, zum Grunde liegt.

Dass aber die Möglichkeit der Erziehung sollte theoretisch eingesehen werden können, — und zwar *nicht erst künftig*, sondern *schon jetzt*, — dies ist freilich ein unmöglicher Gedanke für den, welcher die Aufgabe einer mathematischen Psychologie noch grösstentheils unaufgelöst vor sich liegen sieht.

Unlängst hat jedoch ein Mann öffentlich behauptet, die theoretische Einsicht in die Möglichkeit der Erziehung zu besitzen. Welches ist die Philosophie dieses Mannes? Ohne Inconsequenz nicht die leibnitzische, kantische, fichtesche, schellingsche. Am allerwenigsten aber die meinige; denn derselbe Mann hat an demselben Orte die sehr ausführliche Probe abgelegt, was aus einer Beurtheilung meiner allgemeinen Pädagogik, ohne irgend eine Spur von Kenntniss meiner Philosophie, werden könne. *

* In der Jenaischen Allg. Litt. Zeit. (October 1811 No. 234) — Logik hat dieser Mann *gelernt;* denn er weiss nach Definitionen und Theilungsgründen zu fragen. So sehr ich aber eine jede *Realdefinition* schätze, — das Resultat der Deduction eines Begriffs aus seiner Erkenntnissquelle, — und jede Angabe eines *solchen* Theilungsgrundes, welcher als nothwendig an seinem systematischen Orte kann gerechtfertigt werden, — eben so sehr hasse ich, zumal in Büchern, die für die Praxis mit ausdrücklicher Verzichtleistung auf strenge Wissenschaftlichkeit, geschrieben werden, den unnützen, ja verderblichen logischen Prunk mit Nominaldefinitionen, und mit willkürlich aufgegriffenen Theilungsgründen. — In die Form meiner Pädagogik, — Aufstellung und nachmalige Verflechtung mehrerer Reihen von Begriffen, die wie Factoren eines Products unter einander verbunden werden müssen, — hat der Mann, wie es scheint, sich eben so wenig finden können, als in die Scheidung von Regierung und Zucht, die, als Scheidung von *Begriffen*, eben so leicht als nothwendig ist, obgleich die *Praxis* dadurch weder „nach der Länge," noch „nach der Quere" geschnitten wird. (Leidlicher wäre: nach der *Diagonale*.) — Um aber über Dunkelheiten in meinen Schriften Erläuterung von mir zu erhalten, ist eine unglimpfliche Recension das untauglichste, wie das unschicklichste Mittel. — Vollends jenes, vor

Um so eher wird es mir gestattet sein, meinen philosophischen Ueberzeugungen gemäss, auch noch auf die *helle* Seite der Pädagogik einige Blicke zu werfen; um es desto deutlicher aussprechen zu können, in wiefern ich überhaupt eine Pädagogik bis jetzt für möglich halte.

In meiner allgemeinen praktischen Philosophie, im achten Kapitel des zweiten Buchs, habe ich den wissenschaftlichen Ort angegeben, an welchem aus der allgemeinen, übergeordneten Wissenschaft die Pädagogik, insofern sie jener untergeordnet ist, hervortritt. Es versteht sich, dass dem achten Kapitel des zweiten Buchs sein Gehalt durch alles Vorhergehende bestimmt wird; und dass eine so weitläuftige Abhandlung nicht etwan einer Pädagogik nebenbei kann mitgegeben werden. — Der Begriff der *Tugend* ist es, welcher zuvörderst die ganze Ideenlehre (das erste Buch) in sich concentrirt, und alsdann, nach zugezogener Betrachtung menschlicher Schranken und Hülfsmittel, die Aufgaben der Menschenbildung und des bürgerlichen Lebens neben einander hinstellt. Von der Menschenbildung ist die Erziehung ein vorzüglicher Theil; und wenn die Erziehungslehre sich genau an die praktische Philosophie anschliesst, findet sie hier alle Bestimmungen des pädagogischen Zwecks vollständig bei einander.

Aber auch, wenn sie sich, der Popularität wegen, nicht genau an ein vorauszusetzendes systematisches Werk anschliessen will, muss sie dennoch den Zweck, auf den sie hinarbeitet,

mehr als sechs Jahren geschriebene, den Kern meiner Studien nicht betreffende, jetzt erst mit Seitenblicken auf das mir anvertraute Amt angegriffene, Buch, muss entweder unter seinen eignen Mängeln, — der ungleichen Schreibart, der allzukurzen Andeutung mancher wichtigen Puncte, — erliegen und verschwinden: oder es muss sich durch seine Hauptgedanken einen bessern Schutz verschaffen, als den irgend eine Selbstvertheidigung gewähren könnte. Ob die aus meiner Praxis gezogenen Resultate, unter andern namentlich jene verschiedenen Accente von Regierung und Zucht, ja auch von haltender, bestimmender, regelnder, unterstützender Zucht, — sich zu fernerem Gebrauch in der Praxis Anderer empfehlen oder nicht empfehlen mögen: darüber haben diejenigen zu reden, welche mit Verstand und Ernst versuchten, meinen Rathschlägen zu folgen. Es sind deren Mehrere, die reden können. Nennen aber kann ich ohne Bedenken Herrn *Griepenkerl* zu *Hofwyl*, von welchem ich Grund habe, mir für mich selbst verbesserte und erweiterte pädagogische Einsichten zu versprechen. Andere haben mir schätzbare Zeichen von Zutrauen und Zuneigung gegeben, welche hiemit öffentlich zu verdanken sich gebührt.

genau kennen. — Meine allgemeine Pädagogik, obgleich früher erschienen, wie die praktische Philosophie, kannte dennoch die letztere; denn die vollständigen Entwürfe von beiden, sammt dem zur Metaphysik, lagen neben einander, und die Wahl stand offen, welcher zuerst solle ausgearbeitet werden. Dasjenige Werk, welches nothwendig das unvollkommnere bleiben musste, (wegen des Mangels der Psychologie,) ging voran; in einer, soviel möglich, lebendigen, und zur Praxis anregenden, übrigens so geordneten Darstellung, dass Jeder im Anfange das leichter Verständliche antreffen, und dass die geduldigern Leser auch weiterhin wenigstens *Texte zum Denken* finden möchten. Um aber die Einbildung zu entfernen, als ob das Buch ganz aus sich selbst verstanden sein wolle, wurde die Erläuterung gerade der *Hauptbegriffe*, absichtlich so kurz und aphoristisch gehalten, dass das Ungenügende einem Jeden auffallen konnte.

Andern Männern, vorzüglich aber Herrn Kanzler *Niemeyer*, verdanken wir vortreffliche und ausführliche Darstellungen dessen, was von der Pädagogik allgemein verständlich und allgemein anwendbar ist. Klare sittliche Begriffe, und eine nicht sowohl schulmässige, als aus dem Leben geschöpfte empirische Psychologie, liegen dabei zum Grunde. Verbindet sich eine solche, und durch zweckmässige Versuche erweiterte Empirie mit scharf bestimmten, praktisch philosophischen Begriffen, so bekommen wir ohne Zweifel die beste Pädagogik, welche als ein durchgeführtes, und in allen Theilen gleichartiges Werk, bis jetzt möglich ist. Hoffentlich aber wird es sich einst verlohnen, den Begriff der Tugend in seiner ganzen Vollständigkeit, an die Spitze zu stellen, und bei jedem seiner Requisite eine, mit der Erfahrung verglichene, speculative Psychologie um die besten Mittel zum Zweck zu befragen. Nicht eher, als bis dieses geschieht und geschehen kann, werden wir uns rühmen dürfen, eine wahrhaft wissenschaftliche Pädagogik zu besitzen.

IV.

# DE ATTENTIONIS MENSURA CAUSISQUE PRIMARIIS.

PSYCHOLOGIAE PRINCIPIA STATICA ET MECHANICA EXEMPLO ILLUSTRATURUS

SCRIPSIT

JOANNES FRIDERICUS HERBART.

1822.

# PROOEMIUM.

Disquisitionibus psychologicis cum adductus essem ad aequationem differentialem formae sequentis

$$\frac{mdu + n(1-u)^{\frac{1}{\beta}-1}du}{pu - qZ + r} = dZ,$$

solvi eam posse per methodum notissimam coefficientium indeterminatorum, ea quidem lege atque conditione, ut, quoties divergere inciperet series infinita, toties novi quaererentur coefficientes novaque series adstrueretur, iamdudum demonstravi, eiusque calculi expositionem publici iuris feci.* Verumtamen haec erat nomine potius, quam revera problematis solutio. Nam taedium calculi esti semel aut iterum diligentia vinci posset, casus tamen difficiliores aggredi vetuit; quaestionis autem natura postulabat, ut magna valorum literis $m$, $n$, $\beta$, tribuendorum varietas perlustraretur; nec enim psychologiae praesidium in numeris singulis computandis positum est, sed in toto functionum ambitu percurrendo, eoque, quantum fieri potest, uni conspectui proponendo. Itaque saepius ad eandem rem reversus, pluribus modis eam tentavi, ut viam magis expeditam invenirem; nec tamen suetis mathematicorum substitutionibus et transformationibus quicquam profeci. Patet, in aequatione proposita variabiles $u$ et $Z$ esse permixtas, eamque ab homogeneis, si pro $\beta$ ponatur numerus magnus aut parvus, longe abhorrere; nec ullum auxilium a theoremate tayloriano exspectandum esse, cum $\frac{dZ}{du}$ pendeat ab utraque quantitate va-

* Königsberg. Archiv f. Philosophie etc. 3. Hft. 1812. [Vgl. die Abhandlung II in diesem Bande.]

riabili; quam ob rem omnes quotientes differentiales sunt incogniti. Accedit, quod non tantum $Z$, sed etiam $\frac{dZ}{du}$, calculo est eruendum, ad erroris suspicionem propulsandam; negotii enim rite confecti nullum aliud habemus indicium, nisi illud, quod ipsa praebebit aequatio, ubi substituto valore invento ipsius $Z$ in idem nos reducet $\frac{dZ}{du}$, cuius valorem iam cognoverimus. Quibus difficultatibus fractus, ingenii mei tarditatem increpans, totam hanc disquisitionem, in psychologia quidem admodum necessariam, aliorum diligentiae iam commendandam atque relinquendam putabam, cum lux nova mihi, de natura serierum divergentium meditanti, affulgere videbatur. Series enim, quibus uti mathematici consuerunt, ita procedunt, ut exponentes eandem servent differentiam; quod etsi calculum solet commodiorem reddere, tamen haud scio, an ipsi functionum naturae nonnunquam parum sit aptum atque consentiens. Itaque paullulum de via communi deflectens, nullam omnino seriei formam praescribens, sperabam fore, ut idoneis exponentibus ex ipso calculo haustis, paucissimis terminis id assequerer, quod series praeformatae ne in infinitum quidem productae potuerint perficere. Cuius rei periculum facere non frustra sum conatus; adeo enim commodam calculi rationem sum nactus, et variis numeris constantibus in aequationem introducendis tam aequabiliter se applicantem, ut vix mihi persuadere possim, ullam in tali re solutionem directam meliorem fore, quam hanc indirectam. Minime tamen haec ita accipi velim, quasi meam opinionem illorum iudicio anteponam, qui in mathematicis plus studii collocarunt.

Caeterum mea parum refert, quam longe abfuerim a summa calculi subtilitate; non enim eam sum provinciam sortitus, mathematicorum artificia ut traderem. Neque magis in eo laboravi, ut commendarem hanc, qua primus sum usus, applicationem matheseos ad psychologiam; neve id egi, psychologiae intima viscera ut patefacerem. Consilium huius libelli scribendi totum in eo positum est, ut calculi ad psychologiam adhibendi luculentum praebeatur exemplum; cui consilio satisfacturus, exemplum tale debebam eligere, quod a reliquis psychologiae partibus posset segregari; omnia autem erant removenda, quibus adhibitis lectores in metaphysicas tenebras devoluti sibi fortasse viderentur.

Quaestio causarum, quibus fiat, ut animi attentio vel excitetur, conservetur, augeatur, vel demittatur, concidat, evanescat, etsi non una omnium gravissima, tamen in maximarum numero est habenda. Schola wolffiana attentionem putabat esse principium notionum distinctarum, totiusque facultatis superioris, qua homines bestiis praestarent. Quod etsi recte se habere negabunt ii, qui bestias docent artes, futilissimas certe, nec eas ipsas sine attentione percipiendas, manifesto tamen, in quo videmus homines hominibus antecellere, in eodem etiam bestias tam longe superant homines cuncti, ut nulla fieri possit comparatio. Fichtii dictum memini, attentionem esse fontem libertatis; quod dictum, eo sensu, quo proferebatur, minime probandum, paullo immutatum verissimum esse libenter concesserim. Quamquam enim celeberrimum illud commentum de libertate, quam dicunt, transscendentali totius philosophiae theoreticae certissima est pernicies, illud tamen vere dici potest, libertatem tantam fore, quantum habeamus imperium in attentionem nostram; ut, si quis sponte sua attentionem posset in quamcunque partem et convertere et revocare, eandemque pro arbitrio et extollere et deprimere, hic certe non finitam illam, quam homines tanquam virtutis praemium consequuntur, sed infinitam libertatem tanquam donum naturae esset adeptus. Neque mirum, viros quosdam fortes et strenuos propositique tenaces, cum in coercendis cupiditatibus, tum in regendo cogitationum decursu admodum exercitatos, in eum incidisse errorem, ut, quam vim voluntatis multum valere sentirent, eandem ultra omnes terminos adaugeri, idque ipsum volendi nisu et contentione perfici posse putarent, atque si quis contrarium affirmaret, eum ignaviae crimen subire arbitrarentur. Iidem tamen si tam acres fuissent in observando, quam vehementes fuerunt in disputando, primum hoc animadvertissent, attentionem saepissime antecedere omnem voluntatem, neque exspectare, donec libeat eam provocare; deinde intellexissent, in ea ipsa voluntate, quae iubeat cogitationes quasdam deponi atque removeri, inesse attentionem quandam ad illas res, quarum oblivisci velimus; postremo si ingenue fateri voluissent, quoties invitissimi suam attentionem turbari atque ne summo quidem conatui obtemperare sentirent, eo certe redacti fuissent, ut suspicarentur, minimam attentionis partem sitam esse in nostra potestate, voluntatem vero non tantum maxima ex parte, sed

omnem pendere ab attentione, ita quidem, ut, quandocunque attentio pareat voluntati, tum aliam quandam necesse sit attentionem subesse ipsi huic voluntati.

Qualemcunque tamen attentioni statuas nexum intercedere cum voluntate atque cum omni hominum facultate superiori, id efficietur quod volui: quaestionem de causis attentionis maximi in psychologia esse momenti. Efficietur etiam aliud quid: duo videlicet esse attentionis genera, quorum alterum pendeat a voluntate, alterum non pendeat. Sed hic denuo est dividendum: praecipuae attentionis causae saepissime latent in cogitationibus iis, quas dicimus *reproductas*, cum anteriore sint tempore conceptae, post dimissae, et nunc primum revocatae; unde sequitur, caeteris omnibus paribus attentionem nullam fuisse futuram, si forte is, qui nunc animum attendit, non accessisset praeparatus prioribus illis cogitationibus olim iam conformandis. Longe aliter se habebit tota quaestio, si attentionem nullis alienis subnixam adiumentis spectamus; qualis in iis sit necesse est, qui eiusmodi adminicula sibi nondum compararunt. Atque hoc est punctum illud quaestionis principale, quod volui designare, ubi in huius commentationis inscriptione de causis attentionis *primariis* me dicturum significavi. De reproductionis vi in sustinenda attentione tantum adiiciam, quantum potero; uberior tamen huius rei explicatio reservanda est alii libro, quoniam non omnia, quae huc pertinent, commode separari possunt ab universo disquisitionum psychologicarum ambitu; eandemque ob causam voluntatis in attentionem potestas hic fere est silentio praetereunda.

Quod autem metaphysicam quoque missam fecerim, id sane mirabuntur ii maxime, quorum causa potissimum haec scripsi; itaque brevi dicam quod sentio. Recte nihil de rebus psychologicis scribi potest, nisi iuncta metaphysica atque mathesi; sed quae recte sunt scripta, ea lectorem desiderant omni ex parte praeparatum. Nostri autem temporis ea est calamitas, ut foedissimum factum sit illarum artium discidium: qua calamitate tanto magis atque gravius premitur haec aetas, quanto rariores sunt, qui illud malum vel agnoscant vel sibi demonstrari patiantur. Mathematici superbiunt in legibus phaenomenorum determinandis, veram rerum naturam, quae subsit phaenomenis, nihil curantes; philosophi se iactant in contemnendis sensuum praestigiis; ubi autem ad phaenomena explicanda descendunt,

destituti matheseos auxilio maxime necessario, ineptissimas nugas effutiunt; nesciunt enim, quid quamque rem sequatur, quod ex sola logica satis intelligi non potest: quocirca vel recte positis principiis recte uti nequeunt. Quae cum ita sint, psychologia cuinam sit scribenda, revera nescio: illorum quidem neutris eam scribi posse video. Ut tamen aliqua ex parte initium caperem, confugiendum mihi putavi ad nudam experientiam, atque periculum faciendum, possemne more mathematicorum rebus, quas omnes norunt, calculum applicare, omissis iis, de quibus plurimi dubitant, pauci consentiunt, multi ne audiendum quidem sibi arbitrantur.

Interim ne quis iustum me putet excedere modum, cum poscam, qui mathematicus, idem ut sit philosophus: clarissimum adferam exemplum; non Platonis et Pythagorae, non Leibnitzii et Wolffii, qui fortasse in singulis matheseos partibus excelluisse, nec tamen in universa arte amplificanda totum vitae studium collocasse videbuntur: his, inquam, testibus uti nolo; locupletiorem habeo; quem iure magistrum omnium, qui nunc vigent, mathematicorum dicere possumus, Leonhardum Eulerum! — Cuius cum evolverem theoriam motus corporum solidorum, formulas et aequationes inde petiturus (nec enim aliud quid exspectabam), disputantem inveni auctorem usque ad §. 184 de loco et tempore, de motu et quiete, de viribus mechanicis, id est, de metaphysicae notionibus difficillimis; atque ita quidem disputantem, ut essent luculentissima omnia, multa verissima, ipsique errores commissi ad excitandum lectoris ingenium apti; quo nihil melius de ullo philosophorum easdem res tractante praedicari potest. Iam ea lectione finita desii mirari, formulae illae paene divinae, quibus totam mechanicam corporum esse superstructam sciebam, unde originem traxerint: quae enim coelesti quodam afflatu pervenisse ad hominum ingenia possunt videri, ea manifesto philosophandi nisu strenuo et diligentia assidua sunt detecta. Quamobrem non omnis *mechanicae coelestis* inventae laus soli mathesi est tribuenda, sed metaphysicae sua pars vindicanda: mathesis autem ad summum dignitatis fastigium tum denique est perventura, ubi metaphysicam adiuvans *mechanicam mentis* patefecerit; ut tandem aliquando genus humanum eam assequatur scientiam, quam Apollo commendavit Pythius nobilissimo illo praecepto: nosce te ipsum.

## CAPUT PRIMUM.

### Praemonenda.

### 1.

Omnes vires agere censentur, quantum possunt, nisi impediantur viribus contrariis: quod ubi accidit, vel contrarius exorietur eventus, vel nullus. Primum indicat, vim fortiorem vicisse; secundum, vires esse aequales, unde ductum est nomen *aequilibrii.* Nam ad libram et pondera hic non esse respiciendum, omnes norunt: tota vocabuli vis posita est in denotanda aequalitate actionum et reactionum, se invicem tollentium, ut quaecunque ex singularum virium conatibus prodire debuerint, ea prorsus cessent, et, cum semper sint exstitura, perpetuo tamen deleantur et evanescant. Iam per se patet, hanc notionem adeo esse universalem, ut ad motum et materiem nullo modo possit restringi. Quaecunque fieri possunt, ea possunt impediri; quamcunque vim animo fingas, aliam contrariam ipsi cogitare poteris, eamque, si placet, aequalem priori, aut, si mavis, per se quidem vel fortiorem vel remissiorem, sed eiusmodi conditionibus implicatam, ut actiones tamen evadant aequales, seque invicem in ipso nisu agendi exstinguant. Cuius rei vectis praebet exemplum, sed ita comparatum, ut eius notio principalis multo latius pateat. Removere possumus non pondera tantum, sed fulcrum, iugum, ipsam denique lineam mathematicam atque vires motrices ei adplicatas; remanebunt vires qualescunque certis conditionibus agendi obnoxiae, quibus determinetur, quantum hae vires sint acturae, ut diiudicari queat, utrum eventus nascatur, an vero nascens destruatur.

Igitur eodem iure, quo loquimur de virium magneticarum, electricarum, chemicarum aequilibrio, psychologiae quoque tribuenda erit pars quaedam statica, et alia pars mechanica, quamvis nihil fiat in mente, quod ad notiones loci et spatii possit referri. Multa enim evenire et mutari in animis nostris, certissimum est; earumque mutationum vires quasdam esse causas,

nemo negabit, nisi quis putet fortuito fieri, quae fiunt in mentibus, quod est absurdum. Quarum virium si veras notiones adhuc usque concepissent philosophi, indagare etiam potuissent leges motuum animi, nec non leges aequilibrii in animo; sed haec omnia non modo neglecta, sed prorsus incognita iacuerunt, quoniam illi falsissimis de quibusdam facultatibus animi opinionibus decipi se passi sunt, in quibus ne minimum quidem inest veritatis vestigium.

2.

Cum de aequilibrio in animo vel constituto vel sublato, sermonem inceperim: quaerenda mihi sunt exempla in experientia communi obvia, quibus ea, quae dixerim, possim illustrare. Ac primo quidem lectores puto cogitaturos de animi perturbationibus, et de virtutibus iis oppositis, constantia et gravitate, quarum id videtur esse munus proprium, ut aequilibrium vel tueantur, vel restaurandum curent. Neque tamen haec exempla per se sunt satis perspicua, sed paullo diligentius consideranda: nondum enim patent vires oppositae, quas quaerebamus, ut earum aequilibrium cognosceremus. Cave putes, alteram vim esse virtutem, alteram animi perturbationem: sed virtus illa potius artifici est similis, machinam eversam reficienti; nec quisquam somniabit de aequilibrio artificis cum machina; sed ipsi machinae insint pondera quaedam, necesse est, ab artifice ad aequilibrium redacta. Sic etiam virtus efficiet, ut in animo perturbato vires quaedam sibi oppositae, ab aequilibrii statu deiectae, quam celerrime reponantur. Quales autem hae sint vires, inde nondum perspicimus; nec spes est, eas, nisi alia subveniant auxilia, posse cognosci. Tanta enim cogitationum in animo perturbato est multitudo, tamque celeriter moventur atque aestuant, ut facile intelligatur, totam hanc rem longissime esse remotam a simplicitate principiorum in limine theoriae alicuius ponendorum. Teneant velim lectores hanc admonitionem, in primordiis psychologiae perscrutandis omnino abstinendum esse ab exemplorum complicatorum usu: vera enim initia adeo sunt parva, ut cerni vix queant; atque ut accedant ad similitudinem punctorum illorum, in quorum motibus describendis prima mechanicae corporum capita versantur.

3.

Oppositas sibi invicem esse scimus simplicissimas illas perceptiones colorum, sonorum, et alias eiusdem generis: nec ullam

aliam ob causam, nisi quoniam sibi sint oppositae, virium naturam eas induere affirmo. Quae propositio in duas est dividenda:

1) perceptiones simplices oppositae in se invicem agunt tanquam vires contrariae;
2) eius actionis causa est ipsa contrarietas.

Harum propositionum secunda huc non pertinet; est enim tota metaphysica: fuit tamen pronuntianda ad arcendas falsas opiniones. Nolo in hac commentatione omnia probare; sed recte intelligi cupio.

Primae propositionis veritatem in experientia communi quasi per nebulam internoscere licet. Fac, te hominem audire utentem lingua tibi ignota: senties, verba pronuntiata tibi excidere memoria, nisi ille tam lente loquatur, ut possis in singulis syllabis excipiendis commode morari: senties itaque, sonorum oppositorum varietatem eam vim habere, ut perceptiones tuae se invicem ex animo tuo propellant. Sed fuit quondam tempus, ubi nullam omnino linguam didiceras: tum omnes soni, quos audiebas, eam in animo tuo exercebant vim, quae nunc a sermone quidem patrio tibi abesse videtur, quoniam eum tibi familiarem reddidisti. Ex hoc exemplo reliqua omnia possunt cognosci. Hominum adultorum experientia maximam partem se habet eodem modo ac sermo patrius; perceptiones singulares ita sunt inter se arctissimo vinculo coniunctae, ut separatim agere non possint; et hanc ob causam non sentimus, quanto illae sibi ipsae sint invicem impedimento, quantamque inter se exerceant pressionem. Ac ne tum quidem, cum aliquid novi accidit, totam vim contrarietatis, inter novas et priscas perceptiones intercedentis, experimur: nihil enim accidere potest, quod homini adulto omni ex parte sit novum.

Mirari solent homines primo discentes, quantam aëris molem inscii corpore sustineant: multo magis mirarentur, si scirent, quantus in animo sit notionum et cogitationum nisus contrarius. Sed maxime mirum hoc fortasse videbitur, quod ob hunc nisum nullo dolore afficimur: quod tamen satis facile poterit explicari.

Effectus enim simplex simplicis pressionis ex notionum vel perceptionum contrarietate coortae, nullus est alius, nisi ut illae notiones vel omnino vel aliqua ex parte evanescant, prorsus eodem modo, sicut evanescunt tum, cum obruimur somno. Obdormiscere autem nemo se sentiet unquam; abeunt enim co-

gitationes, quas absentes observare non poterit: eandemque ob causam sensus nullus inest in singulis perceptionibus, quatenus ab aliis se ex animo propelli patiuntur. Longe aliter se habet res, ubi plures agunt vires, ut effectus pressioni simplici debitus impediatur; iamque haec est regio dolorum et cupiditatum, quam tamen in hac commentatione ne e longinquo quidem possum ostendere. Adeant lectores, si placet, meum compendium psychologiae.* Hic ad calculum mihi est properandum, cuius causa haec scribo.

4.

Formulas fundamentales staticae mentis alibi iam exposui, hic autem denuo eas evolvi necesse est, propterea quod hac opportunitate utendum, ad latinos terminos technicos constituendos.

Deest primo in sermone latino vox satis congruens cum nostro: *Vorstellung.* Nam *notio* usurpari solet pro cogitatione generis, non autem pro perceptione rei singularis, quam nunc ipsam vel intuemur vel sentimus; accedit etiam, quod in vernaculo sermone tria habemus correlata: *Vorstellung, Vorgestelltes, Vorstellen;* quibus designandis vocula *notio* se accommodari non patitur. Sed quoniam verbum aptius vix posse inveniri videtur, (nam *idea* graecum est, et platonicae philosophiae, iam nimium falsa huius vocis interpretatione turbatae, omnino relinquendum,) a *notione* distinguere possumus eam, quam refert, *imaginem (von der Vorstellung das Vorgestellte);* dicuntur etiam notiones animo *informari,* sed eiusmodi infinitivo non est opus. Prorsus enim falsa est opinio, actum quendam vel facultatem formandarum notionum, diversam ab ipsis notionibus, menti inesse; eumque errorem genuit mechanicae mentis summa inscientia.

Remotis iam omnibus facultatibus, tum sensuum, tum rationis; remota etiam tota quaestione de origine notionum, (quae quaestio, nimis festinanter agitata, satis diu praestrinxit philosophorum aciem,) *ponamus, uni menti inesse duas notiones simplices contrarias, et praeterea omnino nihil.* Quae notiones si vel maxime sibi sint contrariae, patet tamen altera notione prorsus depressa, ita ut nullam vim exercere possit, alteram ab omni illa, de qua antea dixi, pressione fore immunem: idque probe est tenendum, etsi iam perspiciamus, fieri non posse, ut

* Lehrbuch zur Psychologie. Königsberg 1816.

altera totum pressionis subeat onus, altera maneat intacta, sed distribuendum esse hoc, quicquid sit, oneris, ita quidem, ut utraque notio partem eius legitimam sustineat.

Sed antequam hic pergam, dicendum est de notionum *robore* proprio, quam *intensitatem* nominare possem, nisi lectoribus cavere deberem a confundendo robore cum *tensione* notionum, quae est res plane diversa atque paullo infra illustranda.

Robur proprium est id, quod nos dicimus *Stärke einer Vorstellung*. Experientia docet, notionem aliam alia fieri fortiorem, ubi rem aliquam vel diutius contemplemur, vel clariore luce adhibita conspiciamus, vel oculos, aures etc. propius admoveamus. Quoquo modo nata sit haec quantitas intensiva notionum, sive hoc robur, numeris iam possumus uti ad designandas rationes inter eiusmodi quantitates. Nominemus alteram notionem $A$, alteram $B$, sintque $m$ et $n$ certi quidam numeri: poterimus ponere $A:B=m:n$, etsi nulla nobis suppetit mensura, sive unitas, ad quam referatur vel $A$ vel $B$, si de absoluta harum notionum quantitate intensiva quis velit interrogare.

Sed suspicor, fore, qui inanes hoc loco moveant scrupulos. Dicent enim, notionibus nullam competere quantitatem intensivam, neque notionem arboris per se fortiorem esse notione domus. Qui si mihi melius latine reddere poterunt id, quod nos dicimus *Vorstellung*, libenter concedam illis, ut suo more loquantur de notionibus; verborum enim erit haec, non rerum disputatio. Arboris autem et domus notiones sunt admodum compositae, atque hanc ob causam ab hac disquisitione alienissimae; neque earum mentionem fecissem, nisi saepissime protervas eius generis obiectiones essem expertus.

Redeamus ad propositum; atque iam erit manifestum, pressioni illi a notionum contrarietate proficiscenti utramque notionem tanto fortius posse resistere, quanto plus habeat roboris. Itaque resistent in ratione $m:n$. Quanto magis autem restiterint, tanto minorem mutationem sunt passurae; itaque mutationes erunt $=\frac{1}{m}:\frac{1}{n}=n:m$. Ubi monendum, de nulla alia mutatione hic cogitandum esse, nisi de illa, quam supra indicavi, scilicet notiones prorsus oppressas evanescere, et quasi consopiri. Neque tamen prorsus evanescent, sed obscurabuntur tantum. Etenim si altera evanuisset, nihil superesset, unde altera vel minimum pateretur; cum autem sibi invicem sint im-

pedimento, neutra totam sustinebit pressionem, itaque utriusque aliquantum in animo remanebit.

Calculi hoc loco instituendi nullum aliud est negotium, nisi ut iacturam faciendam rite distribuat. (*Jactura* idem est ac lingua vernacula *die Hemmungssumme*; ratio distribuendae iacturae est *Hemmungsverhältniss.*) Tanta autem est iactura facienda, ut eodem designetur numero, qui indicat minorem notionem; minorem vero eam dico, quae minus habet roboris. Quod ut commodius perspiciatur, certos ponamus numeros; sintque binae notiones $= 3 : 2$; iactura facienda erit $= 2$. Nam *si notio minor tota esset oppressa, altera maneret intacta atque prorsus incolumis; quod cum fieri nequeat, aliquantum patietur, neque tamen plus, nisi id, quod minori notioni sit emolumento; ut ademtam alteri altera sibi vindicet partem*; sive, ut, claritatis quantum alteri detrahatur, tantum accedat alteri. Notiones enim omnino nituntur contra pressionem, eamque ob causam iactura semper erit *minima, quae esse potest.* Ita existit calculus sequens:

$(3 + 2) : \begin{Bmatrix} 2 \\ 3 \end{Bmatrix} = 2 : \begin{Bmatrix} \frac{4}{5} \\ \frac{6}{5} \end{Bmatrix}$, unde residuum erit fortioris notionis $= 3 - \frac{4}{5} = \frac{11}{5}$, tenuioris notionis $= 2 - \frac{6}{5} = \frac{4}{5}$; sive universe, posito $a > b$,

$$(a + b) : \begin{matrix} b \\ a \end{matrix} = b : \begin{matrix} \frac{bb}{a+b} \\ \frac{ab}{a+b} \end{matrix};$$

unde $a - \frac{bb}{a+b} = \frac{aa + ab - bb}{a+b}$, et $b - \frac{ab}{a+b} = \frac{bb}{a+b}$.

Hic calculus facillime accommodabitur quotcunque datis quantitatibus. Pro ternis notionibus, posito $a > b$, et $b > c$, iactura facienda est $= b + c$; ut enim fortissima notio remaneret incolumis, binae minores *prorsus* essent opprimendae; quod cum illa fortissima non possit efficere, obscurabitur aliqua ex parte; quantum autem haec detrimenti capiet, tantum illis accedet lucri. Ratio iacturae distribuendae designatur per numeros $\frac{1}{a}$, $\frac{1}{b}$, $\frac{1}{c}$, sive commodius per $bc$, $ac$, $ab$; unde habebitur

$$(bc + ac + ab) : \begin{Bmatrix} bc \\ ac \\ ab \end{Bmatrix} = (b + c) : \begin{Bmatrix} \frac{bc \,.\, (b + c)}{bc + ac + ab} \\ \frac{ac \,.\, (b + c)}{bc + ac + ab} \\ \frac{ab \,.\, (b + c)}{bc + ac + ab} \end{Bmatrix}$$

ubi tamen notandum, $c$ non admittere valorem minorem quam $b\sqrt{\frac{a}{b+a}}$. Hic enim valor prodit ex aequatione

$$c = \frac{ab \cdot (b + c)}{bc + ac + ab},$$

quo casu notio minima, cui respondet numerus $c$, prorsus evanescit. Nam si $c - \frac{ab \cdot (b + c)}{bc + ac + ab}$ evaderet quantitas negativa, omni sensu esset destituta. Saepissime tamen accidit, ut $c$ sit $< \frac{ac \cdot (b + c)}{bc + ac + ab}$; sed tum res redit ad calculum pro binis notionibus $a$ et $b$; quod hic fusius explicare non possum. Re explorata apparet, eiusmodi notiones omnino consopitas, quamdiu ita se habent, nihil facere ad determinandum statum animi, atque propterea in calculo prorsus negligendas esse.

Totius staticae mentis fundamentum iam est in conspectu; sed sunt quaedam diligentius consideranda.

A) Notiones pressionem ferentes atque sustinentes, niti contra nunquam desinunt; quod si fieret, aequilibrium constitutum denuo tolleretur.

B) Quo magis premuntur, tanto magis contra nituntur: unde efficitur, notiones minimi roboris maxime intendi.

C) Etsi evanuisse, vel ex animo propulsae dicantur, latentes tamen resident in mente, et quidem integrae, non truncatae, nulla sui parte amissa. *

D) Pressione sublata, non possunt quin emergant; quod ut fiat, nullo alieno auxilio est opus; etsi notiones coniunctae mutuum saepissime sibi invicem auxilium praebent. Hinc petenda est memoriae et imaginationis explicatio.

E) Notiones per se non sunt vires; itaque si quarundam minor est inter ipsas contrarietas, minus etiam virium inter sese exercent. Nam omnis earum vis est mutua, quocirca haec vis longe diversa est ab earum robore.

F) Hinc patet, quid discriminis intersit inter staticam corporum et staticam mentis. Corpora plerumque agunt tanquam pondera: est autem suum cuique pondus, quo cognito pressionem etiam novimus inde exspectandam. Vectibus imposita, mutato intervallo ab hypomochlio, diversis modis ab aequili-

* Distinxi hic *animum* a *mente*; ut *animus* sit idem, quod germanice dicere consuevi *Bewusstsein*; qua quidem in re vocabulum latinum mihi aptius ipso vernaculo videtur.

brio recedunt vel propius accedunt; cuius rei nihil simile est in notionibus. Comparari tamen quodammodo potest pressio notionum cum pressione corporum elasticorum; neque vero utilitatis vel subsidii ad calculos commodius peragendos quicquam inde poterit redundare. Difficillimi enim calculi versantur in determinando aequilibrio earum notionnm, quae cum aliis sunt aliqua ex parte, nec tamen omnino atque perfecte coniunctae; quae res psychologiae ita est propria, ut prorsus abhorreat a rebus in corporum natura considerandis. —

Mechanicae mentis formulam fundamentalem investigaturi, redeamus necesse est ad iacturam faciendam, quam fieri scimus non a robore notionum nunquam deminuto, sed ab imaginis, animo obversantis, claritate. Qua iactura facta, adest aequilibrium; sed ea subito fieri nequit; transeant enim necesse est notiones per omnes claritatis gradus a summo ad infimum usque. Non opus in hac re videtur verborum ambagibus. Tota iactura facienda, quam neglecta distributione in singulas notiones hoc loco tanquam unicam *summam* consideramus, ponatur $= s$; elapso tempore $= t$ pars illius summae depressa sit $= \sigma$; itaque pars residua $= s - \sigma$; haec pars erit vis agens in temporis puncto sequente $= dt$; huic actioni proportionalis erit depressio inde exstitura, quam ponemus $= d\sigma$: inde habebimus aequationem $(s - \sigma)\, dt = d\sigma$;

$$\text{unde } t = \log. \frac{Const.}{s - \sigma}.$$

Posito $t = 0$, erit $\sigma = 0$, unde $Const = s$, itaque

$$t = \log. \frac{s}{s - \sigma},$$

$$\text{atque } \sigma = s\,(1 - e^{-t});\ s - \sigma = se^{-t};$$

unde intelligitur, aequilibrium omnino perfectum nunquam adfuturum, quoniam non fit $\sigma = s$, nisi $t = \infty$.

Primo statim intuitu apparet magnum discrimen his formulis intercedens cum formulis fundamentalibus mechanicae corporum; quae repetuntur a differentialibus secundi ordinis, quoniam a celeritate spatium, celeritatis autem incrementum pendet a vi motrice. Manifesto totum hoc discrimen oritur a corporum inertia, qua pergunt in motu, etiamsi nulla vi externa sollicitentur. Psychologia nihil habet, quod possit comparationi ansam praebere.

---

## CAPUT SECUNDUM.

### De attentionis causis primariis.

5.

Minoris sane laboris esset ac negotii, attentio quid efficere possit, perscribere, quam quibusnam causis fiat ut gignatur, alatur, adtenuetur. Quodcunque enim summi homines valent ingenio et diligentia, id valent attentione; et ubicunque vel acumen deficit vel studium, defuisse attentionem iure suspicabimur. Cum autem mathematicis potissimum haec scribantur, licebit pace illorum impedimenta etiam in causarum numero habere, quandoquidem illi certe hoc dabunt, impedimenta esse causas negativas: unde non parum adiumenti nobis est accessurum. Nam patebit, de attentione non tantopere quaerendum esse, cur adsit, quam cur deficiat; eiusque rei rationem inveniemus multis modis inhaerere in iactura illa facienda, de qua locutus sum in capite superiore.

Attentus dicitur is, qui mente sic est dispositus, ut eius notiones incrementi quid capere possint: carent autem attentione, qui res obvias non percipiunt. Itaque cernitur quaedam integritas atque valetudo mentis in attentione; contra vitio vertitur non attendisse, quod vel videndo, vel audiendo, vel cogitando assequi potueris. Hinc fit, ut attendendi legem nobis imponamus: eaque in re voluntatis imperium multum posse, omnes norunt. Quamobrem dividenda est attentio in duas partes, voluntariam et non voluntariam: quarum partium primam hic seiungimus a nostro proposito; altera qualis sit, observando necesse est didicisse, antequam ad calculum rem revocare in animum inducere possimus.

Ac primum omnium id experientia docet maximeque confirmat, tempori obnoxiam esse attentionem: debilitatur enim atque frangitur diuturnitate. Ipsum nomen attentionis, ductum a tendendo, denotat vim quandam contrariam, cui sit resistendum atque contra enitendum: scimus etiam, devicta attentione alias quasdam cogitationes prorumpere, mentemque in diversas quasi partes trahere, unde suspicari licet, eas latuisse tanquam hostes in insidiis, atque iam antequam conspicerentur, coecam illam vim nobis intulisse, cui resistendum esse sentiebamus, et cui tamen aliquando fuit cedendum. Multum saepe sublevamur in eiusmodi certamine, si in ipsa re, ad quam at-

tendimus, satis inest varietatis, ut eam perlustrando quasi in orbe circumagamur: e contrario autem ut quaeque res est simplicissima, ita maxime solet attentionem defatigare. Sed si quis inde concluderet, aucta varietate semper diminutum iri attentionis molestiam, in summum illaberetur errorem; id enim ipsum est difficillimum, magnam rerum copiam sic animo comprehensam tenere, nihil ut excidat, nullaque in parte ut ordo turbetur. Videmus, plures hostes a diversis partibus attentioni esse cavendos: idque magis elucescet, ubi perpendemus, rerum novitas quid adferat vel praesidii vel difficultatis. Novi aliquid dicere vel monstrare student omnes, quorum interest aliorum animos in se converti; sed saepissime videmus, nova repudiari, ne antiquis et consuetis pars honoris detrahatur. Itaque contradicere sibi ipsa videtur experientia, cum attentionis fovendae causa commendet modo simplicitatem, modo varietatem, modo nova, modo antiqua: neque tamen hic adesse contradictiones veras, sed apparentes tantum, calculi ope infra ostendetur.

Tempus in attentionem non solum vim exercet diuturnitatis, sed etiam opportunitatis. Qui suspenso sunt animo, spectaculo, meditatione, curis occupati, ii nihil percipere solent; oculis non vident, auribus non audiunt, sensibusque integerrimis uti nesciunt. Fortiorem tamen sonum, lumenque ardentius percipiunt; unde patet, ad proportiones rem redire, ut, qui magis sit occupatus, is vehementius sit compellandus.

Sed cum pateat, ut quaeque maximo impetu in sensus irruant, ita plurimum esse effectura, magnopere mirum potest videri, in lenissimis perceptionibus tamen eam esse vim, ut penitus animis nostris se insinuent, firmissimasque nobis praebeant notiones. Cave putes, hinc argumenta peti posse contra mechanicam mentis; calculus ipse totum miraculum destruet, reique rationem exhibebit.

Reliquum est, ut de diversitate hominum, aetatum, morum, hilaritatis vel morositatis, pauca adiiciam. Observamus sane, non omnes iisdem rebus oculos et aures praebere; sed quando tangi ea quisque sentiat, quae ipsi sint cordi, tum demum animum appellere et aures arrigere: prima artis cuiuscunque elementa discentium perbrevem esse attentionem, sed magis assiduam fieri procedente scientia et usu: hilarem respuere tristia, morosum iocosa, ita ut attendere non modo nolit, sed etiam vix possit: et quae sunt eiusdem generis plura. Facillime per-

spicitur, haec omnia pendere a cogitationibus reproductis, atque propterea non referenda esse inter causas primarias: quas enim quisque non habet praeformatas cogitationes, eas reproducere nequit; quibus autem est instructus, his augeri quidem vehementer potest attentio et minui, sed semper licebit quaerere, quid futurum fuisset, si reliquis causis illae non insuper accessissent? Deesse certe poterant salvo eodem animi statu, qui fuit ante attentionis initium: ita enim quiescebant obrutaeque iacebant quasi in fundo mentis, ac si omnino nunquam affuissent. Causas autem primarias ab hac accedente reproductione prorsus segregandas esse, melius ex ipso calculo apparebit: cui iam nos accingamus.

6.

Primordia calculi capienda sunt a quaestione praevia: notio nunc primum exoriens in mente, remotis omnibus impedimentis, qualis sit futura functio temporis? Ac praesto videbitur responsio: tempori fore proportionalem; quoniam oriatur in omnibus punctis sive minimis particulis temporis. Eodem modo celeritas corporis cadentis uniformiter augetur crescente tempore, quoniam a gravitate constante corpus impellitur. Verumtamen responsio illa omnino est falsa: experientia docet, tempore minime longo elapso, perceptionem quamcunque ita esse perfectam, ut nullum amplius incrementum (quod quidem sentiri possit) ipsi accedat, etsi diutissime velimus in eadem perceptione perseverare.

Paullulum hic subsistamus. Dicent fortasse aliqui, celeritatem nascentem non fuisse comparandam cum notione nascente, quoniam illius quidem causa sit nota, huius vero ignota. Errant; ignoramus causam celeritatis; nam gravitas nihil est nisi verbum designando phaenomeno aptum, attractio autem, quam plurimi putant agere in distans, certissime est falsa hypothesis, qnod cum nonnisi metaphysicis rationibus explicare possim, hic tantum confirmabo auctoritate Euleri in *Theoria motus corporum rigidorum* §. 184. Omne argumentum, unde concludimus, celeritatem illam esse proportionalem tempori, eo nititur, quod in singulis particulis temporis nihil est discriminis, quare si quid in ullo temporis puncto iam oriatur, id aeqne in omnibus fieri arbitramur.

Sed haec in mente secus se habent. Quae dicturus sum, metaphysicis nituntur rationibus; lectores ea videbunt expe-

rientiae esse consentanea, ac per se simplicissimam praebere hypothesin, etsi argumentis comprobari non possent.

Unaquaeque notio, in statu suo completo, habenda est pro unitate tali, qualis est sinus vel cosinus totus; quae augeri non potest, sed admittit fractiones. Notionem in mente nascentem, itaque nondum completam, dicimus perceptionem; quae cum nascendo augeatur, fractio est illius unitatis. *Quantum autem eius tempore quodam elapso iam natum est, tantum denuo nasci nequit*; itaque ademtum est a facultate mentis, eandem notionem in maius robur evehendi. Ponamus totam hanc facultatem $=\varphi$; elapso tempore $=t$, si notionis robur sensim crescendo evectum est ad quantitatem $=z$, residuum illius facultatis erit $\varphi-z$. Perceptionis intensitatem ponamus esse constantem, et $=\beta$; habebimus

$$\beta(\varphi-z)\,dt=dz;\ \text{unde}\ \beta t=\log.\frac{Const}{\varphi-z}.$$

$$\text{Pro}\ t=0\ \text{etiam}\ z=0;\ \text{hinc}\ \beta t=\log.\frac{\varphi}{\varphi-z};$$

$$z=\varphi(1-e^{-\beta t});\ \text{et}\ \frac{dz}{dt}=\beta\varphi e^{-\beta t}.$$

Hinc sequitur:

1) Facultatem mentis, notionem aliquam *producendi*, cito decrescere, nec tamen unquam prorsus in nihilum abire. (Quaestionem, an eiusmodi facultates possint *restaurari*, hic non curo; tantum dico, notiones, quibus utatur homo adultus, maximam partem esse *reproductas*, non autem denuo *productas*. Addentur nonnulla de hac re in capite sequente.)

2) Quamcunque perceptionis intensitatem, minimam aeque ac maximam, aptam esse, ad idem efficiendum notionis robur, si temporis satis sibi concedatur. Ita tollitur admiratio illa, de qua in §. praecedente sum locutus.

Formulae propositae attentionem indicant absolutam, sive maximam, nullis cum viribus contrariis confligentem: quae si unquam usu veniret, nomine quidem latino, ducto a tendendo, non recte designaretur, quoniam intendi non possunt, quae secura sunt ab omni nisu contrario.

Sed nisi forte velimus sermonem instituere de primo vitae initio, ut aliae nullae nec praecesserint, nec simul adsint notiones (quod sane ridiculum esset), semper confligendum erit cum viribus oppositis; notionum animo praesentium quaedam

erunt contrariae notioni nascenti: hinc *iactura facienda*, et *pro rata parte distribuenda.*

I. Ad iacturam determinandam primo loco observandum est, orientem notionem initio certe admodum imbecillam fore, ipsique confligendum esse cum notionibus priori tempore natis; quod tempus nisi fuerit perbreve, illae iam non parum roboris erunt consecutae. Itaque certum est, notionem nascentem esse omnium notionum minimam; atque iam patet ex supra dictis (4), *ad iacturam faciendam tantum unoquoque temporis puncto accrescere, quantum accedat ad notionem nascentem:* * nisi forte minor sit contrarietas; qua de re pauca adhuc sunt dicenda.

Mente concipiamus colorem rubrum et caeruleum: quos ita distare scimus, ut intermedius sit violaceus, neque tamen unicus sibique semper par, sed modo proprior rubro, modo caeruleo. Horum colorum ea est ratio, ut quasi linea continua interposita videatur inter rubrum et caeruleum, qui sint eius lineae puncta extrema: violacei autem coloris tot sunt varietates, ut proximae quaeque non possint discerni, earumque contrarietas sit infinite parva. Hoc exemplo ad cuiuscunque generis notiones accommodato, apparebit, *contrarietatem notionum* (nostro sermone *der Hemmungsgrad*) esse quantitatem talem, ut eius maximus valor sit $=1$, reliqui valores intermedii sint inter 0 et 1. Maximum valorem admisimus supra (4), ubi diximus, si altera notionum *prorsus* sit oppressa, *tum demum alteram fore incolumem:* quod si fieri posset, etsi prior illa *non prorsus* esset oppressa, contrarietas notionum non esset $=1$, sed aequalis cuidam fractioni genuinae $=\pi$.

Jactura facienda in hac, quam nunc tractamus, disquisitione, non pro constante haberi debet: sed variabilis est duplici ratione, tum crescendo, tum decrescendo. Invenimus esse $\frac{dz}{dt}=\beta\varphi e^{-\beta t}$, hinc iactura accrescit $\pi\beta\varphi e^{-\beta t}\,dt$, denotante $\pi$ quantitatem contrarietatis inter notionem nascentem et illas, ad quas animo praesentes accedit. Eodem autem tempusculo $=dt$, quo augetur iactura $=v$, diminuitur etiam suo ipsius pondere, quoniam unoquoque temporis puncto notiones clari-

* Docuimus, pro ternis notionibus $a$, $b$, $c$, positio $a>b$ et $b>c$, fore iacturam $=b+c$; iam fingamus, $b$ vel $c$ aliquid incrementi capere, ita tamen, ut semper maneat $<a$: patet, idem incrementum accedere ad iacturam, quae semper est $=b+c$.

tatis suae primitivae detrimentum aliquod capiunt: ea iacturae adhuc faciendae deminutio est $= v\,dt$. Hinc existit aequatio

$$dv = \pi\beta q e^{-\beta t}\,dt - v\,dt.$$

Lectores nosse censentur integrationem formulae $dy + Py\,dx = Q\,dx$; qua applicata ad $dv + v\,dt = \pi\beta q e^{-\beta t}\,dt$ invenietur

$$v = e^{-t}\,[\textstyle\int e^{t}\,.\,\pi\beta q e^{-\beta t}\,dt + Const.].$$

Est autem $\int e^{t}\,.\,e^{-\beta t}\,dt = \int e^{t(1-\beta)}\,dt = \frac{1}{1-\beta}\,.\,\int e^{t(1-\beta)}$,

$$\text{unde } v = \frac{\pi\beta\varphi}{1-\beta}\,e^{-\beta t} + Ce^{-t}.$$

Restat constans determinanda. Fieri potest, ut iam initio temporis adsit quaedam iactura facienda, scilicet ex iis notionibus, quae animo obversantur, antequam nova notio accedat: neque tantum potest fieri, sed revera necesse est, quoniam scimus (4), nunquam ullas notiones prorsus ad suum aequilibrium pervenire. Ponamus, sicut iam consuevimus, illam iacturam primo fuisse $= s$, deinde eius desedisse aliquantum $= \sigma$, eo autem temporis puncto, quo accedat nostra nova notio, reliquam esse quantitatem $= s - \sigma$; sequitur, pro $t = 0$ esse $v = s - \sigma$, unde fit

$$s - \sigma = \frac{\pi\beta\varphi}{1-\beta} + C;$$

atque hinc denique $v = \frac{\pi\beta\varphi}{1-\beta}\,e^{-\beta t} + \left(s - \sigma - \frac{\pi\beta\varphi}{1-\beta}\right)e^{-t}$. Interdum commodius erit scribi $v = \pi\beta\varphi\,\frac{e^{-\beta t} - e^{-t}}{1-\beta} + (s - \sigma)e^{-t}$.

Haec iactura facienda rite distribuatur necesse est, eaque distributio caput est negotii suscepti: sed antequam eo procedamus, iuvabit paullo altius inquirere in formulam modo inventam, variosque valores in illa comprehensos.

Primo intuitu apparet, quomodo pendeant hi valores a quantitatibus $\pi$ et $s - \sigma$; sed numerus $\beta$ multifariam formulae implicitus est: unde hoc quidem statim intelligitur, inter iacturam sive pressionem, et intensitatem novae notionis, non esse simplicem quantitatis relationem; etsi ex huius notionis adventu ea pressio coorta videatur.

Ponamus $\beta = 1$: inveniemus $\frac{e^{-\beta t} - e^{-t}}{1-\beta} = \frac{0}{0}$; ut differentiatione opus sit ad verum valorem cognoscendum; quam patet ita esse instituendam, ut $\beta$ sumatur pro variabili. Prodit $te^{-t}$; atque hinc

$$v = \pi\varphi t e^{-t} + (s-\sigma)e^{-t}.$$

Porro $dv = e^{-t}\,dt\,[\pi\varphi(1-t) - (s-\sigma)]$.

Sit $\pi\varphi(1-t) - (s-\sigma) = 0$, sequitur $\frac{\pi\varphi - (s-\sigma)}{\pi\varphi} = t$, quo tempore elapso ad summum evecta erit iactura facienda; post autem magis decrescit, quam novis accessionibus augetur.

Differentiando formulam universalem, habebitur

$$\frac{dv}{dt} = -\frac{\pi\beta^2\varphi}{1-\beta}e^{-\beta t} + \left(\frac{\pi\beta\varphi}{1-\beta} - (s-\sigma)\right)e^{-t}$$

quo posito $= 0$ prodibit

$$log.\ nat.\ \frac{\pi\beta^2\varphi}{1-\beta} - \beta t = log.\ nat.\ \left(\frac{\pi\beta\varphi}{1-\beta} - (s-\sigma)\right) - t;$$

$$\text{unde } t = \frac{1}{1-\beta}\,log.\ nat.\left(\frac{1}{\beta} - \frac{(s-\sigma)(1-\beta)}{\pi\beta^2\varphi}\right).$$

Ex hac formula pro omnibus valoribus numeri $\beta$ colligitur, quando iactura futura sit maxima; ut autem eius vim commodius perspiciamus, addam quae sequuntur.

1) Sit $s-\sigma$ adeo parvum, ut proxime accedat ad valorem $=0$; sequitur $t = \frac{1}{1-\beta}\,log.\frac{1}{\beta}$. Haec quantitas semper est positiva, etsi $\beta > 1$; fit autem infinita, ubi $\beta$ evanescit; et infinite parva, si $\beta$ crescit in infinitum; quoniam logarithmi, quamvis infiniti, inferiorem iis numeris tenent ordinem, cum quibus simul abeunt in infinitum.

2) Habeat $s-\sigma$ valorem finitum et mediocrem (nequit enim esse permagnum, quoniam pars est omnium notionum animo simul praesentium); atque ponamus

a) $\beta > 1$; videbimus, $\beta$ posse ascendere ad infinitum; quo facto fit

$$t = -\frac{1}{\beta}\,log.\left(1 + \frac{s-\sigma}{\pi\varphi}\right)\frac{1}{\beta}$$

$$= -\frac{1}{\beta}\left(log.\left(1+\frac{s-\sigma}{\pi\varphi}\right) - log.\,\beta\right) = +\frac{1}{\beta}\,log.\ \beta,$$

quod est infinite parvum.

b) $\beta < 1$; iam cavendum erit, ne formula nanciscatur valorem negativum, qui futurus esset imaginarius, quoniam tempus semper est positivum. Itaque scribamus

$$t = \frac{1}{1-\beta}\,log.\ \frac{\pi\beta\varphi - (1-\sigma)(1-\beta)}{\pi\beta^2\varphi},$$

perspicuum est, tempus fore nullum, si habeatur

$$\pi\beta^2\varphi = \pi\beta\varphi - (s-\sigma)(1-\beta), \text{ sive}$$

$$s - \sigma = \pi\beta\varphi, \text{ vel } \beta = \frac{s-\sigma}{\pi\varphi}.$$

His expositis, omnia adhuc usque tradita sunt exemplis ad certos numeros adactis illustranda. Simplicitatis causa ponamus $s - \sigma = 1$, et $\pi = 1$, quoniam istae quantitates parum molestiae facessunt; sed $\beta$ et $t$ per varios valores sunt persequendae. Commodum erit, literae $\varphi$ tribuere valorem $= 10$, etsi vere est unitas illa, quam uniuscuiusque notionis robur non potest excedere: quod si stricte vellemus observare, numerorum integrorum usus paene omnis tolleretur, atque prorsus in fractiones devolveremur. Caeterum patet, veritatem nullo modo laedi, si unitatem illam quasi decima sui parte demensam concipiamus; dummodo memoria teneatur mensura semel constituta.

Ex aequationibus propositis

$$z = \varphi(1 - e^{-\beta t}),$$

$$\text{et } v = \frac{\pi\beta\varphi}{1-\beta} e^{-\beta t} + \left(s - \sigma - \frac{\pi\beta\varphi}{1-\beta}\right) e^{-t},$$

inveniuntur valores sequentes:

| | $\beta = \frac{1}{2}$ | $\beta = 1$ | $\beta = 2$ |
|---|---|---|---|
| $t = \frac{1}{10}$ | $z = 0{,}4876$ | $z = 0{,}9516$ | $z = 1{,}8127$ |
| | $v = 1{,}3689$ | $v = 1{,}8097$ | $v = 2{,}6270$ |
| $t = \frac{1}{2}$ | $z = 2{,}2119$ | $z = 3{,}9347$ | $z = 6{,}3212$ |
| | $v = 2{,}3294$ | $v = 3{,}6392$ | $v = 5{,}3795$ |
| $t = 0{,}64436$ | ........ | ......... | $z = 7{,}2437$ |
| | | | $v = 5{,}513$ |
| | | | maximum. |
| $t = 0{,}9$ | ......... | $z = 5{,}9343$ | |
| | | $v = 4{,}0657$ | |
| | | maximum. | |
| $t = 1$ | $z = 3{,}9347$ | $z = 6{,}3212$ | $z = 8{,}6467$ |
| | $v = 2{,}7544$ | $v = 4{,}0469$ | $v = 4{,}6510$ |
| $t = 1{,}17558$ | $z = 4{,}4444$ | | |
| | $v = 2{,}7780$ | | |
| | maximum. | | |
| $t = 2$ | $z = 6{,}3212$ | $z = 8{,}6467$ | $z = 9{,}8169$ |
| | $v = 2{,}4609$ | $v = 2{,}8419$ | $v = 2{,}4756$ |
| $t = 3$ | $z = 7{,}7683$ | $z = 9{,}5022$ | $z = 9{,}9753$ |
| | $v = 1{,}7833$ | $v = 1{,}5434$ | $v = 0{,}9961$ |
| $t = 10$ | $z = 9{,}9327$ | $z = 9{,}9994$ | $z = 9{,}9999$ |
| | $v = 0{,}06697$ | $v = 0{,}00458$ | $v = 0{,}00094$ |

Intuentem hanc tabulam fugere non potest, adesse etiam aliud maximum praeter illud, quod calculo iam persecuti su-

mus; comparantes enim pro tempore $=2$ valores ipsius $v$, intelligimus, eam seriem, ubi $\beta=1$, hic eminere, cum tamen et ab initio medium locum teneret, et sub finem eodem revertatur. Quod latius patere primo confirmabimus exemplis; computantes enim pro $\beta=\frac{1}{5}$ tempus maximi $=1{,}3733$ et ipsum maximum $=1{,}5197$, invenimus, tempore $=2$ valorem ipsius $v$ inferiorem fore hoc maximo, atque hinc certe inferiorem etiam valore $2{,}8419$, quem adipiscitur $v$ in serie illa, ubi $\beta=1$: posito autem $\beta=5$ prodit tempus maximi $=0{,}38312$ et ipsum maximum $=7{,}3618$; sed deinde ita decrescit $v$, ut tempore $t=2$ sit $=1{,}8264$. Nec mirum: omnis enim notionum motus in mente, (quem motum scimus nihil esse praeter vicissitudinem minoris et maioris claritatis,) pendet ab earum contrarietate, qua premuntur, intenduntur, et ad agendum excitantur; itaque maiores existunt motus, ubi fortior accedit perceptio nova ad notiones iam animo praesentes; iique motus maiores celerius etiam tendunt versus finem suum, qui est aequilibrium: minores autem motus sunt tardiores, atque ita in longius tempus producuntur.

Calculo quoque eandem rem persecuturi, utamur differentiatione ipsius $v$ secundum $\beta$; ut $(s-\sigma)e^{-t}$ habeatur pro constante, et factores $\pi\varphi$ itidem constantes seponantur. Restat differentiandum $\frac{\beta}{1-\beta}(e^{-\beta t}-e^{-t})$; prodibit

$$d\beta\,\frac{e^{-\beta t}(\beta^2 t-\beta t+1)-e^{-t}}{(1-\beta)^2}.$$

Numerator evanescit pro $\beta=1$; sed cum idem fiat in denominatore, bis repetatur differentiatio necesse est, qua peracta perducimur ad numeratorem

$$e^{-\beta t}(\beta^2 t^3-\beta t^3-4\beta t^2+3t^2+2t).$$

Posito $\beta=1$ et reiectis iis quae invicem destruuntur, superest $e^{-\beta t}(2t-t^2)$, quod cum evanescat posito $t=2$, iam apparet, hoc tempore maximum illud quaesitum pro $\beta=1$ revera adesse.

Oritur autem hic magna quaestio, quid hoc sibi velit, $\beta=1$ et $t=2$? quod ut intelligatur, subsint unitates necesse est, non arbitrariae, sed determinatae. Eiusmodi unitates nonnisi experientiae ope constitui possunt; quanti autem hoc sit laboris, quot subtilissimarum observationum moles comparanda et exagitanda, ex mathematicorum studiis, in cognoscendam cor-

porum libere cadentium celeritatem aliaque similia impensis, satis perspicitur. Fateor, me nondum eo pervenisse, ut certi aliquid de illis unitatibus proferre possim; interim a maximis erroribus illae ipsae disquisitiones nobis cavent, in quibus versamur. Neminem latet, quomodo afficiamur novis perceptionibus: permovemur aliquantulum, mox autem animus quasi in integrum restituitur. Itaque satis breve nobis videtur id tempus, quo iactura facienda primo evehitur ad maximum, deinde fere tota residit, ut animum in motu esse non amplius sentiamus. Rite perpensis iis, quae in nobis ipsis observamus, nemo diem aut annum putabit pro unitate illius temporis habendum; ne de tota quidem hora cogitabit quisquam; sed ipsa horae minuta prima nimis longa videbuntur; in minutis secundis dubitabundi haerebimus. Altera ex parte certissimum est, fractiones admodum parvas minuti secundi ab hac quaestione esse alienissimas; nec ulla alia est causa, cur celeritatem corporum coelestium et luminis admirari soleamus, nisi haec una, motus animi ita tardos esse, ut nullam mutationum internarum seriem, cum illa celeritate comparandam, in nobis queamus observare.

Satis cognita iactura facienda, pergamus ad eiusdem distribuendae negotium.

II. Differt haec distributio duplici modo ab illa, quam antea (4) perfecimus: variabilis enim est et ipsa iactura et ratio eius distribuendae.

1) Quandoquidem iactura est variabilis, uno quasi actu in partes dissecari nequit; sed redeamus necesse est ad minimas eius particulas, quibus in tempusculis infinite parvis notionum claritas diminuitur. Cum $v$ sit functio ipsius $t$, post certum tempus quantumcunque certa aderit iactura facienda, quae per proximum tempusculum $dt$ manebit constans; hinc $vdt$ erit id, quod necessitate urgente $= v$ in tempusculo $dt$ adimendum omnibus notionibus simul sumtis, atque hanc ob causam distribuendum est in singulas notiones.

2) Ut ratio distributionis explicetur, ponamus, animo praesentes esse notiones duas $a$ et $b$ eo ipso tempore, quo accedat nova notio, cuius vim variabilem designemus per $x$. Respiciendo ad anteriora (4) patebit, rationem distributionis denotari numeris $\frac{1}{a}$, $\frac{1}{b}$, $\frac{1}{x}$; sive commodius numeris $bx$, $ax$, $ab$.

Hinc calculus induit formam sequentem pro nova notione $x$:

$$(bx + ax + ab) : ab = vdt : \frac{abvdt}{bx + ax + ab}.$$

Ponamus $a + b = c$, $ab = c'$: terminus ultimus, quem quaesivimus, fit $\frac{c'vdt}{cx + c'}$: cuius integratione peracta invenietur ea iacturae pars, quae novae notioni erit ademta. Hanc partem postea designabimus litera $Z$, distinguenda a $z$. Itaque erit

$$\frac{c'vdt}{cx + c'} = dZ.$$

Similis erit calculi forma, si plures animo affuerint notiones eo tempore, quo accederet nova. Potest etiam fieri, ut non eadem sit omnium notionum inter sese quantitas contrarietatis: hoc casu scribantur numeri illi, rationem distributionis denotantes, ita:

$$\frac{\varepsilon}{a},\ \frac{\eta}{b},\ \frac{\vartheta}{x},\ \text{sive}\ bx\varepsilon,\ ax\eta,\ ab\vartheta,$$

ubi $\varepsilon$, $\eta$, $\vartheta$, determinandi sunt secundum contrarietatum quantitates. Hine pro $\frac{abvdt}{bx + ax + ab}$ prodibit $\frac{ab\vartheta vdt}{(b\varepsilon + a\eta)\,x + ab\vartheta}$. Sed posito $b\varepsilon + a\eta = c$ et $ab\vartheta = c'$, eadem recurret formula $\frac{c'vdt}{cx + c'}$, qua iam usi sumus; constantium valore immutato, unde sequenti calculo nihil negotii potest accedere. Atque revera unica tantum adest constans, scilicet quotiens $\frac{c'}{c}$, isque variis modis existere potuit ex numeris $a$, $b$, $\varepsilon$, $\eta$, $\vartheta$; ut eundem calculum variis liceat constantibus primitivis applicare.

Latet autem summa difficultas in illa vi variabili, quam designavi litera $x$. Mirum fortasse videbatur lectoribus, quod eius loco non statim ponerem illud $z$, quod scimus esse $= \varphi\,(1 - e^{-\beta t})$; nam qualis tandem ea vis potest esse, nisi vis ipsius novae notionis $z$? Sane nulla est alia, sed non est eadem tota atque integra, sed pars eius variabilis. Quod ut intelligatur, res denuo est consideranda. Singulis tempusculis oritur $dz$, quod est infinite parvum: adsunt autem vires finitae contrariae notionum animo praesentium. Nonne exspectandum est, vim infinite parvam a viribus finitis protinus exstinctum iri? Hoc revera fieri in quibusdam casibus, infra videbimus: si semper fieret, nunquam alicuius novae perceptionis conscii nobis esse possemus. Fac autem, singulis tempusculis aliquid remanere ex singulis $dz$: *omnes istae particulae superstites iungentur inter*

*se*, atque ita vim efficient finitam, eamque semper crescentem. Ita revera fieri solet; quomodo autem fieri possit, intelligemus attendendo ad ea, quae supra dicta sunt de virium in animo agentium natura. Diximus (4, E), notiones per se non esse vires, sed sollicitari ad agendum pressione mutua. Hinc patet, infinite parvas illas particulas $dz$ exercere infinite parvam pressionem contra notiones animo iam praesentes, neque maiorem pati reactionem, quam excitaverint; ut non mirum sit, *aliquantum* remanere, atque *coalescere in quantitatem finitam.* Certissimum tamen est, hanc quantitatem finitam non adaequari posse toti summae omnium $dz$, sive toti $z$; multum enim est deperditum, atque quasi dispersum; quod cum nonnisi vim habeat infinite parvam, in conflictu virium finitarum pro nihilo est habendum.

Jam duos constituamus limites, quos inter necesse est quantitatem illam finitam contineri: hi limites sunt $z$ et $z-Z$, denotante $Z$ eam partem ipsius $z$, quae elapso tempore $t$ ita est depressa, ut non amplius sit animo praesens. Vis novae notionis minor esse non potest quantitate $z-Z$; nam quantum eius animo simul est praesens elapso tempore $t$, tantum certe coaluit, unamque exercet actionem; verum paullo maiorem esse, inde sequitur, quod notiones partim depressae, vim tamen integram conservant (4, C). Distinguamus duo tempora diversa, $t$ et $t'$; elapso breviore tempore $t$, animo praesens sit $z-Z$; procedente tempore haec quantitas et augetur novis $dz$ accedentibus, et minuitur pressione non intermissa; elapso longiore tempore $t'$ aliud habebimus $z'-Z'$; quantum autem prioris $z-Z$ interea est depressum, id non desinit agere in animo, sed pergit in resistendo viribus contrariis; attamen non continetur in quantitate $z'-Z'$; atque ita errorem calculi efficiet, si totam vim agentem ponemus $=z'-Z'$.

Nihilominus utemur calculo sic instituto, quoniam nulla spes est, eum accuratius exhibendi: quocirca deliberandum est, quanto in errore possimus versari. Ac primo notandum, quantitatem negligendam non esse talem, ut, si cognita esset, simpliciter addi deberet ad vim agentem; sed semper quodammodo est seiuncta, atque hanc ob causam parum habet momenti.*

* Huius rei explanandae causa redeamus ad supra (4) tradita; et perpendamus exempla calculi, quo determinatur aequilibrium notionum, si vires

Negligimus enim id, quod animo non est praesens; hanc autem ipsam ob causam non potest coalescere cum iis novae notionis incrementis, quae postea in animum inducuntur.

Deinde videamus, quomodo fieri possit, ut quantitas negligenda vel augeatur vel minuatur. Quo magis priore tempore creverit quantitas $z - Z$, et quo fortius postea deprimitur, tanto maior habebitur error. Sin statim ab initio maxima fuit pressio subeunda, non multum potuit coalescere; et postea deminuta pressione haud multum absumetur. Hoc modo dignoscemus eos casus, in quibus respiciendum erit ad alterum limitem, qui, etsi nunquam potest attingi, de erroris commissi quantitate tamen nos poterit securos reddere.

Redeo nunc ad differentiale illud $\frac{c'vdt}{cx + c'} = dZ$, quod contineri videmus limitibus $\frac{c'vdt}{cz + c'}$ et $\frac{c'vdt}{c(z - Z) + c'}$, ita quidem, ut a priore limite semper satis longe absit, ad posteriorem autem multo propius possit accedere. Ex superioribus est

$$\frac{c'vdt}{cz + c'} = \frac{c' \,.\, \pi\beta\varphi \,.\, e^{-\beta t}\, dt}{(1 - \beta) \,.\, (c\varphi(1 - e^{-\beta t}) + c')} + \frac{\left(s - \sigma - \frac{\beta\pi\varphi}{1 - \beta}\right) c' e^{-t}\, dt}{c\varphi(1 - e^{-\beta t}) + c'}.$$

Ad hanc formulam, integrationi satis facili se praebentem, nisi

earum sunt constantes. Ponamus ternarum notionum robora esse in proportione numerorum 3, 1, 1; iactura facienda erit = 2; eaque sic distribuetur:

$$7 : \begin{Bmatrix} 1 \\ 3 \\ 3 \end{Bmatrix} = 2 : \begin{Bmatrix} \frac{2}{7} \\ \frac{6}{7} \\ \frac{6}{7} \end{Bmatrix}; \quad \begin{matrix} 3 - \frac{2}{7} = \frac{19}{7} \\ 1 - \frac{6}{7} = \frac{1}{7} \\ 1 - \frac{6}{7} = \frac{1}{7} \end{matrix}$$

Mutemus exemplum; ponamus loco binarum notionum, quarum utraque = 1, unam singularem, cuius vis sit = duabus illis, sive = 2. Jactura etiam erit = 2, sed longe aliam habebimus distributionem, scilicet

$$5 : \begin{Bmatrix} 2 \\ 3 \end{Bmatrix} = 2 : \begin{Bmatrix} \frac{4}{5} \\ \frac{6}{5} \end{Bmatrix}; \quad \begin{matrix} 3 - \frac{4}{5} = \frac{11}{5} \\ 2 - \frac{6}{5} = \frac{4}{5} \end{matrix}$$

ubi patet, quantum momenti sit in coniunctione earum virium, quas antea pro disiunctis habuimus. Sed dicet fortasse aliquis, in priore exemplo notiones numeris 1 et 1 designatas fuisse oppositas inter se; hinc maiorem exstitisse pressionem. Itaque si non fuissent oppositae, sed tantum disiunctae, lenior fuisset pressio subeunda? Minime! nam et iactura et eius distributio eaedem manent. Quod ne paradoxon videatur, pauca addam. Ponantur binae notiones, $b$ et $c$; iactura erit = $c$, ob contrarietatem inter $b$ et $a$. Accedat tertia notio $a$; iactura erit $b + c$, ob contrariam fortiorem $a$. Itaque duplex adest ratio, cur iactura involvat quantitatem $c$; hinc vero non existit maior pressio, sed idem animi motus sufficit duabus rationibus simul; atque cum quantitas $c$ iam opprimatur propter contrariam $a$, non potest denuo opprimi propter contrariam $b$.

valor nimis incommodus tribuatur literae $\beta$, infra revertar, ubi usus postulabit.

Longe aliter se habet aequatio $\frac{c'vdt}{c'(s-Z)+c'} = dZ$

$$\text{sive } c'vdt = czdZ - cZdZ + c'dZ,$$

sive $\frac{c'\pi\beta\varphi}{1-\beta}e^{-\beta t}\,dt + c'\left(s - \sigma - \frac{\pi\beta\varphi}{1-\beta}\right)e^{-t}\,dt$

$$= c\varphi(1-e^{-\beta t})\,dZ - cZdZ + c'dZ.$$

In hac aequatione permixtae sunt quantitates variabiles; nec certum ordinem aequationis assignare possumus, quoniam diversissimos literae $\beta$ necesse est tribui valores; quamobrem de eius solutione directa et finita vix aliquem puto cogitaturum.

Ponamus $1 - e^{-\beta t} = u$; $\beta e^{-\beta t}\,dt = du$; $e^{-t} = (1-u)^{\frac{1}{\beta}}$, $dt = \frac{du}{\beta(1-u)}$; transformabitur tota aequatio in sequentem:

$$\frac{c'\pi\varphi}{1-\beta}\,du + \frac{c'}{\beta}\left(s - \sigma - \frac{\beta\pi\varphi}{1-\beta}\right)(1-u)^{\frac{1}{\beta}-1}\,du$$
$$= c\varphi u dZ - cZdZ + c'dZ.$$

Facile nunc discerni poterit casus, quo aequatio finitam admittat solutionem, scilicet si $s - \sigma = \frac{\pi\beta\varphi}{1-\beta}$: eumque casum absolvam, antequam approximationis methodum universalem proponam. Moneo tamen, non multum esse praesidii in hoc casu eiusque solutione; angustis enim limitibus circumscriptus est. Primo $\beta$ non debet sumi $> 1$, ne $s - \sigma$ fiat negativum; deinde nec ad unitatem nimis prope debet accedere, quoniam $s - \sigma$ non potest evehi ad valores permagnos. Sed ubicunque $\beta$ habetur satis parvum, incipiendum est ab hoc casu, ut reliqua commodius perspiciantur.

Ponatur $Z = y + \frac{c'}{c}$, $\frac{c'\pi\varphi}{1-\beta} = m$; erit aequatio nostra

$$m du = c\varphi u dy - c y dy, \text{ sive } du = \frac{c\varphi}{m}u dy - \frac{c}{m} y dy,$$

$$\text{unde } u = e^{-\frac{c\varphi y}{m}}\left(\int e^{-\frac{c\varphi y}{m}} \cdot -\frac{c}{m} y dy + Const.\right).$$

$$\text{Porro} \int e^{-\frac{c\varphi y}{m}} y dy = -y \cdot \frac{m}{c\varphi} e^{-\frac{c\varphi y}{m}} - \frac{m^2}{c^2\varphi^2} e^{-\frac{c\varphi y}{m}}$$
$$= -e^{-\frac{c\varphi y}{m}}\left(\frac{my}{c\varphi} + \frac{m^2}{c^2\varphi^2}\right).$$

$$\text{Hinc } u = \frac{c}{m}\left(\frac{my}{c\varphi} + \frac{m^2}{c^2\varphi^2}\right) + Const.\, e^{\frac{c\varphi y}{m}}.$$

Ad constantem determinandam habemus

$$u = 0 \text{ pro } Z = 0 = y + \frac{c'}{c}, \text{ sive } u = 0 \text{ pro } y = -\frac{c'}{c}.$$

Cum commodius scribatur $u = \frac{1}{\varphi}\left(y + \frac{m}{c\varphi}\right) + Const.\ e^{\frac{c\varphi y}{m}}$,

erit $0 = \frac{1}{\varphi}\left(\frac{m}{c\varphi} - \frac{c'}{c}\right) + Const.\ e^{-\frac{c'\varphi}{m}}$,

$$\text{atque } Const. = e^{\frac{c'\varphi}{m}} \cdot \frac{1}{c\varphi} \cdot \left(c' - \frac{m}{\varphi}\right),$$

$$\text{itaque } u = \frac{1}{c\varphi}\left[cy + \frac{m}{\varphi} + \left(c' - \frac{m}{\varphi}\right) \cdot e^{\frac{\varphi}{m}(c'+cy)}\right].$$

$$\text{Reponamus } Z = y + \frac{c'}{c},$$

$$\text{fiet } u = \frac{c\varphi}{1}\left[cZ - c' + \frac{m}{\varphi} + \left(c' - \frac{m}{\varphi}\right) e^{\frac{c\varphi Z}{m}}\right],$$

$$\text{sive tandem } u = \frac{1}{c\varphi}\left[cZ + \left(c' - \frac{m}{\varphi}\right) \cdot \left(e^{\frac{c\varphi Z}{m}} - 1\right)\right].$$

Haec formula, etsi brevissima, tamen aliquid habet incommodi, quoniam non facile potest reverti: assumto enim $u$, quaeritur $Z$; ex natura formulae autem sumto $Z$ quaerendum esset $u$. Levatur tamen haec molestia magna ex parte ope tabularum logarithmorum naturalium; quod ut illustrari possit exemplis, pro quantitatibus constantibus certi numeri sunt introducendi.

Constantes $c$ et $c'$ cum existant ex superioribus $a$ et $b$, sit $a = b = 5$; hinc $a + b = c = 10$; $ab = c' = 25$. Iam supra statuimus $\varphi = 10$; scimus autem, hunc numerum $\varphi$ revera esse unitatem, quam notiones excedere non possunt; quamobrem etiam $a$ et $b$ non possunt esse $> 10$. Ex ipsis autem existat necesse est $s - \sigma$, quae est illarum iactura adhuc *facienda inter se*, si nihil novi esset ad illas accessurum; unde patet, pro mediocri illo valore $a = b = 5$, $s - \sigma$ non statui posse ultra valorem $= 5$, quem si haberet, tota haec iactura adhuc integra esset, sive $\sigma$ adhuc esset $= 0$. Sed alia exstat ratio, quae cavere nos iubet, ne ipsi $s - \sigma$ nimium valorem tribuamus. In aequatione $c'vdt = (cz - cZ + c')\,dZ$ ponatur $t = 0$; fient $z = Z = 0$, sed $v = s - \sigma$, unde pro $t = 0$ est $(s - \sigma)\,dt = dZ$; eodem vero primo temporis initio ex aequatione $z = \varphi(1 - e^{-\beta t})$, sive $dz = \beta\varphi e^{-\beta t}\,dt$ habetur $dz = \beta\varphi\,dt$. Iam apparet, non posse statui primum illud $dZ > dz$, quoniam non plus adimi potest,

quam adest; itaque nunquam committendum erit, ut ponatur $s - \sigma > \beta\varphi$, quod est absurdum.

Quam ultimam invenimus aequationem, ea nititur positione $s - \sigma = \frac{\pi\beta\varphi}{1-\beta}$; unde sequitur $\pi < 1 - \beta$, ne fiat $s - \sigma > \beta\varphi$. Itaque posito $\beta = \frac{1}{3}$, licebit sumere $\pi = 0{,}6$; unde habebimus, propter $\varphi = 10$, $s - \sigma = \frac{6}{2} = 3$; atque ita, quoniam $m = \frac{c'\pi\varphi}{1-\beta} = 25 . 9 = 225$, exemplum aequationis nostrae existit sequens:

$$u = \frac{1}{100}\left[10Z + \left(25 - \frac{225}{10}\right) . \left(e^{\frac{100}{225}Z} - 1\right)\right]$$
$$= \frac{1}{10}\left[Z + \frac{1}{4}\left(e^{\frac{4}{9}Z} - 1\right)\right].$$

Inde sequitur $40u - 4Z = e^{\frac{4}{9}Z} - 1$,
sive *log. nat.* $(40u - 4Z + 1) = \frac{4}{9}Z$.

Haec aequatio ut solvatur, ponamus
$$Z = 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7\ \ldots .$$
$$\tfrac{4}{9}Z = \tfrac{4}{9},\ \tfrac{8}{9},\ \tfrac{12}{9},\ \tfrac{16}{9},\ \tfrac{20}{9},\ \tfrac{24}{9},\ \tfrac{28}{9}, \ldots .$$
quibus fractionibus conversis in decimales, inspiciendo in tabulas logarithmorum naturalium facillime invenietur, cuinam numero integro proximum sit $Z$; deinceps autem approximationibus erit utendum. Caeterum notandum est, $u = 1 - e^{-\beta t}$ non posse ascendere ultra unitatem. Exempli causa ponamus $u = 1$; conversa fractione $\frac{24}{9} = 2{,}6666 \ldots$ apparet, huic numero proximum esse *log. nat.* $14 = 2{,}639 \ldots$; ex $Z = 6$ autem sequitur $41 - 4Z = 17$; igitur $Z > 6$; sed fractio $\frac{28}{9} = 3{,}1 \ldots$. devolvit nos usque ad *log. nat.* 23; atque simul quantitas $41 - 4Z$ retrograditur usque ad 13; unde conspicimus, propius nos abfuisse a vero, cum poneremus $Z = 6$. Approximationis causa sit $Z = 6 + x$; unde

$$41 - 24 - 4x = e^{\frac{4}{9}(6+x)},$$
$$\text{sive } 17 - 4x = e^{2,666\ldots} . e^{\frac{4}{9}x}$$
$$= e^{2,666\ldots} . \left(1 + \frac{4}{9} + \frac{16}{81} . \frac{x^2}{2} + \ldots\right).$$

Est autem $e^{\frac{24}{9}} = 14{,}392 \ldots$, hinc fit

$$17 - 14{,}392 = 2{,}607 = x . \left(4 + \frac{4}{9} . 14{,}392 + \ldots\right).$$
$$\text{et } x = \frac{2{,}607}{10{,}396} = 0{,}25.$$

Ut propius accedamus, sit $Z = 6{,}25 + x'$; itaque
$$41 - 25 - 4x' = e^{\frac{4}{9}(6,25+x')}$$

$$\text{sive } 16 - 4x' = e^{2,777\ldots} . \left(1 + \frac{4}{9} x' + \frac{16}{81} \cdot \frac{x'^2}{3} \ldots\right).$$

Cum sit $e^{2,777\ldots} = 16,0833\ldots$, sequitur

$$-0,0833 = x' . \left(4 + \frac{4}{9} . 16,0833 + \ldots\right),$$

$$\text{unde } x' = -0,0073\ldots, \text{ et } Z = 6,2426\ldots,$$

qui numerus sequentibus seriei $e^{\frac{4}{9}x'} = 1 + \frac{4}{9}x' \ldots$ terminis adhibendis ulterius, si placet, investigabitur.

Potuimus etiam alia ratione calculum instituere; eaque utamur in altero exemplo. Sit $u - \frac{1}{2}$; habebimus aequationem

$$log.\ nat.\ (21 - 4Z) = \frac{4}{9} Z.$$

Si $z$ esset $= 4$, existeret $\frac{4}{9} Z = \frac{16}{9} = 1,7777\ldots$, et *log. nat.* $(21 - 16) =$ *log. nat.* $5 = 1,60943$; unde $Z < 4$; sed si ponamus $Z = 3$, fit $\frac{4}{9} Z = \frac{12}{9} = 1,333\ldots$, et *log. nat.* $(21 - 12) =$ *log. nat.* $9 = 2,197\ldots$ Est autem $1,777\ldots =$ *log. nat.* $5,91\ldots$, et $1,333\ldots =$ *log. nat.* $3,78\ldots$, atque videmus quasi eodem tempore procedere numerum 5 usque ad 9, et retrogradi numerum $5,91\ldots$ usque ad $3,78\ldots$, ut, si illis motum ab aequabilitate non nimis abhorrentem tribuere liceat, celeritates motuum sint in ratione $(9 - 5) : (5,91 - 3,78)$ sive $4 : 2,13$. Occurrant autem necesse est sibi in aliquo itineris conficiendi loco, quem facile inveniemus. Intervallum primitivum numerorum 5 et $5,91\ldots$ est $0,91\ldots$; itaque iam cognitis celeritatibus habemus

$$4 : 2,13 = x : 0,91 - x,$$

unde $x = 0,5938$; et $0,91 - x = 0,32$. Quaerimus autem illud $Z$, quod pertineat ad inventum $x$; idque innotescet per hanc proportionem:

$$2,13\ldots : 0,32\ldots = 4 : 0,5938\ldots = 1 : 0,1484\ldots,$$

unde $Z = 4 - 0,1484 = 3,8516$. Quod ut facilius intelligatur, numerorum mutationes, quae sibi respondent, ita proponam.

Mutato numero $(21 - 4Z)$ ex 5 in 5,5938 et in 9
et $e^{\frac{4}{9}Z}$ ..... 5,91 . . 5,5938 . . . 3,78...,
mutatur $Z$ ....... 4 . . . . 3,8516 . . . 3;

atque propter aequationem $21 - 4Z = e^{\frac{4}{9}Z}$, verum $Z$ eadem ratione interpositum sit necesse est inter 4 et 3, qua ratione 5,5938 interiacet inter 5 et 9, vel inter 5,91 et 3,78. Correctione tamen opus est, tum ob defectum in numeris 5,91... et 3,78...; tum ob errorem admissum in hypothesi motus aequabilis in

functionibus alia lege procedentibus. Quae correctio sic instituenda, logarithmum convertendo in seriem:

$$log.\ nat.\ (5{,}5938 - 4x) = log.\ 5{,}5938 + log.\left(1 - \frac{4x}{5{,}5938}\right)$$
$$= \frac{4}{9}\,(3{,}8516 + x)$$

$$\text{sive } 1{,}72159 - \left(\frac{4x}{5{,}5938} + \frac{1}{2}\cdot\left[\frac{4x}{5{,}5938}\right]^2 + \ldots\right) = 1{,}7118 + \tfrac{4}{9}\,x.$$

Neglecto seriei logarithmum referentis termino secundo, et qui eum sequuntur, habebimus

$$0{,}0098 = x\left(\frac{4}{9} + \frac{4}{5{,}5938}\right),$$
$$\text{unde } x = 0{,}00845, \text{ et } Z = 3{,}86005.$$

Ad ulteriores correctiones viam patere, manifestum est; quas autem adhibui, eae iam usum psychologiae excedunt, quocirca crassiori calculo utamur; verum id agamus, ut totam rem uno adspectu possimus amplecti.

Tentando e tabulis invenietur

$$\text{pro } u = \tfrac{1}{4},\ Z = 2{,}11,$$
$$u = \tfrac{3}{4},\ Z = 5{,}21.$$

Itaque habemus

| | diff. I. | II. | III. | IV. |
|---|---|---|---|---|
| pro $u = 0$, $Z = 0$ | | | | |
| | 2,11 | | | |
| $u = \frac{1}{4}$, $Z = 2{,}11$ | | — 0,36 | | |
| | 1,75 | | + 0,04 | |
| $u = \frac{1}{2}$, $Z = 3{,}86$ | | — 0,40 | | — 0,12 |
| | 1,35 | | — 0,08 | |
| $u = \frac{3}{4}$, $Z = 5{,}21$ | | — 0,32 | | |
| | 1,03 | | | |
| $u = 1$, $Z = 6{,}24$ | | | | |

Quamquam differentiae non evanescunt, valde tamen diminuuntur, atque licebit nobis seriem τοῦ $Z$ habere pro arithmetica; ut possimus compingere omnia in notissimam formulam interpolationis: cuius ope invenietur

$$Z = 9{,}332\,u - 4{,}064\,u^2 + 2{,}304\,u^3 - 1{,}28\,u^4.$$

Haec formula si quem offendet, quoniam non est adaequata, fatendum tamen erit, eam correctionibus ansam praebere commodissimam. Ponatur exempli causa $u = \frac{1}{3}$; prodibit $Z = 2{,}728$; quod si recte se haberet, *log. nat.* 3,42 esset $= 1{,}21$; est antem revera $= 1{,}23\ldots$; ut error quidem sit commissus, sed talis error, cuius remedia secundum methodos traditas in promtu iam habeamus, et facillime possimus expedire.

Comparationis causa mutabo quasdam quantitates constantes; sit $\beta = \frac{1}{5}$, unde $1 - \beta = \frac{4}{5}$; hinc $\pi < 1 - \beta$ poterit adscendere in maiorem valorem; ponamus igitur $\pi = \frac{3}{4}$; atque habebitur

$s - \sigma = \frac{\pi\beta\varphi}{1-\beta} = 1{,}875$; $\frac{c'\pi\varphi}{1-\beta} = m = 234{,}375$; $c' - \frac{m}{\varphi} = 1{,}5625$; $\frac{c\varphi}{m} = 0{,}42667$; ut formula universalis

$$u = \frac{1}{c\varphi}\left[cZ + \left(c' - \frac{m}{\varphi}\right).\left(e^{\frac{c\varphi}{m}Z} - 1\right)\right]$$

abeat in hanc:

$$u = \tfrac{1}{10}\,[Z + 0{,}15625\ (e^{0{,}42667\,Z} - 1)];$$

| | diff. I. | II. | III. | IV. |
|---|---|---|---|---|
| unde pro $u = 0,\ Z = 0$ | | | | |
| | 2,15 | | | |
| $u = \frac{1}{4},\ Z = 2{,}15$ | | $-$ 0,14 | | |
| | 2,01 | | $+$ 0,24 | |
| $u = \frac{1}{2},\ Z = 4{,}16$ | | $-$ 0,38 | | $-$ 0,23 |
| | 1,63 | | $+$ 0,01 | |
| $u = \frac{3}{4},\ Z = 5{,}79$ | | $-$ 0,39 | | |
| | 1,24 | | | |
| $u = 1,\ Z = 7{,}03$ | | | | |

Non morabor in serie ex his valoribus construenda: patent enim primo intuitu, quae sunt consideranda. Erat

in primo exemplo $\beta = \frac{1}{4}$; $\pi = 0{,}6$; $s - \sigma = 3$;

in secundo ....... $\beta = \frac{1}{5}$; $\pi = 0{,}75$; $s - \sigma = 1{,}875$;

deminuta simul perceptionis intensitate ($\beta$) et pressione initiali ($s - \sigma$), mirum non est, initio fere eandem servari proportionem inter notionis aequisitae robur ($10\,u = z$) et eius detrimentum ($Z$); etsi autem inde ab $u = 0$ usque ad $u = \frac{1}{4}$ inter quantitates $Z$ nihil fere sit discriminis, subinde tamen perspicitur, quid possit maior notionum contrarictas ($\pi$) ad augendam detrimenti quantitatem; cum videamus, quantum distent valores finales 6,24 et 7,03. Caeterum in hoc genere calculi iactura facienda

$$v = \frac{\pi\beta\varphi}{1-\beta}e^{-\beta t} + \left(s - \sigma - \frac{\pi\beta\varphi}{1-\beta}\right)e^{-t}$$

non potest assurgere ad maximum; nam ex hypothesi constituta $s - \sigma = \frac{\pi\beta\varphi}{1-\beta}$ sequitur $v = \frac{\pi\beta\varphi}{1-\beta}e^{-\beta t}$, sive $(s-\sigma)\,e^{-\beta t}$, unde intelligitur, pressionem semper diminutum iri, idque fieri eo celerius, quo maius sit $\beta$. Cum autem respiciendum sit ad temporis decursum, quaeramus $t$ ex assumtis $u$. Habemus $u = e - 1^{-\beta t}$, hinc $t = \frac{log.\,nat.\,(1-u)}{-\beta}$, atque

| | in exemplo primo | secundo |
|---|---|---|
| pro | $u = 0,\ t = 0$ | $t = 0$ |
| | $u = \frac{1}{4},\ t = 0{,}86\ldots$ | 1,44 |
| | $u = \frac{1}{2},\ t = 2{,}08$ | 3,46 |
| | $u = \frac{3}{4},\ t = 4{,}16$ | 6,93 |
| | $u = 1,\ t = \infty$ | $\infty$ |

Itaque propter minorem perceptionis intensitatem in secundo exemplo notionem novam multo tardius et formari et pressioni cedere videmus. Quid autem accidisset, si in altero exemplo eadem adfuisset pressio initialis $(s-\sigma)$ ac in primo, id quidem iam scimus ex superioribus; nam propter $s-\sigma=3>\beta\varphi=2$ notio nova ipsis temporis punctis, quibus perciperetur, ita fuisset extincta, ut eius ne minimum quidem vestigium in mente potuisset remanere. Quem casum observamus in hominibus, qui sanis sensibus, sed animo suspenso, nihil nec auribus nec oculis percipere videntur. Restituto cogitationum aequilibrio, prorsus in integrum restituitur facultas notionis formandae ex perceptionis particulis minimis coalescentibus; ipsa autem haec facultas nihil aliud est nisi impedimenti secessio; qua secessione facta, coalescunt illae particulae nullam aliam ob causam, nisi quoniam sunt in eadem mente, nec distinentur nimia pressione.

## 7.

Cum rarissime possit evenire, ut sit $s-\sigma=\frac{\pi\beta\varphi}{1-\beta}$, aequationis propositae

$$\frac{c'\pi\varphi}{1-\beta}du+\frac{c'}{\beta}\left(s-\sigma-\frac{\pi\beta\varphi}{1-\beta}\right)(1-u)^{\frac{1}{\beta}-1}du=cqudZ-cZdZ+c'dZ$$

integrandae negotium maxima ex parte adhuc superest peragendum. Etsi autem methodum universalem approximationis traditurus sum, eius tamen demonstrandae causa utar numeris certis assumtis; incipiendum enim est a coefficientibus indeterminatis, et enatis inde seriebus infinitis; quae series nisi oculis proponantur, ostendi nequit, quomodo ulterius sit procedendum.

Sit $\beta$, ut erat, $=\frac{1}{5}$, sed $\pi=1$, et $s-\sigma=1{,}9$; ut habeamus casum non longe abhorrentem ab eo, quem modo tractavimus. Prodibit calculus satis facilis, quem absolvere licet serie infinita tali, qualem offerent coefficientes indeterminati.

Habemus aequationem

$$312{,}5\,du-75(1-u)^4\,du=(100u-10Z+25)\,dZ.$$

Ponatur $Z=Au+Bu^2+Cu^3+Du^4+\ldots$

Coefficientibus more solito determinatis invenimus

$$Z=9{,}5\,u+5{,}05\,u^2-0{,}2766\ldots u^3+7{,}8\ldots u^4+\ldots.$$

Pro $u=0{,}05$ fit $Z=0{,}487\ldots$ atque cum novae notionis robur sit $z=10\,u=0{,}5$; residuum eius ademto $Z$ erit $=0{,}013$, quod etsi parvum, tamen non omnino est nihil. Sed posito $u=0{,}1$,

sive $z = 1$, existit $Z = 1{,}001$; unde intelligitur, iam plus esse detrimenti quam lucri; quod cum fieri nequeat, (nam quantitatibus negativis hic nullus est locus,) videmus, filum perceptionis quasi abscindi, et parvulam notionem natam ita esse oppressam, ut in maius robur crescere non possit. Neque tamen omnino pro nihilo est habenda; iam enim adepta est quantitatem finitam; paullo post poterit reproduci et augeri; sed reproductionem nunc quidem non curamus.

Minuamus pressionem; sit $s - \sigma = 1$; maneant reliqua. Aequatio erit

$$312{,}5\,du - 187{,}5\,(1-u)^4\,du = (100\,u - 10\,Z + 25)\,dZ,$$

et coefficientibus determinatis

$$Z = 5\,u + 10\,u^2 - 21{,}666\ldots u^3 + 49{,}166\ldots u^4 - \ldots,$$

quam seriem patet esse adeo divergentem, ut ea vix uti possimus usque ad $u = 0{,}1$.

Tandem perventum est ad ea, quae omni huic scriptioni ansam praebuerunt. Ad plenam problematis solutionem duplex ratio est ineunda; primo efficiendum, ut totius functionis $Z$ etsi non adaequatam descriptionem, imaginem tamen adumbratam adipiscamur, deinde ut in singulis valoribus error, quo usque quis velit, approximando corrigatur.

Seriei divergentis propositae naturam diligentius perpendentem fugere non potest, omnes terminos sibi invicem derogare, sed tanto impetu ferri, ut alius alii recte nequeat moderari. Terminus secundus, continens quadratum ipsius $u$, nimis celeriter crescit; qui cum sit coercendus, accedit tertius, ab illo subtrahendus; sed hic involvit cubum quantitatis $u$, adeoque vehemens assurgit, ut novo temperamento sit opus; pessimum autem remedium affert quartus, multo magis ipse coercendus quam superiores; et sic porro alius super alium proruunt, ut tota series a veritate avertatur. Itaque vitium est in forma seriei, sive in exponentibus, ad describendam functionem placide fluentem haud idoneis. Si autem hoc vitium ita conemur tollere, ut sumtis aliis exponentibus sueto more coefficientes determinemus, vel nullos vel eosdem reperiemus. Ponatur exempli causa

$$Z = Au^{\frac{1}{2}} + Bu + Cu^{\frac{3}{2}} + Du^2 + Eu^{\frac{5}{2}} + \ldots$$

eiecti coefficientes postliminio redibunt; quoniam prior illa aequatio tacite complectitur hanc novam, atque affirmat esse

$A = 0$, $C = 0$, $E = 0$, et sic porro; ut nihil relinquatur nisi termini involventes dignitates integras ipsius $u$.

Quantumvis divergat series, tamen ex ea bini valores ipsius $Z$ erui pôterunt, sumto $u$ satis parvo: *cognito autem Z, semper ex ipsa aequatione invenietur* $\frac{dZ}{du}$; *atque si contingat, ut hunc quotientem possimus determinare tanquam functionem ipsius u, integrando reditus patebit ad ipsum Z.*

Pro $u = 0{,}05$ aequatio proposita dabit $Z = 0{,}2726$, $\frac{dZ}{du} = 5{,}8583$; pro $u = 0{,}1$ erit $Z = 0{,}5832$; et $\frac{dZ}{du} = 6{,}4964$.

Differentiale seriei $Z = 5u + 10u^2 - 21{,}66..u^3$ est

$$\frac{dZ}{du} = 5 + 20u - 64{,}99..u^2,$$

sed hinc retinendum est nihil nisi $\frac{dZ}{du} = 5 + \mu u^\lambda$; ubi per $\mu u^\lambda$ ea omnia designavi, quae pendent ab $u$; eaque aliqua ex parte cognoscemus ex binis illis valoribus iam inventis. Quibus ut accommodetur $\mu u^\lambda$, ponendum

$$\mu \,.\, 0{,}05^\lambda = 0{,}8583;\quad \mu \,.\, 0{,}1^\lambda = 1{,}4964,$$

$$\text{unde } \log.\, \mu + \lambda \log.\, 0{,}05 = \log.\, 0{,}8583,$$

$$\text{et } \log.\, \mu + \lambda \log.\, 0{,}1 = \log.\, 1{,}4964;$$

$$\text{itaque } \lambda = \frac{\log.\, 1{,}4964 - \log.\, 0{,}8583}{\log.\, 0{,}1 - \log.\, 0{,}05} = 0{,}80194,$$

$$\text{et } \mu = 9{,}4840,$$

$$\text{ut fiat } \frac{dZ}{du} = 5 + 9{,}484 u^{0{,}80194},$$

$$\text{et integrando } Z = 5u + 5{,}2632 u^{1{,}80194}.$$

Confirmantur hoc calculo, quae dixi de exponentibus. In secundo serici termino omnia erant nimia, atque hanc ob causam terminus tertius nimiam attulit correctionem, quae nunc non est metuenda.

Procedendi via iam est aperta; sed cautio quaedam adhibenda, ne calculi ambages fiant longiores. Si poneremus $u = 0{,}4$ aut $= 0{,}5$, terminus $9{,}484\ u^{0{,}80194}$ computandus esset per $\log.\, 9{,}484 + 0{,}80194 \log.\, u$, et $0{,}80194 \log.\, u$ denuo per $\log.\, 0{,}80194 + \log.\, \log.\, u$; atque cum eiusmodi calculus saepe sit repetendus (plures enim eiusmodi termini adsunt et prodibunt), haec ratio descendendi ad logarithmos logarithmorum, plurimum incommodi esset allatura. Itaque cum in arbitrio positum sit, quosnam valores velimus tribuere ipsi $u$, eligamus tales, ut eorum logarithmi fiant simplicissimi. Sit $u = 0{,}316228$,

cuius logarithmus est $=0,5-1=-\frac{1}{2}$; statim apparet $0,80194\ \log. u$ esse $=-0,40097$; atque hac ratione calculi quantum superest facillime expedietur.

Ex $\frac{dZ}{du}=5+9,484u^{0,80194}$, posito $u=0,316228$, fit $\frac{dZ}{du}=8,7716$; atque $Z=5u+5,2632u^{1,80194}$ dat $Z=2,24303$. Sed ex aequatione proposita

$$\frac{312,5-187,5(1-u)^4}{100u-10Z+25}=\frac{dZ}{du}$$

adhibito valore ipsius $Z$ modo invento prodit $\frac{dZ}{du}=7,9408$, atque facile perspicitur, hunc valorem multo propius illo superiore ad veritatem accedere, quoniam parum afficitur errore, qui in determinando $Z$ potuit committi. Eadem ratione pro $u=0,398107$, cuius logarithmus est $=0,6-1=-0,4$, habebitur $\frac{dZ}{du}=9,5313$; et $Z=2,99163$; sed hoc valore ipsius $Z$ introducto in aequationem propositam invenitur $\frac{dZ}{du}=8,2504$. Iam quaeratur, quantum intersit inter valores inventos ipsius $\frac{dZ}{du}$.

$$\begin{array}{r} 8,7716 \\ -\ 7,9408 \\ \hline 0,8308 \end{array} \quad \text{et} \quad \begin{array}{r} 9,5313 \\ -\ 8,2504 \\ \hline 1,2809 \end{array}$$

Ponatur $\frac{dZ}{du}=5+9,484u^{0,80194}-\mu' u^{\lambda'}$; erit

$$\mu'.0,316228^{\lambda'}=0,8308;\ \mu'.0,398107^{\lambda'}=1,2809;$$

$$\text{unde } \lambda'=1,8802;\ \text{et } \mu'=7,2376;$$

$$\frac{dZ}{du}=5+9,484u^{0,80194}-7,2376u^{1,8802};$$

et integrando $Z=5u+5,2632u^{1,80194}-2,5129u^{2,8802}$.

Sed ultimi termini modo inventi egent correctione, eamque ipsi praebebunt; certiores enim nos faciunt de valoribus ipsius $Z$ antea adhibitis, ubi ex aequatione quaerebamus $\frac{dZ}{du}$. Repetito calculo primus quotiens differentialis erit $=7,7345$; alter $=7,8519$; atque nunc

$$\begin{array}{r} 8,7716 \\ -\ 7,7345 \\ \hline 1,0371 \end{array} \quad \text{et} \quad \begin{array}{r} 9,5313 \\ -\ 7,8519 \\ \hline 1,6794 \end{array}$$

$$\text{unde } \lambda' \text{ rectius}=2,0933;\ \mu'=11,546;$$

$$\frac{dZ}{du}=5+9,484u^{0,80194}-11,546u^{2,0933};$$

$$Z=5u+5,2632u^{1,80194}-3,7325u^{3,0933}.$$

Idem correctionis genus denuo potest adhiberi, verum id fieri minime est necesse. Procedamus ponendo $u = 0{,}794328$, cuius numeri logarithmus est $= 0{,}9 - 1 = -0{,}1$; erit $\frac{dZ}{du} = 5{,}7549$, et $Z = 5{,}6166$; sed hoc valore ipsius $Z$ introducto in aequationem prodibit $\frac{dZ}{du} = 6{,}4746$. Tandem ponatur $u = 1$; habebitur $\frac{dZ}{du} = 2{,}978$; $Z = 6{,}5307$; quo valore substituto, aequatio praebet $\frac{dZ}{du} = 5{,}2352$. Quaerantur differentiae valorum inventorum.

$$\begin{array}{r} 6{,}4746 \\ -\,5{,}7549 \\ \hline 0{,}7197 \end{array} \quad \text{et} \quad \begin{array}{r} 5{,}2352 \\ -\,2{,}978 \\ \hline 2{,}2572 \end{array}$$

Patet, ad inventum $\frac{dZ}{du}$ addendum esse terminum formae $\mu'' u^{\lambda''}$; cumque, ut supra, accommodandum valoribus suscipiendis 0,7197 et 2,2572. Peracto calculo reperietur

$$\frac{dZ}{du} = 5 + 9{,}484\, u^{0{,}80194} - 11{,}546\, u^{2{,}0933} + 2{,}257\, u^{4{,}9638},$$

$$Z = 5u + 5{,}2632\, u^{1{,}80194} - 3{,}7325\, u^{3{,}0933} + 0{,}37845\, u^{5{,}9638}.$$

Huic seriei nihil amplius est addendum; nam pervenium est ad maximum valorem $u = 1$, ultra quem $u = 1 - e^{-\beta t}$ non potest extendi. Coefficientes decrescunt; exponentes vero tam cito assurgunt, ut ultimo termino turbari non possint valores prius inventi pro minoribus $u$; tertius tamen terminus aliquantum erroris affert, si $u = 0{,}1$ vel paullo maius aut minus; sed eiusmodi valores determinandi sunt aut ex solis duobus terminis primis, aut ex ipsa serie primitiva; itaque correctione, alioquin satis expedita, non est opus.

Prima negotii parte confecta, sequitur, ut pro singulis valoribus inventis ad veritatem quousque quis velit appropinquemus.

Proposita aequatione huius formae

$$m du + n(1-u)^{\frac{1}{\beta}-1} du = pu dZ - qZ dZ = r dZ,$$

integrando et constantem addendo prodit

$$mu + n\beta . \left[1 - (1-u)^{\frac{1}{\beta}}\right] = p\int u dZ - \tfrac{1}{2} q Z^2 + rZ.$$

Invento $\frac{dZ}{du}$ inveniri potest $\int u dZ$; quoniam autem nostrum $\frac{dZ}{du}$ non omnino recte se habet, ponatur pro certo quodam valore ipsius $u$, $p\int u dZ = f + v$, et simul $Z = g + w$.

Sit etiam $mu + n\beta . \left[1 - (1-u)^{\frac{1}{\beta}}\right] = M$: erit
$$M = f + v - \tfrac{1}{2}qg^2 - qgw - \tfrac{1}{2}qw^2 + rg + rw,$$
$$\text{et } M + \tfrac{1}{2}qg^2 - rg - f = v + (r - qg)\,w - \tfrac{1}{2}qw^2.$$
Valores $f$ et $g$ functionum $p\!\int\! udZ$ et $Z$ sibi invicem respondent; quamobrem etiam variationes ipsarum sibi respondeant necesse est. Quae variationes cum sint $v$ et $w$, eaeque satis parvae, si prior calculus bene successerit; possumus uti hac proportione: $dZ : pudZ = w : v$, sive $v = puw$. Neglecto $\frac{1}{2}qw^2$, erit
$$\frac{M + \frac{1}{2}qg^2 - rg - f}{pu + r - qg} = w;$$
quo invento, supputandum $\frac{1}{2}qw^2$, et numeratori addendum, atque dividendum denuo. Repeti etiam potest tota haec correctio, positis $f + v = f'$, et $g + w = g'$.

In exemplo nostro ex invento $\frac{dZ}{du}$ fit
$$\int udZ = 2{,}5u^2 + 3{,}3848u^{2,80194} - 2{,}8207u^{4,0933} + 0{,}32411u^{6,9638}.$$
Habuimus autem pro $u = 1$*, $Z = 6{,}9091$; idque nunc est $= g$; porro $f = 338{,}82$; $M = 275$; hinc reperitur $w = 0{,}038098$; et post additum numeratori $\frac{1}{2}qw^2$ fit $w = 0{,}038228$, unde $Z$ correctius $= 6{,}947328$. Si repeti placet correctionem, inveniemus $M + \frac{1}{2}qg'^2 = 516{,}327$, et $rg + f' = 516{,}326$; tota autem correctio redibit ad $\frac{1}{55526}$, ubi notandum, in toto calculo me non septem, sed tantum quinque logarithmorum notis decimalibus usum esse.

Peracto calculo, paullo accuratius inspiciamus, quid consecuti simus; et conferamus haec cum superioribus.

Posito $\beta = \frac{1}{5}$, primo (6, versus finem) fecimus $\pi = \frac{4}{5}$, $s - \sigma = 1{,}875$; inde exstitit functio $Z$ describens curvam concavam; differentiae enim secundae semper erant negativae. Deinde fecimus $\pi = 1$; $s - \sigma = 1{,}9$; ita parum mutatis constantibus evenit, ut $Z$ non solum abiret in curvam convexam, sed etiam pro $u = 0{,}1$ modum omnino excederet, et perceptionem vix inceptam exstingueret. Nunc servavimus et $\beta = \frac{1}{5}$, et $\pi = 1$; temperavimus autem $s - \sigma$, ut esset $= 1$; hinc orta est functio $Z$ describens curvam primo quidem convexam, sed puncto inflexionis praeditam (fere pro $u = 0{,}4$; nisi calculus crassior me

* In subtiliori calculo non pro $u = 1$ quaerenda statim erit haec correctio, sed adhibenda ad terminos $\mu u^{\lambda}$ seriei inventae pro $\frac{dZ}{du}$; quorum etiam plures, si placet, eadem ratione, quam exposui, possunt inveniri.

fefellit), atque abeuntem in concavam, ita quidem, ut primus quotiens differentialis paene idem sit in fine, qui fuit statim ab initio. Videmus, in eiusmodi casibus periculum instare, ne punctum inflexionis nimis prope accedat ad eam lineam rectam, quam decribit $z = 10u$; hac enim linea tacta, evanescit $z - Z$, sive rumpitur perceptio: sed eo periculo superato, multo melius procedit nova notio formanda, quam initio sperandum videbatur. Quaeri potest, quantum $s - \sigma$ sit sumendum, ut punctum inflexionis cadat in lineam ipsius $z = 10u$; putabam, me hinc non longe abfuturum esse, si ponerem $s - \sigma = 1{,}5$, servatis reliquis constantibus; verum instituto calculo reperi, scindi lineam rectam a functione $Z$ statim post $u = 0{,}5$.

Tanta curvarum varietate reperta in exigua constantium mutatione, maiores ipsius $\beta$ valores quid sint effecturi, nunc perscrutemur. Certum est, aucta perceptionis intensitate notionem inde orientem minus iacturae passuram esse; sed cum hanc ob rem etiam primus quotiens differentialis necessario adtenuetur, mirum videri potest, quod indicat formula, eum pro $u = 1$ in infinitum abire! Manifestum est, pro $\beta > 1$ fieri

$$(1-u)^{\frac{1}{\beta}-1} = \frac{1}{(1-u)^{\frac{\beta-1}{\beta}}},$$

atque hoc $= \frac{1}{0}$ pro $u = 1$; unde procul dubio pro eodem $u$,

$$\frac{m + n(1-u)^{\frac{1}{\beta}-1}}{pu - qZ + r} = \frac{dZ}{du} = \infty.$$

Ut totam rem cognoscerem, posui $\beta = 5$, $s - \sigma = 1$, $n = 1$; ex $Z = Au + Bu^2 + Cu^3 + Du^4 + \ldots$ coefficientibus determinatis factum est

$$Z = 0{,}2u + 0{,}688u^2 - 1{,}1316u^3 + 3{,}85\,.\,.\,u^4 - \ldots.$$

Hinc pro $u = 0{,}1$, $Z = 0{,}026$; pro $u = 0{,}2$, $Z = 0{,}064$; deinde determinato $\mu u^2$, calculo prorsus eadem ratione confecto, ut supra ostendi, deductus sum ad series sequentes:

$$\frac{dZ}{du} = 0{,}2 + 0{,}85789\,u^{0{,}87338} + 2{,}2208\,u^{4{,}6566} + 15{,}7976\,u^{30{,}681};$$

$$Z = 0{,}2 + 0{,}45794\,u^{1{,}87338} + 0{,}39261\,u^{5{,}6566} + 0{,}49865\,u^{31{,}681};$$

ubi notandum, utriusque seriei terminum tertium inventum esse posito $u = 0{,}501187$, cuius logarithmus est $= -0{,}3$; et $u = 0{,}398107$, cuius logarithmus $= -0{,}4$; quartus autem terminus cum non posset quaeri ex $u = 1$, usus sum valoribus

$u = 0{,}954992$ et $u = 0{,}977237$, quorum logarithmi sunt $= -0{,}02$ et $-0{,}01$. Pro $u = 0{,}977\ldots$ inventum est $Z = 1{,}219$; quamquam autem $u$ iam proximum est limiti, quem transscendere nequit, magna tamen adhuc sequitur mutatio; quod ut intelligatur, respiciendum est ad tempus. Habemus $u = 1 - e^{-5t}$ haec autem quantitas citissime fere ad summum, quo perduci potest, fastigium extollitur; et pro $u = 0{,}977$ est $t = 0{,}76\ldots$ neque mirum, sequenti tempore, incremento fere nullo accedente ad $u$, augeri pressionem, ut aequilibrium, notione nova magnopere turbatum, possit restitui. Quam rem calculo, quantum opus est, satis commode sic persequemur. Scimus, $u$ fere ad quantitatem constantem esse redactum, eiusque limites facillime posse assignari; itaque nihil obstat, quo minus ipsi certum tribuamus valorem. Numeris $m$ et $n$ rite determinatis, erit aequatio nostra pro $u = 0{,}9772\ldots$

$-62{,}5\,du + 67{,}5\,(1-u)^{-\frac{1}{4}}\,du = 122{,}7\,dZ - 10\,Z\,dZ$; unde $-62{,}5\,u - 337{,}5\,(1-u)^{\frac{4}{5}} = 122{,}7\,Z - 5\,Z^2 + Const.$ Quoniam $Z = 1{,}219$, pro $u = 0{,}977\ldots$ erit $Const. = -361{,}656$.

Hinc pro $u = 1$ inveni $Z = 2{,}745\ldots$ Si calculum accuratius institui placet, non tam cito properandum erit ad $u = 1$, sed pro valore paullo minori correctionis genus supra demonstratum adhibeatur necesse est, ut inveniatur numerus constans ipsi $u$ tribuendus, qui minore errore usque ad $u = 1$ possit revera pro constante haberi. Sed operae non est pretium; satis iam perspicimus, augeri $Z$, neque tamen magis quam fuit exspectandum.

Nolo morari in aliis valoribus $\tau\tilde{\omega}$ $s - \sigma$ pro eodem $\beta$ tribuendis; quanta enim vis sit in pressione initiali, superiora satis demonstrarunt.

Alio loco* casum $\beta = \frac{1}{2}$, et facilem et satis memorabilem, fusius explicui. Notandum est praecipue, pro $s - \sigma = 3{,}125$ et $\pi = 0{,}78125$ functionem $Z$ abire in lineam rectam, sive esse perpetuo $= Au$; sunt etiam alii earundem quantitatum valores, quibus sumtis idem accidit. Posito $\pi = 0{,}78125$ tantum potest pressio initialis, ut pro $s - \sigma = 3{,}125$, $Z$ evehatur usque ad $6{,}25$ pro $u = 1$, sed posito $s - \sigma = 0$, $Z$ consistat in valore $= 2{,}7$. Cuius casus eam potissimum ob causam feci mentionem, quod addenda sunt pauca de altero limite, quem dixi

* Königsberger Archiv, Heft III. [Vergl. oben S. 50 ff. in diesem Bande.]

hunc nostrum calculum non posse attingere, multoque minus transire. Etenim ubi primum exposui aequationem $\frac{c'vdt}{cx+c'}=dZ$ (6, II), locutus sum de limitibus quantitatis $x$, quorum alter est $z$, alter, veritati longe proprior, $z-Z$; atque ostendi, illum primum tum potissimum respiciendum esse, ubi pressio, ab initio minor, deinceps augeatur, quod videmus fieri, si $s-\sigma=0$, ut tota pressio pendeat a contrarietate $\pi$. Integrationem formulae $\frac{c'vdt}{cz+c'}$ procedere posito $e^{-\beta t}=x$ secundum regulas calculi integralis notissimas, loco citato monstravi, et res per se satis est manifesta; itaque hic tantum apponam valorem inventum pro $\beta=\frac{1}{4}$, $s-\sigma=0$, $\pi=0{,}78125$, $u=1$; reperi enim $Z=2{,}334$: alter autem calculus, quem hic ubique secuti sumus, praebuit $Z=2{,}7$. Neque tamen putandum est, verum valorem adeo incertum relinqui, ut fluctuare possit inter 2,3 et 2,7; fac enim, $Z$ esse $=2{,}334$; sequitur, vim pressioni resistentem, sive $x$, reduci fere ad $z-2{,}334$ (scilicet pro $u=1$), itaque $x=z$ falsa erat hypothesis, falsumque ipsum $Z=2{,}334$, ex hac hypothesi profectum; multo autem rectius $x=z-Z$ sive $z-2{,}7$; quoniam ex $x=z-Z$ inventum est $Z=2{,}7$. Quodsi hoc casu, ubi errare maxime potuimus, parum erroris adesse videmus: colligere licet, in reliquis calculum nostrum veritati satis fore consentaneum.

Denique, ne quid omissum videatur, minuamus quantitatem contrarietatis $\pi$; inveniemus id, quod exspectandum est, notionem recentem, etsi initio impedimentis laborantem, procedente tamen tempore liberius crescentem. Sit $\beta=\frac{1}{2}$, $s-\sigma=2$, sed $\pi=\frac{1}{2}$; prodit calculo iam exposito

$$\frac{dZ}{du}=4-3{,}6u+3{,}3545\,u^{1,824}-0{,}8149\,u^{2,753},$$

$$Z=4u-1{,}8u^2+1{,}1878\,u^{2,824}-0{,}2171\,u^{3,753}.$$

Vel $\beta=\frac{1}{2}$, $s-\sigma=3$, $\pi=\frac{1}{2}$; hinc

$$\frac{dZ}{du}=6-5{,}6u+3{,}4102\,u^{2,11714}-0{,}487\,u^{3,08},$$

$$Z=6u-2{,}8u^2+1{,}904^{3,11714}-0{,}119\,u^{4,08}.$$

Utrumque exemplum ita comparatum est, ut terminus secundus sit subtrahendus a primo, unde patet, pressionem statim ab initio relaxari. Contrarium observari potuit in exemplis superioribus, ubi terminus secundus erat positivus.

## 8.

Cum in calculo peragendo plurimum negotii valores numeri $\beta$ facessant, vereri forsitan aliquis poterit, ne difficultatum moles magnopere augeatur, si ille numerus sit permagnus vel admodum parvus; quocirca hanc rem arbitror non omnino silentio esse praetereundam.

I. Sit $\beta$ numerus magnus. Brevissimo tempore $u = 1 - e^{-\beta t}$ proxime accedet ad unitatem; hoc autem tempore $Z$ erit admodum exiguum. Si calculum placebit institui, notandum erit, $\frac{1}{\beta} - 1$ propemodum reduci ad $-1$; ut loco aequationis

$$\frac{m + n(1-u)^{\frac{1}{\beta}-1}}{pu - qZ + r} = \frac{dZ}{du} \text{ scribi possit}$$

$$\frac{mdu}{puZ} + \frac{ndu}{r + (p-r)u - pu^2} = dZ.$$

Quomodo pergendum sit, postquam $u$ valorem fere constantem sit assecutum, iam supra docui.

Sed calculo vix opus esse videtur. Omnia enim eodem fere modo se habebunt, ac si totum robur notionis recentis subito exstitisset, atque sine ullo temporis decursu accessisset ad eas notiones, quae iam antea animo observabantur. Quod ubi fit, calculo longe simpliciori est utendum, quem hic non curo, quoniam nimis est a proposito alienus. Quae enim fortissima perceptione mentem percutiunt, ea non pertinent ad excitandum attentionem, sed ad terrorem iniiciendum.

II. Sit $\beta$ numerus admodum parvus. Sequitur, $\frac{1}{\beta}$ esse permagnum, et $(1-u)^{\frac{1}{\beta}-1}$ evanescere pro $u$ adhuc parvo. Quamobrem hic, sicut in priore casu, calculus dilabitur in duas partes; quarum prima ita est comparata, ut $u$ pro constante possit haberi, altera id praebet commodi, quod evanescente termino $n(1-u)^{\frac{1}{\beta}-1}$ res redit ad idem illud integrale finitum, cuius explicationem dedi statim ab initio (6, in fine). Itaque loco aequationis

$$\frac{m + n(1-u)^{\frac{1}{\beta}-1}}{pu - qZ + r} = \frac{dZ}{du}, \text{ primo habetur}$$

$$mdu + n(1-u)^{\frac{1}{\beta}-1} du = dZ(Const - qZ);$$

deinde $m'du = p'u'dZ - q'Z'dZ + r'dZ$, ubi quantitates $m'$, $p'$, $u'$, $Z'$, $r'$, invenientur facto $u = \varepsilon + u'$ et $Z = \eta + Z'$.

In utraque formula nihil est difficultatis; atque iam patebit, valores ipsius $\beta$ parvos aut magnos non augere calculi molestiam, sed minuere et levare. Cavendum tamen erit, ne propter quantitates neglectas nimius exoriatur error; peracta igitur prima calculi parte, adhibeatur illud correctionis genus, quo supra usus sum (7), ubi quaesito integrali

$$\int udZ \text{ posui } \frac{M + \frac{1}{2}qg^2 - rg - f}{pu + r - qg} = \omega.$$

Ut satis commode inveniatur $\int udZ$, habeatur necesse est $Z = Au + Bu^2 + \ldots$; ad hanc autem formam obtinendam plerumque sufficiet, inventis duobus ipsius $Z$ valoribus $= \gamma$ et $= \delta$, pro $u = u'$ et $= u''$, poni

$$\gamma = Au' + Bu'^2, \text{ et } \delta = Au'' + Bu''^2.$$

Versabitur enim calculus in quantitatibus admodum parvis; unde plura fortasse orientur commoda; sed ea mihi non magnopere curanda putavi, quoniam totius rei summam satis mihi videor explicuisse in antecedentibus.

## 9.

Quod matheseos proprium est munus et donum praeclarissimum, ut ex cogitationum temere vagantium nebulis nos eripiat, distinctarumque notionum lumen accendat: hoc tantum beneficium etiam in res psychologicas posse redundare, attentionis exemplo iam in eo sumus ut demonstremus. Satis enim cognitis quatuor attentionis causis primariis, duabus positivis, $\varphi$ et $\beta$, duabus negativis, $s - \sigma$ et $\pi$, certam nunc constituemus attentionis mensuram.

Attentio procul dubio est quantitas; potest enim augeri et minui. Itaque ponamus hanc quantitatem $= X$; patet fore $Xdt$ incrementum notionis, ad quam dirigitur attentio, in tempusculo $dt$. Revocanda hic in memoriam sunt ea, quae tradidi supra (5), ubi dixi, attentum vocari eum, qui sit mente ita dispositus, ut eius notiones incrementi aliquid capere possint.

Idem autem incrementum est $d(z - Z)$; itaque $d(z - Z) = Xdt$, et $X = \frac{d(z - Z)}{dt}$; quae est attentionis mensura, sive ipsa attentio, quatenus ut quantitas spectatur.

Sepositis igitur omnibus causis secundariis, quibus effici solet, ut quantitates $\varphi$, $\beta$, $s - \sigma$, $\pi$, quas hic pro constantibus habemus, reddantur variabiles; nihil superest negotii, nisi ut evolvatur quotiens differentialis modo propositus.

Calculo determinavimus $\frac{dZ}{du}$; est autem $\frac{dZ}{dt} = \frac{dZ}{du} \cdot \frac{du}{dt}$, et propter $10\,u = z$, fit $10\; du = dz$; hinc

$$\frac{d(z-Z)}{dt} = \frac{10\,du}{dt} - \frac{dZ}{du} \cdot \frac{du}{dt} = \frac{du}{dt}\left(10 - \frac{dZ}{du}\right).$$

Porro $u = 1 - e^{-\beta t}$, $du = \beta e^{-\beta t}\,dt$, unde

$$\frac{d(z-Z)}{dt} = \beta e^{-\beta t}\left(10 - \frac{dZ}{du}\right) = \beta(1-u)\left(10 - \frac{dZ}{du}\right).$$

Primo adspectu patet, fore, ut attentio statim ab initio decrescat propter factorem $e^{-\beta t}$, nisi alter factor $\left(10 - \frac{dZ}{du}\right)$ contrario motu satis celeri progrediatur. Quanto maius fuerit $\beta$, tanto maior primo temporis puncto erit attentio, sed ea lege, ut quanto maior fuerit, tanto citius decrescat. Perceptiones vehementiores fortem quidem excitabunt attentionem, sed talem, quae aufugiat rapidissimo cursu.

Uberius nunc exponam exemplum illud satis memorabile, quo usus sum in calculo explicando, ubi vidimus, functionem $Z$ describere lineam puncto inflexionis praeditam; ut intelligatur, qualis in eiusmodi casibus exstitura sit attentio.

Erat in illo exemplo $\beta = \frac{1}{5}$, $s - \sigma = 1$, $\pi = 1$, et

$$\frac{dZ}{du} = 5 + 9{,}484\,u^{0,80194} - 11{,}546\,u^{2,0933} + 2{,}257\,u^{4,9638}.$$

Invenietur inde

| pro $u =$ | $\frac{dZ}{du} =$ | Attentio $=$ |
|---|---|---|
| 0,1, | 6,49, | 0,63 |
| 0,2 | 7,22 | 0,45 |
| 0,3 | 7,69 | 0,32 |
| 0,4 | 7,87 | 0,26 |
| 0,5 | 7,82 | 0,22 |
| 0,6 | 7,53 | 0,198 |
| 0,7 | 7,05 | 0,177 |
| 0,8 | 6,45 | 0,14 |
| 0,9 | 5,79 | 0,08 |
| 1 | 5,23 | 0 |

Ubi notandum, primo temporis initio attentionem fuisse $= 1$, celeriterque esse diminutam, antequam functio $Z$ tenderet versus punctum inflexionis. Sed inde ab $u = 0{,}4$ usque fere ad $u = 0{,}7$ videmus illam lentius decrescere; quod ut ad temporis decursum reducatur, apponam has temporis determinationes:

| pro $u =$ | $t =$ |
|---|---|
| 0,4, | 2,55 |
| 0,5 | 3,46 |
| 0,6 | 4,58 |

Cetera satis patent ex ipsa aequatione $u = 1 - e^{-3t}$. Longe aliter res se habebit, si $u = 1 - e^{-5t}$; habuimus posito $\beta = 5$, $s - \sigma = 1$, $\pi = 1$,

$$\frac{dZ}{du} = 0{,}2 + 0{,}85789\, u^{0,87338} + 2{,}2208\, u^{4,6566} + 15{,}79\, u^{30,68},$$

itaque attentionis factor $1 - u$ citissime decrescit, et alter factor $10 - \frac{dZ}{du}$ *prorsus evanescit*, ubi $\frac{dZ}{du} = 10$, quod eventurum est tempore finito. Atque hoc multo latius patet; scimus enim, si $\beta > 1$, semper fieri $\frac{dZ}{du} = \infty$ pro $u = 1$, unde intelligitur fore $\frac{dZ}{du} = 10$ tempore quodam finito; idque tempus necessario finis erit attentionis.

Reliquum est, ut exemplum adferam attentionis initio paullulum crescentis. Inventum est posito $\beta = \frac{1}{2}$, $s - \sigma = 3$, $\pi = \frac{1}{2}$,

$$\frac{dZ}{du} = 6 - 5{,}6\, u + 3{,}4102\, u^{2,11714} - 0{,}487\, u^{3,08},$$

| | |
|---|---|
| unde pro $u = 0$, | attentio $= 2$ |
| 0,1 | 2,04 |
| 0,2 | 2,002 |
| 0,3 | 1,89 |
| etc. | etc. |

Facile perspicitur, attentionis fovendae vim maximam esse in valoribus minoribus ipsius $\pi$, id est, contrarietatis notionum; ultimum enim exemplum eo potissimum differt a superioribus, quod posuimus $\pi = \frac{1}{2}$. Memores autem semper simus necesse est, omnem adhuc usque fuisse quaestionem de una eademque perceptione per aliquod temporis spatium perseverante sine ulla mutatione; quid enim sit causae, cur variatio delectet, hac ipsa disquisitione sumus edocti, scilicet quoniam fieri nullo modo potest, ut attentio stabilis et immota in una re simplici diutius haereat defixa.

---

## CAPUT TERTIUM.

### De iis attentionis phaenomenis, quorum ratio ex causis primariis reddi nequit.

#### 10.

Omnis theoria comparanda est cum experientia; quod in rebus psychologicis ita quidem fieri, ut certorum numerorum

instituatur comparatio, rarissime potest*; functionum autem natura satis apparet in phaenomenorum vestigiis, si modo theoria fuerit satis completa. Expositis igitur attentionis causis primariis, ulterius quomodo sit progrediendum, paucis adhuc indicandum est; quoniam experientia nostra miscet causas primarias cum secundariis. *Sunt autem omnes causae pro secundariis habendae, quibus fit, ut variis modis mutentur illae primariae.*

In experientiam nostram tota illa atque integra notionum producendarum facultas vel potius *possibilitas* (verbo utor minus latino, ne foveam errorem pessimum de facultatibus certis animo insitis,) nunquam potest cadere; sive, ut signa mathematica repetam, quantitas $\varphi$ abit in $\varphi - z$ non sua lege, sed minuitur etiam notionibus reproductis, quoniam nulla perceptio simplex nobis adeo est nova, cuius non aliquid ex priore tempore menti inhaereat.

Deinde solemus esse in duplici fluxu tum cogitationum tum perceptionum; ut quantitates $s - \sigma$ et $\pi$, perpetuis sint mutationibus obnoxiae.

Quae inde sequantur, exponi non possunt, nisi prius cognitis reproductionis legibus.

Omni pressione subito sublata, notionem oppressam qualemcunque emersuram esse, iam supra dixi (4, D). Ponamus hanc notionem $= H$; elapso tempore $t$ reproducta sit eius quantitas $= h$; nisus, quo haec notio mutat statum suum, insequenti tempusculo $dt$ erit $H - h$; itaque reproducetur $(H - h)\,dt$, idque erit $= dh$. Ex aequatione

$$(H - h)\,dt = dh, \text{ sive } dt = \frac{dh}{H - h},$$

sequitur $t = log. \frac{H}{H - h}$, et $h = H\,(1 - e^{-t})$ prorsus eadem ratione, ut vidimus residere iacturam faciendam (4, in fine).

Verumtamen pressio nec subito, nec omnis unquam tollitur; sed levatur accedente nova perceptione homogenea, iisdem notionibus, quibus illa oppressa tenebatur, contraria et repugnante. Itaque reproductio non prorsus sequitur illam legem simplicem modo expositam, sed aliam magis compositam; cuius

* Potest tamen fieri in re musica; ut docui iam pridem in *Königsberger Archiv für Philosophie* etc. *Heft* 2, [*vgl. die Abhandl. I in diesem Bande*] eaque disquisitio lectoribus hic in memoriam est revocanda.

formam ut quodam modo intelligant lectores, animadvertant necesse est, aucta perceptione recente sensim plus spatii sive libertatis dari notioni emergenti; ut liberiori nisu possit statum suum mutare. Inde fit, ut ab exiguis profecta initiis magna tamen celeritate augeatur reproductio: expressa enim per seriem procedentem secundum dignitates temporis, hanc induit formam: $at^3 + bt^4 + \ldots$, ut appareat, eam statim post initium propemodum proportionem cubi temporis servare.

Est etiam aliud reproductionis genus, ortum a mutuo coniunctarum notionum auxilio; cuius leges calculi ope determinatae tanti sunt momenti, ut totam psychologiam novo lumine collustrent; quas alio loco sum expositurus.

## 11.

Notio qualiscunque, anteriore tempore menti informata, si cum omnibus aliis, quibuscum est coniuncta, oppressa et obruta iacet, idque non mechanicis tantum, sed etiam staticis legibus, nihil potest in definiendo praesenti animi statu: itaque facultati sive possibilitati, eiusdem generis notionem perceptione nova denuo concipiendi, nihil omnino praeripiet. Restaurata est igitur tota haec quantitas; quam designare litera $\varphi$ consuevimus. Oborta autem perceptione homogenea, protinus incipit reproductio; quae cum augeatur magna celeritate (10), quantitas $\varphi$ citissime diminuitur; idque tanto magis est futurum, quanto saepius eiusmodi perceptiones iam praecesserunt, quoniam omnes olim conceptae notionis homogeneae partes simul reproducuntur.

Observamus, res quotidiano usu familiares nobis factas nullam fere attentionem excitare. Versamur in domo, in platea, occurrunt nobis res plurimae notissimae; sed earum adspectu minime movemur; persequimur cogitationes eas, quibus eramus occupati. Ubi vero aliquid incidit novi, statim oculi intenduntur, aures arriguntur, cogitationes turbantur et quasi disiiciuntur. Quod fieri minime posset, nisi ea adesset discriminis ratio, quam exposuimus. Attentio, fugata reproductione, redux et praesens cernitur eodem temporis puncto, quo ab hoc hoste non premitur.

Ut tamen semper adversetur attentioni reproductio, tantum abest, ut potius saepe sociae sint et amicae coniunctissimae. Res aliqua ex parte iam cognitae multo melius et firmius percipiuntur, quam plane novae et a consuetudine abhorrentes.

Ratio est in promtu. Obest primo rerum novarum contrarietas $\pi$; sunt enim oppositae consuetis; deinde continua perceptionum sive etiam cogitationum novarum series sibi ipsa repugnat, magnumque involvit $s - \sigma$, si tertia et quarta perceptio accedit aequilibrio nondum constituto inter priores. In consuetis alia res est; quibus homogenea nova ubi accedunt, sensim illis adiunguntur, quarum ad aequilibrium iamiam erat perventum.

Audimus vernaculo sermone saepe hanc querimoniam: res novas et antea inauditas non posse *comprehendi*, earumque cogitationem aegre eo adduci, ut *consistat*. (*Wir können das nicht begreifen, nicht verstehen.*) Quod tametsi intellectui magis quam attentioni soleat vitio verti, revera magnam partem redit ad molestiam in conatu attendendi exortam ob defectum aequilibrii. Sane non est mirum, aegre comprehendi notiones, quibus adversi aliquid vel revera inest, vel ob cogitationes perperam annexas inesse putatur; fluctuant enim varia reproductionum excitata mobilitate, quae priusquam requiescat, consistere non possunt. Multo magis mirandum, saepissime homines sibi placere in opinione rerum, ut putant, praeclare exploratarum, quas si recte perspexissent, omnino ne cogitari quidem posse intellexissent; cuius generis esse omnes experientiae formas universales, priusquam correctione metaphysica sint subactae, alio loco docui. * Quae res tanto compluribus viris doctis fuit miraculo, ut ipsi in opinionum somniis mallent persistere, quam ad genuinam philosophiam criticam expergisci. Ne tamen in nimiam hoc loco delabamur admirationem, cautum est in superioribus. Ademta enim molestia aequilibrii in notionibus constituendi, ademtus est sensus contradictionum; atqui in vulgaris experientiae formis, prima infantia conceptis, aequilibrium certe nequit deesse; ut vel ex hac sola ratione intelligatur, quanta vis sit consuetudinis in occultandis veris theoreticae philosophiae principiis.

Turbato animi aequilibrio per cogitationum reproductarum decursum, impediri attentionem, satis est manifestum. Distingui tamen possunt duo attentionis genera, quorum alterum continetur aequilibrio, alterum requirit animi motum vel adeo perturbationem. Sunt sane quaedam voluptatum illecebrae, nec non doloris et irae incitamenta, quibus mente prorsus quieta

* Lehrbuch zur Einleitung in die Philosophie, vierter Abschnitt.

non fere attendimus, etsi multo plus habeant imperii in eos, quorum iam in eam partem declinatus est animus. Hinc admonemur, posse talem esse cogitationum reproductarum seriem et continuationem, ut conspiret cum serie quadam perceptionum; idque sectantur omnes et oratores et poetae et magistri, ubi docilem reddere attentionem cupiunt. Sentiunt enim, magni sua interesse, ut minime ipsis resistat auditorum animus, sed sua sponte in eam partem vergat, in quam ipsi ducere velint. Itaque nunquam *longius* deflecti eos oportet ab exspectatione nostra, nec immiscere eiusmodi aliquid, quod possit a re alienum videri; *aliquantulum* tamen decipere exspectationem solent, ut novitati consulant; sed ea cautione, ne rumpatur cogitationum filum, quod ubi semel acciderit, operam perdiderunt. Maxime autem ridiculi sunt, qui coelum et terram et Acheronta moventes et miscentes, nihil proficiunt; quoniam nec praesenserunt, quamnam in partem secuturus sit lectoris animus, nec intelligunt, imaginum diversissimarum notiones temere cumulatas, ipsius contrarietatis mole et pondere necessario ita corruere, ut praeter taedium nihil relinquatur.

12.

De voluntatis potestate in attentionem quaerentibus, duplex parata ex superioribus est responsio. Primo enim vim habet voluntas agendi in illas causas attentionis primarias; deinde alio impulsu agit in reproductionem, ut per hoc quasi medium tendat versus eundem finem.

In causam primam $\varphi$ voluntatis imperium est nullum; ut per se patet. Alteram, $\beta$, saepissime mutamus pro arbitrio, per actiones externas, sensus manusque vel etiam res obiectas vel admovendo vel retrahendo, ut perceptiones fiant vel fortiores vel remissiores. Actione autem interna potissimum nobis subiicimus causam tertiam $s-\sigma$; eaque actio cultiori vitae atque honestati et virtuti maxime est propria. Sapientis esse, animum servare liberum a perturbationibus, omnes norunt; itaque quatenus homines sapiunt, omni opera et diligentia enituntur, ut quam proxime semper accedant ad mentis aequilibrium. Tendit eodem omnis fere cura, qua mens ut sit sana in corpore sano, studemus efficere. Ubi notandum, prudentium voluntatem saepe succurrere imbecillitati aliorum; attentio enim vi et minis, vel etiam precibus et exhortationibus, solet excitari; qua ratione liberi quidem animorum motus, artibus excolendis apti,

ad effectum non perducuntur (quos etiam in nobismet ipsis voluntati non parcere scimus); sed proterva petulantia effrenataeque libidines hoc modo coercentur, et ad sanitatem revocantur.

Quarta causa primaria $\pi$ non ita quidem pendet a voluntate, ut nunc cum maxime possimus pro arbitrio perceptionum recentium et notionum iam dudum menti insitarum contrarietatem et contentionem vel minuere vel augere: sed tota forma voluntatis, quem *characterem* hominis vocare solemus, res novas vel repudiat vel adsciscit; atque ita maximam in attentionem vim exercet.

Reproductio quomodo dirigatur voluntate, res est a nostro proposito aliena; sed quomodocunque id fiat, transeat effectus necessse est in attentionem, quam scimus multis modis affici a reproductione. Quamobrem etiam voluntatis in ipsam voluntatem imperium huc pertinet, minime quidem absolutum nec miraculum, neque tamen omnino negandum. Sed sentiant velim lectores, plurima esse in psychologia, quae nesciant quorumque cognoscendorum nulla unquam sit spes, nisi tracteutur simili ratione qua usus sum in altero huius libelli capite, ubi primarias quidem attentionis causas in lucem satis mihi videor protraxisse.

---

Absoluta hac scriptione, cum iam in eo essem, ut typis excudendam dimitterem, feliciter mihi contigit, ut collega aestumatissimus Bessel, astronomus celeberrimus, ad me visendum veniret: quocum in eiusmodi sermones deductus sum, ut ei quid nuperrime egerim, narrare, et aequationem $dZ = \frac{mdu + n(1-u)^{\frac{1}{\beta}-1}du}{pu - qZ + r}$ proponere non dubitarem. Summum virum, cui nihil in mathesi est arduum, si adirem, magna me posse molestia liberari, iamdudum intellexeram; sed fuerat verecundia, ne ipsius otium circulosque turbarem; periclitari etiam volebam, quid meis viribus possem. Re cognita, illius tam insignis fuit humanitas, ut statim de aequatione se meditaturum polliceretur; aliquot autem diebus elapsis, de eo, quod invenisset, per literas his verbis certiorem me faceret:

„*Von so verschiedenen Seiten ich Ihr Differential auch anzu-*
„*sehen bemüht gewesen bin, so hat sich mir doch keine zeigen*
„*wollen, welche seine Integration gäbe. Ich habe es verschie-*

*„deue Male vorgenommen und wieder liegen lassen, in der Zwi-„schenzeit aber nie meine Gedanken davon entfernt; alles ist „fruchtlos gewesen; und am Ende bin ich fast überzeugt wor-„den, dass nur eine successive und ganz kunstlose Näherung „zum Ziele führen kann. Ich meine dies so, dass man das In-„tegral, durch die Reihe*

$$Z = \alpha s + \beta s^2 + \gamma s^3 + \ldots$$

*„von $u = k$ bis $u = k + s$ sucht, wo $s$ so klein genommen wer-„deu muss, dass die höhern Glieder verschwinden, und wo die „Coëfficienten aus den Gleichungen*

$$\begin{aligned}
25 - 15(1-k)^4 &= \alpha(2 + 8k - \tfrac{4}{5}Z') \\
+ 60(1-k)^3 &= 2\beta(2 + 8k - \tfrac{4}{5}Z') + \alpha(8 - \tfrac{4}{5}\alpha) \\
- 90(1-k)^2 &= 3\gamma(2 + 8k - \tfrac{4}{5}Z') + 2\beta(8 - \tfrac{4}{5}\alpha) - \tfrac{4}{5}\alpha\beta \\
+ 60(1-k) &= 4\delta(2 + 8k - \tfrac{4}{5}Z') + 3\gamma(8 - \tfrac{4}{5}\alpha) - \tfrac{8}{5}\beta^2 - \tfrac{4}{5}\alpha\gamma \\
- 15 &= 5\varepsilon(2 + 8k - \tfrac{4}{5}Z') + 4\delta(8 - \tfrac{4}{5}\alpha) - \tfrac{12}{5}\gamma\beta - \tfrac{8}{5}\beta\gamma - \tfrac{4}{5}\alpha\delta
\end{aligned}$$

etc.

*„abgleitet werden. Der Werth $Z'$, vou $Z$, ist bekannt, dadurch „dass man von $k = 0$ anfängt, und bis $k + s = 0{,}1$ fortgeht; „dann vou $k = 0{,}1$ bis $k + s$, so weit es geht, u. s. w. — wo-„durch man, wenn man nur die Rechnung nicht scheuet, jede „beliebige Genauigkeit erlangen kann."*

Lectores ne haereant in numeris, quibus cel. Bessel est usus, dicendum mihi est, illum respexisse ad aequationem supra (7) propositam

$$312{,}5\,du - 187{,}5\,(1-u)^4\,du = (100\,u - 10\,Z + 25)\,dZ,$$

quae multiplicata per $\frac{2}{25}$ abit in hanc formam:

$$25\,du - 15\,(1-u)^4\,du = (8\,u - 0{,}8\,Z + 2)\,dZ.$$

Methodus tradita non toto genere mihi differe videtur ab illa, quam exposueram loco saepius commemorato (*Königsberger Archiv Heft III,*[1]) ubi scripsi:

*„Man setze $1 - e^{-\beta t} = u$, und*

$$Z = Au + Bu^2 + Cu^2 + Du^4 + \ldots.$$

*„Aus dieser Reihe suche man für irgend ein hinreichend kleines $t$ den Werth von $Z$ mit der Genauigkeit, die man verlangt. Als-dann setze man weiter $m - e^{-\beta t} = y$, und*

$$Z = A' + B'y + C'y^2 + D'y^3 + \ldots$$

*„Hier ist $m$ eine noch unbestimmte Grösse, der man zu wiederholten Malen einen andern und andern Werth beilegen wird. Man habe nämlich vorhin für ein kleines $t$ den Werth $Z = \alpha$ gefunden,*

[1] Vgl. oben S. 49.

*so berechne man aus demselben t auch $e^{-\beta t}$, und setze dieses $=m$, folglich $y=0$, und daher $A'=Z=\alpha$. Nun werden sich $B'$, $C'$, $D'$, und so weiter, auf gewohnte Weise bestimmen lassen; die Reihe wird für etwas grössere t, als die erste gestattete, brauchbar sein, und man wird, sobald es nöthig ist, das nämliche Verfahren erneuern können.“*

Cum ab ill. Bessel rem susceptam et serio tractatam viderem, temperare mihi non potui, quin novis precibus instarem, ut de methodo, quam in hoc commentario exposui, iudicium ferret. Postridie bene mane chartis, quas miseram, mihi relatis, repulsam me tulisse putabam; legens autem epistolam adiunctam vix sanis oculis uti mihi videbar. Vir gravissimis observationibus et calculis semper incumbens, unde se distrahi aegerrime pati solet, non ea tantum perlegerat, de quibus ut iudicaret petieram, sed numerorum etiam meo calculo inventorum veritatem exploraturus, ipse molestissimam rationem perfecerat: ut viginti numeros, qui sunt totidem valores ipsius $Z$ et $\frac{dZ}{du}$, possim illius beneficio cum lectoribus communicare! Ita huius viri et benevolentiam et assiduitatem aequari perspexi egregiae in rebus adversis fortitudini (quam ante aliquot annos cognoveram, cum laesus rabiosi canis morsu putaretur, miserrimaeque mortis imagine et acris medicinae doloribus asperrimis simul excruciaretur); quantum autem polleat sagacitate et acumine, meum non est praedicare, cum in mathematicorum principibus iamdiu ab universo orbe literato habeatur.

Numeri, ab ipso methodo illa, quam praeceperat, inventi, hic sequuntur.

| $u=0$, | $Z=0$, | $\frac{dZ}{du}=5$, |
|---|---|---|
| 0,1 | 0,5810 | 6,4914 |
| 0,2 | 1,2755 | 7,3096 |
| 0,3 | 2,0293 | 7,7068 |
| 0,4 | 2,8070 | 7,8038 |
| 0,5 | 3,5828 | 7,6787 |
| 0,6 | 4,3376 | 7,3925 |
| 0,7 | 5,0579 | 7,0007 |
| 0,8 | 5,7359 | 6,5531 |
| 0,9 | 6,3680 | 6,0888 |
| 1, | 6,9541 | 5,6347 |

Investigavit etiam punctum inflexionis, eiusque locum assignavit esse $u = 0{,}3901$.

Instituta comparatione primo meum calculum in eo reprehendere debeo, quod statim ab initio non satis curae adhibuerim in determinandis coefficientibus seriei divergentis primitivae

$$Z = 5u + 10u^2 - 21{,}66..u^3 + 49{,}16..u^4 - ..;$$

hanc enim solam ob rationem fieri potuit, ut neglecto termino quinto et sexto invenirem pro $u = 0{,}1$, $Z = 0{,}5832$, et $\frac{dZ}{du} = 6{,}4964$; cum ratio celeberrimi Bessel pronuntiaverit esse $Z = 0{,}5810$ et $\frac{dZ}{du} = 6{,}4914$.

Sed eo magis mirum est, meum calculum in fine, pro $u = 1$, ubi necessario est omnium errorum congeries, non longius aberrasse; inveni enim $Z = 6{,}947\ldots$, quod parum differt $a = 6{,}954\ldots$ Itaque vitium non methodo, qua usus sum videtur inhaerere, sed esse in numeris, quos nullo fere negotio potuissem accuratius exhibere. Ceterum patet, eiusmodi vitia usum psychologicum minime turbare: res autem secus se haberet, si punctum inflexionis me latuisset; quod melius, quam arbitrabar, est inventum.

Monuit tamen cel. Bessel, methodum meam non tam late patere, ut constantium valoribus quibuscunque sufficiat. Qua in re spectandus est denominator fractionis propositae $\frac{m + n(1-u)^{\frac{1}{\beta}-1}}{pu + r - qZ}$; augetur enim error commissus in determinando $Z$ per coefficientem $q$; meusque calculus totus everteretur, si fieri posset, ut esset $qZ > pu + r$. Respiciant autem lectores ad supra dicta (6, II), ubi reperient, eiusmodi casus vix fingi posse; nulla certe adest ratio, cur ponamus, $a$, $b$, $q$, esse fractiones genuinas. Variae tamen admitti debent rationes $qZ : (pu + r)$, ea, qua usus sum, aliae magis, aliae minus commodae; quocirca in eligendis valoribus ipsius $u$ interdum tardius erit procedendum, terminorumque $\mu u^\lambda$ numerus augendus.

Alio monito vir excellentissimus notavit proportionem $dZ : pudZ = w : v$; atque censuit esse $v = puw + p\int\delta Z . du$, ut $\int\delta Z . du$ omnes complectatur errores inde ab $u = 0$ commissos in valoribus functionis $Z$ determinandis. Verum observavit ipse iudex aequis-

simus, idem fere iam dictum esse in annotatione mea, de correctione singulis terminis $\mu u^{\lambda}$ adhibendis.

Adiecit quaedam de methodo mea, significans eam et novam et casibus non rarissimis esse applicandam; quae an amicitiae magis quam ipsi rei sint tribuenda, videant alii.

Quicquid sit, confirmato iam animo, atque in mathematicis rebus explanandis, viribus meis paullo minus diffisus, pergam ad altiora in psychologia, cum primum expoliendis iis, quae dudum paravi, manus admovere per otium licuerit. Nihil enim curo, nisi ut intelligantur, quae dico; nihil autem habeo, quod doceam mathematicos, nisi rem unicam: esse aliquam provinciam, ad hucusque ab iis intactam (ne dicam iis incognitam), quae tamen ad matheseos ditionem aliqua ex parte pertineat, et sine eius auxilio nullo modo recte possit excoli. Hanc rem, philosophis nostri temporis miram, incredibilem, abominandam, mathematicis tam dilucide exponi posse spero, ut eam sibi suscipiendam esse putent. Quod ubi effecero, officio functus mihi videbor; nam sat scio, errorum latebras maxime reconditas novo veritatis sole iri collustratum.

V.

ÜBER DIE

MÖGLICHKEIT UND NOTHWENDIGKEIT,

# MATHEMATIK AUF PSYCHOLOGIE ANZUWENDEN.

VORGELESEN IN DER KÖNIGLICHEN DEUTSCHEN GESELLSCHAFT AM 18. APRIL 1822.

# VORWORT.

Es trifft sich zuweilen, dass leicht hingeworfene Aufsätze glücklicher sind im Publicum, als gründliche Abhandlungen, besonders wenn es darauf ankommt, von neuen Theorien die ersten Grundbegriffe bekannter und geläufiger zu machen. Auf solches Gerathewohl hin lasse ich diese Blätter abdrucken, deren Haupttheil in der letzten Sitzung der hiesigen königlichen deutschen Gesellschaft mit gefälliger Aufmerksamkeit angehört wurde. Meine ursprüngliche Absicht war bloss, eine zur wissenschaftlichen Unterhaltung bestimmte Stunde passend auszufüllen; hiedurch fand ich mich in Form und Materie beschränkt. Allein man lieset schneller, als ein mündlicher Vortrag gesprochen wird; um nun den Lesern ebenfalls für eine Stunde Beschäftigung darzubieten, habe ich Anmerkungen hinzugefügt; und dies gewährte mir zugleich den Vortheil, mich über Manches ausführlicher äussern zu können. Unter die Anmerkungen hat der Zufall eine polemische gemischt, die meine allgemeine praktische Philosophie betrifft; ein schon im Jahre 1808 herausgegebenes Buch, das aber noch heute meine Ueberzeugung treulich ausspricht, und das ich in eben dem Maasse deutlicher und vollständiger werde vertheidigen können, wie meine psychologischen Darstellungen weiter vorrücken. Praktische Philosophie und Psychologie stehn in solcher Verbindung, dass jede von den Fehlern der andern leiden muss, und beide nur wechselsweise davon können gereinigt werden. Zuerst muss man wissen, dass die Principien der erstern nicht in Geboten, sondern in willenlosen Urtheilen bestehn; sonst sucht man in der zweiten nach einer gebietenden praktischen Vernunft als einem *Grundvermögen* der menschlichen Seele, welches die Psychologie nicht nachweisen kann, weil es nicht

existirt. Dann muss man in der Psychologie den menschlichen Geist in seinem Fortschreiten von den niedrigsten bis zu den höhern Stufen gleichsam beobachtet haben; sonst behalten die sittlichen Urtheile, Gefühle, Ueberlegungen, Entschlüsse, Regeln, Grundsätze und Systeme immer etwas Geheimnissvolles, welches so lange die Ueberzeugung stört und irrt, wie lange man nicht ein jedes von dem Allen an seinem rechten Orte erblickt, wo es sich natürlich bildet, und eben darum sich in seinem wahren Werthe behaupten kann. Kein Wunder, dass Theologen, die von den wissenschaftlichen Untersuchungen über diese Gegenstände keinen Begriff haben, sich in ängstliche Grübeleien über den Ursprung des Bösen verlieren; wenn sie aber bis zu dem anmaassenden Klageruf fortschreiten, „*unkräftig sei alles, was die Philosophen statt des Christenthums geben,*" so bleibt nichts übrig, als sie ernstlich zurechtzuweisen; denn ihre Gespensterfurcht ist nicht bloss ansteckend, sondern sie kann selbst die Quelle von vielem Bösen werden. Indessen sind sie in sofern zu bedauern, als zu ihren andern Träumen auch noch der von Philosophen kommt, die *statt* des Christenthums Etwas (ich weiss nicht was) geben wollen; finden sie einen, dem ein solches Project im Kopfe steckt, so dürfen sie ihn sicher für einen Phantasten halten; denn als Philosoph würde er ganz andere Geschäfte zu besorgen haben.

Mit der reifsten Ueberzeugung und dem tiefsten Gefühle, dass gerade dasjenige Geschäft, welchem ich nicht bloss dies Büchlein, sondern seit Jahren meine besten Kräfte gewidmet habe, zu den nothwendigsten und dringendsten gehört, die jemals in der wissenschaftlichen Welt können unternommen werden, verbinde ich zugleich das, manchmal niederschlagende, Bewusstsein, dass ich mich glücklich schätzen muss, wenn ich es nur so weit bringe, *anzufangen*, was ich Andern zur Vollendung werde überlassen müssen. Und zu meinem grossen Schmerze sehe ich: unsre Zeit hat zwar Kräfte genug zum Vollbringen, aber diese Kräfte sind zersplittert, statt dass frühere Jahrhunderte sie wenigstens zuweilen vereinigt sahen. Jetzt sind *hier* Mathematiker, und *dort* Philosophen; als ob man, ohne *beides zugleich* zu sein, ein ächter Wahrheitsforscher sein könnte! Unsre heutige Mathematik ist so reich, so ausgedehnt, dass sie ihren Verehrern nicht Zeit gönnt, noch etwas

Anderes zu bedenken. Von unsern philosophischen Schulen hat die eine so viel zu phantasiren, zu combiniren, zu deuten, und zu polemisiren, dass sie zum Untersuchen nicht kommt; eine andre schwelgt in Gefühlen, und wiegt sich mit Einbildungen von der Nichtigkeit aller Demonstration in einen süssen Schlaf; eine dritte, freier von Vorurtheilen als jene beiden, ist so ungelenkig, so steif und starr, dass sie immer dasselbe wiederholt und nie von der Stelle kommt. Unterdessen wächst der Empirismus wie Unkraut; und wo ein Streben nach dem Höhern rege wird, da fehlt die rechte Zucht, und alle Verführung der Schwärmerei findet leichtes Spiel mit Köpfen voll ungeordneter Gedanken.

Man kann das Zeitalter nicht wählen, in dem man leben und wirken möchte; ich gebrauche meine Tage nach Gelegenheit und Kraft; wie Andre das benutzen werden, was ich darbiete, das fällt ihrem Willen und ihrer Verantwortung anheim.

Höchstgeehrte Anwesende!

Da uns die königliche deutsche Gesellschaft den bequemsten und schicklichsten Vereinigungspunct darbietet, um uns von der Richtung unserer wissenschaftlichen Forschungen gegenseitig in Kenntniss zu setzen: so habe ich geglaubt, für die heutige Sitzung, in welcher mir die Ehre Ihrer geneigten Aufmerksamkeit zu Theil wird, von der günstigen Gelegenheit Gebrauch machen, und einen Gegenstand ankündigen zu dürfen, der freilich abstract scheinen mag, der jedoch gewiss von allgemeinem Interesse ist. Sokrates wird von allen Jahrhunderten gelobt, dass er die Philosophie vom Himmel zur Erde und zu den Menschen herabgerufen habe; wenn er aber heute, wieder erstanden und bekannt mit dem Zustande unserer Wissenschaften, noch einmal zum Himmel hinaufblickte, um von dort etwas Heilsames für die Menschen herunter zu holen, so würde er da oben weit weniger die heutige Philosophie, als die Mathematik, geschäftig, und in ihren Bemühungen mit dem glücklichsten und glänzendsten Erfolge gekrönt finden. Da möchte es ihm denn wohl einfallen zu fragen: „Saget mir, o ihr Vortrefflichen, was ist besser, die Seele oder das Körperliche? Was ist euch wichtiger, die Nutation der Erdaxe oder das Schwanken eurer Meinungen und Neigungen? Was ist euch nöthiger, die Stabilität des Sonnensystems oder die Befestigung eurer Grundsätze und Sitten? Wovon leidet ihr mehr, von den Perturbationen der Planeten oder von den Revolutionen eurer Staaten? — Und wenn die Mathematik ein so vortreffliches Werkzeug eurer Nachforschungen ist, warum versucht ihr denn nicht, es zu brauchen bei dem, was euch das Wichtigste und Nöthigste ist? Oder wenn die Mathematik bei euch im höchsten Ansehen steht, so dass ihr geneigt seid, sie allen andern Wissenschaften vorzuziehen: warum verurtheilt

ihr sie denn, entweder solche Gegenstände zu bearbeiten, die euch so ferne stehen, dass sie noch kaum die Neugierde einiger wenigen Gelehrten reizen können, oder so nahe bei euren gemeinsten sinnlichen Bedürfnissen und Wünschen, dass die Beschäftigung damit fast zu der niedrigen Klasse der banausischen Künste herabsinkt?" Wenn Sokrates so fragte: wollten wir ihm etwa antworten, die Mathematik arbeite ja auch in unsern Zeughäusern, und vor den Wällen belagerter Städte? Sie lehre uns, den menschlichen Kunstfleiss nicht bloss zu beleben, sondern auch zu zerstören? So möchten wir doch wohl nicht wagen, uns dem Spotte des bekanntlich sehr ironischen Mannes Preis zu geben. Doch mit welchem Netze von Fragen er uns umstricken, und wie künstlich er uns aus unsern gewohnten Vorstellungsarten heraus winden und ziehen würde: wer möchte es wagen, geehrteste Anwesende, das darzustellen? Wenigstens ich wage es nicht; und um desto weniger, da etwas Anderes mir näher liegt, als die Art, wie sich etwa Sokrates über unsere beschränkte Anwendung der Mathematik wundern würde. Mir ist es nämlich nicht unbekannt geblieben, dass man sich über meine Versuche, der Mathematik ein Geschäft in der Psychologie zu geben, gewundert hat, und dass diese Verwunderung ganz kürzlich durch die von mir herausgegebene Abhandlung, über das Maass und die allgemeinsten Bedingungen der Aufmerksamkeit,* von neuem ist angeregt worden. Je geringer nun die Anzahl der Leser eines Aufsatzes sein wird, der eine verwickelte Differentialgleichung behandelt: desto mehr muss ich darauf gefasst sein, dass man es dabei lassen werde sich zu wundern, ohne sich genauer um die Sache zu bekümmern. Deshalb habe ich mich entschlossen, einmal in anderer Sprache, als in algebraischen Zeichen, einen kurzen Bericht über mein Unternehmen abzustatten; ein Unternehmen, dessen erste Anfänge noch in die letzten Monate des achtzehnten Jahrhunderts fallen, ja dessen Keim ich eigentlich noch früher in der fichte'schen Schule fand (1); und womit ich seitdem, zwar oft und lange unterbrochen, doch ohne je den Faden zu verlieren, beschäftigt war (2), jetzt aber von neuem mit der ernstlichen Absicht beschäftigt bin, nicht eher abzulassen, als bis ich meine Vorarbeit geübtern Mathematikern zur Fort-

* De attentionis mensura causisque primariis. Regiomonti 1822.

setzung darbieten kann. In dem Bericht über dieses mein Unternehmen werde ich die Scheingründe, von denen die vorerwähnte Verwunderung herrührt, voranstellen; und erst nach deren Beantwortung hoffe ich geneigtes Gehör für die Nachweisung, dass Mathematik auf Psychologie anzuwenden *möglich*, und dass es *nothwendig* sei (3). Eine kurze Bemerkung darüber, dass diese meine Untersuchung sich in der That nicht bloss auf Psychologie beschränkt, sondern dass sie entferntere Beziehungen auf Physiologie und auf die gesammte Naturwissenschaft hat, soll den Beschluss machen.

Der erste von den Scheingründen, die mir entgegenstehen, ist seiner wahren Natur nach nichts anderes, als die alte Gewohnheit; den Worten nach aber lehnt er sich an eine völlig unwahre Behauptung. Man hat nie gehört, dass die Mathematik anders angewendet sei, als auf Gegenstände, die entweder selbst räumlich sind, oder sich doch räumlich darstellen lassen; z. B. auf Kräfte, die mit gewissen Entfernungen wachsen oder abnehmen, und deren Erfolge man messen oder scharf beobachten kann. Man sieht aber nicht ein, welches Maassstabes sich Jemand bedienen könnte, um das Geistige in uns, das Wechselnde in unsern Vorstellungen, Gefühlen und Begierden, seiner Grösse nach zu bestimmen und zu vergleichen. Unsre Gedanken sind schneller, wie der Blitz; wie sollten wir ihre Bahn beobachten und verzeichnen? Die menschlichen Launen sind so flüchtig wie der Wind, die Stimmungen so ungewiss wie das Wetter; wer kann hier gegebene Grössen finden, die sich unter das Gesetz einer mathematischen Regelmässigkeit bringen liessen? *Wo man nun aber nicht messen kann, da kann man auch nicht rechnen;* folglich ist es nicht möglich, in psychologischen Untersuchungen, sich der Mathematik zu bedienen. — So lautet der Syllogismus, welcher sich aus dem Kleben an dem Gewohnten und aus einer augenscheinlichen Unwahrheit zusammensetzt. Es ist nämlich, um beim letzten anzufangen, ganz falsch, dass man nur da rechnen könne, wo man zuvor gemessen hat. Gerade im Gegentheil! Jedes hypothetisch angenommene, ja selbst jedes anerkannt unrichtige Gesetz einer Grössenverbindung lässt sich berechnen; und man *muss* bei tief verborgenen, aber wichtigen Gegenständen sich so lange in Hypothesen versuchen, und die Folgen, welche aus denselben fliessen würden, so genau durch

Rechnung untersuchen, bis man findet, welche von den verschiedenen Hypothesen mit der Erfahrung zusammentrifft. So *versuchten* die ältern Astronomen excentrische Kreise, und Kepler *versuchte* die Ellipse, um darauf die Bewegungen der Planeten zurückzuführen, der nämliche verglich die Quadrate der Umlaufszeiten mit den Würfeln der mittlern Entfernungen, ehe er deren Uebereinstimmung fand; desgleichen *versuchte* Newton, ob eine Gravitation, umgekehrt wie das Quadrat der Entfernung, hinreiche, den Mond in seiner Bahn um die Erde zu erhalten; hätte aber diese Voraussetzung nicht genügt, so würde er eine andre Potenz, etwa den Würfel oder die vierte oder fünfte Potenz der Entfernung zum Grunde gelegt, und die Folgen daraus abgeleitet haben, um sie mit den Erfahrungen zu vergleichen. Das eben ist die grösste Wohlthat der Mathematik, dass man lange vorher, ehe man hinreichend bestimmte Erfahrungen besitzt, die Möglichkeiten überschauen kann, in deren Gebiet irgendwo die Wirklichkeit liegen muss: daher man denn auch sehr unvollkommene Andeutungen der Erfahrung benutzen kann, um sich mindestens von den gröbsten Irrthümern zu befreien. Lange vorher, ehe ein Vorübergehn der Venus vor der Sonne zur Bestimmung der Sonnenparallaxe diente, suchte man den Augenblick zu treffen, wo der Mond von der Sonne halb erleuchtet ist, um aus gemessenem Abstande beider Himmelskörper die Entfernung der Sonne zu finden. Das war nicht möglich; denn alle unsre Zeitmessnng ist aus psychologischen Gründen viel zu grob, als dass der verlangte Augenblick hätte können genau genug bestimmt werden; allein dennoch gewann man hiedurch die Einsicht, dass die Sonne ein paar hundert mal so weit zum wenigsten entfernt sein müsse, als der Mond. Dies ist ein sehr einleuchtendes Beispiel, dass auch eine höchst unvollkommne Grössenschätzung, da wo keine scharfe Beobachtung möglich ist, sehr belehrend werden kann, wenn man sie nur zu benutzen weiss. Und war es etwan nothwendig, für unser Sonnensystem den Maassstab zu besitzen, um seine Ordnung im allgemeinen kennen zu lernen? War es (dass ich aus einer andern Gegend ein Beispiel nehme) nicht eher möglich, die Gesetze der Bewegung zu erforschen, ehe man die Fallhöhe in der Secunde an einem bestimmten Orte auf der Erde genau kannte? Nichts weniger. Solche Erforschungen der *Grundmaasse* sind an

sich sehr schwierig, aber glücklicherweise bilden sie Untersuchungen von eigener Art für sich allein, auf welche die Kenntniss der wichtigsten *Grundgesetze* gar nicht nöthig hat zu warten. — Einladend freilich ist das Messen zum Rechnen, und jede leicht bemerkliche Regelmässigkeit gewisser Grössen ist ein Reiz für die mathematische Untersuchung. Umgekehrt, je weniger Symmetrie in den Erscheinungen, desto mehr verspätet sich der wissenschaftliche Fleiss. Bewegten sich die Himmelskörper in merklich widerstehenden Mitteln, oder wären die Massen nicht so klein gegen die Distanzen, so wäre vielleicht die Astronomie nicht weiter, wie jetzt die Psychologie; und jene würde sich alsdann nicht einmal, gleich dieser, wegen des Mangels an *Schärfe* der Beobachtungen durch die Menge derselben zu entschädigen hoffen können.

Ein zweiter Einwurf soll sich darauf gründen, dass die Mathematik nur *Quantitäten* behandelt; die Psychologie aber Zustände und Thätigkeiten von sehr verschiedener *Qualität* zum Gegenstande hat. Wollte ich diesen Scheingrund ganz ernsthaft widerlegen, so würde ich davon ausgehen, metaphysisch nachzuweisen, dass die wahren, eigentlichen, ursprünglichen Qualitäten der Wesen uns völlig verborgen, und gar kein Gegenstand irgend einer Untersuchung sind (4); dass dagegen, wo wir in der gemeinen Erfahrung Qualitäten wahrzunehmen glauben, der Grund davon oft bloss quantitativ ist; wie z. B. wir ganz verschiedene Töne hören, aus denen sich noch weit mehr verschiedene Consonanzen und Dissonanzen zusammensetzen lassen, während bloss längere oder kürzere Saiten schneller oder langsamer schwingen. Aber so tief will ich mich für jetzt nicht einlassen. Denn es liegt mir hier nichts daran, den Satz zu beweisen, dass in der menschlichen Seele gar keine Mannigfaltigkeit ursprünglicher Vermögen existirt; das Vorurtheil von innerer qualitativer Vielheit in Einem Wesen mag hier ganz unangefochten bleiben, obgleich es zu den ersten Bedingungen wahrer Erkenntniss gehört, dass man sich davon losgerissen habe. Für jetzt genügt es zu sagen, dass, wie viel eingebildete Qualitäten auch Jemand in der Seele unterscheiden möchte, er dennoch nicht abläugnen könne, dass es ausserdem eine unendliche Menge von quantitativen Bestimmungen des Geistigen gebe. Unsere Vorstellungen sind stärker, schwächer, klärer, dunkler; ihr Kommen und Gehen ist

schneller oder langsamer, ihre Menge in jedem Augenblick grösser oder kleiner, unsere Empfänglichkeit für Empfindungen, unsere Reizbarkeit für Gefühle und Affecten schwebt unaufhörlich zwischen einem Mehr oder Weniger. Diese und unzählige andere Grössenbestimmungen, welche bei den geistigen Zuständen augenscheinlich vorkommen, hat man sehr mit Unrecht für Nebenbestimmungen des Wesentlichen gehalten, und dies ist der wahre Grund, weshalb man die strenge Gesetzmässigkeit dessen, was in uns vorgeht, nicht entdecken konnte. Dass die vermeinten Nebenbestimmungen gerade die Hauptsache sind, kann ich hier in der Kürze nur an einem einzigen auffallenden Beispiele deutlich machen. Jedermann kennt den Schlaf; jeder weiss, dass derselbe in einer Unterdrückung unserer Vorstellungen besteht, die im tiefen Schlafe vollkommen, im Traume unvollständig ist. Aber die Wenigsten denken daran, dass auch selbst während des hellsten Wachens in jedem einzelnen Zeitpuncte uns nur äusserst wenige von unsern Vorstellungen gegenwärtig sind; dahingegen die sämmtlichen übrigen uns gerade so wenig beschäftigen, wie im Schlafe; oder, wie man es bestimmter ausdrücken kann, dass unsre meisten Vorstellungen *latent*, und nur wenige jedesmal *frei* sind. Hier bitte ich, einen Blick in die Physik zu werfen, um sich an die latente und freie Wärme zu erinnern (5). Was war die Physik, bevor man dieses gehörig unterschied und in Betracht zog? Gerade das ist heut zu Tage noch die Psychologie. Alle geistigen Zustände und Erzeugnisse hängen zu allererst von der Grundbedingung ab, dass diese oder jene Vorstellungen in uns wach seien; denn der Schlaf, er sei nun ein totaler oder partialer, hindert Alles, so weit er reicht; oder mit andern Worten: diejenigen Vorstellungen, welche nach den Gesetzen ihres Gleichgewichts in uns latent sind, wirken für so lange gar nichts im Bewusstsein. Anders verhält es sich mit solchen latenten Vorstellungen, welche nur nach den Gesetzen ihrer Bewegung in diesem unterdrückten Zustande sind; diese wirken sehr stark auf die Gemüthszustände, auf Affecten und Gefühle: doch der Unterschied zwischen Statik und Mechanik des Geistes lässt sich hier nicht entwickeln (6).

Noch andre Einwürfe gründen sich auf die gangbaren Meinungen von den sogenannten obern Vermögen des Geistes; und ich weiss wohl, ja ich habe es längst erfahren, dass ich

hier gerade an die mächtigsten Vorurtheile stosse; an Vorurtheile, die darum unüberwindlich sind, weil man sie nicht ablegen *will;* und weil man sich gewaltsam sträubt, dasjenige, was ihnen widerspricht, auch nur zu überlegen. Die Hauptpuncte sind hier das *Genie* und die *Freiheit.* Was ist das Genie? Lassen Sie mich der Kürze wegen durch ein Gleichniss antworten: *das Genie ist ein Planet.* Es geht keine gerade Strasse, sondern seine Bahn ist eine krumme Linie; auf dieser steht es zuweilen still, um rückwärts zu wandern; Anfangs langsam, dann geschwind, dann wieder langsam; darauf geht es vorwärts, nun taucht es sich in die Strahlen der Sonne, und durchwandelt mit ihr in Gemeinschaft den Himmel; doch nur kurze Zeit, denn bald wiederum zieht es vor, in dunkeler Nacht zu leuchten, und sich desto grösser zu zeigen, je vollkommener die Opposition ist, in welche es sich setzt gegen das Gestirn des Tages. Diese Worte passen, ich gestehe es, besser auf einen Planeten, als auf das Genie; doch die Aehnlichkeit wird deutlich genug sein. Das Wort *Planet* bezeichnet einen Irrenden, und wenn man will, mit Rücksicht auf die Träume der Astrologie, einen irrenden Ritter, der recht romantisch auf schreckliche oder liebliche Abenteuer ausgeht; und wie sich's eben trifft, bald Tod und Verderben dräut, bald Heil und Segen bringt. Wer möchte die Kreuz- und Querzüge eines Abenteurers auf eine feste Regel bringen? Und doch, was ist geschehn? Die irrenden Ritter sind verschwunden wie Gespenster, seitdem die Unwissenheit ist verdrängt worden von der Wissenschaft. Jetzt richten sich die Planeten nach dem Kalender; und das geht sehr natürlich zu, denn die Kalender haben gelernt, sich nach den Planeten zu richten. Gerade eben so und in demselben Sinne würde sich das Genie nach der Psychologie richten, wenn schon jetzt unserer Psychologie so viel wahre Wissenschaft zum Grunde läge, als unsern Kalendern. Soviel über das Genie, welches zwar seine Regel nicht kennt, aber darum doch nicht abläugnen darf, eine solche zu haben, denn das Nichtwissen ist kein Beweis vom Nichtsein. Aber was soll ich nun von der Freiheit sagen? Zuerst dies, dass ich in der That müde bin, darüber zu reden. Denn längst habe ich die Gründe der Verwirrung und des Irrthums in diesem Puncte angezeigt, und in allerlei Formen dargestellt; ich habe die ursprünglichen Urtheile, aus denen das mo-

ralische Gebot hervorgeht, gesondert und jedes einzeln bestimmt; ferner nachgewiesen, dass diese Urtheile, welche den Unterschied des Löblichen und Schändlichen, des Guten und Bösen festsetzen, nothwendig ganz willenlos, und selbst das vollkommenste Gegentheil alles Wollens sein müssen, indem sie durch jede Vermischung mit demselben sogleich verfälscht werden, und eine unlautere moralische Gesinnung erzeugen würden. Von dem Augenblicke an, da mir diese Grundsätze klar wurden, habe ich die vermeintliche Unbegreiflichkeit der Willensfreiheit wie einen Nebel zerfliessen gesehen; indem das Würdige und Hohe, was man darin sucht, einen ganz andern Platz hat, das Gemeine und Schlechte aber, was nun von der Freiheit, als Quelle der Möglichkeit des Bösen, noch übrig bleibt, nicht sicherer unter die ihm gebührende Zucht kann gestellt werden, als nachdem man ihm die blendende Larve der Freiheit abgerissen, und es als eine Afterorganisation erkannt hat, die gleich Molen und Warzen, nach Gesetzen der psychologischen Nothwendigkeit nicht bloss wachsen, sondern auch abnehmen, und unter gegebenen Umständen zerstört oder verhütet werden könne. Was ich hier sage, das trifft in gewissen Puncten zusammen mit den frommen Gefühlen, die den Menschen warnen, in seinem eignen Selbst, (das heisst hier, in seinem Willen,) den Ursprung, oder gar das Gesetz des Guten und Bösen zu suchen; und es besteht vollkommen mit der Zurechnung, die erstlich die That auf den Willen, dann den Willen auf den beharrlichen Charakter der Person zurückführt, ohne über den tiefer liegenden Grund irgend eines Charakters auch nur das Mindeste zu entscheiden, oder darauf irgend eine Rücksicht zu nehmen. — Doch alle Schwierigkeiten der Freiheitslehre würden bald verschwinden, wenn man sich nicht von dem Willen, der übrig bleibe, wenn die bekannte Freiheitslehre weggenommen werde, die allerseltsamsten Vorstellungen machte. Wer da sagt: *ich kann mir keinen Willen denken, der nicht als solcher schon frei wäre*, dem muss man antworten: *behalte die Freiheit, denn in dem Sinne, worin du das Wort nimmst, ist sie wirklich vorhanden.* Die menschliche Seele ist kein Puppentheater; unsre Wünsche und Entschliessungen sind keine Marionetten; kein Gaukler steht dahinter, sondern unser wahres eigenes Leben liegt in unserm Wollen, und dieses Leben hat seine Regel nicht ausser sich, sondern in sich; es hat seine

eigne, rein geistige, keineswegs aus der Körperwelt entlehnte Regel; aber diese Regel ist in ihm gewiss und fest, und wegen dieser ihrer festen Bestimmtheit hat sie mit dem sonst ganz Fremdartigen, den Gesetzen des Stosses und Drucks, immer noch mehr Aehnlichkeit, als mit den Wundern der vorgeblich unbegreiflichen Freiheit (7).

Um nun die Möglichkeit, dass Mathematik auf Psychologie angewendet werde, nachweisen zu können: muss ich zuvörderst die *materiale* Möglichkeit unterscheiden von der *formalen*. Jene beruht auf den Grössen selbst, die sich dem Psychologen darbieten; diese auf dem Verfahren, welches in der Untersuchung zu befolgen ist. Es scheint mir zweckmässig, die Grössen selbst einstweilen noch bei Seite zu setzen, und vor allem die Form des Verfahrens etwas näher zu bezeichnen. Ich besorge nämlich, dass man sich entweder an ältere verfehlte, oder an neuere ganz leichtsinnige Versuche erinnern werde, der Mathematik in der Philosophie theils etwas nachzuahmen, theils mit den Zeichen und Ausdrücken derselben ein unnützes und thörichtes Spiel zu treiben; welches beides von *dem* Gebrauch der Mathematik, den ich unternommen habe, völlig verschieden ist. An jenen Verkehrtheiten ist, um es mit Einem Worte zu sagen, die Unbekanntschaft mit der wahren Natur der metaphysischen Probleme Schuld, welche die Mathematik aufzulösen so unfähig ist, dass sie vielmehr zu allen Zeiten denselben mit grosser Kunst aus dem Wege gegangen ist, um nur ja nicht dadurch in Verlegenheit gesetzt zu werden. Wer sich der metaphysischen Untersuchungen mächtig fühlt, der wird in manchen Puncten nachzuholen finden, was die Mathematik geflissentlich versäumt, oder nie zu Ende gebracht hat; wie bei den Parallelen, beim Unendlichen, beim Irrationalen, und bei allem, was mit dem Begriffe der Continuität zusammenhängt. Weit gefehlt, in den eigentlich metaphysischen Untersuchungen der Mathematik nachahmen zu können, muss man hier mit andern Hülfsmitteln und Kräften auch andere Anstrengungen verbinden, und sich andere Uebungen für neue Verfahrungsarten verschaffen. Die Mathematik vermag wirklich Nichts ausser dem Gebiete der Grössen; bewundernswerth aber ist die Kunst, womit sie sich dieser allenthalben bemächtigt, wo sie sie antrifft. Erinnern wir uns nur gleich der Netze, womit sie Himmel und Erde umsponnen hat; jenes Sy-

stems von Linien, die sich auf Azimuth und Höhe, Declination und Rectascension, Länge und Breite beziehn; jener Abscissen und Ordinaten, Tangenten und Normalen, Krümmungskreise und Evoluten; jener trigonometrischen und logarithmischen Functionen, welche alle im voraus bereit liegen, und nur darauf warten, dass man sich ihrer bediene. Ueberblickt man diesen Apparat: so sieht man freilich, dass die Mathematiker keine Zauberer sind, sondern dass bei ihnen alles natürlich zugeht; man empfängt vielmehr den Eindruck wie von einer Menge künstlicher Maschinen; zahlreicher Zeugen einer mannigfaltigen und höchst lebendigen Industrie, die ganz dazu gemacht ist, um wahren und bleibenden Reichthum zu erwerben. Aber was ist nun dieser Apparat? Besteht er aus wirklichen Dingen? Wir wollen uns einzelne Beispiele vergegenwärtigen. Was ist die Himmelskugel? Ist sie ein wirkliches Gewölbe, eine wahre Hohlkugel, auf der man sphärische Dreiecke zeichnen könnte? Nein! sie ist eine nützliche Fiction, ein Hülfsmittel des Denkens, eine bequeme Form der Zusammenfassung aller Gesichtslinien, die zu den Sternen hingehn, und bei denen man bloss ihre Lage, nicht ihre Länge in Betracht zieht. Was ist der Schwerpunct? Ist er wirklich ein Punct in einem Körper? Was der Mittelpunct des Schwungs, sammt den Momenten der Trägheit für willkürlich anzunehmende Umdrehungsaxen? Warum redet die Statik vom mathematischen Hebel, der in der Natur nicht vorkommt? warum die Mechanik von Bewegungen der Puncte, von einfachen Pendeln, vom Fall geworfener Körper im luftleeren Raume? Warum nicht gleich vom körperlichen Hebel, von bewegter Materie, und von den Wurflinien in der Atmosphäre? Mit einem Worte, warum bedient sie sich so vieler fingirten Hülfsgrössen; warum berechnet sie nicht unmittelbar das, was in der wirklichen Welt sich vorfindet und geschieht? — Die Antwort liegt schon in der Frage: jene Fictionen sind nämlich wirkliche Hülfen; jene angenommenen Grössen sind solche, auf welche die wirklichen erst müssen zurückgeführt, oder zwischen denen sie müssen eingeschlossen werden, wenn man sich diese letzteren, die wirklichen Grössen, entweder genau oder doch annäherungsweise will zugänglich machen. Hier ist nun zwar nichts, was die Psychologie der Mathematik nachahmen könnte; aber desto gewisser bringt die letztere ihr

eigenthümliches Verfahren allenthalben mit hin, wohin sie selbst kommt. Demnach, in wiefern die geistigen Zustände und Thätigkeiten wirklich von Quantitäten abhängen, in sofern kann man sicher voraussehn, die Berechnung dieser wirklichen Quantitäten werde ebenfalls nur durch Zurückführung derselben auf einfachere, bequemere Hülfsgrössen geschehn, zwischen welchen jene gleichsam einzuschalten, oder auch, von welchen sie abhängig zu machen seien, damit man ihnen so nahe als möglich auf die Spur kommen könne. Man mache sich demnach darauf gefasst, nur einen allgemeinen und sehr vereinfachten Typus des Begehrens, und eben so allgemeine Typen gewisser Hauptklassen von Gefühlen, Imaginationen u. dergl. wissenschaftlich nachgewiesen zu sehn; während die individuelle Wirklichkeit sehr sicher ist, sich der mathematischen Bestimmung und Begrenzung auf immer entziehen zu können. Nichts wäre lächerlicher, als wenn Jemand fürchten wollte, durch irgend eine Mantik von Zahlen und Buchstaben seiner Geheimnisse beraubt, oder in den verborgenen Regungen seines Herzens beschlichen und belauscht zu werden; in dieser Hinsicht wird die gemeine Weltklugheit immer weit schlauer und furchtbarer sein, als alle Mathematik und Psychologie zusammen genommen.

Es ist nun Zeit, die Grössen selbst, welche sich der Berechnung darbieten, genauer anzugeben. Man muss vom Einfachsten ausgehn, und beim ersten Anfange noch alle Verbindung der Vorstellungen unter einander bei Seite setzen (8). Alsdann bleiben nur zwei Grössen, auf die man Rücksicht zu nehmen hat: *die Stärke jeder einzelnen Vorstellung*, und *der Grad der Hemmung zwischen je zweien* (9). Hier ist schon Stoff genug für die Rechnung, um von zweien ganz allgemeinen psychologischen Phänomenen den ersten Hauptgrund zu entdecken; nämlich erstlich von dem oben erwähnten Umstande, dass die allermeisten unserer Vorstellungen in jedem bestimmten Augenblicke latent sind; und zweitens von der eben so merkwürdigen Thatsache, dass, so lange nicht physiologische Gründe den Zustand des Schlafs bewirken, niemals alle Vorstellungen zugleich latent werden, auch niemals *alle bis auf eine*, sondern dass stets, während des leiblichen Wachens, irgend Etwas, und nie etwas ganz Einfaches, sondern etwas einigermaassen Zusammengesetztes, vorgestellt wird (10). Hier-

über würde man sich längst gewundert, und nach der Ursache gefragt haben, wenn nicht das Gewohnte und Alltägliche sich in den Augen der Menschen immer von selbst verstünde.

Die Rechnungen, zu welchen die Stärke jeder einzelnen Vorstellung und der Grad der Hemmung zwischen je zweien Anlass geben können, sind noch sehr einfach; sie werden aber schon weit verwickelter, wenn man nunmehr auch die dritte Grösse, *den Grad der Verbindung* unter den Vorstellungen, in Betracht zieht. Alsdann ändern sich die früher erhaltenen Resultate, und neue kommen hinzu. Ueberdies bietet sich jetzt noch eine vierte Grösse dar, um in die Rechnung einzugehn, nämlich die *Menge* der verbundenen Vorstellnngen. Besonders merkwürdig aber sind die *längern* oder *kürzeren Vorstellungsreihen,* welche *bei unvollkommner Verbindung* dann entstehn, wann eine Vorstellung mit der andern, die zweite mit der dritten, diese mit der vierten, und so fort, in gewissem Grade verknüpft sind, während die erste mit der dritten, die zweite mit der vierten, und den folgenden, entweder gar nicht, oder doch weit schwächer verschmelzen. Solche Vorstellungsreihen sind gleichsam die Fasern oder Fibern, woraus sich grössere geistige Organe zusammensetzen; und sie tragen dabei ganz bestimmte Gesetze ihrer Reizbarkeit in sich, auf deren genauere Kenntniss in der Psychologie eigentlich alles ankommt. Entfernte, aber höchst unzulängliche Andeutungen davon liegen in dem, was man unter dem Namen der Ideenassociation längst kennt; alles bestimmtere Wissen muss jedoch von der Rechnung ausgehn; und diese ist von den wichtigsten Folgen nicht bloss für die Theorie des Gedächtnisses, der Phantasie, des Verstandes, sondern auch für die Lehre von den Gefühlen, Begierden und Affecten. Nichts hindert mich, es unverhohlen zu sagen, dass hier die Mathematik eine grenzenlose Unwissenheit aufdeckt, in welcher sich die Psychologie bisher befunden hat. Sogar das räumliche und zeitliche Vorstellen hat hier, nicht aber in vermeinten Grundformen der Sinnlichkeit, seinen Sitz und Ursprung.

In Ansehung schon gebildeter Vorstellungsreihen entstehen ferner neue Quantitätsbestimmungen daraus, ob dieselben von irgend einem Reize in einem oder in mehrern Puncten zugleich getroffen werden; desgleichen, ob sie sich mehr oder minder in einem Zustande der Evolution oder Involution be-

finden; weiter, ob aus diesen Reihen, die ich vorhin Fasern oder Fibern nannte, sich schon grössere oder kleinere Gewebe gebildet haben, und wie diese Gewebe construirt sind; ein Gegenstand, der zwar bei verschiedenen Menschen, wegen der gemeinschaftlichen Sinnenwelt, in der wir leben, und auf deren Veranlassung sich unsre Vorstellungen eben so wohl verknüpfen als erzeugen, grösstentheils gleichartig sein muss, doch so, dass bedeutende Modificationen eintreten, die von dem geistigen Rhythmus jedes Individuums, zufolge seines Nervenbaues und seiner ganzen leiblichen Constitution, abhängen; und andre Modificationen, welche der Erfahrungskreis und die Gewöhnungen des Individuums bestimmen, und welche man durch Erziehung und Unterricht suchen kann zweckmässig einzurichten. Dieser letztere Punct muss besonders sorgfältig bemerkt werden. Bekanntlich wird die eigentliche Humanität dem Menschen nicht angeboren, sondern angebildet; der ganz wilde Mensch ist nichts als ein Thier, wiewohl ein solches Thier, in welchem die Menschheit durch Hülfe der Gesellschaft könnte entwickelt werden. Daher hat man schon oft die Hypothese vernommen, ein höheres Wesen müsse sich der ersten Menschen angenommen und sie geistig veredelt haben; eine Meinung, die wenigstens nicht so gewaltig gegen die Erfahrung verstösst, als die von einem allmäligen Herabsinken der Menschheit aus einem ursprünglich höhern Zustande in den nachmaligen niedern, statt dass die ganze Länder- und Völkerkunde uns den ungeselligen Menschen roh und thierisch, folglich die eigentliche Menschheit von der Gesellschaft abhängig zeigt. Dies wird sehr schlecht beachtet von denjenigen Psychologen, welche Vernunft und innern Sinn, Ueberlegung und Selbstbeschauung für ursprüngliche Vermögen der menschlichen Seele halten; man muss sie aber damit entschuldigen, dass sie aus Unkunde in der Mathematik und der davon abhängenden Mechanik des Geistes die Wege nicht errathen können, auf welchen die allmälige Veredelung des menschlichen Geistes fortschreitet. So viel indessen lässt sich leicht bemerken, dass in dem Geiste nicht alle Vorstellungen gleichmässig verbunden, und dass sie in sehr verschiedenem Grade beweglich sind; dass sie ähnlich den höhern und niedrigern Wolkenschichten in der Atmosphäre, in verschiedenen Richtungen theils langsam, theils schneller und flüchtiger umher-

schweben; dass eben deshalb unter diesen verschiedenen Vorstellungsmassen, bei ihrem mannigfaltigen Zusammentreffen, sich grossentheils dieselben Verhältnisse wiederholen müssen, die zwischen neuen Anschauungen und ältern dadurch reproducirten Vorstellungen sich erzeugen; dass es folglich nicht bloss eine äussere Apperception, sondern auch ein inneres Vernehmen, oder eine Vernunft geben müsse, bei welcher das, was man Ueberlegen und Schliessen nennt, nur nach vergrössertem Maassstabe denselben Process wiederholt, der schon beim Zueignen sinnlicher Empfindung durch Anschauung und Urtheil vollzogen wird. Doch welches ist dieser Process? Ich glaube es zu wissen, aber ich kann es hier nicht entwickeln. Nur so viel kann ich sagen: die höhern Thätigkeiten des Geistes können unmöglich nach ihren wahren Gründen und Gesetzen erforscht werden, so lange man die niedrigern noch nicht kennt, denen sie ähnlich, und von denen sie abhängig sind; wiewohl man nun die mathematische Betrachtung schwerlich jemals bis in die obersten Regionen des vernünftigen Denkens und Wollens fortführen wird, so ist dieselbe dennoch als Grundlage der Erkenntniss auch dieser höchsten Gegenstände ganz unentbehrlich, damit wir, wenn die Wahrheit in ihren genauesten Bestimmungen uns vielleicht verborgen bleibt, wenigstens nicht die Lücken unseres Wissens, so wie es bisher geschieht, mit groben Irrthümern ausfüllen, und durch unnützen Zank von Partheien, die alle gleich Unrecht haben, uns am Ende die Philosophie selbt verleiden.

Und hier findet sich der Uebergang zu dem letzten Theile meiner Betrachtung. Es ist nicht bloss möglich, sondern nothwendig, dass Mathematik auf Psychologie angewendet werde; der Grund dieser Nothwendigkeit liegt, mit einem Worte, darin, dass sonst dasjenige schlechterdings nicht kann erreicht werden, was durch alle Speculation am Ende gesucht wird; und das ist — *Ueberzeugung*. Die Nothwendigkeit aber, dass wir den Weg zur festen Ueberzeugung endlich einschlagen, ist um desto dringender, je grösser täglich die Gefahr wird, dass die Philosophie in Deutschland bald in denselben Zustand gerathe, in welchem sie längst in Frankreich und England sich befindet. Es gehört mit zu der grossen Verblendung der meisten heutigen Philosophen Deutschlands, dass sie diese Gefahr nicht sehen. Verstünden sie Mathematik, (dazu gehört aber mehr, als einige

geometrische Elemente, und allenfalls quadratische Gleichungen zu kennen, oder einmal mit den Zeichen der Differentiale und Integrale gespielt zu haben,) verstünden sie, sage ich, Mathematik: so würden sie wissen, dass ein unbestimmtes Reden, wobei jeder das Seinige denkt, und welches eine täglich wachsende Spaltung der Meinungen erzeugt, trotz aller schönen Worte und selbst ungeachtet der Grösse der Gegenstände, doch auf die Länge schlechterdings kein Gleichgewicht behaupten könne gegen eine Wissenschaft, die durch jedes Wort, was sie ausspricht, wirklich belehrt und erhebt, während sie zugleich — nicht etwa durch ungeheure ausgemessene Räume, — sondern durch das, alle Beschreibung übertreffende, Schauspiel des ungeheuersten menschlichen Scharfsinns ein nie ermüdendes Staunen für sich gewinnt. Die Mathematik ist die herrschende Wissenschaft unserer Zeit; ihre Eroberungen wachsen täglich, wiewohl ohne Geräusch; wer sie nicht *für* sich hat, der wird sie dereinst *wider* sich haben.

Jetzt muss ich bestimmter angeben, worin der Grund liege, dass nicht bloss die Mathematik Ueberzeugung in sich trägt, sondern sie auch auf die Gegenstände überträgt, auf die sie angewendet wird. Dieser Grund findet sich zwar zu allererst in der vollkommenen Genauigkeit, womit die mathematischen Elementarbegriffe bestimmt sind; und in dieser Hinsicht muss jede Wissenschaft ihr eigenes Heil besorgen; keine kann es von der andern leihen oder geschenkt bekommen; die Psychologie eben so wenig von der Mathematik, als die letztere von jener. Aber das ist nicht Alles. Sobald das menschliche Denken sich in langen Schlussfolgen, oder überhaupt an schwierigen Gegenständen versucht, deren inneres Mannigfaltiges sich gegenseitig verdunkelt: so tritt nicht nur die Gefahr, sondern auch der Verdacht des Irrthums ein; weil man nicht alles Einzelne mit gleichzeitiger Klarheit überschauen kann, und sich daher am Ende begnügen muss, daran zu *glauben*, dass man Anfangs nichts verfehlt habe. Jedermann weiss, wie sehr dieses selbst beim Rechnen, also beim ganz elementaren Gebrauche der Mathematik der Fall ist. Niemand wird sich einbilden, dass es damit in den höhern Theilen der Mathematik besser gehe; im Gegentheil, je verwickelter die Rechnung, desto höher steigt, in sehr schneller Progression, die Unsicherheit und der Verdacht verborgener Fehler. Wie macht es nun die Mathe-

matik, um dieser, ihr selbst im höchsten Grade beiwohnenden Unbequemlichkeit abzuhelfen? Schärft sie ihre Beweise? Giebt sie wohl gar neue Regeln, wie man die vorigen Regeln anwenden solle? Nichts weniger! Jede einzelne Rechnung, für sich betrachtet, bleibt in dem Zustande einer sehr grossen Unsicherheit. Aber es giebt ja *Rechnungsproben!* Es giebt auf dem Boden der Mathematik zu jedem Puncte hundert verschiedene Wege; und wenn man auf allen hundert Wegen genau dasselbe findet, so überzeugt man sich, den rechten Punct getroffen zu haben. Eine Rechnung ohne Controle ist so viel wie gar keine. Gerade so verhält es sich mit einem jeden einzeln stehenden Beweise in irgend welcher speculativen Wissenschaft; mag er noch so scharfsinnig, mag er vollkommen wahr und richtig sein, er gewährt doch keine bleibende Ueberzeugung. Wer daher in der Metaphysik, oder in der von ihr abhängenden Psychologie hoffen wollte, seine höchste Sorgfalt in der schärfsten Bestimmung der Begriffe und im folgerechten Denken, schon durch Ueberzeugung, wohl gar durch allgemein mittheilbare Ueberzeugung — belohnt zu sehen: der würde gar sehr getäuscht werden. Nicht bloss die Schlüsse müssen sich gegenseitig, ungezwungen und ohne den leisesten Verdacht der Erschleichung, bestätigen: sondern bei allem, was von Erfahrung ausgeht, oder über Erfahrung urtheilt, muss die Erfahrung selbst, und zwar in unzähligen speciellen Fällen, das Resultat der Speculation genau, und nicht bloss obenhin, bekräftigen. Und jetzt bin ich beinahe am Ziele, denn ich habe nur noch nöthig, auf eine einzige Bedingung aufmerksam zu machen, ohne deren Erfüllung Erfahrungen und Theorien gar nicht können mit irgend einer Sicherheit verglichen werden. Alle Erfahrung ist quantitativ bestimmt; und sie ist den grössten Veränderungen ausgesetzt, wenn die Grössen, von denen sie abhängt, verändert werden. Soll ich dies noch durch Beispiele belegen? Soll ich etwa erinnern an die berühmte Frage der Aerzte: was ein Gift sei? ein Begriff, der bekanntlich deshalb Schwierigkeit macht, weil für unsre Gesundheit das Heilsamste im Uebermaasse schädlich, das Schädlichste in rechter Quantität heilbringend wird. Doch wozu mich bei so leichten Gegenständen aufhalten? Das, was ich zeigen wollte, liegt schon am Tage; nämlich dies, *dass jede Theorie, die man mit der Erfahrung vergleichen will, erst soweit fortgeführt werden*

*muss, bis sie die quantitativen Bestimmungen angenommen hat, die in der Erfahrung vorkommen oder bei ihr zum Grunde liegen.* So lange sie diesen Punct nicht erreicht, schwebt sie in der Luft, ausgesetzt allem Winde des Zweifels, unfähig, sich mit andern, schon bevestigten Ueberzeugungen zu verbinden. Alle quantitativen Bestimmungen aber sind in der Hand der Mathematik, und man kann daraus sogleich übersehen, dass alle Speculation, welche auf Mathematik nicht Achtung giebt, sich mit ihr nicht in Gemeinschaft setzt, nicht mit ihrer Hülfe die mannigfaltigen Modificationen unterscheidet, welche durch Veränderung der Grössenbestimmungen entstehen müssen, entweder ein leeres Gedankenspiel, oder im besten Falle eine Anstrengung ist, die ihr Ziel nicht erreichen kann. Vielerlei wächst auf dem Boden der Speculation, das nicht von Mathematik ausgeht und sich um sie nicht kümmert; und ich bin sehr weit davon entfernt, alles, was solchergestalt wächst, für Unkraut zu erklären; wachsen kann wohl manch edles Gewächs, aber zur letzten Reife gelangen kann keins ohne Mathematik. Selbst über diesen Punct giebt es jedoch eine empirische Art von Ueberzeugung, die sich nicht anders als durch eigne Uebung im Gebrauch der Mathematik erwerben lässt. Man muss es gleichsam mit Augen gesehen haben, wie die Rechnung Folgerungen aus den vorhandenen Vordersätzen ableitet, die man nicht erwartet, Umstände hervorhebt, an deren Wichtigkeit man nicht gedacht, schiefe Ansichten zerstört, deren man bei aller Behutsamkeit sich doch nicht erwehrt hatte.

Es wird Ihnen, höchstgeehrte Herren, von selbst aufgefallen sein, dass meine letzte Behauptung sich gar nicht auf Psychologie beschränkt, sondern ganz allgemein alle Speculation trifft; denn überall ist eine mannigfaltige Controle, und überall genaue Vergleichung mit der Erfahrung nöthig. Diese Ueberschreitung meines Gegenstandes würde mir jedoch vielleicht, als hieher nicht gehörig, zum Vorwurfe gereichen, wenn nicht der Gegenstand selbst die Tendenz zur Erweiterung auf die Naturwissenschaft in sich trüge. Damit dies klar werde, bitte ich die Erinnerung zurückzurufen an diejenigen Grössen, welche die Psychologie der Rechnung darbietet. Es waren: Stärke der Vorstellungen, Hemmungsgrad, Innigkeit der Verbindung, Menge der Verbundenen, Länge der Vorstellungsreihen, Reizbarkeit derselben an verschiedenen Puncten, das Mehr oder

Weniger der Involution oder Evolution, der Verwebung oder Isolirung, — und, was bei aller geistigen Bewegung sich von selbst versteht, die Geschwindigkeit oder Langsamkeit in der Veränderung der wechselnden Zustände. Bei allen diesen Grössen, — an deren vollständiger Aufzählung hier nichts gelegen ist, — kommt das, *was* eigentlich vorgestellt wird, weiter nicht in Betracht, als nur in sofern davon Hemmung und Verbindung unter den Vorstellungen abhängt. Wir können daher gar nicht sagen, dass Rechnungen dieser Art sich gerade auf Vorstellungen, als solche, ausschliessend bezögen; im Gegentheil, wenn es andre, innere Zustände irgend welcher Wesen giebt, die theils unter einander entgegengesetzt, theils der Verbindung fähig sind, (dies letztere folgt aber unmittelbar aus der Voraussetzung, sie seien in Einem Wesen,) so passen darauf alle die nämlichen Rechnungen; und es kommt bloss noch auf die Frage an, ob wir Ursache haben, innere Zustände der beschriebenen Art noch in andern Wesen, ausser in uns selbst, anzunehmen. Doch hier, höchstgeehrte Herren, würde ich wirklich Ihre Zeit und Geduld über das mir gestattete Maass ausdehnen, — ich würde selbst bestimmter, als bisher, die verschwiegenen metaphysischen Voraussetzungen meines Vortrags andeuten müssen, wenn ich etwas mehr sagen wollte als dieses: dass alle organische Reizbarkeit, weit entfernt sich aus blossen Raumverhältnissen erklären zu lassen, auf innere Zustände, ja selbst auf einen Grad von innerer Ausbildung hinweiset; und dass, wenn nicht diese letztere, so doch jene, die innern Zustände, schon bei allen chemischen, elektrischen und magnetischen Verhältnissen, — und, was dasselbe sagt, bei aller Construction und Constitution der Materie müssen vorausgesetzt werden; dergestalt, dass die Psychologie den Naturwissenschaften überall wird vorangehen müssen, wofern es unserm Zeitalter Ernst ist, den letzteren eine feste philosophische Stellung und Gestaltung zu geben.

---

## Anmerkungen.

(1) S. 135. *„Ein Unternehmen, dessen Keim ich in der fichte'schen Schule fand."*

Diese Worte sollen nicht so ausgelegt werden, als ob Fichte

selbst den Gedanken gefasst hätte, Psychologie als einen Theil der angewandten Mathematik zu betrachten. Davon war Er, ein so entschiedener Verfechter der transscendentalen Freiheit, gewiss weit entfernt. Aber Fichte hat mich hauptsächlich durch seine Irrthümer belehrt; und das vermochte er, weil er im vorzüglichen Grade das Streben nach *Genauigkeit* in der Untersuchung besass. *Mit* diesem Streben, und durch dasselbe, wird jeder Lehrer der Philosophie seinen Schülern nützlich werden; *ohne* Genauigkeit bildet der Unterricht in der Philosophie nur Phantasten und Thoren.

Fichte machte bekanntlich das Ich zum Gegenstande seiner Forschung; oder mit andern Worten, er suchte nach den Bedingungen des Selbstbewusstseins. Hiedurch bereicherte er die Philosophie mit einem bis dahin unbekannten Probleme; denn dasselbe war früherhin sehr wenig beachtet worden; und Kant, der die Vorstellung *Ich* für ganz arm und leer an Inhalt erklärte, hatte durch diese falsche Behauptung vollends die Aufmerksamkeit davon abgewendet. Von Fichte, der sich immer von neuem mit diesem Gegenstande beschäftigte, und doch nie damit fertig wurde, lernte ich einsehen, dass hier eine eben so reiche als tiefe Fundgrube verborgen liegen müsse, die aber nur den grössten Anstrengungen sich öffnen könne. — Das Erste, was sich mir enthüllte, war dies, dass die Ichheit schlechterdings nichts Primitives und Selbstständiges, sondern das Abhängigste und Bedingteste sein müsse, was sich nur irgend denken lasse; und hiemit lag es am Tage, dass Fichte's Meinungen das vollkommenste Widerspiel der Wahrheit sind; ein lehrreicher Warnungsspiegel für die, welche ihn zu benutzen wissen. Das Zweite, was ich fand, war: dass die ursprünglichen Vorstellungen eines intelligenten Wesens, wenn sie jemals bis zum Selbstbewusstsein sollen *ausgebildet* werden, (da sie, wie so eben gesagt, das Ich nicht *als ein Fertiges* in sich schliessen können,) entweder alle, oder doch theilweise einander *entgegengesetzt* sein, und in Folge dieses Gegensatzes einander *hemmen* müssen; so, *dass die Gehemmten nicht verloren gehen*, sondern als *Strebungen* fortdauern, welche in den Zustand des wirklichen Vorstellens von selbst zurückkehren, sobald aus irgend einem Grunde die Hemmung entweder ganz oder doch zum Theil unwirksam wird. Diese Hemmung nun konnte und musste berechnet werden; und hiemit war es klar,

dass die Psychologie eines mathematischen sowohl als eines metaphysischen Fundaments bedürfe.

(2) S. 135. *„womit ich seitdem, zwar oft und lange unterbrochen, doch ohne je den Faden zu verlieren, beschäftigt war."*

Schon in meinen Hauptpuncten der Metaphysik, die im Jahre 1806 zuerst für einen engern Kreis von Bekannten gedruckt wurden, sind die ersten und leichtesten Elemente der Statik des Geistes angegeben. Im Königsberger Archiv (1811 und 1812) wurden neue Ausführungen versucht; die erste vollständige mathematisch-psychologische Abhandlung ist jedoch die ganz kürzlich herausgegebene, *de attentionis mensura.*

(3) S. 136. *„dass Mathematik auf Psychologie anzuwenden möglich, und dass es nothwendig sei."*

Der beste Beweis der Möglichkeit pflegt immer der durch die Wirklichkeit zu sein; aber man muss nicht vergessen, dass bei allen Beweisen auch auf die Personen, denen etwas soll bewiesen werden, sehr viel ankommt. Im gegenwärtigen Falle werden Personen erfordert, die im Differentiiren und Integriren geübt sind. Und dies nicht allein: sondern sie müssen auch metaphysische Argumente und Begriffe fassen können, und vor allem: sie müssen sich für Psychologie interessiren. Wo soll ich diese Personen suchen, unter den heutigen Mathematikern? oder unter den Philosophen?

Das Beste, was ich mir selbst darauf antworten kann, ist dies, dass doch nicht *alle* psychologischen Berechnungen so besonders schwer und abschreckend sind. Mag freilich eine Formel wie

$$\frac{m + n(1-u)^{\frac{1}{\beta}-1}}{pu - qZ + r} = \frac{dZ}{du}$$

die Mehrzahl derer, welche von einer Theorie der Aufmerksamkeit wohl etwas hören möchten, wenn es sich mit ihrer Bequemlichkeit vertrüge, — zurückschrecken: aber ein so leichter Ausdruck wie

$$c = b\sqrt{\frac{a}{a+b}}$$

kann doch wohl kaum demjenigen anstössig sein, welcher übrigens wünscht, sich mit dem Unterschiede der latenten von den freien Vorstellungen bekannt zu machen.

(4) S. 138. *„Die wahren, ursprünglichen Qualitäten der Wesen*

*sind uns völlig verborgen, und gar kein Gegenstand irgend einer Untersuchung.“*

Hiemit soll nicht das Bekannte: „ins Innere der Natur dringt kein erschaffener Geist,“ in Schutz genommen werden. Dieser Spruch findet nur darum so viel Beifall, weil er der *Faulheit im Denken,* — einer heutiges Tags epidemischen Krankheit, — das Wort redet. Aber das Aeusserste, was wir über die wahren Qualitäten der Wesen bestimmen können, ist dies, dass jede dieser Qualitäten, einzeln und für sich allein betrachtet, mit Beiseitsetzung aller Relationen, *schlechthin einfach,* — die verschiedenen Qualitäten mehrerer Wesen aber grossentheils unter einander in *conträrem Gegensatze* seien. Wenn diese metaphysischen Sätze der gegenwärtigen Abhandlung als Amulete wider Einmischung des modernen Spinozismus dienen können, so leisten sie hier, was sie sollen; übrigens gehören sie nicht zur Sache.

(5) S. 139. *„Latente und freie Wärme.“*

Bekanntlich verbirgt sich in den Flüssigkeiten, besonders den elastischen, eine solche Menge unfühlbarer Wärme, dass die höchsten Grade der Hitze entstehn, wenn man neue chemische Verwandtschaften schnell in Wirksamkeit setzt, um jene Flüssigkeiten zu einer Aenderung ihrer Form, — das heisst hier, zu einer Verdichtung, — zu nöthigen. Allein das Gleichniss, welches ich von da entlehnt habe, darf nicht zu weit ausgedehnt werden. Die unfühlbare Wärme ist *gebunden;* und kein Physiker wird ihr ein Streben beilegen, sich von selbst aus dieser Gebundenheit zu befreien; vielmehr sind entgegengesetzte chemische Kräfte nöthig, um sie herauszutreiben. Hingegen die Vorstellungen sind *verdunkelt,* indem sie gehemmt werden, grösstentheils durch ihren Gegensatz unter einander. Wider diese Gewalt, die sie leiden, streben sie fortwährend zurück in ihren ursprünglichen Zustand; und sobald der Druck weicht, erheben sie sich durch dieses ihr Streben von selbst ins Bewusstsein, so weit sie können. Man denke sich vorläufig einmal die Vorstellungen unter dem Bilde elastischer, gegen einander gedrängter Stahlfedern, deren Spannung vom gegenseitigen Drucke abhängt. Wäre ein System von vielen solchen, theils stärkeren, theils schwächeren, und einander theils mehr, theils weniger nahe gerückten Federn vorhanden; und würde bald hier, bald dort eine neue Feder zwischen die übri-

gen hineingeklemmt, so würde sich, so oft dies geschähe, der Zustand des Gleichgewichts unter den Federn abändern; auch würde nach jeder Abänderung das ganze System noch lange fortschwingen. Dies mag das beste Gleichniss sein, was man aus der Körperwelt entlehnen kann, um das System unsrer Vorstellungen, zu welchem die Erfahrung immer neue hinzufügt, dadurch abzubilden. Aber auch hier darf die Vergleichung nicht zu weit ausgedehnt werden. Die Ungleichartigkeit des Körperlichen und Geistigen ist bekannt. Für nachdenkende Leser dienen jedoch Gleichnisse eben so sehr durch ihr Unpassendes als durch ihr Treffendes zur Belehrung und Uebung.

(6) S. 139. „*Unterschied zwischen Statik und Mechanik des Geistes.*"

Es giebt eine Menge von Leuten, die über *Mechanismus* sehr geläufig plandern, obgleich sie nicht einmal Statik, vielweniger Mechanik studirt haben. Die Erinnerung daran veranlasst mich, hier etwas tiefer in die Sache einzugehen.

Statik heisst die Lehre vom Gleichgewichte, Mechanik die Lehre von den *Veränderungen*, welche dem Gleichgewichte entweder *vorhergehn*, ehe es sich bilden kann, oder ihm *nachfolgen*, wenn es aufgehoben wurde. Bei dem Worte *Gleichgewicht* denkt Niemand an *Gewichte*; die Kräfte und deren Richtungen mögen sein, welche sie wollen; es kommt nur darauf an, ob ihre Wirksamkeit sich dergestalt gegenseitig aufhebt, dass kein weiterer Erfolg daraus entstehen kann, und dass der ganze Zustand so bleiben muss, wie er ist. Eben so wenig ist es nöthig, bei den Worten *Statik* und *Mechanik* an die Körperwelt zu denken; bloss der Umstand, dass die Principien der Körpermechanik leichter zu finden sind, als die mehr verborgenen der Mechanik des Geistes, — dieser Umstand ist Schuld, dass es eher eine Mechanik der ersten als der zweiten Art gegeben hat. Kennten wir noch eine dritte Art von Kräften ausser den körperlichen und den geistigen: so würde es ganz unstreitig auch dafür eine Statik und Mechanik geben; denn diese beiden Wissenschaften finden überall Platz, wo es ein System von Kräften giebt, die einander entgegenwirken, so dass sie einander entweder aufheben oder nicht. Und immer werden die Bedingungen, unter denen sie sich *vollkommen* am weitern Erfolge hindern, die ersten festen Puncte der Untersuchung darbieten; das heisst,

immer wird die Statik vorangehn vor der viel schwerern und weitläuftigern Mechanik; gesetzt auch, es fände sich, dass das vollkommene Gleichgewicht eigentlich ein *idealer*, niemals ganz erreichbarer Zustand sei; wie es bei den geistigen Kräften, laut Zeugniss der Erfahrung, wirklich ist, und laut Zeugniss der Rechnung nothwendig sein muss. Es ist nämlich gerade die immerwährende Bewegung und Beweglichkeit des Geistes, die wir in uns wahrnehmen, — und deren Mangel oder Uebermaass ein Hauptkennzeichen von Geisteszerrüttung ausmacht, — einer der ersten Puncte, worüber die Mathematik Rechenschaft darbietet, und Einsicht in die Gründe verschafft.

(7) S. 142. „*Wunder der vorgeblich unbegreiflichen Freiheit.*"

Die Wundergläubigen selbst werden vermuthlich einräumen, dass Wunder die Ausnahme, natürliche Ereignisse aber die Regel bilden. Wie wäre es, wenn sie, um der Bewunderung recht voll zu werden, sich einmal entschlössen, erst die Regel, — die sie wahrlich noch sehr wenig kennen, — aufmerksam zu studiren? Der Contrast würde doch vermuthlich desto auffallender hervortreten! Dass aber des Natürlichen *in uns*, so wie *ausser* uns, *weit Mehr* geschieht, als des Wunderbaren; dass auch die grosse Zahl der Menschen, von denen hauptsächlich die Volksmenge im Staate abhängt, uns des *Gemeinen* unendlich viel mehr als des Ausserordentlichen und des Erhabenen zu schauen giebt, weiss Jedermann. Wüsste nur auch Jedermann, wie viel dazu gehört, um von dem Gemeinen, z. E. vom Fallen der Steine, oder vom Mondwechsel, oder vom Auswendigbehalten des Gelernten, oder vom Schreck und vom Zorn, — Grund und Ursache anzugeben! Nachdenkenden Menschen ist es bekanntlich schon oft begegnet, dass das Gemeine selbst für sie zum Wunder geworden ist.

Doch ich muss ernster sprechen über den höchst ernsten Gegenstand. *Freiheit* — dies Wort hat Wunder gewirkt; und sie selbst, die Freiheit, sollte kein Wunder sein? So wird Mancher fragen, und sich dabei der Männer, welche gross waren durch Selbstbeherrschung, mit Achtung, ja mit Ehrfurcht erinnern. Diese Ehrfurcht ist und bleibt gerecht, man mag nun ihren Gegenstand in seiner Tiefe, oder nur oberflächlich erkennen. Aber gegründet ist auch die Furcht vor den Vorurtheilen, die an das Wort Freiheit sich zu hängen pflegen; — und jede Gemüthsbewegung, sei sie nun ihrem Gegenstande günstig

oder ungünstig, wirkt immer nachtheilig da, wo es auf kaltblütige Untersuchung ankommt.

Als die kantische Lehre von der transscendentalen Freiheit des Willens sich in Deutschland gelten machte: da war die Zeit des ersten Enthusiasmus für die Revolution in Frankreich. Wer jene Zeit erlebt hat, der wird nicht läugnen können, dass auf die philosophischen Untersuchungen eine politische Stimmung Einfluss hatte, die gar sehr der Unbefangenheit des Nachdenkens zuwider war. Jetzt ist es um nichts besser. Zwar die politischen Meinungen sind gemässigter, denn sie gingen durch eine schmerzliche Schule der Erfahrung; aber den Schutz der wieder erwachten religiösen Stimmung missbraucht ein düsterer Geist des Grübelns über veralteten Dogmen; ja wenn wir Herrn geheimen Kirchenrath *Daub* in Heidelberg glauben wollen, — der Teufel selbst ist los und spukt, wo nicht in den Gemüthern, so doch in den Köpfen.

Die heidelbergische Theologie hat schon einmal meine Feder in Bewegung gesetzt;[1] jetzt eben, da ich dies schreibe, finde ich in den Heidelberger Jahrbüchern der Literatur, Januar 1822, eine persönliche Veranlassung, noch etwas deutlicher zu sprechen, als in meinen Gesprächen über das Böse schon geschehen war. Es heisst daselbst:

„Herbart zeigt, dass die Moral als Güter-, Tugend- und „Pflichtenlehre *unwirksam* sei, und macht zur Grundlage „seines Moralsystems den sittlichen Geschmack für die „eigenthümliche *Schönheit* der *sittlichen* Verhältnisse des „*innern* Menschen. Allein da der Geschmack des Individuums doch nur der Geschmack *seiner* Vernunft ist, und „Herbart selbst auch unrichtige Charaktere *annimmt*, so ist „nicht zu sehen, wie dieser Geschmack zur *herrschenden* „Kraft werde, und man müsste immer wieder einen Geschmack an diesem Geschmaek und so *bis ins Unendliche* voraussetzen, ohne je auf einen *lebendigen Grund* zu „kommen.“

Wie vielen Antheil an diesen Worten der, mir nicht näher bekannte, recensirte Verfasser habe, weiss ich nicht; mir ist der Recensent, (ich will ihn nicht nennen, obgleich er sich selbst genannt hat,) verantwortlich, der so Etwas auf meine

[1] Vgl. die „*Gespräche über das Böse*“ im IX Bande.

Kosten abdrucken liess, ohne es zu verbessern! Da ich die Stelle eben jetzt zu lesen bekomme, so gewinnt sie das zufällige Verdienst, mich zu erinnern, dass ich vergebens über Möglichkeit und Nothwendigkeit einer verbesserten Psychologie schreiben würde, wenn ich unterliesse, zugleich über praktische Philosophie das Nöthige zu sagen, die mit jener in der engsten Gemeinschaft, theils der Wahrheit, theils noch weit mehr des Irrthums steht.

Wenn es wahr ist, dass ich *gezeigt* habe, Güter-, Tugend- und Pflichtenlehre sei *unwirksam*, — welches unstreitig so viel heisst als, *diese Lehren können nichts wirken, und haben folglich nie etwas gewirkt*, — so muss ein böser Dämon sich meiner Person bedient haben, um ein unheilvolles, entsetzliches Wunder zu vollbringen, wodurch alle die segensreichen Früchte vernichtet sind, welche die stoische Tugendlehre, die kantische Pflichtenlehre, und selbst die Glückseligkeitslehre so vieler edlen Männer von richtigem Ueberblick über das Ganze der menschlichen Natur, theils in alten, theils in neuern Zeiten ganz unstreitig hatte heranreifen lassen. Zu meinem Troste über eine so schreckliche Verwüstung, die ich in der moralischen Welt angerichtet habe, gereicht es indessen, dass mein persönliches Ich, mein Selbstbewusstsein, ganz frei und rein ist von allem Mitwissen um die That des besagten bösen Dämons; ja sogar mein Buch, — meine allgemeine praktische Philosophie, enthält nicht Einen Buchstaben, welcher, mit wachenden Augen und mit Besinnung an den Zusammenhang des Ganzen gelesen, als Mitschuldiger an jener Unthat könnte zur Rechenschaft gezogen werden. Vielmehr bezeugt das Buch schon auf Seite 17, (und bis zur siebenzehnten Seite pflegen ja wohl auch diejenigen zu kommen, die zwar nicht *die Bücher*, aber *in den Büchern* lesen,) Folgendes deutlich und wörtlich:

„dass nun die bisher vorhandenen Lehren von Pflichten, „Tugenden, und Gütern, vom Herzen zum Herzen gesprochen, das Bessere in den Menschen zum Noch-Besseren „vielfältig erhöht haben, dies zu verkennen sei ferne! Gleichgesinnte Gemüther verstehen einander trotz dem unrichtigen Ausdruck."

Ja vollends S. 270, nachdem von der Freiheitslehre die Rede gewesen, heisst es daselbst:

„Möchte nun die innere Möglichkeit der Tugend für die

„Theorie noch so räthselhaft sein: die gegenwärtige Unter-
„suchung (das heisst: die praktische Philosophie in ihren
„Haupttheilen,) *ignorirt das Räthsel ganz und gar.*"

Diese Stelle möchte wohl eines Commentars bedürfen, besonders für Leute, die alles durch einander mengen, und von der, dem besonnenen Forscher höchst nöthigen, Fertigkeit, *jede Untersuchung in ihre eigenthümliche Sphäre einzuschliessen, ja die verschiedenartigen Betrachtungen so streng zu sondern, als ob jede für die andre ein Geheimniss wäre,* — keinen Begriff haben.

Als ich meine praktische Philosophie schrieb, da wusste ich sehr gut, dass meine Metaphysik die transscendentale Freiheit verwirft, und dass in meiner *Pädagogik*, (denn *dahin* gehört die Frage,) von den Bedingungen, unter welchen die sittlichen Urtheile wirksam fürs Leben werden, vielfältig geredet werde. Ich wusste das, aber meine praktische Philosophie durfte es nicht wissen. Nicht *ihre* Sache war es, der Psychologie vorgreifend, von dem Wirken und wirklichen Geschehen im menschlichen Geiste Lehrsätze aufzustellen. Ausdrücklich bekannte meine praktische Philosophie, dass sie nur

„über Bilder des möglichen Wollens zu urtheilen, den Wil-
„len selbst hingegen, und sein wirkliches Thun ganz unge-
„bunden zu lassen habe."

Es mag sein, dass eine solche Beschränkung in den Augen mancher Menschen die praktische Philosophie vernichte. *Sie* freilich würden es viel besser machen, sie würden den Himmel und die Unterwelt in Bewegung setzen, — um Effect zu machen. Mir liegt am Effect überhaupt wenig, in der praktischen Philosophie vollends beinahe Nichts; aber alles liegt mir an der Wahrheit.

Die Reden von der Tugend, von der Pflicht, von den Gütern, von der Freiheit, von der Erbsünde u. s. w. sind eine *wirksame* Rhetorik; denn sie fassen das menschliche Gemüth an seinen empfindlichsten Stellen; sie regen die Affecten auf; nnd sie stiften auf diese Weise viel Gutes und viel Böses. Will man aber wissen, was der wahre und ächte Gehalt aller dieser Reden sei, so müssen die Affecten ruhen, und die Rhetorik mit allen ihren Künsten muss schweigen. Was vorzuziehn, was zu verwerfen sei, muss ohne irgend eine Regung des Willens, erkannt werden; — so dass nicht bloss die *Schönheit,* sondern auch das *Hässliche,* — nicht bloss des *innern,* son-

dern auch *des in geselliger Gemeinschaft lebenden* Menschen, offenbar werde; und zwar ohne im logischen Zirkel schon *sittliche* Verhältnisse vorauszusetzen, die vielmehr *als sittlich* erst durch die willenlose Beurtheilung selbst bezeichnet und ursprünglich unterschieden werden können. Wer hiebei nicht sein individuelles Begehren, Meinen, und einseitiges Auffassen, durch die Kraft der Selbstbeherrschung, welche die Grundbedingung der Speculation ist, zu unterdrücken vermag; wer nicht versteht, seine Gedanken so zu stellen und zu halten, wie sie durch die ersten leitenden Principien der Untersuchung gefordert werden; wer überhaupt nicht sein objectiv nothwendiges Denken von seinem subjectiven, und in sofern zufälligen Gedankenlauf zu unterscheiden geübt ist: der ist nicht reif weder für diese noch für irgend eine Speculation; und *er* wird sich nicht über seinen *individuellen* Geschmack erheben. Wer aber gar noch in Frage stellen wollte, ob *unrichtige Charaktere anzunehmen* seien oder nicht: der würde eine grenzenlose Unwissenheit verrathen; denn die unrichtigen Charaktere sind eine allbekannte Thatsache. Dass *nicht zu sehen sei, wie der sittliche Geschmack zur herrschenden Kraft werde*, ist wahr in der praktischen Philosophie; denn in *diese* Wissenschaft, wenn man nicht schon die Psychologie als bekannt voraussetzen will, gehört die ganze Frage nicht; die praktische Philosophie bringt den sittlichen Geschmack zur Sprache; sie sondert und begrenzt die durch ihn erzeugten Begriffe; sie selbst ist ein Denken, aber nicht ein Herrschen. Dass der sittliche Geschmack für sich selbst ein Gegenstand der Beurtheilung wird, ist wahr, in so fern er in ein Verhältniss mit dem Willen eingeht; wer aber diese Wahrheit verstanden hat, der wird hiebei nicht an ein Fortschreiten ins Unendliche denken, und noch viel weniger die Frage vom Wirken und Herrschen des sittlichen Urtheils dahinein mengen.

Die oben dargelegte Stelle der Heidelberger Jahrbücher steht nicht allein, sondern in der Mitte von Xenien an Kant, Fichte, Schelling, Schulze, Bouterwek, Fries und Köppen; der Epilog dazu lautet folgendermaassen:

„*Also unkräftig ist alles, was die Philosophen statt des Chri-*
„*stenthums geben.*“

Man sieht: die Philosophen haben undankbare Schüler; das ist indessen nichts Neues, und kein Unglück: der Undank lässt

sich ertragen, aber die Missverständnisse sind ein Unkraut, das man ausraufen muss, so oft sich Gelegenheit findet. In dieser Hinsicht sind mathematische Darstellungen eine treffliche Sache; sie werden entweder verstanden oder nicht; ein Drittes ist bei ihnen kaum denkbar.

Da mir einmal die heidelberger Jahrbücher vor Augen liegen, will ich zum Schluss noch ein paar Zeilen von Herrn Kirchenrath *Paulus* daraus abschreiben, die ich zugleich bereit bin zu unterschreiben: *„Unendlich und absolut an sich ist gewiss unsre Freiheit nicht. Dennoch ist sie in Beziehung auf die Gewalt der sinnlichen Begierde, im besonnenen Zustande, kräftig genug. Wir sind frei, um immer freier zu werden. Es giebt Grade der Freiheit, wie Grade der Einsicht und Vollkommenheit."* Das war von jeher meine Lehre, und sie ist es noch heute. Um diese Lehre zu begreifen und begreiflich zu machen, braucht man nicht alte Streitfragen wieder zu wecken, nicht alte Streitigkeiten wieder zu entzünden, nicht den Fanatismus wieder in Gährung zu versetzen; man braucht nicht die unermesslichen Gefahren über das bürgerliche Leben nochmals herbeizurufen, von denen die Kirchengeschichte so traurige Kunde giebt. Diejenigen, die solches thun, sind verantwortlich für die Folgen, und die leere Ausflucht: *das hatten wir nicht gedacht, nicht beabsichtigt*, kann ihnen nicht zur Entschuldigung gereichen. Sie mussten wissen, dass die menschliche Natur sich zu allen Zeiten gleicht, und dass furchtbare Ausbrüche des Fanatismus auch in unsern Tagen leider! nicht ohne Beispiel sind. Die Folgen solcher Lehren, wie Herr K. R. Paulus, S. 37 und 38 des erwähnten Journals, warnend und mit gerechter Besorgniss, anführt, lassen sich nicht berechnen; wenn aber der theologische Uebermuth, der jetzt die Philosophie *unkräftig* schilt, auf gerader Bahn fortschreitet, so bereitet er sich selbst eine Zeit der schmerzlichen Reue, wodurch er der geschmähten und verachteten eine unverlangte Genugthuung geben wird.

(8) S. 144. *„Man muss vom Einfachsten ausgehn, und beim ersten „Anfange noch alle Verbindung der Vorstellungen unter einander bei Seite setzen."*

Wollte ich dies mit Rücksicht auf die nächstvorhergehende Anmerkung erläutern: so würde ich auseinandersetzen, dass man überhaupt die Kunst verstehen müsse, eine Untersuchung *anzufangen*, und dass einer der schwersten Theile dieser Kunst

darin bestehe, *das bei Seite zu setzen, was zum Anfange nicht gehört.* Ich würde hinzufügen, dass diejenigen Leser philosophischer Schriften, denen es Ernst ist, daraus lernen zu wollen, vor allen Dingen die *Sonderung der verschiedenartigen Probleme* daraus lernen müssen, damit Licht und Ordnung in ihre Köpfe komme, und ihnen nicht etwa die Ungereimtheit begegne, auf den ersten Seiten einer praktischen Philosophie nach den Bedingungen zu suchen, unter denen moralische Vorstellungen im menschlichen Gemüthe wirksam und kräftig werden können. Die Psychologie ist nun noch ungleich schwerer als die praktische Philosophie; und wer hier die voreiligen Fragen nicht zurückhalten kann, wer nicht Geduld hat, *beim Anfange anzufangen*, dem muss man ohne Schonung zurufen: *odi profanum vulgus, et arceo.*

Es ist nun die Verbindung der Vorstellungen, welche beim Anfange der Psychologie muss bei Seite gesetzt werden, damit man erst die Wirkungsart *einfacher* Vorstellnngen kennen lerne. *Giebt es denn einfache Vorstellungen?* So höre ich fragen. Ich antworte, dass ich beim Anfange der Psychologie diese Frage bei Seite setze, weil erst die Psychologie selbst, in ihrem Fortgange, sie beantworten kann; und weil man, um anfangen zu können, gar nicht nöthig hat darüber zu entscheiden. Die Probleme müssen vereinfacht werden; das ist das Bedürfniss der Untersuchung; und dies Bedürfniss muss man befriedigen, wie weit man sich auch dadurch fürs erste von der Wirklichkeit entfernen möchte; sonst kommt die Untersuchung nicht in Gang, und wir lernen nichts, sondern bleiben stecken in der alten Finsterniss. Die Frage: giebt es einfache Vorstellungen? bedeutet für den Psychologen gerade so viel, als für den Mechaniker, der von der Bewegung der *Puncte* handelt, die Frage: *giebt es denn einfache Puncte?* Darauf würde der Mechaniker ohne Zweifel antworten, er verlange einen gelehrigen Schüler, der Geduld habe zu warten, bis der Nutzen und die Anwendung des Vorgetragenen an die Reihe komme.

Allerdings aber muss man von Anfang an die Länge des Weges einigermaassen zu schätzen wissen, den man wird zurückzulegen haben. Indem wir mit der Untersuchung über die Wirkungsart einfacher Vorstellungen beginnen, stehn wir noch ganz ausser dem Kreise dessen, wovon unser wirkliches Bewusstsein uns die Beispiele darbietet. In uns sind alle Vor-

stellungen in unermesslich mannigfaltiger Verbindung, und dieser Umstand ist höchst entscheidend für deren Energie und Wirkungsart. Nur allmälig, und immer mehr, und immer genauer, wie sie weiter fortschreitet, kann die Psychologie uns über dasjenige belehren, was in uns vorgeht. Darüber würde man jedoch dem geübten Mathematiker gar nicht nöthig haben, etwas zu sagen. Dieser weiss sehr gut, dass in der Astronomie die Erde erst als eine Kugel, dann wie ein Ellipsoid, — die Erdbahn erst wie ein Kreis, dann wie eine Ellipse betrachtet wird; und eben so in unzähligen andern Fällen. Die Correctionen kommen nach; aber erst muss man Umrisse entwerfen, ehe man die Gemälde auszeichnen kann.

Niemand tadele hier meine Weitläuftigkeit; ich habe aus Erfahrung gelernt, wie nöthig sie ist. Irgendwo hatte ich den Satz ausgesprochen; *dass von zweien Vorstellungen niemals eine die andre ganz unterdrückt, dass hingegen von dreien Vorstellungen sehr leicht die schwächste durch die beiden stärkeren könne völlig aus dem Bewusstsein verdrängt werden.* Dieser Satz gilt von *einfachen* Vorstellungen, und das war ausdrücklich dabei bemerkt worden. Sollte man für möglich halten, Jemand könne auf den Einfall kommen, zu versuchen, ob wohl von den Vorstellungen *dreier Menschen* sich der Satz in der Erfahrung bestätigen werde? dergestalt, dass die Vorstellung eines dieser *Menschen* in uns unterdrückt werde durch die beiden Vorstellungen der andern *Menschen?* Es liegt ja am Tage, dass die Vorstellung eines jeden Menschen eine ungeheuer vielfache und verwickelte Vorstellung ist; und dass wegen der höchst vielfältigen Aehnlichkeit der Menschen unter einander, jede solche Vorstellung die andre vielmehr producirt, als verdrängt! Nichtsdestoweniger ist ein Psychologe, ein namhafter Schriftsteller, mit diesem Einwurfe gegen mich öffentlich aufgetreten. Gewiss haben die Mathematiker, in deren Kreis solche Gedankenlosigkeit niemals kommt, keinen Begriff davon, mit welcher Dreistigkeit sich die unbesonnensten, lächerlichsten Plaudereien einem philosophischen Vortrage in den Weg stellen.

(9) S. 144. *„Die Stärke jeder einzelnen Vorstellung, und der „Grad der Hemmung zwischen je zweien.“*

Jetzt komme ich auf einen Punct, den selbst Mathematiker vielleicht missverstehen könnten, wenn sie nicht aufmerksam gemacht würden. Ich meine nicht die Stärke jeder einzelnen

Vorstellung; der Unterschied zwischen stärkeren und schwächeren Vorstellungen ist aus der Erfahrung bekannt genug. Aber schwerer zu fassen ist der Begriff vom Gegensatze, oder vom Hemmungsgrade der Vorstellungen.

Wenn man zu dem Mathematiker von entgegengesetzten Kräften spricht: so denkt er sich zunächst solche Kräfte, die, wenn sie *gleich* stark sind, einander auf Null reduciren. Wollte man diesses auf Vorstellungen anwenden: so würde der falsche Gedanke herauskommen, als wäre eine Vorstellung das Negative der andern; so dass, wenn ihrer zwei gleich starke auf einander wirkten, sie sich gegenseitig vernichteten, und alles Vorstellen aufhörte. Nun giebt es aber unter Vorstellungen gar kein solches Verhältniss. Keine ist an sich das Negative der andern; jede für sich genommen ist rein positiv, sie ist das Vorstellen ihres Vorgestellten. Zum Beispiel: die Vorstellung *Blau* ist nicht *Minus Roth*, und eben so rückwärts: die Vorstellung *Roth* ist nicht *Minus Blau*. Daher können sie mit einander auch nicht Null machen. Gleichwohl sind sie entgegengesetzt, und zwar dergestalt, dass ihr Gegensatz das Extrem ist für ein ganzes Continuum schwächerer Gegensätze. Denn zwischen Blau und Roth läuft eine Linie des Violetten in allen seinen Abstufungen. Mischt man Blau und Roth zu gleichen Theilen, so hat man ein Violett, welches dem reinen Blau und dem reinen Roth gleich stark entgegengesetzt ist, nämlich halb so stark, als die beiden reinen Farben unter einander. Die Vorstellung eines solchen Violett kann daher zum Beispiele dienen, wenn es darauf ankömmt, den Begriff des *Hemmungsgrades* unter den Vorstellungen deutlich zu machen.

Wenn nun die Vorstellungen sich nicht vernichten, und doch entgegengesetzt sind, so werden sie wohl; — möchte Jemand meinen, — ein drittes Mittleres hervorbringen; so wie zwei Kräfte, deren Richtungen einen Winkel bilden, den Körper, auf den sie wirken, nach der Diagonale treiben. Aber dieses ist eben so falsch wie das Vorige. Die Erfahrung lehrt aufs bestimmteste, dass die beiden Vorstellungen des Rothen und des Blauen sich in unserm Geiste keinesweges dergestalt mischen, wie die Pigmente im Farbentopfe. Die beiden Vorstellungen gehn nicht zusammen in eine Vorstellung des Violetten, sondern sie bleiben völlig rein und gesondert.

Man sieht demnach, dass hier alle Analogien mit dem, was

von räumlich entgegengesetzten Kräften bekannt ist, irre führen würden, und dass man sich solcher Analogien gänzlich zu enthalten habe.

Böte nun die Erfahrung *unmittelbar* den Grundbegriff von dem *Gesetze der Kraft*, womit Vorstellungen einander entgegenwirken, dar: so wäre ohne Zweifel schon seit Jahrhunderten die mathematische Psychologie eine bekannte Wissenschaft; und man würde sie viel früher gefunden haben, als die physische Astronomie; denn für diese ist das Gesetz der Gravitation auch nicht unmittelbar gegeben; es hat müssen errathen werden, und dies ist spät genug geschehen.

*Mittelbar* ist indessen die Erfahrung auch für die Psychologie das Erkenntnissprincip; aber das Medium der Ableitung ist hier die Metaphysik, welche, vom Begriff des Ich, als dem durchs Bewusstsein unmittelbar Gegebenen, ausgehend, die Bedingungen erforscht, unter denen allein ein vorstellendes Wesen zur Vorstellung *Ich* gelangen könne. Da findet sich denn, dass die ursprünglichen Vorstellungen entgegengesetzt sein müssen, ohne sich zu vernichten, und ohne in ein Mittleres zusammen zu laufen, wie die Erfahrung es bestätigt. Aber es findet sich nun auch der bestimmte Begriff, den man der weitern Untersuchung zum Grunde legen muss, nämlich dieser: *die unter zwei Vorstellungen entstehende, für beide ganz zufällige, Hemmung ist eine gemeinsame Last für beide, die nicht grösser, aber wohl kleiner sein kann, als die schwächste von beiden Vorstellungen; diese Last vertheilt sich unter beide nach dem umgekehrten Verhältnisse ihrer Stärke.*

Das ist der Begriff, welchen die Metaphysik an die Mathematik abliefert, und welchen die letztere so nehmen muss, wie er gegeben wird. Zum Behuf der Rechnung besitzt der Begriff eine vollkommen zulängliche Bestimmtheit. Will aber der Mathematiker nicht daran glauben, dass die Metaphysik ihm einen wahren Begriff, angemessen der Natur des menschlichen Geistes, darbiete: so steht ihm nun noch frei, den Begriff als eine Hypothese zu betrachten, ihn als solche der Rechnung zum Grunde zu legen; alsdann aber so weit im Calcul fortzuschreiten, bis er auf solche Puncte trifft, wo sich die Erfahrung bestimmt genug vergleichen lässt, um über die Wahrheit oder Falschheit des Princips zu entscheiden.

Man begreift leicht, dass selbst ein verfehlter Versuch nicht

ein vergeblicher sein würde. Denn sobald die Erfahrung erst anfängt eine Theorie zu widerlegen, so beginnt sie auch hiermit schon, einen Wink zu geben, wie man eine bessere Theorie an die Stelle setzen soll. Der Fehler wird irgend eine Grösse haben; aus mehrern solchen Fehlern werden Verbesserungen entstehen; und wo es darauf ankommt, aus Fehlern die Wahrheit zu finden, da sind die Mathematiker in ihrem Elemente.

Solcher Puncte, wo die Erfahrung im allgemeinen, ohne scharfe Bestimmung der Quantitäten, mit der Rechnung zusammentrifft, lassen sich manche, und darunter sehr auffallende und bedeutende nachweisen, aber keine Untersuchung, wenigstens von den leichteren, scheint mir geschickter zu dem Zwecke, die Theorie an der Erfahrung zu prüfen, als die über die consonirenden und dissonirenden Intervalle und Accorde in der Musik. Denn hier giebt es bekannte und längst bestimmte Zahlenverhältnisse; und dieser Gegenstand ist daher für die Psychologie eben so wichtig, als die Lehre vom Pendel, nach Theorie und Erfahrung, zur Bestimmung der Fallhöhe. Daher habe ich vor vielen Jahren schon die psychologischen Gründe der Musik untersucht und bekannt gemacht, aber, wie es scheint, ohne Leser zu finden, die eine solche Untersuchung zu schätzen wussten. Zu bemerken ist übrigens hier, dass die Erfahrung doch ziemlich weite Grenzen, nach mathematischer Schätzung, offen lässt, innerhalb deren das, was man die *Beobachtungsfehler* nennen kann, liegen bleibt; und thöricht genug ist die Meinung, als ob die Musik auf dem Unterschiede rationaler und irrationaler Tonverhältnisse beruhete. Kein menschliches Ohr vermag diesen Unterschied so genau zu fassen, dass man darauf bauen könnte; im Gegentheil, selbst wenn die falschen Töne schon anfangen, das Ohr zu beleidigen, bleibt die Musik dennoch verständlich; und das ist ein Glück; denn vollkommen reine Musik hören wir niemals; und an wahrhaft rationale Verhältnisse ist in der Wirklichkeit nicht zu denken.

(10) S. 144. *„Von der merkwürdigsten Thatsache, dass niemals „alle Vorstellungen zugleich latent werden, sondern stets „irgend etwas, nie ganz Einfaches; vielmehr einigermaassen „Zusammengesetztes, vorgestellt wird.“*

Diese Stelle kann ohne Rechnung nicht erläutert werden, so wenig wie das darauf Folgende; aber sie veranlasst mich, einige

Resultate von Rechnungen herzusetzen. Geübten Mathematikern mag es vielleicht einige Unterhaltung gewähren, sich zu den Zahlen die Formel selbst zu suchen, die sie theils aus dem eben zuvor angegebenen Gesetze, von der Hemmung als einer gemeinsamen Last für die wider einander strebenden Vorstellungen, leicht finden, theils durch Induction aus den gleich folgenden Zahlen eben so leicht errathen können. Minder geübten Rechnern wird hier freilich keine Unterhaltung, aber eine desto nützlichere Gelegenheit, ihr Nachdenken anzustrengen, dargeboten werden; — doch kaum darf ich bei einer so leichten Sache von *Anstrengung* reden. Nur darauf kommt es an, dass man eine kleine Ueberwindung nicht scheue, um seine Aufmerksamkeit auf die Grössenverhältnisse zu richten, die unter Vorstellungen stattfinden können.

Die allerleichteste und einfachste Voraussetzung, welche man machen kann, ist diese: zwei vollkommen entgegengesetzte Vorstellungen, auf die keine andere Kraft wirkt als eben nur ihr Gegensatz, seien *gleich* stark. Die Folge wird sein, dass eine jede zur Hälfte gehemmt, also verdunkelt wird; und dass von beiden die Hälfte im Bewusstsein gegenwärtig bleibt.

Gesetzt aber, die eine sei *doppelt* so stark wie die andre: so wird von der stärkeren *fünfmal* so viel als von der schwächeren, im Bewusstsein als ein wirkliches Vorstellen übrig bleiben, nachdem die Hemmung geschehen ist. — Man konnte wohl schon ohne Rechnung vermuthen, die schwächere würde von der Hemmung am meisten zu leiden haben; aber dass der Unterschied so gross ausfalle, wird man Mühe haben zu glauben. Allein man vergleiche diesen Fall mit dem vorigen. Da ist denn zuerst zu bemerken, dass die gemeinsame Last, oder die *Hemmungssumme*, welche aus dem Gegensatze der Vorstellungen entsteht, und welche unter ihnen muss vertheilt werden, hier *nicht im mindesten grösser ist* als zuvor. Denn es ist zwar eine der Vorstellungen jetzt doppelt so stark, als sie vorhin war; aber *eine* Vorstellung *allein* macht keinen Gegensatz; hätte die Hemmung sich auch verdoppeln sollen, so hätte die *andre* Vorstellung *ebenfalls* und *um eben so viel* stärker werden müssen; dies ist nicht geschehn; also bleibt die Hemmungssumme wie vorhin. Ganz anders steht es um das Verhältniss, in welchem diese gemeinsame Last vertheilt werden muss unter beide Vorstellungen, die daran zu tragen haben. Die schwä-

ehere muss sieh doppelt so viel gefallen lassen als die stärkere; wir wollen demnaeh die gemeinsame Last in drei gleiche Theile theilen; zwei davon wollen wir derjenigen Vorstellung auflegen, welche nur einfache Stärke hat; einen Theil aber soll die doppelt so starke Vorstellung übernehmen. Nun müssen wir uns erinnern, dass der Ausdruck: *eine Last tragen*, hier bloss bildlieh ist. Eine Vorstellung trägt eine Last, — das heisst soviel, als: ihr Vorgestelltes, oder das durch sie uns vorsehwebende Bild, wird *verdunkelt;* es entsteht ein Verlust, — nicht an der Thätigkeit des *Vorstellens*, sondern am Erfolge, am *Vorgestelltwerden*. Also: das Vorstellen verwandelt sich zum Theil in eine *vergebliche Anstrengung, vorzustellen.* Jedoeh bleibt einiger Erfolg dieser Anstrengung; sonst würde unter den beiden Vorstellungen wenigstens *eine*, *ganz* verdunkelt werden, da sie beide, der Voraussetzung nach, *ganz* entgegengesetzt sein sollen. Demnaeh: um unsre Rechnung zu vollenden, müssen wir das, was wir vorhin eine Last nannten, die wir einer Vorstellung auflegen wollten, jetzo als einen Verlust des *wirklichen* Vorstellens von ihr abzielm; alsdann ist das Abgezogene anzusehn als eine *völlig* vergebliche Anstrengung, und der Rest als ein *völlig* ungehemmtes, völlig wirkliches Vorstellen; obgleich eigentlich die ganze Vorstellung nicht in zwei Theile, die man einen vom andern absehneiden könnte, zerfällt, sondern nur der Grad des wirklichen Vorstellens vermindert, und die ganze Vorstellung in einen Zustand der Anstrengung oder des Strebens versetzt wird. Wenn wir jetzo die beiden Vorstellungen in Hinsicht ihrer Stärke, ausdrücken durch die Zahlen Eins und Zwei; wenn wir uns überdies erinnern, dass die Hemmungssumme so gross ist wie die sehwächste der beiden Vorstellungen (da ja der Uebersehuss der stärkeren über die schwächere, wie vorhin gezeigt, die gemeinsame Last oder die Hemmung nicht vermehrt): so haben wir Zweidrittel abzuziehen von Eins, und ein Drittheil von Zwei. Der Rest vom ersten Abzuge ist nur ein einziges Drittheil, — so viel beträgt das wirkliche Vorstellen, was nach der Verdunkelung von der schwächeren Vorstellung noch übrig ist; aber der Rest vom zweiten Abzuge ist $2 - \frac{1}{3}$, oder Fünfdrittel; also verhält sich dieser Rest zu jenem wie Fünf zu Eins.

Hätten wir Anfangs die stärkere Vorstellung $= 10$, die schwächere $= 1$ gesetzt: so wäre die Hemmungssumme auch jetzt

**noch, wie vorhin, = 1; diese zerfiele nun in 10 + 1 = 11** gleiche Theile; jeder solche Theil wäre $= \frac{1}{11}$; zehn derselben abgezogen von 1 lässt $1 - \frac{10}{11} = \frac{1}{11}$; einer der nämlichen Theile hinweggenommen von 10 giebt zum Rest $10 - \frac{1}{11} = \frac{109}{11}$; also sind die Reste jetzt sogar im Verhältniss wie 1 zu 109. Man sieht daraus, wie wichtig für den Erfolg die Unterschiede der ursprünglichen Stärke der Vorstellungen sind.

Jetzt wollen wir einmal die Hemmungssumme vergrössern. Die ursprüngliche Stärke der Vorstellungen soll sein Zwei und Drei. Nun ist die Hemmungssumme = 2; das Hemmungsverhältniss $= \frac{1}{2} : \frac{1}{3} = 3 : 2$. Die Hemmungssumme zerfällt in $2 + 3 = 5$ gleiche Theile; jeder dieser Theile ist $= \frac{2}{5}$: die stärkere Vorstellung verliert zwei solche Theile; die schwächere deren drei. Es findet sich $3 - \frac{4}{5} = \frac{11}{5}$, und $2 - \frac{6}{5} = \frac{4}{5}$; also das Verhältniss der Reste ist 11 : 4.

Noch ein paar Beispiele zur Uebung im Rechnen! Die Vorstellungen seien 3 und 5; die Hemmungssumme = 3, das Hemmungsverhältniss $\frac{1}{3} : \frac{1}{5} = 5 : 3$, aber $5 + 3 = 8$, also $8 : 5 = 3 : \frac{15}{8}$, und $8 : 3 = 3 : \frac{9}{8}$; $3 - \frac{15}{8} = \frac{9}{8}$ und $5 - \frac{9}{8} = \frac{31}{8}$.

Es seien die Vorstellungen 4 und 5; die Rechnung steht kurz so:

$$9 : \begin{Bmatrix} 5 \\ 4 \end{Bmatrix} = 4 : \begin{Bmatrix} \frac{20}{9} \\ \frac{16}{9} \end{Bmatrix}; \quad \begin{matrix} 4 - \frac{20}{9} = \frac{16}{9} \\ 5 - \frac{16}{9} = \frac{29}{9}. \end{matrix}$$

**Wer nun alle diese Beispiele, die man leicht nach Belieben vermehren kann, in Gedanken zusammenfasst und überlegt: der wird sogleich finden, dass ungeachtet des grossen Vortheils, welchen die ursprünglich stärkere Vorstellung behauptet, doch auch die schwächste von der stärksten niemals wird *ganz und völlig* unterdrückt werden können; denn die Hemmungssumme muss sich immer vertheilen; und da sie niemals grösser sein kann als die schwächere Vorstellung, so bleibt von dieser letztern allemal *so viel* übrig, *als wieviel von der stärkeren gehemmt wird.***

**Dieses wichtige Resultat aber darf man nicht zu weit ausdehnen; denn es gilt nur von zweien Vorstellungen. Sobald *drei oder mehrere* Vorstellungen zusammentreffen, ergiebt sich, dass die dritte und die folgenden sehr leicht ganz unterdrückt werden. Jedoch wir wollen auch hier vom Leichtesten anfangen.**

**Drei gleich starke Vorstellungen, jede = 1, seien vollkom-**

men entgegengesetzt, und in voller Wirksamkeit wider einander ohne Einfluss einer fremden Kraft. Die beiden letztern Bedingungen sind die nämlichen wie oben; allein ich wiederhole sie absichtlich, theils damit man sie sich einpräge, theils damit man auch die Möglichkeit andrer Fälle (die eine andre Rechnung erfordern) nicht ganz aus den Augen verliere. Es ist nun klar, dass in *diesem* Falle nur eine der drei Vorstellungen könnte ungehemmt bleiben, wenn die andern beiden ganz gehemmt würden. Denn nach der Voraussetzung sind alle drei einander vollkommen zuwider; das heisst, die erste der zweiten, die zweite der dritten, und die dritte der ersten; jede muss demnach weichen vor den beiden übrigen. Man nehme zwei heraus, welche man will; die Hemmungssumme unter ihnen ist nach dem Vorigen $=1$; das Uebrigbleibende demnach ebenfalls $=1$; kommt hinzu die dritte Vorstellung, so bildet sich eine neue Hemmungssumme, wiederum $=1$; also ist die ganze Hemmungssumme $=2$. Diese zerfällt in drei gleiche Theile für die drei gleich starken Vorstellungen, folglich verliert jede $\frac{2}{3}$ und behält jede $\frac{1}{3}$.

Nun wollen wir die Voraussetzung abändern. Die Stärke der drei Vorstellungen werde angezeigt durch die Zahlen 1, 2, 3. Für die beiden schwächern wäre die Hemmungssumme, wie oben gezeigt, $=1$, und das Uebrigbleibende $=2$; kommt dazu die stärkste $=3$, so ist die neue Hemmungssumme $=2$, wie ebenfalls schon nachgewiesen wurde; also beides addirt giebt die ganze Hemmungssumme $=1+2=3$. Die Hemmungsverhältnisse sind die umgekehrten der Zahlen selbst; also 1, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$; oder schicklicher ausgedrückt: 6, 3, 2. Man wird demnach die Hemmungssumme in 11 gleiche Theile zerlegen, damit hievon 6 der schwächsten, 3 der mittlern, und 2 der stärksten Vorstellung als Verlust angerechnet werden. Allein hier stossen wir auf ein unerwartetes Hinderniss! Die Hemmungssumme war $=3$, davon könnten wir nun zwar leicht $\frac{2}{11}$ nehmen, welches $\frac{2 \cdot 3}{11}=\frac{6}{11}$ Verlust gäbe für die Vorstellung 3; und eben so $\frac{3 \cdot 3}{11}=\frac{9}{11}$ Verlust für die mittlere $=2$; aber wenn wir nun auf ähnliche Weise $\frac{6}{11}$ von 3 oder $\frac{18}{11}$ Verlust für die schwächste Vorstellung, die nur $=1$ ist, berechnen: was soll das bedeuten? Der Mathematiker wird hier eine Minusgrösse anzutreffen glauben; dergleichen kann aber hier gar nicht statt finden; denn dass eine Vorstellung negativ werde, hat schlech-

terdings keinen Sinn. Vielmehr entdeckt es sich, dass wir eine unpassende Rechnung geführt haben, weil wir nicht zuvor die *Bedingung berechnet* hatten, unter welcher auf die zuvor beschriebene Weise drei Vorstellungen in Wirkung und Gegenwirkung treten können.

Dieser Gegenstand ist nun schon ein klein wenig schwerer, wie das Vorhergehende; und er lässt sich nicht füglich so ganz im Tone des Unterrichts für Anfänger vortragen. Doch will ich einen Versuch nicht scheuen.

Man hat aus der vorigen Rechnung so viel gesehen, dass, wenn 2 Vorstellungen = 2 und 3 vorhanden sind, alsdann eine dritte Vorstellung merklich grösser sein muss als 1, wenn von ihr auch nur das Mindeste neben jenen übrig bleiben soll. Es wird nun irgend eine Grösse geben, welche diese dritte, um der eben ausgesprochenen Forderung zu genügen, *zum wenigsten* besitzen muss. Oder bestimmter und wissenschaftlich gesprochen: es muss eine *Grenze* geben, die den Unterschied festsetzt zwischen solchen Vorstellungen, welche hinzukommend zu jenen beiden stärkern, von ihnen *ganz*, oder *nicht ganz*, verdunkelt werden. Diese Grenze nenne ich die *Schwelle des Bewusstseins*. Sie zu bestimmen, erfordert nichts als eine höchst leichte algebraische Rechnung; wer Algebra versteht, wird sie ohne die geringste Mühe selbst finden, und daraus schliessen, dass z. B. für zwei Vorstellungen, beide $=1$, die gesuchte Grenze sei $=\sqrt{\frac{1}{2}}=0{,}707\ldots$, allein hierum bekümmere ich mich für jetzt nicht; vielmehr will ich bloss die Frage beantworten, was für eine Rechnung nun an die Stelle jener treten solle, die wir eben vergeblich geführt haben?

Da die Vorstellung $=1$ nicht bestehen konnte neben den beiden andern $=2$, und $=3$: so wird sie ohne allen Zweifel *ganz* unterdrückt; aber mehr Leides kann ihr nicht geschehn. Sie ist nun in eine ganz vergebliche Anstrengung zum Vorstellen verwandelt worden; sie richtet nichts mehr aus; kann aber auch von der Hemmungssumme nicht das Geringste mehr zu tragen übernehmen, *sie trägt davon nur gerade so viel, als wieviel ihre eigne Grösse ausmacht*; oder mit andern Worten: *wieviel sie selbst zur Hemmungssumme beigetragen hatte, soviel nimmt sie jetzt, da sie verschwindet, mit sich hinweg.* Wo bleibt denn das Uebrige der Hemmungssumme? Dieses müssen die beiden stärkeren Vorstellungen unter sich vertheilen. Aber

das hätten sie auch gethan, wenn die schwächste gleich Anfangs gar nicht zugegen gewesen wäre; sie hätten alsdann gerade eben so viel, nämlich *ihre* Hemmungssumme *unter sich*, zu vertheilen gehabt, wie jetzt, nachdem die dritte Vorstellung der Hemmungssumme zwar einen Zusatz gegeben, aber das diesem Zusatze gleiche Quantum auch wieder mit sich genommen hat. Also müsste man die dritte gar nicht mit in die Rechnung einführen, sondern sie völlig ignoriren; und das richtige Resultat ist schon dort gefunden, wo wir den Verlust für die Vorstellungen $=2$ und $=3$ bestimmten, in der Voraussetzung, dass nur diese beiden allein vorhanden seien.

Jetzt brauche ich kaum noch zu sagen, dass *latente* Vorstellungen diejenigen sind, welche unter die Schwelle des Bewusstseins fallen; so wie hier die Vorstellung $=1$ neben den beiden $=2$ und $=3$. Allein man muss nicht unbeachtet lassen, dass hier bloss von dem Zustande des Gleichgewichts, also von der Statik des Geistes die Rede war. Die Bewegungsgesetze führen auf eine ganz andere Art von Schwellen des Bewusstsein. Und das hier Vorgetragene ist bei Verminderung des Hemmungsgrades und bei eintretender Verbindung der Vorstellungen, den mannigfaltigsten Abänderungen unterworfen. Aber man muss, wie schon oben gesagt, *beim Anfange anfangen*, und darum allein war es hier zu thun.

VI.

# ÜBER DIE SUBSUMTION DER PSYCHOLOGIE

UNTER DIE

# ONTOLOGISCHEN BEGRIFFE.

1835.

# VORERINNERUNG.

Von einer Seite erscheint es rathsam, die Ontologie in die engsten möglichen Grenzen einzuschliessen, weil die grosse Allgemeinheit derselben jeden geringsten Irrthum, der in ihr begegnet sein möchte, zum Riesen macht, sobald man zu Anwendungen übergeht. Aber andererseits sind leere Stellen, welche durch eine ontologische Untersuchung besetzt werden könnten, auch gefährlich; weil die Versuche denkender Köpfe überall freie Bewegung behalten, wo ihnen nicht bestimmte Lehrsätze entgegentreten; daraus entstehen alsdann, wo nicht irrige Theorien, so doch Zweifel und Misshelligkeiten.

Hat die Eidolologie, nach Untersuchung des Ich, und nach Zurückweisung des Idealismus, der Psychologie den Grundbegriff des Strebens gehemmter Vorstellungen dargeboten, so muss alsdann der Begriff der Seele (als Substanz des Geistes) dem ontologischen Begriffe des Realen, und der Begriff der einfachen Empfindung (woraus weiterhin die Vorstellungen erklärt werden) dem der Selbsterhaltung subsumirt werden. Ueberlässt man es nun der Psychologie, von hier aus weiter fortschreitend sich in ihre mathematischen Betrachtungen zu vertiefen: so bleibt Raum für andre Betrachtungen über den allgemeinen ontologischen Gedanken, es könne in Einem Realen, welcher Art es auch sei, eine Mehrheit entgegengesetzter innerer Zustände vorhanden sein; und es lasse sich fragen, was aus dieser Voraussetzung folge?

Bisher war diese Frage im Vortrage der Ontologie, wo sie nicht nöthig ist, vermieden worden. Es schien genug, den speciellen Fall entgegengesetzter einfacher Vorstellungen in der Seele zu untersuchen; wofür sowohl die Lehre vom Ich, als auch die unmittelbare innere Erfahrung ihre Hülfsmittel darbieten. Mehrmals jedoch haben Mittheilungen in Briefen

und Gesprächen darauf hingewiesen, dass Versuche, jenen allgemeinen ontologischen Gedanken zu verfolgen, nicht leicht ausbleiben können; und dass zur bestimmteren Verbindung der Ontologie und Psychologie etwas zu wagen immer noch räthlicher sei, als den Raum für unsichere Reflexionen ganz offen zu lassen.

So ist der vorliegende kurze Aufsatz entstanden. Er ist kurz, theils wegen Mangels an Musse, theils weil er nur einheimische Verhältnisse des Systems betrifft, auf andre Systeme aber keine Rücksicht nimmt. Er wird deshalb vorläufig in einem engern Kreise bleiben können, und *es ist die ausdrückliche Bedingung, unter welcher er mitgetheilt wird, dass ohne besondre Erlaubniss des Verfassers davon kein öffentlicher Gebrauch gemacht werde.* Der Privatgebrauch dagegen ist unbeschränkt gestattet.

Die Abtheilung des Aufsatzes ergiebt sich aus der Natur des Gegenstandes. Das Verhältniss der Ontologie und Psychologie muss zuerst von der ontologischen, dann von der psychologischen Seite erwogen werden, darauf kann alsdann die engere Verbindung beider unternommen werden.

---

## ERSTES CAPITEL.

### Beleuchtung von der ontologischen Seite.

**§. 1.** Um nicht gleich Anfangs die nöthige Vorsicht ermangeln zu lassen: werde zuerst der Hauptcharakter des Systems, von welchem für jetzt angenommen wird, dass man darin zu bleiben gedenke, — zwar nicht von neuem gerechtfertigt, (welches unter dieser Voraussetzung ganz unnütz sein würde,) aber vest ins Auge gefasst, um nicht unabsichtlich verletzt zu werden.

Genaue Sonderung der beiden Begriffe vom reinen Sein, und vom wirklichen Geschehen, ist dieser Hauptcharakter.

Den bekannten Systemen, welche das reine Sein so behandeln, als läge in ihm schon das wirkliche Geschehen, würde man ein Gegenstück geben, wenn man das Geschehen nun umgekehrt so behandelte, als passten auf dasselbe die Folgerungen, welche bei realen Wesen nur aus dem Begriffe des Sein hervorgehn. Die wahre Metaphysik käme alsdann in die Mitte zwischen irrigen Systemen; und hätte sich beider mit

gleicher Sorgfalt zu erwehren. Die Extreme aber würden, nach einem alten Sprichwort, sich berühren; denn die Vermengung des Sein und Geschehen, von der einen vermieden, käme von der andern Seite wieder in Gang; und möchte dann bald in alle, wohlbekannten alten Geleise zurückfallen.

§. 2. Zustände des Realen sind nicht das Reale selbst; sondern das Geschehen in ihm. Entgegengesetzte Zustände in Einem Realen sind nicht zwei Reale im Zusammen, sondern zwei oder mehrere Formen, in welchen ein und dasselbe Reale seine Qualität selbst erhält. Ihr Gegensatz trifft nicht diese Qualität; und es braucht also diese Qualität nicht von neuem erhalten zu werden; sie liegt unversehrt in beiden oder in den mehrern.

§. 3. Wenn dort, wo die Metaphysik den Begriff der Selbsterhaltung einführt, der Begriff des Sein hinweggenommen wird, so folgt keine Selbsterhaltung. Es bleibt vielmehr bei der Störung. Nun ist gerade wie dort, so hier bei entgegengesetzten Zuständen in Einem Realen die Voraussetzung, dass sie zusammen sind, und dass sie in irgend einer nicht näher zu bestimmenden Rücksicht sich wie ja und nein gegenseitig verhalten. Es fehlt aber hier der Begriff des Sein. Folglich tritt hier nicht Selbsterhaltung jedes Zustandes ein, sondern Störung der Zustände.

§. 4. Mit diesem Begriffe der Störung nähert sich nun die Metaphysik, wie sie muss, der Erklärung des Gegebenen. Hielte sie allenthalben die Selbsterhaltung vest: so könnte sie zu solcher Erklärung nie gelangen. Denn Selbsterhaltung, im metaphysischen Sinne, liegt nicht auf der Oberfläche des Gegebenen; sonst wäre es nicht so schwer gewesen, diesen verborgenen Begriff zu finden.

§. 5. In der Psychologie kommen Vorstellungen als Zustände der Seele in Betracht; und zwar zum Behuf der mathematischen Untersuchung zunächst als einfache Zustände, d. h. als Selbsterhaltungen der Seele. Es wird gefordert, dass deren mehrere entgegengesetzte in Einer Seele zusammen seien; es wird behauptet, dass dieselben sich gegenseitig hemmen. Fragt man nun, unter welchen ontologischen Begriff die Hemmung zu subsumiren sei? so ist die Antwort eben gegeben. Es ist der Begriff der Störung; in dessen Umfang alle entgegengesetzten Zustände Eines Realen, nach dem Obigen, fallen müssen; dergestalt, dass jeder Zustand eine Störung erleidet.

§. 6. Hiemit ist noch nicht gesagt, dass sich die Ontologie für alle die nähern Bestimmungen verbürge, unter welchen in der Psychologie die Hemmung der Vorstellungen auftritt. Mag die Psychologie rechtfertigen, was sie darüber behauptet! Wie die Untersuchung jetzt steht, bleibt es noch unbenommen, dass man sich die Störung, wenigstens in andern Fällen, wo nicht von der Seele und deren Vorstellungen, sondern von andern realen Elementen und deren Zuständen gesprochen wird, etwan als gegenseitige Vernichtung der Zustände, oder als qualitative Veränderung denken möge. Ob es bei dieser Unbestimmtheit sein Bewenden habe, soll erst das dritte Capitel untersuchen.

## ZWEITES CAPITEL.

### Beleuchtung von der psychologischen Seite.

§. 7. Indem die Psychologie sich in dem Raume, welchen der weite Umfang der ontologischen Begriffe ihr darbietet, nach eigener Weise ansiedelt: verlangt sie von der Ontologie, dass dieselbe ihr nicht ohne hinreichenden Grund widerspreche. Hinreichender Grund wäre vorhanden, wenn die Ontologie beweisen könnte, es lägen in ihren sehr allgemeinen Begriffen schon solche Merkmale, welche mit den Bestimmungen der Psychologie sich nicht vertrügen. Beweiset aber die Ontologie bloss dies, dass gewisse Bestimmungen in ihren Begriffen noch nicht liegen, welche die Psychologie fordert, so hat sie nichts gegen die Psychologie bewiesen; letztere ruft vielmehr die Logik zu Hülfe, welche lehrt, dass allgemeine Begriffe einer mannigfaltigen Determination zugänglich seien.

§. 8. Der Begriff des Ich, als unmittelbar gegeben, führt die Unterscheidung des Vorgestellten vom Vorstellenden herbei. Weiss die Ontologie nicht, was sie aus dieser Unterscheidung machen soll, so muss sie sich bescheiden, dieses, wie so vieles andre, nicht zu verstehen. Würde sie hier streiten, so stritte sie, nicht erst gegen die Psychologie, sondern gegen das Gegebene, welches, wenn nicht für wahres Reale oder wirkliches Geschehen geltend, doch mindestens nicht ignorirt werden darf; sondern erklärt werden muss.

§. 9. Fortschreitend in der Betrachtung des Ich, hält die Psychologie den gegebenen Unterschied vest. Kein Objecti-

ves, sagt sie, kann unmittelbar dem subjectiven Ich gleich sein; nichts destoweniger findet Jedermann sich in der Reihe der Dinge; in der nämlichen Reihe, welche er Sich *als dem Vorstellenden dieser Reihe*, gegenüberstellt. In dieser Reihe muss er Sich, *als Object*, gefunden haben; hier ist ein Vorstellen, zu welchem das passende Vorgestellte sich nicht unmittelbar finden lässt; denn kein, für sich schon bestimmtes Object, ist als solches das Vorstellende desselben.

Dadurch wird die Nothwendigkeit, Vorstellendes und Vorgestelltes zu sondern, noch geschärft. Zwar hat jede Vorstellung, so gewiss sie bestimmt eine *solche* und keine andre ist, ihr Vorgestelltes; und wenn Vorstellungen verschieden sind, so liegt die Verschiedenheit in dem Vorgestellten der einen und der andern. Aber *welche* Vorstellung, d. h. welches Vorgestellte derselben man auch annehmen möge; immer muss von ihrem unmittelbar Vorgestellten gesagt werden: es ist nicht das rechte für die Ichheit; es muss, wo diese eintreten soll, wieder ausgesondert werden.

**§. 10.** Subsumirt man nun Vorstellen unter den ontologischen Begriff eines Zustandes der Seele: so kommt eine Unterscheidung zum Vorschein, auf welche die bisherige Ontologie nicht gefasst war. Das Vorgestellte, als Resultat des Vorstellens gedacht, wird das Geschehene des Geschehens; eine solche Unterscheidung fasst aber den einfachen Zustand, die Selbsterhaltung, nur unter die zwei Gesichtspuncte: *was* da geschehe, und *dass* es geschehe; für die Ontologie eine müssige Subtilität wenigstens so lange, als ihre eignen Untersuchungen nicht etwa über die bisherigen Grenzen erweitert werden.

**§. 11.** Hier aber schon mag die Ontologie sich fragen: ob sie innerhalb ihres Bereichs gar keine, mit jener irgend vergleichbare Unterscheidung kenne? Sie kennt allerdings die nothwendige Zerlegung des Begriffs vom Realen in den der Realität und der Qualität; sie weiss, dass, wo die Qualität der Dinge als blosse Erscheinung zurückgewiesen wird, doch die Realität vestgehalten werden muss; sie sollte sich also nicht wundern, wenn nun auch im Geschehen das *Was* vom *Dass* unterschieden wird.

**§. 12.** Noch mehr Neues zu fassen wird der Ontologie zugemuthet, während die Psychologie auf die Hemmung kommt, wo das Vorstellen als ein Geschehen fortdauern soll, obgleich

sein Geschehenes, das Vorgestellte, verschwindet. Wenn sie aber hier die Frage erhöbe: ein Geschehen, ohne Geschehenes, was ist das? — so hätte sie die Stimme der Psychologie nicht recht vernommen. Denn dort tritt eine andre *Art zu geschehen* an die Stelle, unter dem Namen des Strebens wider andre Vorstellungen; welches Widerstreben fortdauernd geschieht.

§. 13. Die Psychologie sagt ferner: die Hemmung könne partial sein. Davon, dass eine an sich einfache Selbsterhaltung in irgend einem Sinne eine Theilung zulassen müsse, war bisher in der Ontologie nichts erwähnt; und es kann scheinen, man wolle mit dem wirklichen Geschehen umgehn wie mit dem Puncte in der Synechologie, wo die Fictionen nur darum erlaubt sind, weil man nicht vom wirklichen Geschehen redet. Allein die Psychologie lässt die Vorstellungen als Ganze in der Rechnung, so lange dieselben als unmittelbar *zusammen* wirkend können angesehen werden.

§. 14. Ueberdies ist in dem Begriffe des Strebens nicht bloss das Merkmal des *Widerstrebens*, sondern auch des *Aufstrebens* enthalten, worin eine Zukunft der Wiederherstellung unter möglichen günstigen Umständen gedacht wird, die nicht zu denken wäre, wenn man die Integrität der Vorstellungen aufgegeben hätte.

---

## DRITTES CAPITEL.

## Annäherung der Ontologie an die Psychologie.

§. 15. Das vorige Capitel zeigt die logische Distanz zwischen jenen beiden Wissenschaften. Folgender Versuch, dieselbe auszufüllen, hängt mit andern, schon bekannten Betrachtungen so genau zusammen, dass er neuen Stoff zu Bedenklichkeiten kaum herbeiführen kann.

Der Einfachheit wegen reden wir *nur von zweien* entgegengesetzten Zuständen Eines Realen. Die Negation, das Entgegengesetztsein, ist *zwischen* ihnen; jeder *für sich* ist rein affirmativ. Diese Affirmation hat aber einen doppelten Sinn. Erstlich: Wirklichkeit des Geschehens. Zweitens: ein affirmatives *Quale*, wodurch jeder Zustand als ein *solcher* und kein anderer bestimmt ist. Der Unterschied tritt noch mehr ins Licht, wenn ein Quantitätsbegriff auf jeden der Zustände übertragen wird, d. h. wenn jeder als stärker oder schwächer gedacht wird; diese Bestimmung ändert nichts am *Quale*, son-

dern sie steigert oder verringert die Wirklichkeit des Geschehens. Einstweilen aber lassen wir den möglichen Quantitätsunterschied weg.

§. 16. Wo *liegt* nun die Negation zwischen beiden? — Bei disparaten ist sie nicht vorhanden; bei entgegengesetzten hängt sie vom Grade des Gegensatzes ab. Also jedenfalls kann sie nur im *Quale* liegen. Es sind *solche* Zustände, die, *als solche*, einander stören.

§. 17. — 1. Die Störung trifft nicht bloss einen oder den andern Zustand, sondern beide in gleicher Art. Denn vorausgesetzt ist, die Negation liege in keinem insbesondere; vielmehr sei sie gegenseitig. Also ist kein Grund des Unterschiedes auf einer oder der andern Seite.

§. 18. — 2. Die Störung ist partial. Wäre sie total: so würde ein Zustand (er heisse *A*) ganz aufgehoben durch — *A*. Dies — *A* läge in dem andern *B*. Allein *B* ist nicht bloss — *A*, denn *B* für sich ist affirmativ, folglich mehr als — *A*, welches durch jenes + *A* würde aufgehoben werden. Folglich bleibt etwas von *B*. Folglich auch etwas von *A*, da (nach 1) beide Zustände in gleicher Art von der Störung getroffen werden. (Auf Bestimmungen, dergleichen bei *drei* Vorstellungen eintreten, wird hier nicht gesehen.)

§. 19. — 3. Die Störung ändert das *Quale* nicht.

a. Sie ändert es nicht in ein Disparates. Denn in ein solches giebt es keinen Uebergang; noch weniger war das *Quale* der einfachen Selbsterhaltung zusammengesetzt aus trennbaren Merkmalen, wovon etwa eins, durch die Negation aufgehoben, die andern übrig liesse.

b. Sie ändert es nicht in ein Mittleres zwischen den Entgegengesetzten. Denn alsdann müsste die Gleichheit, die man in zufälliger Ansicht vom reinen Gegensatzte unterscheidet, sich abtrennen lassen.

§. 20. — 4. Die Störung trifft also die Wirklichkeit des Geschehens, und zwar (nach 2) partial, d. h. sie vermindert es.

5. Aber es lässt sich im wirklichen Geschehen nicht Ein Theil vom andern so unterscheiden, dass vielmehr der eine als der andre verloren ginge. Das wirkliche Geschehen bleibt also in einem andern Sinne in seiner Integrität.

§. 21. — 6. Hier ist eine Distinction nöthig, und das Vorhergehende bietet sie dar.

Gleich Anfangs wurde bemerkt, die Negation liege im *Quale*. Das Geschehen wird demnach gestört, d. h. vermindert, *als ein solches*. Nämlich im ersten Zustande *als A*, im zweiten *als B*. Dies nenne man das *absolute* Geschehen; denn das *Quale A*, und das *Quale B*, waren unabhängig von einander bestimmt.

7. Da nun dennoch das Geschehen in seiner Integrität bleiben soll: so muss, in wiefern das absolute Geschehen theilweise vermindert worden, eine andre Art zu geschehen an die Stelle treten; und zwar eine *relative* Art zu geschehen; denn in Bezug auf einander haben die Zustände sich gestört, und ihr absolutes Geschehen gegenseitig vermindert.

8. Diese relative Art zu geschehen bedarf keiner neuen Bestimmung. Sie ist gerade das Vermindern des andern; und heisst in unserer Sprache ein *Streben* wider das andre.

9. Dieses Streben lässt sich jedoch, wenn man es auf das Ganze jedes Geschehens bezieht, durch einen andern Begriff denken, den schon das Wort andeutet. Während nämlich das *Widerstreben* des Einen *gegen das Andre* in der Gegenwart liegt, weiset zugleich das Streben auf eine Zukunft hin, dergestalt, dass, wenn einmal das Andre völlig verschwände, dann die noch immer vorhandene Integrität des Geschehens sich als absolutes Geschehen unvermindert wieder einstellen würde.

§. 22. — 10. Die Subsumtion der psychologischen Begriffe unter diese allgemeinen ist ohne Schwierigkeit. Das absolute Geschehen ist das wirkliche Vorstellen, welches vermindert wird als ein *solches*, wie es *durch sein Vorgestelltes*, sein *Quale*, bestimmt ist. Das relative Geschehen ist das Streben des gehemmten Theils, welcher Gleichgewicht macht gegen das Streben andrer gehemmter Vorstellungen. Die ganzen Vorstellungen aber bleiben als Ganze in der Rechnung wegen der Integrität des in ihnen liegenden Geschehens.

§. 23. Die vorstehende Untersuchung ist, obgleich zur leichtern Subsumtion der psychologischen Begriffe bestimmt, dennoch allgemein. Wird sie als richtig anerkannt, so bringt sie den Naturwissenschaften Gewinn, da sie alsdann nicht mehr bloss durch die anderwärts gebrauchte Analogie mit der Psychologie (besonders für die realen Elemente belebter Körper, also in der Physiologie) sich zu behelfen brauchen; obgleich sie wegen näherer Bestimmungen dieselben immer noch zu vergleichen haben.

§. 24. Wird aber auch die vorstehende Untersuchung bestritten: so zeigt sie doch das Mindeste, was jeder zu überlegen hat, der sich über die Verbindung, ja schon über das Verhältniss zwischen Ontologie und Psychologie ein bestimmteres Urtheil erwerben will, als worauf die bisherige Darstellung beider in den Schriften des Verfassers, Anspruch gemacht hat.

VII.

# PSYCHOLOGISCHE UNTERSUCHUNGEN.

ERSTES HEFT.

1839.

# VORREDE.

Für die Psychologie sind zwei Klassen von Untersuchungen gleich nöthwendig; die eine von den zugleich sinkenden, die andre von den zugleich steigenden Vorstellungen. Jene muss vorangehn, weil die ursprüngliche Klarheit, welche in der Wahrnehmung liegt, erst einen Verlust muss erlitten haben, bevor sich das Vorstellen der verlornen Klarheit wieder bemächtigen, oder wenigstens wieder annähern kann. Aber die zweite Klasse von Untersuchungen muss folgen, wenn nicht eine Art von Einseitigkeit in der Wissenschaft entstehen soll, wodurch ihr praktischer Gebrauch, und selbst die richtige Auffassung des Ganzen leiden würde.

Der ersten Klasse einige mathematische Bestimmtheit zu geben, hatte der Verfasser schon vor vielen Jahren versucht; da er in einem grössern Werke die Begriffe der Statik und Mechanik des Geistes durch die ersten nothwendigen Grundformeln zu fixiren suchte. Was die zweite Klasse anlangt, so wird schon etwas dadurch gethan sein, dass die Einseitigkeit, welche ohne sie entstehn könnte, angezeigt wird; übrigens ist ein, freilich sehr schwacher, Keim dessen was hieher gehört, in jenem Werke zu finden.*

Etwas mehr auch hierin zu leisten, dazu wurde das jetzige Unternehmen anfänglich bestimmt; allein indem die Papiere, welche sich darauf beziehen, für den Druck zu ordnen waren, ergab sich, dass zuerst selbst der frühern Arbeit einige Erweiterungen von solcher Art nöthig sein möchten, wodurch bestimmte Thatsachen könnten benutzt werden, um daran die Theorie erproben zu lassen. So ist das vorliegende erste Heft

* Psychologie als Wissenschaft, neu gegründet auf Erfahrung, Metaphysik und Mathematik, §. 93.

entstanden; welches seinen Werth hauptsächlich in der Auswahl der Thatsachen sucht. Nicht als ob dieselben an sich zu den am meisten interessanten gehörten. Sondern darum, weil es darauf ankommt, aus den Vorräthen der empirischen Psychologie solche Gegenstände auszuwählen, die sich mit Präcision aufstellen lassen; und deren giebt es nur sehr wenige, daher man eben diese wenigen sehr sorgfältig benutzen muss, wenn man wissen will, ob eine gegebene Theorie sich in der Anwendung bewähre oder nicht.

Mögen nun Andere, die eine bessere Theorie zu besitzen glauben, nicht bloss widersprechen, sondern auch mit eignen Kräften sich auf diesen Uebungsplätzen hervorthun. Für einzelne Facta lassen sich leicht scheinbare Deutungen erkünsteln; wo aber ganze Systeme von Thatsachen auf einmal vorliegen, die man nicht vereinzeln kann, da muss es sich verrathen, ob die Erklärungen erkünstelt sind, oder sich ungezwungen auffinden liessen. Alsdann verliert die Frage, was dieser oder jener einräumen und bewilligen möchte, alle Bedeutung. Klare Thatsachen liegen ausser dem Bereiche der Wortgefechte; einmal richtig verstanden, reden sie lauter als irgend eine Schule reden kann. *

Mathematische Psychologie steht der Natur der Sache nach zwischen Metaphysik und Erfahrung. Mit blosser Erfahrung allein würde sie nicht in Gang kommen; denn die Analysen der Erfahrung finden eine solche Verwickelung von Umständen vor, — das, was in uns geschieht, zeigt sich der Beobach-

* Gegen die eingebildete Herrschaft einiger Schulen zu protestiren wäre überflüssig; gegen die Streitsucht, die sich immer von neuem regt, und bei jedem neuen Anlauf wieder leichtes Spiel zu haben meint, soll hier bloss an den *ersten* Band der Metaphysik, nebst der — damit zu verbindenden — analytischen Beleuchtung des Naturrechts und der Moral erinnert werden. Zur Fortsetzung dieser kritisch-historischen Schriften wäre Stoff genug vorhanden; die jetzige Absicht ist aber nicht darauf gerichtet, den Formwechsel alter Lehrmeinungen in seinem Gange zu stören. Wegen des allgemeinen Zusammenhanges der Untersuchungen ist auf des Verfs. kurze Encyklopädie zu verweisen. Dort ist einigermaassen für die Bequemlichkeit derer gesorgt, die noch immer das Wort *Metaphysik* scheuen. Auf den allgemeinen Zusammenhang hinzuweisen, ist um desto nöthiger, je mehr man (wie in der vorliegenden Schrift geschieht) sich auf specielle Gegenstände einlässt, denn über dem Einzelnen darf das Ganze nicht aus den Augen verloren werden.

tung so bunt und so schwankend, dass man nicht deutlich sieht, was für ein *Gegenstand* eigentlich vorliege, an welchen die Rechnung angebracht werden könne. Ob man durch glückliche Hypothesen den Eingang der Untersuchung hätte finden können, mag dahin gestellt sein; es ist wenigstens Jahrhunderte lang nicht geschehen. Gesetzt aber auch, es geschähe: so würden Begriffe, welche der Metaphysik angehören, dabei nicht zu vermeiden sein, nämlich die Causalbegriffe. Alles kommt darauf an, welche Meinung von der gegenseitigen Wirksamkeit dessen, was sich abwechselnd in uns regt, man zum Grunde lege. Für den Vortrag entsteht hieraus ferner die Schwierigkeit, dass, wie bestimmt auch diese Meinung gedacht sein möge, sie auf neue Schwierigkeiten stösst, wenn sie in Worten ausgedrückt werden soll. Für metaphysische Gedanken bleibt der sprachliche Ausdruck allemal mangelhaft, weil er entweder von der gewöhnlichen Umgaugssprache sich zu weit entfernt, oder, falls er populär sein will, die Einmischung des populären Meinens und Denkens nicht abwehren kann. In dieser Beziehung können die mathematischen Formeln zu Hülfe kommen; nämlich in der Voraussetzung, dass man sie benutze, um von ihnen aus, nachdem sie einmal da stehn, auf die bei ihnen zum Grunde liegenden Causalbegriffe zurückzuschliessen. Man wird in dem ersten der nachstehenden Aufsätze, (womit noch der Schluss der dritten Abhandlung kann verglichen werden,) die Begriffe der Spannung, der Energie, und der Wirksamkeit zusammengestellt finden; und zwar gemäss der früher schon angegebenen Rechnung; dergestalt, dass aus der Rechnung erkannt werden möge, wie der Begriff des Gleichgewichts unter den Vorstellungen hier zu verstehen sei. Es zeigt nämlich die Rechnung kein Gleichgewicht unter den Spannungen, auch keins unter den Energien; sondern unter den Wirksamkeiten, welche darin bestehn, dass jede Vorstellung der Hemmung, die über alle verhängt ist, hinreichend entgegenstrebt, um nicht mehr als ihr zukommt davon zu übernehmen. Denn jede einzelne Vorstellung wehrt der Hemmung, und setzt ihr eine Grenze. Die Annäherung an diese Grenze geschieht allmälig; bei denjenigen Vorstellungen, die ganz aus dem Bewusstsein verdrängt werden, ist diese Grenze imaginär; (sie fällt ins Negative, was bei Vorstellungen nicht möglich ist;) die übrigen gelangen niemals ganz dahin. Würden die

Grenzen erreicht, alsdann *wäre* Ruhe vorhanden; und nichts anderes, als diese Ruhe, verstehn wir unter dem Gleichgewicht der Vorstellungen. Dies wirft ein Licht zurück auf die der Rechnung zum Grunde liegenden Causalbegriffe. Würde ein anderer Begriff von dem Causalverhältnisse der Vorstellungen zum Grunde gelegt, so würde derselbe ohne Zweifel in einer andern Form der Rechnung seinen Ausdruck finden; und hieraus zurückschliessend würde der Leser den Unterschied der Causalbegriffe deutlicher erkennen, als ihm derselbe in blossen Worten könnte dargelegt werden. Welcher von den Causalbegriffen aber nun der Wahrheit gemäss sei, dies würde nicht die Rechnung entscheiden, sondern einerseits müssten die Begriffe metaphysisch untersucht werden, andererseits käme es auf Erfahrung an, welche die Resultate der Rechnung zu erproben und zu bewähren hätte. Dass übrigens neue Untersuchungen der Prüfung und vielleicht der Berichtigung bedürfen, weiss Jedermann, und gilt hier wie es bei allen ähnlichen Unternehmungen gelten wird.

# I.

## ÜBER DIE WICHTIGKEIT DER LEHRE VON DEN VERHÄLTNISSEN DER TÖNE, UND VOM ZEITMAASSE, FÜR DIE GESAMMTE PSYCHOLOGIE.

Als Kant, die reine Vernunft kritisirend, den Verstand auf die Erfahrung verwies: da war es Zeit, den transscendenten Begriffen einstweilen Ruhe zu gönnen; und über die Möglichkeit der Erfahrung zuvörderst genauer nachzudenken, um später mit besserer Vorbereitung zu höhern Untersuchungen zurückzukehren.

Man würde bald gefunden haben, dass aus angenommenen Formen des Verstandes und der Sinnlichkeit sich keine Möglichkeit der Erfahrung ergiebt; weil Formen, die auf immer gleiche Weise in uns liegen, keine Unterschiede dessen, was sich zur Beobachtung darbietet, erklären können.

Man würde weiter gefunden haben, dass die Grenze zwischen Sinnlichkeit und Verstand unrichtig müsse gezogen sein. Denn um die Formen des Verstandes, die Kategorien, vollständig aufzufinden, hatte sich Kant an die reine Logik gewendet; diese sollte ihm einen Leitfaden gewähren, welcher den Eintheilungen der Urtheile entlehnt war. Eben diese Logik nun, welche für die eigentliche Wissenschaft des Verstandes galt, verräth durch ihre ganze Kunstsprache ein Bedürfniss räumlicher Vorstellungsart; ohne welche weder von Gegensätzen noch vom Umfang und Inhalt der Begriffe, weder von Sätzen noch Schlüssen, weder von Prämissen noch Conclusionen zu reden wäre. Das ganze Oben, Unten, Mitten, was bei Begriffen und Schlüssen uns überall begleitet, zeigt eine Gemeinschaft mit dem Raume, der vermeinten Form der Sinnlichkeit.

Nach solchen Bemerkungen gegen die Art, aus einer Zu-

sammenwirkung der Sinnlichkeit und des Verstandes die Möglichkeit der Erfahrung zu erklären, musste auch die Frage, wie sind synthetische Urtheile *a priori* möglich? von neuem in Erwägung kommen. Das Mindeste, was man dabei thun konnte, war, den Umfang des Feldes zu betrachten, worin dergleichen Urtheile sich darbieten. Gleich der Raum liefert nicht bloss mathematische, sondern auch ästhetische Urtheile in Menge. Die Zeit liefert dergleichen in Verbindung mit der Sprache und Musik. Die Musik hat an der Tonleiter eine Fülle von Verhältnissen, die als consonirend und dissonirend unmittelbar beurtheilt werden; mit einer Evidenz, wie bei geometrischen Axiomen. Woher *diese* synthetischen Urtheile? Sollte dafür eine neue Form der Sinnlichkeit, die Tonlinie, analog dem Raume, angenommen werden? Oder meinte man im Ernste, der Tonkünstler, welcher Musik nicht bloss hört, sondern denkt, empfinde einen Nervenkitzel in Folge zusammentreffender Schallwellen? —

Diese kurzen Erinnerungen an Manches, was schon anderwärts gesagt worden, müssen hier als Anknüpfungspuncte genügen. Man gedenke dabei der Schwierigkeit, für die Psychologie solche Thatsachen aufzustellen, welche hinreichend scharf beobachtet sind, um der Untersuchung zu Stützpuncten zu dienen. Wo es an vesten Puncten fehlt, deren Bedürfniss man lebhaft fühlt, da ist immer eine grosse Versuchung vorhanden, nach eigner Meinung solche Vestungswerke zu errichten, wie Kant und so Viele nach ihm unternahmen, indem sie jedes einzelne Seelenvermögen durch genaue Grenzbestimmungen veststellen wollten, und dabei besonders über Verstand und Vernunft in nicht geringe Streitigkeiten geriethen. Kein Wunder, dass späterhin es sehr übel genommen wurde, als der Verfasser die sämmtlichen Seelenvermögen für mythologische Wesen erklärte.

Giebt es aber wirklich gar keine vesten Puncte für die Psychologie? Oder müssen wir uns wohl gar nochmals auf das fichte'sche Ich einlassen, so wenig Vestigkeit dieses auch in der neuern Geschichte der Philosophie bewiesen hat?

Veste Puncte in der Psychologie wird man vor allem unter den stehend und bleibend gewordenen Producten des menschlichen Vorstellens zu suchen haben. Diese erzählen zwar nicht selbst die Geschichte ihres ersten Ursprungs und ihrer allmä-

ligen Ausbildung; aber auch nicht bei allen ist diese Geschichte so verwickelt und so schwer zu finden, wie beim Ich; und nicht alle individualisiren sich so mannigfaltig wie das Selbstbewusstsein. Auch stehen nicht alle so vereinzelt wie dieses, für welches man keine passenden Vergleichungen auffinden kann. Sondern es giebt deren, die gruppenweise beisammen liegen, so dass die Erklärung, nachdem sie irgendwo einen Anfang gewann, leicht von selbst fortläuft.

Als bleibende Erzeugnisse des menschlichen Geistes müssen besonders die ächten und anerkannten ästhetischen Urtheile angesehen werden. *Diese* Producte haben das Schwankende abgelegt, was sonst die Bewegungen des Denkens und Fühlens charakterisirt; und die anderwärts so schwierige Frage: ob sie einen *realen* Gegenstand unmittelbar zu erkennen geben? — diese Frage, welche die Untersuchung über das Ich so unsäglich erschwerte, — findet bei ihnen gar nicht statt. Denn Jedermann weiss, dass ein ästhetisches Verhältniss das nämliche bleibt, ob es nun bloss vorgestellt oder äusserlich wahrgenommen werde.

Schon die Geschichte, wo sie Völker und Zeiten in deren Eigenthümlichkeit aufzufassen sucht, findet ein wichtiges Hülfsmittel der Charakteristik in den Werken der schönen Kunst, welche zu Documenten aus der Vorzeit dienen. Sie betrachtet diese als sprechende Repräsentanten der Bildungsstufe und Bildungsweise der Orte und Zeiten; während in den Thaten, ja selbst in den Gesetzen, viel mehr Schwebendes, Abhängiges, Zufälliges liegt; welches selbst, wenn es sich lange bleibend erhielt, doch oft nur blieb, weil es einmal da war. Was durch seine Schönheit bleibt, hat dagegen zugleich das Zeugniss der nachfolgenden Zeiten für sich, die es gegen den Untergang schützten.

Wiederum aber ist unter den ästhetischen Gegenständen ein grosser Unterschied für die Psychologie, je nachdem ihre Regel mehr oder weniger genau vestgestellt ist. Die Frage: *worin liegt der Grund dieser Regel?* wie hängt sie mit den Gesetzen der geistigen Thätigkeit (sowohl bei den Künstlern als den Zuschauern und Hörern) zusammen? diese psychologische Frage wird schwierig, wo die Regel noch schwankt; — hingegen veranlasst sie desto belehrendere Untersuchungen, je entschiedener die Ueberzeugung ist, dass die Regel nur so und

nicht anders angenommen werden könne. Wäre hier von räumlichen Gegenständen zu reden, so würden wir eben deshalb der Psychologie früheren Gewinn von der Betrachtung architektonischer Regeln versprechen, als von Reflexionen über Plastik und Malerei. Nicht als ob den letztern ein geringerer Werth beizulegen wäre! Aber die Architektur hat weit vestere Formen; und bei ihr kann man viel leichter das Fehlerhafte im Gegensatze des Richtigen erkennen.

Wer indessen bei der Wahl des Gegenstandes, woran die Untersuchung sich üben und bewähren soll, die Einfachheit und hiermit die Bestimmtheit der Probleme zu schätzen weiss, worauf eine anhaltende Meditation, fern von aller Zerstreuung durch ein buntes Vielerlei, sich heften muss: der wird den Raum, mit den Verwickelungen seiner Gestalten in drei Dimensionen, gern so lange zur Seite legen, als ihm die Zeit, die nur eine Dimension hat, noch Fragepuncte genug darbietet. Und einfacher, möchte man glauben, lasse sich kaum etwas finden, als das Zeitmaass, welches zwischen zwei momentanen Wahrnehmungen eingeschlossen, sich gleichförmig wiederholt, wenn die nämlichen Wahrnehmungen stets in gleichen Zeitdistanzen erneuert werden.

Dennoch giebt es einen Gegenstand, der den ersten Elementarbegriffen der Psychologie noch näher liegt als die Zeit mit ihrer Continuität, und der Tact mit seinen Abtheilungen. Es sind die Zusammenstellungen einfacher Töne, wodurch die Tonkunst ihre charakteristisch verschiedenen Intervalle und Accorde bildet. Wir werden diesen Gegenstand zuerst ins Auge fassen. Denn hier lässt sich bestimmter, als irgendwo sonst, angeben:

Was soll die Psychologie erklären?

Wie genau trifft die Erklärung mit dem Erklärten zusammen?

Man bemerke wohl, in welchem Sinne hier von *vesten Puncten* für die Psychologie geredet wird. Die Meinung ist nicht etwa diese: als sollten die vesten Puncte als Principien der Erklärung gebraucht werden. Die Psychologie hat in demjenigen Gebiete, worin wir uns hier versetzen, nicht eigentlich zu *lernen*, sondern sie *lehrt*, in Folge der Principien, die sie schon besitzt; und ihre Lehre geht ohne allen Vergleich weiter, als bloss auf die Tonkunst, die vielmehr ein sehr untergeordneter Gegenstand für die Lehre im Ganzen genommen ist. Allein

indem sie lehrt, — indem sie Constructionen *a priori* entwirft, entsteht der uns wohl bekannte Zweifel, ob die Lehre nicht etwa ein Hirngespinnst sei, wie es viele giebt. Darum bedarf die Lehre einer *Bestätigung;* und hierzu werden in der Erfahrung veste Puncte gesucht, mit denen die Lehre zusammentreffen soll. Denn eben diese sind das, *was sie erklären soll.* Könnte man solcher vesten Puncte viele finden, so hätte die Tonlehre keinen besondern Vorzug. Allein während es der Bestätigungen viele und mancherlei giebt, sind sie doch nicht alle von gleichem Werthe, weil in vielen andern Fällen die Lehren der Psychologie bestimmter lauten, als dasjenige sich beobachten lässt, was in der Erfahrung mit ihr zusammentreffen soll; indem es vielmehr so schwankend, zerfliessend, vieldeutig ist, dass für die Vergleichung keine sichern Resultate gewonnen werden. Was würde es nützen, wenn wir z. B. eine psychologische Lehre zur Erklärung des Unterschiedes zwischen dem Bittern, Scharfen, Gewürzhaften, besässen? Diesen Unterschied unabhängig von aller Lehre, schon bloss thatsächlich, vestzustellen, würde nicht gelingen; man würde die Theorie mit keiner sichern Erfahrung vergleichen können. Ganz anders verhält es sich mit dem Unterschiede zwischen einer Quarte, falschen Quinte, reinen Quinte; deren jede von der andern so weit getrennt ist, dass es lächerlich sein würde, hier von einer Gefahr der Verwechselung auch nur zu träumen; und zwar dergestalt getrennt, dass lediglich das musikalische Denken, ohne leibliches Hören, und vollends ohne Theorie, hinreicht, um sie zu unterscheiden.

Jedoch wollen wir nicht verhehlen, dass eine *absolute Genauigkeit* auch hier nicht statt findet. Wenn wir die Lehren der Psychologie noch beiseite setzen, so finden sich schon zweierlei Bestimmungen der Tonverhältnisse, von denen nicht geläugnet werden kann, dass aus ihnen eine geringe Schwankung hervorgeht. Die erste Bestimmung ist das ästhetische Urtheil selbst, welches im blossen Hören oder Denken die *musikalischen* Intervalle von den dazwischen fallenden (deren Zahl unendlich ist) unterscheidet. Würde man aber verlangen, dass hierdurch alle Intervalle bis auf ein Tausendtheil der Octave sollten festgestellt werden, so möchte wohl der geübteste Musiker, wenigstens bei Dissonanzen, sich dazu unfähig bekennen. Die zweite Bestimmung ist vollkommen scharf, denn sie

geht von den Schwingungen oder den Längen der tönenden Körper aus, und man verdankt sie den mathematischen Physikern. Indem sie aber praktisch angewandt wird, zeigt sich ein kleiner Unterschied zwischen dem leiblichen Hören und dem musikalischen Denken. Man hört schon bei geringer Abweichung von den Angaben der Physiker ein gewisses Zittern der Töne, und hält dies leicht für das Zeichen unreiner Intervalle. Dennoch lässt man sich bei Tasten-Instrumenten die gleichschwebende Temperatur gefallen, (die nothwendige Bedingung freier Bewegung durch alle Tonarten,) welches nicht möglich wäre, wenn das musikalische Denken, welches dem Hören von innen her appercipirend entgegenkömmt, an jener vorausgesetzten Unreinheit Anstoss nähme. Hier bleibt nun zweifelhaft, ob das musikalische Denken aus Nachsicht einen Nothbehelf sich gefallen lässt; — oder ob insgeheim das ästhetische Urtheil mit der gleichschwebenden Temperatur näher, als man meinte, übereinstimmt; so dass es sehr zufrieden sein würde, *wenn sich tönende Körper fänden, die im Stande wären, ihre Schwingungen nach der gleichschwebenden Temperatur einzurichten.* Ein solcher Zweifel fällt denen nicht ein, welche, um die Reinheit eines Intervalls zu prüfen, sich aufs Horchen legen, ob die leiblich gehörten Töne schwirren und zittern oder nicht. Darauf aber können wir die psychologischen Lehren nicht beschränken; vielmehr werden wir bei einigen geringen Differenzen das Zeugniss der gleichschwebenden Temperatur als Bestätigung anführen, wo die physikalische Angabe *zugleich von ihr und von unserer Rechnung* um ein Geringes abweicht.

Jetzt aber müssen wir fragen: welcher Zusammenhang ist überhaupt zwischen den Schwingungen tönender Körper, und dem musikalischen Denken? Ohne Zweifel hat man eher Töne gehört, als Töne gedacht; so wie man eher Körper sah und betastete, ehe man geometrische Körper dachte. Allein die synthetischen Urtheile *a priori*, deren wir vorhin erwähnten, binden sich in der Musik eben so wenig als in der Geometrie an das äusserlich Angeschaute. Um dies bemerklich zu machen, und den Empirismus des leiblichen Hörens zu vermeiden, wollen wir einen Augenblick annehmen, Jemand bestünde auf der nicht ungewöhnlichen (beim Mangel aller bessern Erklärung nicht übel zu deutenden) Hypothese: das Harmonische des reinen Accordes beruhe auf dem Zusammentreffen der Schall-

wellen im leiblichen Ohre. Wir könnten ihm etwa folgende Fragen vorlegen:

1) Wenn zwei reine Accorde einander in gleicher Lage unmittelbar folgen: warum sind die Quinten und Octaven unerträglich? Und zwar so ganz unleidlich, dass sogar die sogenannten verdeckten (nur als Uebergang *hinzugedachten*, keinesweges wirklich gehörten) Quinten und Octaven von den Tonkünstlern verboten und gemieden werden? Und warum doch nur *dann* verboten, wenn *einerlei Paar* von Stimmen diese Fortschreitung macht? Was haben die Schallwellen mit den paarweise zusammengefassten Stimmen zu thun?

2) Woher der Unterschied zwischen den beiden gleich reinen Accorden, dem Dur und Moll? Was hat die kleine Terze Düsteres, wenn sie vom Grundton bestimmt wird, da sie im Dur-Accorde doch auch vorhanden ist, nämlich zwischen der grossen Terz und der Quinte?

3) Warum bedient man sich in der Musik der Dissonanzen, deren schlecht zusammenstossende Schallwellen man ja vermeiden sollte?

4) Warum liegt in der Septime eine Nothwendigkeit, sie nach unten, — im Leitton, ihn nach oben aufzulösen?

5) Warum ist der übermässige Secundensprung verboten?

6) Warum bleibt ein Accord sich immer gleich, wie man auch die Lage desselben verändere; während die Veränderung eines einzigen Tones, nur um eine kleine Secunde, den ganzen Accord umschafft?

Am halben Dutzend Fragen mag es genug sein, um anzudeuten, was derjenige unternimmt, der die Tonlehre erklären will. Soviel möge man einstweilen glauben, dass hier mit Schallwellen wohl nimmermehr etwas auszurichten sein dürfte. Wir gedenken uns ihrer gar nicht zu bedienen; denn Schwingungen der Körper sind keine Vorstellungen, keine innern Zustände der Seele; und die Angaben der Physiker kommen uns nur in sofern in Betracht, als das ästhetische Urtheil — welches uns die verlangten vesten Puncte darbietet, — damit unzweideutig einverstanden ist.

Da nun die Wichtigkeit der Tonlehre für die Psychologie darin gesetzt wird, dass hiedurch eine Bestätigung zu gewinnen ist: so entsteht die zwiefache Frage:

Erstlich: was soll bestätigt werden?

Zweitens: worin liegt und wie weit reicht die Bestätigung? Auf die erste Frage ist nur Weniges zu antworten. Man kennt die Schwellenformel $c = b\sqrt{\frac{a}{a+b}}$, welche in verschiedenen Schriften ist entwickelt worden; und auf deren Ableitung wir weiterhin noch zurückkommen müssen. Diese Formel kann in derjenigen Bedeutung, worin sie ursprünglich gefunden wird, unmöglich durch die Erfahrung bestätigt werden, — nämlich wenn man Genauigkeit verlangt. Denn im allgemeinen zwar ist gewiss, dass unsere Vorstellungen einander aus dem Bewusstsein verdrängen; aber zu beobachten, ob zwei stärkere Vorstellungen *a* und *b* gerade hinreichen, um ein nur wenig schwächeres *c*, als das obige, verschwinden zu machen, dies würde erstlich eine unmögliche Abmessung der Stärke des *a* und des *b*, und noch obendrein die Beobachtung dessen erfordern, was sich der Beobachtung entzieht, indem es aus dem Bewusstsein entweicht. Da wären wir also bei den Unmöglichkeiten, die oft genug der mathematischen Psychologie von Unkundigen sind vorgeworfen worden. Hätte man sich erinnert, was schon vor mehr als dreissig Jahren in den Hauptpuncten der Metaphysik war gesagt worden, so würde man viel leere Worte gespart haben.

Die erwähnte Formel soll nun dennoch bestätigt werden; nämlich in solcher Anwendung, die sich beobachten lässt. Dazu gehört nicht das, was aus dem Bewusstsein verschwindet, sondern was bei gewissen Verhältnissen des Drucks und Gegendrucks im Bewusstsein bleibt. Und hiezu wiederum ist nöthig, dass die Vorstellungen in Gegenwirkung wider sich selbst versetzt werden; wie es erfolgen muss, wenn eine Vorstellung in Bezug auf eine andere gleichzeitige in Gleiches und Entgegengesetztes zerfällt. Solches geschieht schon bei zwei gleichzeitigen Tönen; es ereignet sich auf eine mehr verwickelte Weise bei drei gleichzeitigen Tönen, d. h. beim Dreiklange. Und die Folgen davon werden gefühlt, indem man den Dreiklang als harmonisch oder disharmonisch bezeichnet. Es ist nun auf vielfache Weise jene einzige Formel, welche den Aufschluss über den Unterschied der Intervalle und Accorde liefert. Noch mehr: wir werden durchgehends nur zwei verschiedene Anwendungen gebrauchen, indem entweder $a = b$, oder $a = 5$ und $b = 4$ (beinahe, denn die genauere Bestimmung bleibt vor-

behalten,) zu setzen ist. Das Zusammentreffen der Rechnung mit den Thatsachen muss selbst *derjenige* vor Augen sehen, *der sich in die Begriffe nicht finden kann;* und diess ist die Bestätigung, um welche es zu thun ist. Denn wenn die Formel sich in der Tonlehre bewährt, und zwar nicht bloss einmal, sondern sovielemal, dass die ganze Tonlehre davon erleuchtet wird, so ist sie, sammt dem ganzen Zusammenhange, in den sie gehört, bestätigt.

Die zweite Frage war: worin liegt, und wie weit reicht die Bestätigung?

Hier ist Verschiedenes zu sondern. Erstlich, die Intervalle zweier Töne. Dann die reinen Accorde. Darauf die nicht consonirenden, und besonders die Auflösung der Dissonanzen. Von den einzelnen Intervallen wurden zuerst die Erklärungen der Quinten, der Quarte, der Terzen und der Secunde gefunden, und schon in den Hauptpuncten der Metaphysik kurz angezeigt. Ganz neuerlich beim Rückblick auf die ältere Arbeit, bot sich die Erklärung der übrigen Intervalle, (der beiden Sexten und der Septime,) dar, genau übereinstimmend mit jenen früher erklärten, welche auch als Umkehrungen der letztern können betrachtet werden.

In einem Aufsatze vom Jahre 1811 (im Königsberger Archiv)[1] wurde die Erklärung der reinen Accorde gegeben; der wichtigste Punct von allen. Damals blieb aber noch im Dunkeln, worin der Unterschied beider reinen Accorde bestehe; hierüber, so wie über einiges, was die Dissonanzen und die Tonleiter betrifft, waren dort unrichtige Meinungen geäussert. Die neuerliche Untersuchung hat nun auch hierüber Licht gegeben.

Wegen der Grundlage unserer, hier anzuwendenden, Theorie sollte es billig genügen, auf die früheren Schriften lediglich zu verweisen. Allein während hier auf die Frage: wie jene Grundlage *gefunden* sei, nichts ankommt (denn wir wollen hier nicht begründen sondern bestätigen, und dazu dienen die Thatsachen): ist dennoch dahin zu sehen, dass die Theorie in den Hauptpuncten richtig verstanden werde. An Missverständnissen aber ist kein Mangel. Und nicht alles Missverstehen rührt her von Uebelwollen oder Unverstand. Auch der Wohlwollendste

[1] Vgl. die Abhandl. I im vorlieg. Bande.

sucht mit Recht eine neue Lehre mit seinem frühern Wissen in Zusammenhang zu bringen; darum werden Verknüpfungen gewagt, Analogien verfolgt, die allmälig den alten Vorurtheilen den Zugang öffnen, und ihnen das Uebergewicht verschaffen. Vieles thut auch die Sprache, vieles die Darstellung. Wo sich noch keine veste Kunstsprache gebildet hat, da kann man sich nicht in der Kürze verständlich machen; welche Darstellung man aber auch wähle, sie wird eine Quelle von Missverständnissen schon durch das Ueberflüssige, was sie, blosser Erläuterung wegen einmischt. So ist es namentlich der Lehre von der Hemmungssumme ergangen; wobei wir unsre eigne Darstellung einer Ungenauigkeit beschuldigen müssen, die freilich der Zusammenhang sehr leicht aufklären konnte.* Schon dies einzige Beispiel ermahnt uns, dass es nicht überflüssig sein würde, die Begriffe von der Hemmungssumme und dem Hemmungsverhältnisse hier nochmals kurz zu entwickeln. Erreichen wir auch damit nur andre Worte, so mag man wenigstens diese mit den frühern vergleichen, um sich nicht so gar leicht an den einzelnen Ausdrücken und Redewendungen zu stossen.

Jedermann weiss, dass unsre Vorstellungen im Bewusstsein bald mehr bald weniger hervortreten. Die gewöhnlichsten Beispiele abwechselnder Reflexionen können dies schon allenfalls vorläufig bezeugen. Denkt man sich eine Rose und eine Lilie, so kann man bald auf die Farben dieser Blumen, bald auf den Lilienstängel und den Dornstrauch der Rose die Aufmerksamkeit richten; betrachtet man die letztern, so vermindert sich das Vorstellen der Farben. Zufällig ist jedoch in diesem Beispiele der Umstand, dass ein willkürliches Aufmerken angenommen wurde; denn unsre Gedanken wechseln oft genug auch ohne alle Willkür so sehr, dass andre an die Stelle treten, während die frühern mehr oder minder schwinden; auch einige ganz verschwinden.

* Psychologie §. 42. Es heisst dort: Die Hemmungssumme sei entweder *a*, oder *b*; und weiter: „das zu Hemmende würde = *a* sein, wenn *b* ungehemmt bleiben sollte." Diese Worte bezeichnen bloss eine vorläufige Reflexion dessen, der die Hemmungssumme noch sucht, und nicht gefunden hat. Gleich weiterhin zeigt sich, dass die wahre Hemmungssumme = *b* ist, woraus unmittelbar folgt, die *Vorstellung b* bleibe ungehemmt, wenn auch von *a* nur ein *Quantum* = *b* gehemmt wäre, so dass der Rest *a* — *b* ebenfalls ungehemmt bleiben würde. Ein solches *Hemmungsverhältniss* ist zwar unmöglich, allein wir reden hier von der *Hemmungssumme*.

Ungeachtet dieser Veränderlichkeit aber, bleiben die Vorstellungen selbst (z. B. jene der Rosenfarbe und der Lilienfarbe) die nämlichen. Auch ihr Verhältniss (z. B. der *Unterschied* des Rosenroth und Lilienweiss) bleibt unverändert.

Wir wollen dieses unveränderliche Verhältniss jetzt zuerst in Betracht ziehn; und können dabei schon jetzt auch auf solche Beispiele hinweisen, die uns weiterhin besonders beschäftigen sollen; nämlich auf die unveränderlichen Unterschiede der Töne. Eine reine Quinte bleibt immer das nämliche Intervall, ob man nun den Grundton stärker, und die Quinte schwächer, oder umgekehrt, höre oder denke.

In dem Unveränderlichen liegt *zunächst* das, was wir die Hemmungssumme nennen. Unsre Theorie sagt nämlich, (gleichviel aus welchen tiefern Gründen, um die wir uns hier nicht bekümmern,) dass bei Vorstellungen, die im conträren Gegensatze stehen, (wie jene beiden Farben oder Töne,) aus dem Gegensatze selbst eine Nothwendigkeit entstehe, vermöge deren die Vorstellungen an Klarheit verlieren müssen; ein Verlust, der oft so weit geht, dass die Vorstellungen völlig verdunkelt, und im Bewusstsein nicht mehr gegenwärtig sind. Wie gross ist diese Nothwendigkeit? — Da sie gar nicht vorhanden ist bei ganz gleichartigen Vorstellungen, welche vielmehr zu einem einzigen ungetheilten Vorstellen verschmelzen, so bestimmen wir ihre Grösse nach der Abweichung von der Gleichartigkeit; also nach der Grösse jenes Unterschiedes oder conträren Gegensatzes; den wir den *Hemmungsgrad* nennen; erinnern uns aber dabei, dass die Vorstellungen auch schon *ursprünglich* eine verschiedene Stärke besitzen, (wie bei hellerem oder schwächerem Lichte die Farben, und bei stärkerem oder schwächerem Klange die Töne;) welche ursprüngliche Intensität nicht verwechselt werden darf mit jener veränderlichen Klarheit im Bewusstsein. Die ursprüngliche Stärke und *ihre* Verschiedenheit findet man in den Wahrnehmungen des Hörens, Sehens u. s. w.; hingegen die veränderliche Klarheit in den Erinnerungen, welche nachbleiben; in den Gedanken, welche kommen und gehen. Soll nun die Nothwendigkeit jenes Verlustes, d. h. die Hemmungssumme, ihrer Grösse nach bestimmt werden, so kommt es zugleich auf den Hemmungsgrad und auf die ursprüngliche Stärke an. Je grösser der Hemmungsgrad, desto mehr Nothwendigkeit des Verlustes oder des Sinkens; je

grösser die ursprüngliche Stärke, desto weniger Nothwendigkeit des Sinkens.

Allein hier droht schon eine Verwechselung. Die ursprüngliche Stärke ist das Eigenthum jeder einzelnen Vorstellung für sich; hingegen der Hemmungsgrad ist für keine einzelne an sich vorhanden; er beruhet auf ihrem conträren Gegensatz, also auf dem Verhältniss der einen zur andern. Welches von diesen beiden: — Hemmungsgrad, — ursprüngliche Stärke, — kommt nun zuerst in Betracht, wo das nothwendige Sinken soll bestimmt werden? Offenbar nicht die Stärke. Durch sie allein erfolgt kein Sinken; vielmehr, wenn schon die Nothwendigkeit des Sinkens da ist, dann widersteht jede Vorstellung um desto mehr, je stärker sie ist. Wohl aber kommt zuerst der Hemmungsgrad in Betracht; denn in ihm beginnt die Nothwendigkeit des Sinkens. Da nun, wie zuvor bemerkt, der Hemmungsgrad für keine einzelne Vorstellung allein, sondern nur für ein Paar derselben vorhanden ist, und in ihrem Unterschiede liegt: so kommt die Nothwendigkeit des Sinkens *zuerst für das Paar* in Betracht, und daraus erst kann die nämliche Nothwendigkeit für jede *einzelne* Vorstellung abgeleitet werden. Man darf also die eine und die andre dieser Betrachtungen nicht verwechseln. Mit andern Worten: man muss die *Hemmungssumme* von dem *Hemmungsverhältniss* unterscheiden.

Möchte auch das Hemmungsverhältniss, worin jede einzelne Vorstellung an der Nothwendigkeit des Sinkens ihren Antheil bekommt, unbestimmt bleiben; möchte sich darüber nichts ausmachen lassen: nichts destoweniger müsste sich die Hemmungssumme erkennen lassen, wenigstens für ein Paar von Vorstellungen. Denn hat die Nothwendigkeit zu sinken einen Grad: so ist eben dieser auch der Grad des Gegensatzes, wenn man einstweilen die Stärke bei Seite setzt, das heisst, sie gleich annimmt. Und umgekehrt: *caeteris paribus* ist der Grad des Gegensatzes seinem Begriffe nach die Grössenbestimmung der Nothwendigkeit des Sinkens. Will man das leugnen, so hat man dem Begriffe etwas von Unterschieden beigemischt, wobei die Vorstellungen mit einander verträglich bleiben würden, wie bei disparaten Verschiedenheiten. Die conträr entgegengesetzten schliessen einander gegenseitig aus; und wie der Gegensatz erfahrungsmässig eine Grösse hat (wie bei höhern und tiefern Tönen), so soll hier, — das ist unsre Grundan-

nahme, — diese Grösse den Grad der Nothwendigkeit des Sinkens bestimmen. *Realisirt* sich diese Grösse in einem Paar *schwacher* oder *starker* Vorstellungen (die wir für jetzt als *unter sich* gleich betrachten): so ist sie dem gemäss *weniger* oder *mehr* realisirt. Sind also $x$ und $y$ ein paar veränderliche Grössen, wodurch wir die Stärke der beiden Vorstellungen bezeichnen, ist ferner $x=y$, und der Hemmungsgrad $=m$, einem ächten Bruche, der höchstens $=1$ werden kann, so ist $mx=my$ die Hemmungssumme; und *dass* sie es ist, liegt unmittelbar in ihrem Begriffe.

Oder sollte etwan $mx+my$ die Hemmungssumme sein? Das widerlegt schon der erste Blick. Wenn $mx$ gehemmt ist, so braucht nicht auch noch $my$, weder ganz *noch theilweise* gehemmt zu werden; eins von beiden ist genug, weil der Nothwendigkeit des Sinkens Genüge geschah, und dieselbe aufhört, sobald von zweien Entgegengesetzten das eine verschwindet.

Ist nun ferner $y<x$; so realisirt sich die Grösse des Gegensatzes darum nicht in einem grössern Paar. Der Ueberschuss des $x$ über $y$ vergrössert zwar $x$ selbst, aber auf $x$ allein passt kein Begriff eines Gegensatzes. Darum ändert sich auch nicht die Hemmungssumme, sondern sie bleibt $=my$; weil sie mit keiner einzelnen Vorstellung etwas zu thun hat.

Wenn dagegen $y>x$, so ist der Ueberschuss des $y$ über $x$ nicht für das Paar vorhanden; die Hemmungssumme ist nun $=mx$.

Sollen wir nun etwa diese Darstellung noch vereinfachen? Wir würden es können, wenn die Vorstellungen eben so wenig ein Quantum ursprünglicher Stärke in sich trügen, wie die Fixsterne für das Auge einen merklichen Durchmesser haben. Dann bliebe doch noch immer eine Gradbestimmung für Klarheit und Verdunkelung; so wie, im Gleichnisse, für die Fixsterne ein Unterschied der Klarheit in Folge der heitern oder trüberen Atmosphäre. Dann würden wir geradezu sagen: der Hemmungsgrad $m$ ist selbst die Hemmungssumme; und zwar unmittelbar durch den Begriff, weil die Hemmungssumme eben nichts anderes sein soll, als die gefoderte Negation der *Klarheit*, d. h. der Wirklichkeit des *Vorgestelltwerdens* in dem gegebenen Paar. (Wir drücken uns so aus, damit man nicht eine

Verdunkelung mit einer Verminderung der ursprünglichen Stärke verwechsele.)

Wie aber bei den uns näheren leuchtenden Körpern es einen Durchmesser, also eine Vervielfältigung der leuchtenden Puncte giebt, und ausserdem auch eine Intensität des Lichts für jeden einzelnen Punct: so giebt es für ein Paar Vorstellungen, die gleich stark sind, erstlich einen gemeinsamen Grad dieser gleichen Stärke (analog der scheinbaren Grösse der leuchtenden Fläche), und zweitens eine Intensität des in diesem Paare liegenden Gegensatzes (analog der Intensität des Lichts). Darum entsteht ein Product, worin beide Grössenbestimmungen sich vereinigen. Den Grad der gleichen Stärke nannten wir oben $x$ oder $y$; die Intensität des Gegensatzes $m$; daher das Product $mx$ oder $my$. In diesem Product ist $m$ der Multiplicandus; $x$ oder $y$ der Multiplicator; wären aber $x$ und $y$ etwan nicht gleich, so könnte der Ueberschuss des einen über dem andern sich mit dem Begriff $m$ nicht verbinden, der überall, bei jedem Minimum seiner Anwendbarkeit, ein Paar voraussetzt.

Ungeachtet dessen nun, was hier vom Ueberschusse gesagt worden, liegt vor Augen, dass, falls $x > y$, die Hemmungssumme auch dann verschwindet, wenn $mx$ gehemmt wird; lediglich darum, weil die wahre Hemmungssumme $my$ in der Grösse $mx$ als ein Theil derselben enthalten ist. Diese Ueberlegung gehört dahin, wo für drei Vorstellungen die Hemmungssumme gesucht wird;* welches für jetzt in Ansehung der Schwierigkeit, die aus Verschiedenheit der Hemmungsgrade entstehen kann, nicht in Betracht kommt. Nur einen Punct müssen wir erwähnen.

Man könnte nämlich aus dem Vorstehenden den unrichtigen Schluss ziehen, bei drei Vorstellungen gäbe es drei Paare, folglich für jedes Paar eine Hemmungssumme, die sich solchergestalt aus drei Grössen zusammensetzen würde. Wenn z. B. $m = 1$, und für drei Vorstellungen $a$, $b$, $c$, (wovon $a$ die stärkste, $c$ die schwächste,) die Hemmungssumme zu suchen wäre: so hätte man in dem Paare $ab$, die Hemmungssumme $= b$; in $ac$ wäre sie $c$, in $bc$ nochmals $c$; mithin zusammen $b + 2c$.

Allein in dem Paare $ab$ — wiewohl wir von dem Hemmungs-

* Psychologie §. 52.

verhältniss noch nichts Bestimmtes erwähnten, wird doch gewiss nicht *a* den grössten Theil der Hemmung erleiden, sondern mehr als die halbe Hemmungssumme wird auf das schwächere *b* fallen. Desgleichen in dem Paare *ac* mehr als die halbe Hemmungssumme wird auf *c* fallen. Also auf *b* und *c* zusammen mehr als $\frac{1}{2}(b+c)$, mithin mehr als $\frac{2c}{2}=c$. Daher ist die Hemmungssumme, welche in dem Paare *bc* anzunehmen wäre, schon überstiegen; wie könnte man denn dieses Paar noch von neuem in Rechnung nehmen? Die Hemmungssumme ist demnach $b+c$.

Was nun ferner das Hemmungsverhältniss anlangt, so ist der einfachste Gedanke, der sich sogleich darbietet, dieser: nachgeben müssen ist Schwäche; das Gegentheil ist Stärke. Je mehr Stärke, desto geringer die Nothwendigkeit, nachzugeben. Also wenn die Hemmungssumme, die wir durch den allgemeinen Begriff der Nothwendigkeit des Sinkens dachten, jetzt auf jede einzelne Vorstellung bezogen wird: so entsteht — zwar nicht Vertheilung einer wirklichen Last, — aber eine solche Determination jenes allgemeinen Begriffs, dass es für die schwächeren Vorstellungen nothwendiger sei zu sinken (d. h. an Klarheit zu verlieren), als für die stärkeren. Auf den Comparativ: *nothwendiger*, kommt es hier an; denn der Positivus: *nothwendig*, liegt schon in der Hemmungssumme. Die Stärke hat Widerstand zur Folge gegen die Veränderung des Zustandes jeder Vorstellung; die stärksten Vorstellungen erleiden die geringste Veränderung, und zwar einfach in Folge der Stärke. Das heisst, sie erleiden die Verdunkelung im umgekehrten Verhältniss ihrer Stärke. Daher *a*, *b*, *c* in den Verhältnissen $\frac{1}{a}$, $\frac{1}{b}$, $\frac{1}{c}$ oder *bc*, *ac*, *ab*; und weil die Hemmungssumme ein Quantum ist, welches den sämmtlichen einzelnen Verdunkelungen gleich kommen muss, so wird die Vertheilungsrechnung nöthig, welche so steht:

$$(bc+ac+ab) : \begin{cases} bc \\ ac \\ ab \end{cases} = (b+c) : \begin{cases} \frac{bc(b+c)}{bc+ac+ab} \\ \frac{ac(b+c)}{bc+ac+ab} \\ \frac{ab(b+c)}{bc+ac+ab} \end{cases}$$

Daran knüpfen wir sogleich eine leichte Bemerkung.

Man multiplicire $a$ mit dem, was von ihm soll gehemmt werden; desgleichen $b$; endlich $c$. Man bekommt

$$\frac{a \cdot bc(b+c)}{bc+ac+ab}, \quad \frac{b \cdot ac(b+c)}{bc+ac+ab}, \quad \frac{c \cdot ab(b+c)}{bc+ac+ab}.$$

Diese Grössen sind sämmtlich gleich. Auf ähnliche Weise kann man schon für zwei Vorstellungen gleiche Producte erhalten, wenn jede Vorstellung, sofern sie durch eine Zahl als Bezeichnung ihrer verhältnissmässigen Stärke ausgedrückt ist, multiplicirt wird in das Quantum Hemmung, was sie zu erleiden hat. Der Sinn hievon ist nicht schwer zu finden. Nach der Hemmung sind die Vorstellungen im Gleichgewichte. Die allgemeine Nothwendigkeit des Sinkens war für alle gleich; diese Gleichheit zeigt sich eben so wohl in dem geringeren Nachgeben der stärkeren, als in dem grössern der schwächern. Betrachtet man die Hemmung als Spannung, d. h. als einen Grad des Zurückstrebens in die ursprüngliche Klarheit, so ist die Wirksamkeit der zurückstrebenden Vorstellung theils abhängig von der ursprünglichen Stärke, theils von der Spannung; wenn nun jede Vorstellung gleich stark wirkt gegen die andern, um ihnen die allgemeine Nothwendigkeit des Sinkens aufzuerlegen; so ist Ruhe mitten in der Spannung. Weitere Aufklärung hierüber hängt ab vom Begriffe der Spannung. Zuvörderst aber können wir diejenige Formel erreichen, auf welche im Folgenden am meisten ankommt. Es ist diejenige, welche entsteht, wenn

$$c = \frac{ab(b+c)}{bc+ac+ab}$$

gesetzt wird. Daraus ergiebt sich

$$c = b\sqrt{\frac{a}{a+b}}.$$

Wir haben diese Formel mit dem Namen der *Schwellenformel* bezeichnet. Wäre die schwächste der drei Vorstellungen genau in dem Verhältniss zu beiden stärkern, wie die Formel anzeigt, so wäre das Gehemmte gerade so gross wie die Vorstellung selbst; sie würde ganz gehemmt, doch so, dass der mindeste Zusatz ihr die Kraft geben würde, noch eine Spur von Klarheit neben den stärkern Vorstellungen zu behalten, also gleichsam sich auf der Schwelle des Bewusstseins zu behaupten.

Die Bemerkung, dass für $a = b$ sich ergiebt

$$c = b\sqrt{\tfrac{1}{2}},$$

wird im Folgenden oft gebraucht werden.

Gegen die obige vorläufige Darstellung vom Gleichgewichte der Vorstellungen wird man vielleicht einwenden, sie passe nicht auf mehr als zwei Vorstellungen in den Fällen, wo ungleiche Hemmungsgrade vorkommen. * Die Quanta der Hemmung erscheinen nämlich dort unter der Firma:

für *a*, für *b*, für *c*,

$$\frac{bc\varepsilon S}{bc\varepsilon + ac\eta + ab\vartheta}, \quad \frac{ac\eta S}{bc\varepsilon + ac\eta + ab\vartheta}, \quad \frac{ab\vartheta S}{bc\varepsilon + ac\eta + ab\vartheta}.$$

Multiplicirt man diese Grössen nach der Reihe mit *a*, *b*, *c*, so fallen die Producte ungleich aus, weil die Factoren $\varepsilon$, $\eta$, $\vartheta$, ungleich sind. Allein diese Incongruenz ist blosser Schein.

Zwischen *a* und *b* sei der Hemmungsgrad *p*, zwischen *a* und *c* sei derselbe *n*, zwischen *b* und *c* sei er *m*; wo *p*, *n*, *m*, ächte Brüche oder höchstens $=1$ sind. Alsdann bedeutet in den obigen Formeln allemal $\varepsilon = p + n$, $\eta = p + m$, $\vartheta = m + n$. Diese Werthe setze man in die Formeln, und überlege zugleich, dass dadurch das Gehemmte von *a*, *b*, *c*, jedesmal in zwei Theile zerfällt, und dass es darauf ankommt zu sehen, ob *a* mit *b*, *a* mit *c*, *b* mit *a*, *b* mit *c*, *c* mit *a*, *c* mit *b*, also sämmtliche Paare unter sich im Gleichgewichte seien. Nach geschehener Multiplication der Hemmungsgrössen mit *a*, *b*, *c*, ergiebt sich, wenn wir den überall gleichen Divisor weglassen:

| für *a* | für *b* | für *c* |
|---|---|---|
| 1) $a \, . \, bcSp$ | 3) $b \, . \, acSp$ | 5) $c \, . \, abSm$ |
| 2) $a \, . \, bcSn$ | 4) $b \, . \, acSm$ | 6) $c \, . \, abSn$, |

wo 1 mit 3, 2 mit 6, und 4 mit 5 im Gleichgewicht, und hiemit Ruhe vorhanden ist.

Dies wirft ein Licht zurück auf die obige Rechnung für den überall gleichen Hemmungsgrad $m = 1$. Denn dort auch muss eigentlich *a* sowohl mit *b* als mit *c*, desgleichen *b* mit *a* und mit *c*, und *c* mit *a* sowohl als mit *b* ins Gleichgewicht treten. Ist $m = n = p = 1$, so wird $\varepsilon = \eta = \vartheta = 2$; und die Grössen $\frac{2bcS}{2bc + 2ac + 2ab}$ u. s. w. verlieren bloss den Factor 2, weil er im Nenner und Zähler gleich ist. Dagegen wenn *m*, *n*, *p*, ungleich sind, bestimmt jeder von diesen Hemmungsgraden in einem Paare die Hemmung.

Es bleibt jetzt noch übrig, dass wir den Begriff der Spannung genauer bestimmen. Er drückt das Verhältniss aus,

* Psychologie, §. 54.

welches zwischen der ganzen Vorstellung, in Hinsicht ihrer ursprünglichen Stärke, und ihrem Gehemmten statt findet. Man kann von einer Vorstellung $=10$, wenn ein Quantum derselben $=5$ gehemmt worden, sagen, sie sei eben so gespannt, wie eine andre $=6$, wenn von derselben das Quantum $=3$ gehemmt ist. Heisst das Gehemmte, oder die Depression, $D$, die Vorstellung $A$, so ist die Spannung $=\frac{D}{A}$. Wendet man dies an auf das Hemmungsverhältniss dreier Vorstellungen $a$, $b$, $c$, also auf die Verhältnisszahlen

$$bc\varepsilon,\ ac\eta,\ ab\vartheta,$$

so ist das Verhältniss der Spannungen

$$\frac{bc\varepsilon}{a},\ \frac{ac\eta}{b},\ \frac{ab\vartheta}{c},$$

$$\text{oder}\quad b^2c^2\varepsilon,\ a^2c^2\eta,\ a^2b^2\vartheta,$$

so dass, wenn $\varepsilon=\eta=\vartheta$, alsdann die Spannungen dem Quadrate der Verhältnisszahlen gemäss bestimmt werden. Der Begriff der Spannung ist nun ein ganz abstracter Begriff von dem Zustande, worin eine Vorstellung sich befinde, indem sie mehr oder weniger gehemmt, also von der ursprünglichen Klarheit abgewichen, und in Verdunkelung gerathen ist. Das Quantum des Gehemmten sowohl als das Quantum des ursprünglich klaren Vorstellens ist hier durch die Abstraction bei Seite gesetzt. Will man den abstracten Begriff durch Determination zu demjenigen zurückführen, welcher die Wirksamkeit jeder Vorstellung im Gleichgewichte mit andern bestimmen soll: so gehören dazu zwei Schritte, und man kann sich dieselben in folgender Art deutlich machen. Erstlich ist die angegebene Spannung in jedem beliebigen Theile der von der Hemmung betroffenen Vorstellung zu finden; und die Energie, welche aus der Spannung hervorgeht, ist grösser oder kleiner, wenn bei gleicher Spannung die Vorstellung selbst grösser oder kleiner ist. Man multiplicire also die zuletzt angegebenen Verhältnisszahlen, welche der Spannung gelten, durch die Stärke der Vorstellungen selbst; so kommt

$$ab^2c^2\varepsilon,\ ba^2c^2\eta,\ ca^2b^2\vartheta.$$

Jetzt ist weiter zu überlegen, dass diese gefundenen Energieverhältnisse, (welche den Hemmungsverhältnissen $bc\varepsilon$, $ac\eta$, $ab\vartheta$, gleich sind, weil man durch $abc$ dividiren kann,) noch mit demjenigen müssen verglichen werden, was jede Energie zu bewirken hat, und worauf sie deshalb verwendet wird. Bei der

schwächsten Vorstellung ist zwar die Energie, worin sie durch stärkere Spannung versetzt ist, am grössten; dagegen ist desto mehr von ihr gehemmt worden, und die Wirksamkeit der Energie fällt desto *geringer* aus, je *mehr* dadurch zu vollbringen ist. Umgekehrt verhält sichs bei den stärkern Vorstellungen. Was zu vollbringen ist, das bestimmt sich nach dem Quantum des Gehemmten; denn dies soll wo möglich wieder in die Klarheit zurückversetzt werden. Um also aus den Energieen die Wirksamkeiten zu finden, multiplicire man die Energieverhältnisse mit den umgekehrten Verhältnissen des Gehemmten. Man hat demnach

$$\frac{ab^2c^2\iota}{bc\iota}, \quad \frac{ba^2c^2\eta}{ac\eta}, \quad \frac{ca^2b^2\vartheta}{ab\vartheta},$$

oder $abc, \quad bac, \quad cab,$

das heisst, die Wirksamkeiten sind gleich; oder das Gleichgewicht ist vorhanden, während die Spannungen von dem umgekehrten Verhältniss der Quadrate der ursprünglichen Stärke abhängen.

Es war demnach nicht einmal nöthig, die Factoren $\iota$, $\eta$, $\vartheta$, in ihre Bestandtheile aufzulösen; jedoch war es dienlich, um das Gleichgewicht in sämmtlichen Paaren nachzuweisen. Sind die Hemmungsgrade gleich, so kann man, statt mit $bc$, $ac$, $ab$ zu dividiren, auch mit $a$, $b$, $c$ multipliciren. Dies dient zur Vergleichung mit dem Obigen.

Hiemit wird die Irrung vermieden sein, welche aus einem minder behutsamen Gebrauche des Worts *Spannung* in dem grössern Werke, vielleicht dann entstehen könnte, wenn man den Zusammenhang ausser Acht liesse. *

Die hier entwickelten Begriffe sind *allgemein;* und man mag sie in ihrer Allgemeinheit prüfen, um sich zu überzeugen, dass dabei auf keine specielle Anwendung gerechnet wird; während alle Proben, worin sie sich bewähren sollen, nur speciell sein können.

Nur Weniges ist noch beizufügen in Ansehung des zweiten der hier folgenden Aufsätze. Weniges kann genügen, weil die Wichtigkeit der Untersuchung über das Vorstellen des Zeitlichen für die gesammte Philosophie, allgemein bekannt und

* Psychologie §. 58 weiset zurück auf §. 43, und hiemit auf den Satz: die Vorstellung wirkt in dem Verhältniss, in welchem sie leidet.

anerkannt ist. Wir erinnern kurz an Kant. Bei ihm hing die Religionslehre an der Freiheitslehre; die Freiheit aber, als ein Glaubensartikel (nicht als ein Gegenstand des eigentlichen Wissens, denn das sollte sie nach ihm überall nicht sein,) hing am kategorischen Imperative. Wie war denn diese Verbindung beschaffen? Das kategorische Sollen trat in den schärfsten Gegensatz gegen alles Müssen; dem Müssen aber, das heisst, der Naturnothwendigkeit, wurde die gesammte Zeitlichkeit zugewiesen. In die Zeit fiel die Causalität, soweit Causalverhältnisse Gegenstände der Erkenntniss sein möchten. Um der unbegreiflichen Causalität, welche daneben der Freiheit eingeräumt bleiben sollte, Respect zu verschaffen, musste ihr Zeitlosigkeit beigelegt werden. Dies stand in der genauesten Verbindung mit der kantischen Lehre von der Zeit als einer reinen Anschauung, welche, man weiss nicht warum? und wie? nun einmal dem menschlichen Geiste inwohnen sollte.

Was wir gegen diese Lehre (sowohl in der Psychologie als in der Metaphysik) schon längst vorgetragen haben, bedarf für jetzt keiner Wiederholung, noch weiteren Ausführung. Wir lassen auch hierüber Thatsachen reden; Thatsachen, die man hätte genauer untersuchen können, wenn auch nur der mindeste Gedanke an Mechanik des Geistes dazu gekommen wäre. Scheut man sich freilich vor diesem Gedanken, so unterlässt man die Untersuchung; aber die Thatsachen bleiben.

Dass eine solche Untersuchung an die, in der Zeit fortlaufende, Evolution unserer Vorstellungsreihen erinnert, liegt vor Augen; und die Wichtigkeit der Reihenbildung wird immer mehr erkannt werden, je tiefer man in die Psychologie eindringt.

Auf der Reihenbildung, und der davon abhängenden reihenförmigen Reproduction, beruht auch, wie am gehörigen Orte gezeigt, die Auffassung des Räumlichen. Hiemit sind *Hemmungen wegen der Gestalt* verbunden; deren Untersuchung durchaus verschieden sein muss von jener Bestimmung der Hemmungssumme und des Hemmungsverhältnisses in Ansehung derjenigen Wahrnehmungen, welche in unmittelbarer Empfindung bestehn. Wer nur im mindesten geübt ist, Form und Materie der Erfahrung zu unterscheiden, der sollte dies wissen; allein es scheint dennoch nöthig daran zu erinnern. Denn der Hauptgrund, weshalb die obigen Lehren von der Hemmungssumme und dem Hemmungsverhältniss so wenig sind begriffen worden, liegt

allem Anschein nach darin, dass man versuchte, sie anzubringen, wo sie nicht passen. Die Hemmung wegen der Gestalt dringt sich jeden Augenblick als Thatsache auf; wer nur meint, *diese* Thatsache habe unmittelbar durch *jene* Principien erklärt werden sollen, der wendet die Principien falsch an, und es kann nicht fehlen, dass er in Verwirrung gerathe. Lediglich um solcher Verwirrung zu steuern, wollen wir hier einige Sätze nackt hinstellen, die man leugnen mag, wenn man kann; ihren Dienst werden sie leisten, wenn sie begreiflich machen, dass Hemmung wegen der Gestalt etwas anderes sein müsse, als Hemmung unter einfachen Empfindungen.

Ein Punct, auf einer gleichfarbigen Ebene gesehen, zieht den Blick von allen Seiten zu sich hin, und entlässt ihn nach allen Seiten.

Zwei Puncte, auf einer gleichfarbigen Ebene gesehen, ziehen den Blick gegen ihren Mittelpunct hin.

Eine gerade Linie lenkt den Blick von einem Puncte zum andern, und nach beiden Seiten über die Endpuncte hinaus zu einer unbestimmten Verlängerung der Linie.

Ein Winkel lenkt den Blick zwischen seine Schenkel, gegen den Winkelpunct hin, und von da zurück unbestimmt in den Sector hinaus, welcher dem Winkel zugehört.

Drei Puncte in einer Ebene können *gleichmässig* nur von dem Mittelpuncte des Kreises aus gesehen werden, in dessen Peripherie sie liegen. Nun entstehen grosse Unterschiede, wenn dieser Mittelpunct in der Fläche des Dreiecks, oder ausserhalb derselben liegt. Beim gleichseitigen Dreieck findet das Auge ihn leicht; beim spitzigen gleichschenklichten Dreieck sucht es ihn auf der Mittellinie, wird aber bald gegen die Mitte der Grundlinie, bald gegen die Spitze hingelenkt; beim stumpfen gleichschenklichten Dreieck gelangt es kaum über die, dem Dreiecke zugehörige Fläche hinaus; beim ungleichseitigen Dreiecke, besonders wenn darin ein stumpfer Winkel vorkommt, geräth es vollends in ein ungewisses Schwanken. Derjenige Punct, von welchem die Entfernungen der gegebenen drei Puncte zusammengenommen, ein Minimum ausmachen würden, sollte eigentlich das Gesichtsfeld, als Mittelpunct desselben, bestimmen; allein wenn auch der Blick sich auf diesen Punct heftete, so würde doch immer der entfernteste Punct des Dreiecks schwächer gesehen werden, als die beiden

näher liegenden, die das Auge mehr für sich gewinnen, und es gegen den Mittelpunct ihrer Distanz hinziehn. Sobald dies geschieht, geht die Auffassung der Gestalt fühlbar verloren; der entfernteste Punct wird wieder gesucht; aber die ganze Auffassung pflegt eher abzubrechen, bevor jenes Hin- und Herschwanken völlig zur Ruhe gekommen ist.

Wir wollen nun nicht etwa noch bis zu unregelmässigen Vierecken und Fünfecken fortschreiten, deren Auffassung noch schwieriger, und mit grösserer Unruhe verbunden ist, weil sich der Mittelpunct desjenigen Gesichtsfeldes, welches dem Zusammenfassen zum gleichmässigen Sehen am günstigsten wäre, noch schwerer möchte bestimmen lassen; und weil selbst, wenn er gefunden wäre, doch immer noch an der Gleichmässigkeit etwas mangeln würde.

Regelmässige Polygone, je mehr Seiten sie haben, werden um desto leichter gefasst, weil sie sich dem Kreise nähern, und hiemit den Blick in dessen Mittelpunct lenken. Daraus ersicht man sogleich, dass die Vorstellung eines regelmässigen Hunderteeks und eines regelmässigen Tausendecks sich fast gar nicht hemmen, weil beide in der Vorstellung des Kreises beinahe zusammenfallen; während Quadrat und gleichseitiges Dreieck einander noch stark entgegengesetzt sind, obgleich bei weitem nicht so sehr, als die Vorstellungen solcher ungleichseitigen Dreiecke, deren Winkel sehr verschieden sind.

Wie nun, wenn Jemand uns zwei ungleichseitige Dreiecke vorlegte, mit der Zumuthung, hier die Hemmungssumme und das Hemmungsverhältniss zu bestimmen? Wie vollends, wenn man eine solche Aufgabe in Bezug auf zwei verschiedene Gesichtsbildungen, oder nur in Bezug auf die Mienen stellte, in welche ein und dasselbe Gesicht kann verzogen werden?

Fragen aufwerfen, um Zweifel zu erregen, ist leicht. Wer aber Fragen zu beantworten wünscht, muss zuerst Ordnung in die Fragen bringen.

Wer noch an dem Vorurtheil hängt, das Räumliche sei simultan, *folglich* auch die *Vorstellung* des Räumlichen ohne Succession, der enthalte sich aller Fragen an die Psychologie in Bezug auf das Räumliche. Die kantische Meinung von den sogenannten reinen Anschauungen *a priori*, als den Schätzen, worin alle räumlichen und zeitlichen Constructionen enthalten wären, so dass man sie nach Belieben herausgreifen könne,

hatten alle Untersuchung dieser Gegenstände erdrückt; aus dieser Befangenheit musste man zuerst herausgehn. Dann aber folgte die Ueberlegung, dass die Nachforschung in Ansehung des Zeitlichen wenigstens einfacher ist, als die des Räumlichen mit seinen drei Dimensionen; und dass selbst die des Zeitlichen nicht eher möglich ist, als bis man die Reproductionsgesetze kennt, nach welchen der Gedankenlauf sich zeitlich entwickelt und gestaltet.

Fragt z. B. Jemand, welche Hemmung statt finde zwischen einem Hexameter und einem Pentameter? so bietet sich leicht die Antwort dar: der Pentameter lässt in der Mitte und am Ende eine Sylbe vermissen, welche der Hexameter besitzt. Aber woher das Vermissen? Das setzt eine versuchte Reproduction voraus; und um dies zu verstehen, muss man erst Untersuchungen über die Auffassung der Rhythmen angestellt haben, zu welchen wieder die Untersuchung über das Zeitmaass den Weg bahnen muss.

Wäre die Rede von der Abschätzung räumlicher Grössen durchs Augenmaass, also, um beim Einfachsten stehen zu bleiben, davon, wie man es anfange, die Distanz zweier Puncte so aufzufassen, dass man den dritten Punct finden könne, welcher vom zweiten eben so weit abstehn solle, als der zweite vom ersten: so kämen drei Umstände in Frage. Erstlich: die Verschmelzung unter den Vorstellungen des ersten und zweiten Punctes; denn diese Verschmelzung wird geringer, wenn der Zwischenraum grösser ist. Zweitens das Einschieben des Umgebungsraums, den wir zu jedem sichtbaren Gegenstande, vermöge der unbestimmten Reproduction früherer Raumvorstellungen, hinzudenken. Drittens diejenige Reproduction des ersten Puncts, durch welche wir denselben in Gedanken an die Stelle des zweiten setzen, um von da aus noch einmal die nämliche Distanz zu wiederholen; auf ähnliche Weise, wie wenn man einen Maasstab, anstatt ihn umzuschlagen, vielmehr soweit fortrückt, als seine ganze Länge beträgt. Alle drei Umstände können beim Augenmaasse zusammenwirken. Man bemerkt leicht, dass es für jeden derselben eine Analogie beim Zeitmaasse giebt. Daher mag man Vergleichungen zwischen Augenmaass und Zeitmaass anstellen; nur ist nicht zu vergessen, wie viel schwieriger die Betrachtung des Zeitmaasses werden muss, weil für das Auge zwar die gegebene Raumdistanz

stehen bleibt, und der Beobachtung immer zugänglich ist, hingegen das Zeitmaass verloren geht, wenn es einmal verfehlt war und nicht von neuem gegeben wird.

Dass aber das Zeitmaass sich vesthalten lässt, zwar nicht mit mathematischer Genauigkeit, jedoch zu mannigfaltigem Gebrauche hinreichend, ist Thatsache. Nun liegt jedes Maass zwischen zwei Grenzen, und bedarf sowohl der einen, als der andern, um vestgehalten zu werden. Also kann das Zeitmaas nicht eher *gegeben* sein, als bis der zweite Einschnitt in die Zeit zum ersten hinzukommt; und es wäre schon verloren, noch ehe es gegeben ist, wenn der erste Einschnitt nicht *vestgehalten* wäre, indem der zweite dazu tritt.

Das blosse Vesthalten aber würde auch nichts helfen. Bliebe eine durchs Wahrnehmen gewonnene Vorstellung unverändert im Bewusstsein, so würde sich dieselbe durch Wiederholung bloss verdoppeln, verdreifachen, überhaupt verstärken. Also muss die Vorstellung, durch welche der erste Einschnitt in die Zeit gegeben, und der erste Zeitpunct vestgestellt wird, sich während der von nun an verlaufenden Zeit irgendwie verändern. Diese Veränderung muss nahe der Zeit selbst proportional sein, weil sich das Zeitmaass innerhalb solcher Grenzen, die sich nicht genau angeben lassen, beliebig veststellen lässt. Es giebt nämlich Zeitabschnitte, die zu nahe, andere, die zu fern stehn, als dass ihre Distanz sich unmittelbar schätzen, vollends sich zur Auffassung des Tacts gebrauchen liesse; es giebt aber zwischen Beidem noch eine ziemlich weit offene Möglichkeit schnellern und langsamern Tactes, worin die Zeit so abgemessen wird, wie man ihr Maass willkürlich bestimmt hatte.

Welche Veränderung ist es nun, die, proportional der Zeit, mit der Vorstellung des ersten Tactzeichens, während des ersten Zeittheils, vor sich geht; dergestalt, dass die Grösse dieser Veränderung zum Maasse wird, dessen Gleichheit sich wieder erkennen lässt, wenn zum zweiten Tactzeichen das dritte, zum dritten das vierte, und so ferner, hinzukommt? — Wenn der Arzt den Puls fühlt, so sind die Pulsschläge die Tactzeichen. Wie weiss nun der Arzt, ob der Puls gleichmässig geht oder nicht? Sein Vorstellen dessen, was er fühlt, muss während der Zwischenzeiten beharren, aber auch sich verändern; die Veränderung muss bestimmt sein durch den

langsamern oder schnellern Puls; und die Gleichheit der Veränderungen muss ihm bemerklich sein, mit hinreichender Genauigkeit, damit er den Zustand des Kranken darnach beurtheile. Welches sind diese Veränderungen? Das ist die Frage.

Man kann an qualitative oder an quantitative Veränderungen denken. Eine qualitative Veränderung ereignet sich bei solchen Vorstellungen, die an Schärfe der Bestimmtheit verlieren. Man hat etwa eine Person im blauen Kleide gesehn; sollte man aber dem Kaufmann, der viele blaue Tuchproben vorzeigt, angeben, welches Blau? so würde man schwanken zwischen mehrern Nüancen. Man weiss etwa, dass eine eben gehörte Musik in C dur gesetzt ist; brächte aber nun Jemand mehrere Stimmgabeln herbei, und man sollte sagen, nach welcher von diesen Stimmgabeln die Instrumente gestimmt waren, so bemerkt man, dass die Vorstellungen, die man aufbehalten hat, nicht so vest bestimmt sind, um hierüber zu entscheiden.

Vielleicht also ist jene Veränderung während des Verlaufs einer kurzen Zwischenzeit, nach welcher beim Pulsschlage gefragt wurde, auch schon ein anfangendes Uebergehn aus Bestimmtheit in Unbestimmtheit; und die Erneuerung der Pulsschläge ist eine Wiederkehr zur vorigen Bestimmtheit. Die Auffassung des Tacts wäre dann znm Theil eine Art von Gradmessung solches Uebergangs, nämlich wegen der Zeit, welche der Uebergang verbraucht.

Man wird tiefer unten die verworrenen Nebenvorstellungen berücksichtigt finden, * durch welche die Tactzeichen ihre Bestimmtheit verlieren können. Wir haben geglaubt, diesen Umstand von der Untersuchung nicht ausschliessen zu dürfen; jedoch wir sind weit entfernt, uns auf ihn allein zu verlassen. Nicht sowohl deshalb, weil die Unbestimmtheit eben unbestimmt ist, denn wenn sie in den nach einander folgenden Zeit-Abschnitten nur gleich bleibt, so kann sie auch deren Gleichheit fühlbar machen. Es ist nicht einmal nöthig, dass sie *ganz* gleich bleibe; die entferntern Nebenvorstellungen können durch die Hemmung abgeschnitten werden, während die nähern, fast gleichartigen, sich mehr emporheben; im Aufmerken auf den

* Dass man die verworrenen Vorstellungen dessen, was zum Umfange eines Allgemeinbegriffs gehört, von den bloss verdunkelten sorgfältig unterscheiden muss, haben wir längst bemerklich gemacht. Psychologie, §. 122.

Tact liegt überdies ein absichtliches Abstrahiren von dem, was nach dem Tacte geschieht oder gethan wird. Es ist auch gewiss, dass der Tact wirklich nicht immer, wo er vorkommt, auch wahrgenommen wird; vielmehr wird er leicht verloren, und es gehört nicht geringe Uebung dazu, ihn vestzuhalten; zunächst aber kommt nur das in Betracht, was der Möglichkeit einer solchen Uebung ursprünglich zum Grunde liegt. Endlich darf man die Frage, ob Jemandem die Zeit kurz oder lang vorkomme, hier nicht einmischen, denn was lang oder was kurz scheint, kann gleich gefunden werden; auch hängen die Grenzen, innerhalb deren im allgemeinen der Tact bemerkbar ist, nicht von subjectiven Gemüthsstimmungen ab.

Allein es giebt eine Klasse von Thatsachen, die uns erinnerten, auf jene qualitative Veränderung des Vorstellens nicht zuviel zu rechnen. Diese Thatsachen sind dem Zeitmaasse so eigenthümlich, dass schwerlich beim Auffassen gleicher Grössen im Raume etwas Aehnliches kann nachgewiesen werden. Es sind die Unterschiede der guten und schlechten Tactzeiten, die in der Metrik und Musik eine so wichtige Rolle spielen. Diese aus irgend welchen Einschiebungen verworrener Nebenvorstellungen zu erklären, scheint unmöglich. Mag immerhin das Eingeschobene, und hiemit der Uebergang aus Bestimmtheit in Unbestimmtheit, gleich gross sein; und mag damit das Einschieben eines Vorstellens des Umgebungsraumes zwischen zwei Raumpuncte (etwa zwischen zwei Sterne, während man den nächtlichen Himmel betrachtet,) noch so genau correspondiren: so werden doch die guten und schlechten Tactzeiten ungleich aufgefasst; und diese Ungleichheit bei aller Gleichheit der Zeitdistanzen, welche gerade dem Zeitlichen selbst beigelegt wird, und keineswegs etwan aus andern, fremden Umständen hergeholt ist, scheint das Problem in solchem Grade zu erschweren, dass wir von jedem Versuch der Auflösung hätten abstehen müssen, wären uns nicht die Principien der Mechanik des Geistes zu Hülfe gekommen.

Auch hier aber musste erst ein Zweifel überwunden werden. Es konnte nämlich scheinen, als wäre das Fortsetzen einer Zeitreihe nach gegebenem Zeitmaasse bloss ein besonderer Fall der Reproduction gegebener Reihen überhaupt, auch lässt sich nicht leugnen, dass Verse oder Melodien, die man aus dem Gedächtnisse wiederholt, zur Evolution der Reihen ge-

hören. Aber nach allem, was wir von dieser Evolution erforscht haben, geschieht sie durch ein continuirliches Heben und Sinken der Reihenglieder; und so blieb in Frage, woher denn die bestimmten, plötzlichen Einschnitte in die Zeit kommen sollen, welche man durch Tactschläge bezeichnet? Dieser Umstand wies uns endlich dahin, das Zusammentreffen einer sinkenden und einer steigenden Vorstellung, die, in wiefern sie in Gemeinschaft gerathen sind, auch eine gemeinschaftliche Bewegung zu machen hätten, genauer zu untersuchen. Bei dieser Gelegenheit hat sich das Resultat herausgestellt, dass man für die psychologische Rechnung *die Einheit der Zeit* mit Wahrscheinlichkeit auf zwei bis drei Secunden setzen kann; schwerlich viel kürzer und gewiss nicht viel länger. Die Frage nach den Einheiten, welche den Zahlen zum Grunde liegen, ist demnach kein Medusenhaupt, womit man die mathematische Psychologie schrecken könnte.

Diejenigen, welche gewohnt sind, in ihren Betrachtungen über das Zeitliche mit der unendlichen Zeit anzufangen, mögen zusehn, wie sie in ihrem Herabsteigen zum Endlichen das Zeitmaass erreichen, und die angeführten Thatsachen erklären wollen. Können sie das nicht, oder begnügen sie sich mit Allgemeinheiten, die sich nicht ins Einzelne verfolgen lassen, so mögen sie begreifen, dass sie vom Unendlichen nicht hätten ausgehen sollen. Ferner mögen sie alsdann begreifen, dass ihnen der unendliche Raum eben so wenig dienen kann, ihm bestimmte Constructionen abzugewinnen; am wenigsten solche, die einen ästhetischen Werth oder Unwerth in sich tragen. Das Abwerfen der Schranken bezeichnet in der Philosophie den Anfänger; Maass und Gestalt wieder zu gewinnen, ist die Aufgabe für die Meister.

Nicht anders verhält sichs im Gebiete der Begriffe. Leere Allgemeinbegriffe treiben sich überall herum; damit ist weder die geistige noch die körperliche Natur zu erkennen.

Unser Zweck war, die Quellen der Psychologie weiter als bisher zu eröffnen. Darum haben wir uns bequemt, aus der Höhe der Allgemeinheiten so tief als möglich herabzusteigen, und bestimmte Thatsachen in Betracht zu ziehn. Gelangt man einmal zu der Einsicht, wie viel diese zu denken geben, so wird man ja hoffentlich auch überlegen, wie viel noch zu thun, und wie die Hülfsmittel des Denkens zu benutzen sind.

## II.

### ÜBER DIE TONLEHRE.

1. *Erste Thatsache.* Von jedem beliebigen Tone aus kann man continuirlich zu höhern und zu tiefern Tönen fortschreiten, ohne dass die höchsten oder tiefsten Töne, die man hören, vollends die man sich denken könne, sich bestimmt angeben liessen.

2. *Zweite Thatsache.* Die Unterschiede je zweier Töne lassen sich als Maasse gebrauchen, nach welchen man andre gleich grosse, grössere oder kleinere Unterschiede abmessen kann. Solche Maasse sind unter dem Namen der ***Intervalle*** bekannt.

3. *Anmerkung.* Für die Musik sind alle gleichnamigen Intervalle gleich gross. Innerhalb einer jeden Octave befinden sich die kleine und grosse Secunde, kleine und grosse Terze, Quarte, falsche Quinte, reine Quinte, kleine und grosse Sexte, kleine und grosse Septime, — völlig auf gleiche Weise, ob nun der Grundton, von welchem anfangend diese Intervalle bestimmt werden, höher oder tiefer liege. Eine Octave liefert genau eben so viele und eben solche zu unterscheidende Intervalle, als eine andre. Die geometrischen Verhältnisse der Physiker verwandeln sich für die Musik in arithmetische.

4. *Folgerung.* Da zwischen je zwei Tönen ein Continuum möglicher Uebergänge vom tiefern zum höhern liegt: so muss jedes endliche Intervall sich dividiren und multipliciren lassen; und jeder endliche Divisor oder Multiplicator muss eine endliche Grösse liefern.

5. *Frage.* Gesetzt, man habe ein Intervall, welches nicht unendlich klein, sondern schon zu gross sei, als dass die Töne, zwischen denen es liegt, für völlig einerlei genommen werden könnten: mit welcher Zahl würde man es multipliciren oder

dividiren müssen, um dasjenige Intervall zu finden, dessen Töne völlig verschieden seien?

6. *Anmerkung.* Es lässt sich leicht errathen, dass, wenn jenes Intervall ein Bruch der Octave ist, es mit dem umgekehrten Bruche müsse multiplicirt werden, um die Octave, und hiemit das Intervall der völligen Verschiedenheit zweier Töne zu ergeben. Um aber dieses zu beweisen, müssen wir weiter gehn.

7. *Dritte Thatsache.* Zwei Töne, deren Distanz eine Octave ist, haben gegen jeden mittlern Ton die gleiche harmonische Bedeutung in sofern, als sie zu einem und demselben Accorde gehören.

Das heisst: die Secunden sind umgekehrte Septimen, die Terzen umgekehrte Sexten, die Quarte ist die umgekehrte Quinte.

Damit man nicht bloss das, worauf es hier ankommt, sich genau vergegenwärtige, sondern auch an eine weiterhin ganz unentbehrliche Bezeichnung sich gewöhne: dienen zunächst die ersten vier Figuren auf beiliegender Tafel. Der Ton *c* ist hier immer durch eine Querlinie angedeutet, welche dreizehn senkrechte Parallelen durchschneidet. Zu diesem *c* ist das obere *d* die Secunde; das untere *d* die Unterseptime; der Abstand beider beträgt eine Octave; und der Secunden-Accord von *c* gilt gleich dem Septimen-Accorde von *d*. In der Figur ist das obere *d* durch einen Strich nach oben, das untere durch einen Strich nach unten angedeutet; man darf aber nicht *an der Stelle* des Strichs den Ton *d selbst* suchen, welcher hier lediglich in so fern betrachtet wird, als *c* demselben nahe, hingegen von *e*, *f*, *fis* weiter entfernt liegt. Die Absicht der Figur wird klärer werden, wenn man sich *c* auf einem Tasteninstrumente liegend denkt, wo rechtshin *d* folgt, aber linkshin, weiter abwärts, das um eine Octave tiefere *d* seinen Platz hat. Vergleicht man nämlich jetzt die zweite Figur mit der ersten, so ist leicht zu bemerken, dass ein paar Striche, deren einer, aufwärts gerichtet, das obere *e*, der andre abwärts gehende, das untere *e* bezeichnen, beide weiter rechtshin liegen, als die ähnlichen Zeichen für *d* in der ersten Figur. Eben so liegt *f* in der dritten Figur noch weiter rechts; desgleichen *fis* in der vierten Figur, während man auch hier sich hüten muss, die Töne an den Stellen zu suchen, wo ihre Zeichen stehn; da vielmehr die ganze Länge der Querlinie nur den Ton *c* bedeutet.

**Dasjenige, worauf es in diesen figürlichen Darstellungen am** meisten ankommt, ist dies: für den gegenwärtigen Zweck kann ein solcher Ton, der, wie hier *c*, als liegend *zwischen* höhern und niedern soll aufgefasst werden, nicht bloss als ein *Punct in der Tonlinie* (was er eigentlich ist), sondern er muss so betrachtet werden, als wäre er auseinandergezogen, und *als besässe er eine Ausdehnung in die Länge.* Denn es soll *in ihm* seine Verschiedenheit von einem höhern und von einem niedern als ein Quantum angesehen werden, auf dessen Bestimmung sein harmonischer Werth beruhet. Die Ausdehnung rechtshin nun bedeutet Gleichheit mit Tönen, die rechts liegen, und Gegensatz gegen Töne die links liegen; die Ausdehnung linkshin bedeutet Gleichheit mit Tönen, die links liegen, und Gegensatz gegen Töne zur Rechten. In der vierten Figur, wo *c* als liegend *zwischen* dem obern und dem untern *fis* erscheint, sieht man sogleich, dass dem *c gleich viel* Ausdehnung rechtshin und linkshin musste geliehen werden, um anzudeuten, dass in ihm *der Unterschied* von dem untern *fis* und dem obern *fis* gleich gross sei. Hat dagegen *c* mit dem untern *fis* noch etwas gemein, — welches *als das Gleiche* in beiden betrachtet werden könne, — so hat es mit dem obern *fis* gerade eben so viel gemein, denn es soll hier als der genaue Mittelpunct zwischen beiden angesehen werden.

Geht man nun rückwärts zu den vorigen Figuren, so sind auch diese leicht zu verstehen. Hat *c* mit dem obern *fis* noch etwas gemein, so ist seine Gemeinschaft mit dem, ihm näher liegenden *f*, *e*, *d*, gewiss grösser und grösser; darum giebt ihm jede Figur, von dem *aufwärts* gerichteten Theilstriche an, *mehr* Ausdehnung *rechtshin*, das heisst, dorthin, *wo auf Tasten-Instrumenten der höhere Ton zu suchen ist.* Umgekehrt, hat *c* mit dem untern *fis* noch etwas gemein, so ist seine Gemeinschaft mit dem, ihm ferner liegenden, untern *f*, *e*, *d*, gewiss kleiner und kleiner; darum giebt ihm jede Figur, von dem *abwärts* gerichteten Theilstriche an, *weniger* Ausdehnung *linkshin*, das heisst, dorthin, wo auf Tasteninstrumenten der *tiefere* Ton zu suchen ist. Wie nun die Ausdehnung rechtshin Gemeinschaft mit höhern, so bezeichnet die Ausdehnung linkshin Verschiedenheit von höhern, — und wie die Ausdehnung linkshin Gemeinschaft mit niedern, so bezeichnet die Ausdehnung rechtshin Verschiedenheit von niedern Tönen.

Worin besteht aber das Merkwürdige der oben angegebenen dritten Thatsache? Darin, dass die Ausdehnungen rechts und links sich allemal zur Octave *ergänzen* müssen, wenn sie für den mittlern Ton (hier beispielsweise den Ton *c*) seine Gemeinschaft oder seine Verschiedenheit mit zwei solchen Tönen bezeichnen sollen, die, *gegen ihn, die gleiche harmonische Bedeutung* haben.

8. Könnte denn nicht ein *gleicher* Abstand nach oben und nach unten, einen *gleichen harmonischen Werth* ergeben? Etwa wie in Figur 5, das obere *g* und das untere *f* nach entgegengesetzten Seiten gleichen Abstand von *c* haben? Die Erfahrung verneint dies durchaus; es wäre denn, dass man, wie in Figur 4, die halbe Octave, oder auch die ganze Octave zur Bestimmung des Abstandes wählte.

9. Oder könnte nicht dasjenige Intervall, zu welchem die beiden Abstände sich *ergänzen* sollen, *kleiner* oder *grösser* sein, als die *Octave?* Etwa wie in Fig. 6, wo die Querlinie immer noch den Ton *c* bedeutet, aber statt der vorigen dreizehn Senkstriche, zwischen denen zwölf kleine Abstände Platz hatten, nur zehn Senkstriche mit neun Abständen übrig gelassen sind. Das Intervall, zu welchem sich ergänzend die beiden andern den gleichen harmonischen Werth bekämen, wäre also nicht mehr die Octave, sondern die grosse Sexte. Die übermässige Secunde *c* — *dis* ist davon ein Drittheil; und die falsche Quinte *dis* — *a* zwei Drittheil. Nach unten hin würde man zur Ergänzung die falsche Quinte *c*—*fis* nehmen, um die übermässige Secunde bis zur Sexte zu erweitern; und die Gemeinschaft zwischen *c* und *fis* betrüge nicht mehr (wie oben) gleichviel, wie die Verschiedenheit, sondern nur noch halb soviel, nämlich soviel als die Distanz von *fis* bis zum untern *dis*. Demnach sollten in Bezug auf *c* nunmehr die beiden Töne *dis* und *fis* den gleichen harmonischen Werth haben; eine musikalische Ungereimtheit der ärgsten Art. Aehnliche Ungereimtheit wird man unter ähnlichen Voraussetzungen überall finden.

Es ist hier für das Verstehen der Figur immer genau vestzuhalten, dass der Querstrich allemal den nämlichen Ton *c* bezeichnet. Diesem hat man die Ausdehnung gegen *dis* rechtshin, gegen *fis* linkshin geliehen, um nach Abzug der Verschiedenheit, das übrige Gemeinschaftliche darzustellen. Die Unwahrheit der Figur liegt in der Unwahrheit der Voraussetzung.

Der Wahrheit gemäss müsste die Figur für *dis*, welches von *c* rechts liegt, rechtshin; für *fis*, welches von *c* links liegt, linkshin um die weggelassenen drei Senkstriche erweitert werden; dann aber käme sogleich zum Vorschein, dass *fis* und *dis* keineswegs für *c* die nämliche harmonische Bedeutung haben; denn zählte man die Senkstriche von links nach rechts, so käme, wie sichs gebührt, das Zeichen von *dis* zwar auf den vierten, hingegen das für *fis* auf den siebenten.

10. Jetzt lässt sich die (unter 5) aufgeworfene Frage zuvörderst nach ihrem Sinne näher bestimmen. Sie betrifft dasjenige Intervall, bei welchem die Gleichheit, die im continuirlichen Fortschreiten oder vielmehr Fortfliessen der Töne nicht plötzlich verschwinden konnte, ganz aufhört. Dies Aufhören kann nur da eintreten, wo die Verschiedenheit, oder besser gesagt, der *Gegensatz* (weil die Töne nicht disparat, sondern conträr sind) vollständig wird. Denn die Intensität der Töne wird hier überall als gleich angenommen; und so muss das Entgegengesetzte wachsen, wie das Gleiche abnimmt.

Gleichheit und Gegensatz als *wirklich* abgesondert vorstellen zu wollen, als ob jedes *einzeln* wahrnehmbar wäre, ist desto unzulässiger, da offenbar beides die Relation zu einem willkürlichen Grundton voraussetzt. Die Absonderung geschieht *nur in Begriffen*; ist aber durchaus nothwendig, weil man das continuirliche Fliessen, welches bei *vollkommner* Gleichheit der Töne seinen *Anfangspunct* hat, nicht ableugnen kann.

11. *Satz.* Das Intervall des vollkommenen Gegensatzes ist die Octave.

*Beweis.* Obere und untere Töne können in Ansehung eines mittlern niemals *einerlei* Gleichheit oder Gegensatz erlangen; denn gerade der Unterschied des Oben und Unten besteht darin, dass jeder positive Zuwachs nach der einen Seite einen negativen nach der andern in sich schliesst. Nichtsdestoweniger lehrt die Thatsache, dass obere und untere Töne harmonisch gleichgeltend für den mittlern sein können; sie lehrt hiemit, dass es zwar auf die Eintheilung, aber nicht darauf ankomme, *welcher* Theil gleich, und *welcher* entgegengesetzt sei. Da nun der mittlere Ton in *beiden* Fällen in Gleiches und Entgegengesetztes zerlegt wird, ob nun ein oberer, oder ob ein unterer Ton die Eintheilung bestimme: so kann die Zerlegung, die von beiden Seiten herrührend gleiche Wirkung thut, nur

in Ansehung des Theilungspunctes, wohin sie fällt, mithin *des Verhältnisses unter den Theilen*, von solcher Bedeutung sein, dass der harmonische Werth dadurch bestimmt wird. Die Einerleiheit des Theilungspuncts aber ist nur möglich, wenn das, was von der einen Seite als Gleichheit abgeschnitten wird, von der andern Seite als Gegensatz zurückbleibt; und umgekehrt. Nun ist der mittlere Ton der Nullpunct zu dessen beiden Seiten Grössen liegen, deren jede, negativ genommen, zu der andern positiven kann addirt werden. Diese Addition, bezogen auf die Gleichheit, muss anzeigen, wie weit die Gleichheit, hingegen auf den Gegensatz bezogen, anzeigen, wie weit der von der Gleichheit noch nicht völlig befreite Gegensatz sich erstrecke. Bei den Tönen ergiebt sich aus solcher Addition allemal die Octave. Also ist die Octave das Intervall verschwindender Gleichheit und vollgewordenen Gegensatzes.

12. *Folgerung.* Wenn wir bloss um jenen harmonischen Werth uns bekümmern, so ist einerlei, welcher von zwei gleichnamigen (um eine Octave entfernten) Tönen über oder unter dem mittlern liege. In so fern kann also z. B. die Figur 1, anstatt den Ton *c* zweimal darzustellen, so verändert werden, dass ein einziger Querstrich genügt, in welchem das Theilungszeichen zugleich aufwärts und abwärts geht; wie Fig. 7 anzeigt; wo man sich *d* oberwärts oder unterwärts denken mag.

13. Der Umstand, dass alle Verschiedenheit der harmonischen Werthe innerhalb der Octave liegt (3), und dass in höhern und niedern Octaven sich immer dieselben Werthe wiederholen, — während vom Grade des Gegensatzes einzig und allein solche Werthbestimmung abhängt, — reicht eigentlich schon hin, um den obigen Satz zu beweisen. Denn über die Grenze hinaus, welche die Octave gesetzt hat, können Unterschiede des grössern und geringern Gegensatzes nicht mehr *unmittelbar* stattfinden; so gewiss es übrigens ist, dass ein nur einigermaassen geübtes Ohr sie noch *mittelbar* (vermöge eingeschobener d. h. hinzugedachter Octaven) recht gut vernimmt. Allein die vorstehenden Entwickelungen waren für das Nachfolgende durchaus unentbehrlich.

14. *Weitere Folgerung.* Zwei Töne zerlegen sich allemal gegenseitig; und da das Gleiche in beiden gleich gross, so muss allemal nach Abzug desselben auch das rein Entgegen gesetzte des einen, der Quantität nach gleich sein dem rein Ent-

gegengesetzten des andern. Es giebt demnach allemal zum mindesten drei Grössen für eine Hemmungsrechnung; nämlich zwei gleiche Quanta des rein Entgegengesetzten, und das Quantum der *Gleichheit*, welche als Gleichheit nur *eine* ist, und von *den gleichen Theilen*, die dem einen und dem andern zukommen, noch unterschieden werden muss.

**15.** *Satz.* Die Gleichheit widerstrebt, als Eine, den beiden Gegensätzen.

*Beweis.* Wären die Töne ganz gleich: so würde ihre Gleichheit der Grund ihres völligen Zusammengehens in Ein Vorstellen sein; da es in der Seele keine Scheidewände giebt. Dasselbe sollte stattfinden, in wie weit die Gleichheit vorhanden ist. Aber dann müsste das Entgegengesetzte, weil es sich in den einfachen Tönen nicht von den Gleichen absondern kann, in dieselbe Einheit hineingezogen werden. Die Gleichheit findet also Widerstand, und ist hierin jedem der beiden rein Entgegengesetzten auch ihrerseits rein und vollkommen entgegen. Die gleichen Theile, einzeln genommen, gelangen entweder gar nicht, oder doch nur unvollkommen, zur Vereinigung; und können deshalb nicht unmittelbar als Eine Summe in Rechnung kommen, welche als eine durchaus ungetheilte Kraft wirksam wäre. Ob und wie fern eine solche Summe dennoch in Betracht zu ziehn sei, wird sich in der Folge zeigen.

**16.** *Vierte Thatsache.* Wenn die Octave in zwei oder drei, oder vier gleiche Theile zerlegt wird: so entsteht allemal Dissonanz. Diese Dissonanzen sind, wenn *c* für den Grundton genommen wird:

*a*) Bei zwei gleichen Abständen: *c* und *ges*, die falsche Quinte; oder *c fis*, die übermässige Quarte.

*b*) Bei dreien: *c*, *e*, *gis*, *c*, drei grosse Terzen. Den Unterschied der grossen Terze von der verminderten Quarte *gis c* können wir hier, wo es nur auf den Abstand ankommt, bei Seite setzen.

*c*) Bei vieren: *c*, *dis*, *fis*, *a*, *c*; vier kleine Terzen; (der ververminderte Septimen-Accord von *dis*.) Auch hier kommt der Unterschied der übermässigen Secunde von der kleinen Terz nicht in Betracht.

**17.** *Anmerkung.* Dieser Umstand ist von der grössten Wichtigkeit in Ansehung des Unterschiedes zwischen Musik und den ästhetischen Bestimmungen über räumliche und zeitliche

Verhältnisse; für welche die Symmetrie allemal von Bedeutung, und meistens Bedingung des Schönen ist.

Im allgemeinen ist der Grund der Disharmonie nicht weit zu suchen. Die gleichen Theile, worin eine jede Vorstellung zerlegt wird, streiten mit gleichen Kräften wider einander. Wir betrachten zuvörderst näher

18. *die falsche Quinte.* Hier sind nicht bloss die Theile des einen und des andern Tones gleich, sondern die Gleichheit beider (15) strebt, das Entgegengesetzte von beiden zusammen zu ziehen; so entsteht ein Conflict unter drei *gleichen* Kräften; ein Streit ohne Uebergewicht auf einer Seite.

19. *Fünfte Thatsache.* Die reine Quinte wird als die vollkommenste Consonanz nächst der Octave allgemein anerkannt.

20. *Fragen.* *a*) Da die reine Quinte (z. B. *c*, *g*) von der falschen Quinte (z. B. *c fis* oder genauer ausgedrückt *c ges*) sich nur um einen halben Ton (*fis g*) unterscheidet, wie kann bei solcher Nähe ein so grosser Contrast entstehn, wie der zwischen einer harten Dissonanz und einer vollkommenen Consonanz?

*b*) Da die reine Quinte von der Octave beinahe um die Hälfte der ganzen Octave entfernt ist: wie kann sie der Beschaffenheit nach, nämlich als Consonanz, der Octave zunächst stehen?

21. *Vorbereitung zur Antwort.* Wenn die Antwort völlig klar und zureichend sein soll: so muss aus einem und demselben Grunde erhellen: *a*) derjenige Streit, an welchem die falsche Quinte leidet, sei bei der reinen Quinte auf ein *minimum* reducirt; und *b*) die Gleichheit, welche bei der Octave gar nicht stattfindet, (indem sie gerade das Intervall der verschwindenden Gleichheit ist, nach 11,) sei bei der reinen Quinte der Wirkung nach aufgehoben.

22. *Antwort.* Beides findet in der That zugleich statt, weil die Gleichheit der reinen Quinte zu beiden Gegensätzen gerade in dem Verhältnisse steht, nach welchem unter drei geistigen Kräften, deren beide stärksten gleich sind, die dritte schwächere auf die Schwelle des Bewusstseins getrieben wird; nämlich die Gleichheit verhält sich zu jedem der Gegensätze wie $\sqrt{\frac{1}{2}}$ zu 1. Hiemit haben die Gegensätze vollkommnes Uebergewicht.

Dies kann man, einstweilen nur die Octave in zwölf gleiche

Distanzen theilend, (genauere Rechnung bleibt vorbehalten,) schon daran erkennen, dass in Fig. 8 beide Gegensätze durch 7 von jenen Distanzen ausgedrückt werden, mithin nur 5 für die Gleichheit übrig bleiben.* Es ist nämlich $\sqrt{\frac{1}{2}} : 1 = 1 : \sqrt{2}$ $= 10 : 14, 14$ oder nahe $5 : 7$.

23. *Vergleichung mit der Angabe der Physiker.* Gestützt auf Schwingungsverhältnisse tönender Körper, oder auf Saitenlängen, giebt man gewöhnlich das geometrische Verhältniss der Quinte zum Grundton an wie $3 : 2$. Nun sind im musikalischen Gebrauche nicht nur alle Octaven gleich gross, sondern es müssen überhaupt anstatt der von den Physikern bestimmten geometrischen Verhältnisse die entsprechenden arithmetischen gesetzt werden (nach 3). Das heisst: wenn die Physiker den Grundton durch 1, die Octaven durch 2, die reine Quinte durch $\frac{3}{2}$ ausdrücken, so muss gesetzt werden

$$\text{statt } 1, \quad 2, \quad \tfrac{3}{2},$$
$$\text{hier } 0, \quad \log. 2, \quad \log. \tfrac{3}{2},$$

wo, weil es nur auf Verhältnisse der Logarithmen ankommt, mit gemeinen Logarithmen eben so gut als mit natürlichen kann gerechnet werden. Es ist nun $\log. 2 = 0{,}30103$; $\log. \frac{3}{2} = 0{,}17609$; dem gemäss verhält sich der volle Gegensatz der Octave zu dem Gegensatz der Quinte wie $30103 : 17609 = 1 : 0{,}58496$; zieht man nun 0,58496 ab von 1, so ergiebt sich 0,41504 als die Gleichheit der Quinte. Es ist aber $0{,}41504 : 0{,}58496 = 1 : 1{,}4094$, nahe wie $1 : \sqrt{2}$, oder $0{,}58496 : 0{,}41504 = 1 : 0{,}70952$, nahe wie $1 : \sqrt{\frac{1}{2}}$.

Der Unterschied beider Berechnungen ist an sich unbedeutend; er kommt vollends deswegen nicht in Betracht, weil bei Tasteninstrumenten die sogenannte gleichschwebende Temperatur nöthig ist, wenn man sich in den verschiedenen Tonarten frei bewegen will; wäre aber der einen oder andern Rechnung ein Vorzug zu geben, so hat man zu überlegen, dass

* Die Figur kann benutzt werden, um die Art der Bezeichnung nochmals in Betracht zu ziehn. Der Ton *g* ist eigentlich ein *Punct* in der Tonlinie; man denke ihn sich *ursprünglich* da, wo der mit *c* bezeichnete Theilungsstrich steht. *Von hier an* ist er auseinander gezogen, um *linkshin* die *Gleichheit* mit *c*, rechtshin den Gegensatz gegen *c* bemerklich zu machen. Aber auch *c* ist ein Punct in der Tonlinie; diesem musste wegen der *Gleichheit* mit *g* die Ausdehnung *rechtshin*, wegen des Gegensatzes linkshin geliehen werden.

Bestimmungen, welche den tönenden Körpern gelten, eigentlich verschieden sind von psychologischen Erklärungen dessen, was im Vorstellen sich ereignet; und dass die letztern sich nicht im mindesten auf jene stützen, obgleich sie nahe genug damit zusammentreffen, um von daher eine Bestätigung zu empfangen. Weiterhin wird sich noch eine, etwas weniges abweichende, Berechnung aus einem andern psychologischen Grunde ergeben.

24. *Anmerkung.* Nach dem die reine Quinte bestimmt worden, scheinen die übrigen Intervalle sich aus dem Quinten-Cirkel (*c*, *g*, *d*, *a*, u. s. w. bis zu *his*, welches auf Tasten-Instrumenten mit *c* zusammen fallen muss,) von selbst zu erzeugen. Allein das ist viel zu weit hergeholt. In der Musik werden die Intervalle nicht erst abgeleitet, sondern unmittelbar empfunden, und eine psychologische Erklärung kann sich auf Ableitungen weiter nicht einlassen, als nur in wiefern wirklich eins zum andern hinzugedacht, wenn auch nicht leiblich gehört wird. Dagegen aber ist allerdings das musikalische *Denken* die Hauptsache; und der thörichten Einbildung, als wäre die Musik ein Nervenkitzel, widerspricht die Untersuchung schon dadurch, dass sie Fragen aufgiebt und beantwortet, die sonst nicht aufs entfernteste angeregt wurden.

25. *Sechste Thatsache.* Die Quarte wird zwar oft als umgekehrte Quinte vernommen; dennoch consonirt sie weit weniger als diese; ja es giebt Einige, die ihr kaum den Rang einer Consonanz zugestehen mögen.

26. *Erklärung.* In der reinen Quarte verhält sich der Gegensatz zur *halben* Gleichheit wie $1 : \sqrt{\tfrac{1}{2}}$. Sollte nämlich die Gleichheit in der That das Entgegengesetzte vereinigen: so müsste sie den einen Ton zum andern, aber auch den andern zu jenem fügen; ihr Streben müsste demnach in eine zwiefache, ja selbst entgegengesetzte Wirksamkeit übergehn. Diese Wirksamkeit wird bei der Quarte im Entstehen gehemmt; denn die Stärke der rein entgegengesetzten Theile ist hier noch hinreichend, um die Hälften der Gleichheit auf die Schwelle des Bewusstseins zu treiben. Die Quarte macht daher eine Grenze zwischen dem Gebiete, wo die Gleichheit vorherrscht (bei den engern Intervallen), und der Gegend, worin sie streitet und weiterhin bald unterliegt. Davon mehr bei der Melodie (95).

Das angegebene Verhältniss leicht zu erkennen, theile man

zuerst nur, wie vorhin, die Octave in zwölf gleiche Abstände. Fig. 9 zeigt 7 Theile Gleichheit gegen 5 Theile Gegensatz. Die halbe Gleichheit verhält sich demnach, obenhin genommen, zum Gegensatze wie $\frac{7}{2} : 5 = 7 : 10 = 0{,}7 : 1$, nahe wie $\sqrt{\frac{1}{2}} : 1$.

27. *Vergleichung mit den Angaben der Physiker.* Wie oben in Bezug auf schwingende Saiten giebt man der Quarte das geometrische Verhältniss zum Grundton wie $\frac{4}{3} : 1$, also zur Octave wie $\frac{4}{3} : 2$. Nach (23) ist nun zu setzen

anstatt 1, 2, $\frac{4}{3}$,
hier 0, *log.* 2, *log.* $\frac{4}{3}$.

Es ist *log.* 2 = 0,30103; *log.* $\frac{4}{3}$ = 0,12494. Dem gemäss verhält sich der volle Gegensatz der Octave zu dem Gegensatze der Quarte wie 30103 : 12494 = 1 : 0,41504. Zieht man 0,41504 ab von 1, so ergiebt sich 0,58496 als die Gleichheit der Quarte. Davon soll aber hier die Hälfte genommen werden, weil es darauf ankommt, die ältere Bestimmung in die Vergleichung mit obiger Theorie einzuführen. Also die halbe Gleichheit ist = 0,29248; und diese nun verhält sich nach der alten Lehre zu jenem Gegensatze wie 0,29248 : 0,41504 = 0,7047 : 1, d. h. nahe wie $\sqrt{\frac{1}{2}} : 1$.

28. *Siebente Thatsache.* Nach der gleichschwebenden Temperatur, welche bei Tasteninstrumenten die Bedingung ihres gleichmässigen Gebrauchs für alle Tonarten ist, müssen drei grosse Terzen (wie *c, e, gis, c*,) und vier kleine Terzen (wie *c, es, ges* oder *fis, a, c*,) die Octave gleichmässig ausfüllen. Demnach hat die grosse Terz ein Drittheil Gegensatz gegen den Grundton, und zwei Drittheile Gleichheit; die kleine Terz aber ein Viertheil Gegensatz und drei Viertheile Gleichheit. Hievon weichen die Bestimmungen der Physiker in so weit ab, dass auch dem Gehör einiger Unterschied merklich wird.

29. *Zusatz.* Die psychologische Bestimmung der Terzen kann zwei verschiedene Wege einschlagen, welche nicht genau dasselbe Resultat liefern. Allein bevor dies gezeigt wird, ist derjenige Unterschied zu bemerken, welcher zwischen dem leiblichen Hören und dem musikalischen Denken statt findet. Die psychologische Bestimmung gründet sich auf letzteres allein; jenes hingegen hängt zum Theil von den Schwingungsgesetzen der tönenden Körper ab. Daher kann man, leiblich hörend, ein Verhältniss als disharmonisch empfinden, wo im musikalischen Denken keine Disharmonie vorhanden ist. Und so

hat die gleichschwebende Temperatur für einen Nothbehelf der Tasteninstrumente gelten können, während sie dem musikalischen Denken mehr angemessen war, als man glaubte. Indessen ist in diesem Puncte eine Ueberlegung von allen Seiten nöthig.

30. *Frage.* Lassen sich die beiden Terzen unabhängig vom Dur und Moll der reinen Accorde zulänglich bestimmen?

31. *Antwort.* Einerseits sind die reinen Accorde die Hauptstützen der Musik; anderentheils sind doch die beiden Terzen nicht auf reine Accorde beschränkt, sondern von weiterem Gebrauche. Kommt es nun einstweilen bloss darauf an, die Terzen durch bestimmte Merkmale als gewisse Puncte auf der Tonlinie von allen anderen Puncten zu unterscheiden: so hat man nicht nöthig, die Terze bloss als den dritten Ton zu zweien schon gegebenen (Grundton und Quinte) zu betrachten. Daher muss die obige Frage verneint werden; allein mit dem Vorbehalt, auch die Bedingungen des reinen Accordes zu erwägen, und diese nicht etwan von jenen Merkmalen, als durchaus vestgestellt, abhängig zu machen.

Was nun zuvörderst die grosse Terze anlangt, so ist ohne Zweifel der Punct der Tonlinie, wo die halbe Gleichheit dem Gegensatze gleich, und ihre vereinigende Wirkung mit jedem Gegensatze im Gleichgewichte ist, — als ein von anderen Puncten der Tonlinie verschiedener, sich auszeichnender, zu betrachten. Dies trifft zusammen mit der gleichschwebenden Temperatur, nach welcher, wie schon gesagt (28), die ganze Gleichheit zwei Drittheile gegen ein Drittheil Gegensatz beträgt. Hieraus allein aber würde sich das Harmonische der grossen Terz, was sie im reinen Dur bekommt, nicht erklären lassen.

Was zweitens die kleine Terz anlangt: so hat man den Punct aufzusuchen, wo die beiden Hälften der Gleichheit gegen die beiden Gegensätze stark genug sind, um letztere auf die Schwelle zu drängen. Nach der bekannten Formel $c = b\sqrt{\frac{a}{a+b}}$ oder wenn $b = a$, $c = b\sqrt{\frac{1}{2}}$, muss hier, wenn jeder Gegensatz $= x$, die Gleichheit $= 1 - x$, die halbe Gleichheit $= \frac{1-x}{2}$, angesetzt werden

$$x = \frac{1-x}{2}\sqrt{\tfrac{1}{2}},$$

woraus $x = \frac{1}{1+2\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}-1}{7} = 0{,}261203$,

nnd die halbe Gleichheit = 0,36939.

32. *Vergleichung mit den Angaben der Physiker.* Nach ihnen verhält sich die grosse Terz zum Grundton wie 5:4, die kleine zum Grundton wie 6 : 5. Diese geometrischen Verhältnisse mit Hülfe der Logarithmen auf arithmetische zurückführend, haben wir

1) für die grosse Terz, anstatt des Verhältnisses der Terze zur Octave wie 5:8, oder $\frac{5}{4}:2$, das Verhältniss $log.\ \frac{5}{4} : log.\ 2 = 9691 : 30103 = 0{,}32193 : 1$, mithin, da der Gegensatz = 0,32193, die Gleichheit = 0,67807, und deren Hälfte = 0,33903, etwas grösser als den Gegensatz.

2) für die kleine Terz, anstatt des Verhältnisses der Terz zur Octave, wie 6 zu 10, oder $\frac{6}{5} : 2$, hier das Verhältniss $log.\ \frac{6}{5} : log.\ 2 = 7918 : 30103 = 0{,}26303 : 1$, welches nach obiger psychologischer Bestimmung (31) hätte sein sollen 0,261203 : 1, also nahe damit zusammentrifft.

33. *Frage.* Da die beiden Sexten als umgekehrte Terzen genommen werden (nach der dritten Thatsache in 7) : *müssen* sie nur hierdurch bestimmt werden? oder giebt es für sie auch unmittelbar solche Gründe der Bestimmung, dass füglich die Terzen als umgekehrte Sexten zu betrachten wären?

34. In Ansehung der grossen Terze liegt sogleich am Tage, dass, was bei ihr Gleichheit, bei der kleinen Sexte Gegensatz ist, und umgekehrt. Also ist bei der letztern zwischen dem ganzen Gegensatz jedes Tons und der Summe ihrer gleichen Theile Gleichgewicht vorhanden. Rechnet man nach Zwölfteln der Octave, so hat beim Intervall der kleinen Sexte jeder Ton acht Zwölftel Gegensatz und vier Zwölftel Gleichheit relativ gegen den andern Ton; gesetzt also, man könne die beiden gleichen Theile addiren, so ist ihre Summe gleich gross, wie jeder von den Gegensätzen.

Bei der kleinen Terze kann ebenfalls in Bezug auf die grosse Sexte bemerkt werden, dass Gleiches und Entgegengesetztes ihre Stellen vertauschen; und dies führt hier zu folgender Rechnung.

Die *Summe der gleichen Theile* sei zu *jedem* der rein entgegengesetzten Theile in dem Verhältniss, dass sie auf die statische Schwelle gedrängt werde: so hat man, wenn jeder gleiche Theil $= x$, jeder entgegengesetzte $= 1 - x$,

$$2x = (1 - x)\sqrt{\tfrac{1}{2}},$$
$$\text{oder } x = \frac{1}{1 + 2\sqrt{2}},$$

welches genau mit der Angabe in (31) zusammentrifft, nur dass hier Gleiches ist, was dort Entgegengesetztes war.

Sind die Vorstellungen der Töne nach der Hemmung sattsam verschmolzen, so hat die vorausgesetzte Addition kein Bedenken; man kann also dann auch die Terzen für umgekehrte Sexten nehmen; eine nothwendige Abhängigkeit der Sexten von den Terzen ist nicht zu behaupten.

35. *Frage.* Kann man auf ähnliche Weise, wie über Terzen und Sexten, auch über die Septimen und Secunden Aufschluss erlangen?

36. *Antwort.* a) In Folge der Verschmelzung kann jeder einzelne Ton als verbunden mit dem, was im andern ihm gleich ist, betrachtet werden. So entstehn durch die Addition jedes Tons zu der Gleichheit, zwei Kräfte, neben welchen die entgegengesetzten Theile auf die Schwelle mögen gedrängt werden. Das Gleiche heisse $x$, das Entgegengesetzte $1 - x$; so entsteht folgende Rechnung:

$$(1 + x)\sqrt{\tfrac{1}{2}} = 1 - x,$$
$$\text{woraus } x = (\sqrt{2} - 1)^2 = 0{,}17158.$$

b) Oder man nehme an, die Vorstellungen, welche durch die halben Gleichheiten zur Vereinigung getrieben werden, seien, durch diese halbe Gleichheit verstärkt, im Conflicte mit den einzelnen dergestalt, dass jede verstärkte wider die andere einzelne, aber auch jede gegen die andere verstärkte dränge. Das Entgegengesetzte heisse jetzt $x$, also die halbe Gleichheit $= \frac{1-x}{2}$, so hat man $\left(1 + \frac{1-x}{2}\right)\sqrt{\tfrac{1}{2}} = 1$; wenn 1 auf die Schwelle fallen soll; woraus wiederum

$$x = 1 - 2\sqrt{2} + 2 = (\sqrt{2} - 1)^2 = 0{,}17158.$$

Von diesen beiden Rechnungen dient die erste zur Bestimmung der kleinen Septime; die zweite bestimmt die grosse Secunde; und beide, unabhängig von einander, treffen genau zusammen. Es ist nämlich, wenn man den Gegenstand obenhin nach Zwölfteln der Octave betrachtet, leicht zu sehen, dass die kleine Septime nur noch zwei Zwölftel Gleichheit enthält. Addirt man diese zwei Zwölftel der einen Vorstellung zu der andern ganzen, so entsteht das bekannte Verhältniss zum Gegensatze wie 14 : 10; und hievon ist die erste der beiden Rechnungen

nur der genauere Ausdruck. Bei der grossen Secunde beträgt die Gleichheit nahe zehn Zwölftel; davon die Hälfte, nämlich fünf, addirt zu jeder ganzen Vorstellung, so kommt das Verhältniss zur andern unverstärkten wie 17 : 12, nahe wie 14 : 10; und dies ist's, was die zweite Rechnung genauer bestimmt. Der Buchstabe $x$ bedeutet in der ersten Rechnung das Gleiche, in der zweiten das Entgegengesetzte, weil Septime und Secunde sich zur Octave ergänzen.

37. *Vergleichung mit den Angaben der Physiker.* Die kleine Septime, als Quinte der kleinen Terz, (eine ganz unpassende Voraussetzung, weil die ursprüngliche kleine Terz von der des reinen Accordes bedeutend abweicht,) soll sich zum Grundton verhalten wie $\frac{9}{5}:1$; also zur Octave wie $\frac{9}{5}:2$. Nach einer andern Angabe, (wobei richtiger die Septime als Quarte der Quarte betrachtet wird,) soll das Verhältniss zum Grundton $= \frac{16}{9}:1$, also zur Octave $= \frac{16}{9}$ zu 2 sein. Nun ist

$$log.\ \tfrac{16}{9} : log.\ 2 = 0{,}24988 : 0{,}30103 = 0{,}83008 : 1,$$

mithin bei der Septime der Gegensatz $= 0{,}83008$, also die Gleichheit $= 0{,}16992$, welches von unserer Bestimmung, $= 0{,}17158$, nur sehr wenig abweicht.

Die grosse Secunde wird so angegeben, dass ihr Verhältniss zum Grundton sei $= \frac{9}{8}:1$, also zur Octave $= \frac{9}{8}:2$. Aber

$$log.\ \tfrac{9}{8} : log.\ 2 = 5115 : 30103 = 0{,}16992 : 1,$$

also stimmt diese Angabe der Secunde mit jener der Septime genau zusammen, wie es sein muss, weil der Secunden-Accord nichts anderes ist als der umgekehrte Septimen-Accord.

Dass hier die Abweichung zwischen der Aussage der Physiker und der psychologischen Bestimmung äusserst unbedeutend ist, erhellt sogleich, wenn man sich erinnert, dass sich die angegebenen Brüche, welche um etwa anderthalb Tausendtel verschieden sind, auf diejenige Einheit beziehen, welche den Ausdruck der Octave ausmacht. Bei einer Septime oder Secunde, also einer Dissonanz, ein paar Tausendtel der Octave mehr oder weniger zu unterscheiden, möchte schwerlich selbst geübten Ohren gelingen. Und bei allen diesen Rechnungen darf man nicht einen Augenblick ausser Acht lassen, dass (nach obigem Beweise, 11,) die Octave dasjenige Intervall ist, wo der Gegensatz voll oder = 1 wird; so dass von dieser Einheit die sämmtlichen Bestimmungen so wohl der Gleichheit als des Gegensatzes abhängen.

38. Schon oben (31) blieb vorbehalten, der reinen Accorde wegen, den bisherigen Bestimmungen der Intervalle einige andre an die Seite zu setzen, von denen man nicht voraussetzen darf, dass sie, auf eigenthümlichen Gründen beruhend, mit jenen ganz genau zusammen treffen werden. Bevor wir jedoch dazu kommen, ist hier noch die Frage nach der kleinen Secunde oder grossen Septime zu erheben, welche den sogenannten halben Ton ergeben muss. Wäre der Unterschied des Entgegengesetzten überall gleich bei zwei nächsten der zuvor bestimmten Intervalle: so könnte man diesen Unterschied als den halben Ton betrachten.

Das Entgegengesetzte, — was wir manchmal der Kürze wegen den Gegensatz nennen, — muss zuerst nachträglich für die reine Quinte und Quarte aufgesucht werden.

Nach (22) soll bei der reinen Quinte der Gegensatz $=x$ sich zur ganzen Gleichheit $=1-x$ verhalten wie $1:\sqrt{\frac{1}{2}}$. Also

$$x:1-x=1:\sqrt{\tfrac{1}{2}},$$

$$\text{woraus } x=\frac{1}{1+\sqrt{\frac{1}{2}}}=2\left(1-\sqrt{\tfrac{1}{2}}\right)=0{,}58578.$$

Nach (26) soll bei der reinen Quarte der Gegensatz $=x$ zur halben Gleichheit sich verhalten wie $1:\sqrt{\frac{1}{2}}$. Also

$$x:\frac{1-x}{2}=1:\sqrt{\tfrac{1}{2}},$$

$$\text{woraus } x=\frac{\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}}=\sqrt{2}-1=0{,}41421.$$

Hiermit stellen wir die obigen Angaben (31, 34, 36,) zusammen, und erhalten folgende Tafel, woraus das Fortschreiten des Gegensatzes von einem Intervall zum andern hervorgeht:

| Gegensatz der | | Unterschiede |
|---|---|---|
| grossen Secunde | = 0,17158 | |
| | | — — 0,08962 |
| kleinen Terze | = 0,26120 | |
| | | — — 0,07213 |
| grossen Terze | = 0,33333 | |
| | | — — 0,08088 |
| Quarte | = 0,41421 | |
| | | — — 0,08579 |
| falschen Quinte | = 0,50000 | |
| | | — — 0,08579 |
| reinen Quinte | = 0,58578 | |
| | | — — 0,08088 |
| kleinen Sexte | = 0,66666 | |
| | | — — 0,07213 |
| grossen Sexte | = 0,73879 | |
| | | — — 0,08962 |
| kleinen Septime | = 0,82841 | |

Man sieht, dass die Abweichung in diesen Unterschieden hauptsächlich von der kleinen Terz und grossen Sexte herrührt; es entsteht daraus die Frage, ob beide nicht in anderer Hinsicht einer andern Bestimmung entgegengehen werden? Dies muss sich bei der Untersuchung über die Accorde aufklären. Giebt es hier eine Bedenklichkeit, so liegt sie darin, dass unsre Tasteninstrumente, deren gleichmässige Temperatur gleiche Unterschiede mit sich bringt, dem Gehör keine so bedeutenden Fehler, als daraus anscheinend entstehen müssten, fühlbar machen. Die Bestimmung der Physiker (32), nach welcher anstatt 0,26120 vielmehr 0,26303 zu setzen wäre, macht die Abweichung nicht geringer, sondern grösser; daher kann von dorther keine Abhülfe der anscheinenden Schwierigkeit erfolgen. Wir müssen erst weiter gehn.

39. *Fragen.* *a*) Worin liegt das Harmonische der reinen Accorde?

*b*) Warum giebt es nur zwei reine Accorde?

*c*) Worin liegt der Grund, dass, bei gleich vollkommner Harmonie, doch das Dur einen Vorzug der grössern Ruhe besitzt, das Moll dagegen mehr einer getrübten Gemüthsstimmung entspricht?

40. *Vorläufige Bemerkungen.* Die ersten beiden Fragen laufen in einander zurück; so dass, wenn die erste vollständig beantwortet ist, sich die zweite von selbst erledigen muss. Wir werden daher die zweite als Anlass benutzen, der Antwort auf die erste einige nähere Bestimmungen beizufügen. Denn wenn das Harmonische des reinen Accordes *genau* erklärt ist, so kann die Erklärung nicht weiter passen als nur auf die *beiden* reinen Accorde; sonst würde es deren mehr als zwei wirklich geben.

Glaubt man aber im Zusammentreffen der Schallwellen, (welches, beiläufig, eine unausführbare Genauigkeit und Reinheit sowohl des Gesanges als der Instrumentalmusik erfodern würde,) den Grund der reinen Accorde zu finden: so bleibt die dritte Frage unbeantwortet. Denn ob im reinen Accorde die kleine Terz (wie *c*, *es*,) unten, und die grosse Terz oben liege (wie *es*, *g*,) oder umgekehrt, (wie *c*, *e*, *g*): immer haben beide auf gleiche Weise Platz in der Quinte (wie *c*, *g*); da immer, nach den angenommenen Verhältnissen, $\frac{5}{4} \cdot \frac{6}{5} = \frac{3}{2}$ giebt. Unsre frühern Bestimmungen offenbaren dagegen eine scheinbare Schwierig-

keit. Der Gegensatz der Quinte soll sein $=0,58578$, aber die beiden Gegensätze der Terzen addirt geben $0,26120+0,33333$ $=0,59453$; mithin hat die Quinte nicht Raum genug für die beiden Terzen. Es wird sich zeigen, dass daraus für das Moll etwas anderes folgt als fürs Dur. Im leiblichen Hören kann übrigens der Grund des Unterschiedes um desto weniger gesucht werden, da auch die Tasteninstrumente bei gleichschwebender Temperatur keinen Unterschied offenbaren; denn sie geben der grossen Terz ein Drittheil, der kleinen ein Viertheil der Octave; und immer ist $\frac{1}{3}+\frac{1}{4}=\frac{7}{12}$, wie man die beiden Terzen auch legen möge. Man muss das musikalische Denken untersuchen.

41. *Beantwortung der ersten Frage.* Indem je zwei Vorstellungen von Tönen sich gegenseitig brechen, (nämlich in Gleiches und Entgegengesetztes,) müssen drei solche Vorstellungen sich doppelt brechen; dergestalt dass in jeder drei Theile zu unterscheiden sind. Im reinen Accorde verhalten sich die drei Theile allemal wie die Zahlen 3, 4, 5, beinahe; sucht man nun zu 4 und 5 die dritte auf der statischen Schwelle, so ergiebt die Formel $c=b\sqrt{\frac{a}{a+b}}$, wenn $b=4$, $a=5$, für $c$ den Werth $=2,9814$; das heisst, beinahe 3; dergestalt, dass bei höchst geringer Abänderung der Zahlen 3, 4, 5, vollkommen ein solches Verhältniss stattfinden wird, wie schon oben bei den Intervallen als der Grund der Consonanz erkannt wurde. Jedoch ist hier ein wichtiger Unterschied. Bei den Intervallen befanden sich solche Kräfte im Conflict, die von den Vorstellungen zweier Töne herrührten; hingegen hier enthält *jeder einzelne Ton* des reinen Accordes in Folge der doppelten Brechung alle drei Theile, unter denen das angegebene Verhältniss sich findet.

42. *Erläuterung.* In Figur 10 sieht man die Brechungen in sämmtlichen Tönen des reinen Accordes von *c dur.* In Fig. 11 dagegen die Brechungen in sämmtlichen Tönen des reinen Accordes von *c moll.* Die Figuren stellen dasjenige als abgesondert vor Augen, was man abgesondert nicht hören kann, aber, *als wäre es abgesondert*, denken muss, um die Art des innern Streits zu überlegen, worin eine an sich einfache Vorstellung begriffen ist, indem sie von zwei andern zugleich zerlegt wird in Gleiches und Entgegengesetztes.

43. *Zusatz.* Der angegebene Grund der Harmonie ist so allgemein, dass er nicht bloss in jeder Lage, die man dem reinen Accorde geben kann, der nämliche bleibt, sondern auch die von jenem abgeleiteten Accorde, den Sexten- und Sext-Quarten-Accord, sammt ihrem Unterschiede, erklärt. Die veränderten Lagen, welche entstehen, wenn man entweder die Octave, oder die Terz, oder die Quinte oben legt, verändern in den Figuren bloss die Richtung derjenigen Striche, welche die Brechung anzeigen, in so fern, dass man sie jenen Abänderungen gemäss nach oben oder nach unten ziehen kann, je nachdem die Brechung von einem obern oder untern Tone herrührt. Damit ändert sich an der Brechung gar nichts; das heisst: der Unterschied ist nicht harmonisch, sondern er hat nur Bedeutung für die Melodie, von der wir hier nicht sprechen. Was aber den Sexten- und Sext-Quarten-Accord anlangt, so entstehn diese durch Hinzufügung einer Bassnote, welche entweder der Grundton, oder die Terze, oder die Quinte ist. Dies nun verstärkt wohl eine oder die andre Brechung, verändert sie aber auch nicht. Wird eine Brechung durch die Terze oder Quinte verstärkt, so ist die Art der Auffassung des Harmonischen nicht im Gleichgewichte; (man kann sich das an den Figuren vor Augen stellen, wenn man von den Strichen, welche die Brechung anzeigen, einen oder den andern etwas dicker oder länger zeichnet.) Daher gewähren die abgeleiteten Accorde nicht die vollkommene Ruhe, wie der reine Accord besonders dann, wenn der Grundton unten, und zugleich die Octave oben liegt. Die Octave bringt keine neue Brechung hervor; sie sichert aber dem Grundton das Uebergewicht, indem sie nicht ihn, wohl aber gemeinschaftlich mit ihm die beiden andern Töne bricht. Wer etwa fragen möchte, welcher Ton das Vorrecht habe, der Grundton zu sein, der müsste vergessen haben, *dass die Quinte die vollkommenste Consonanz ist*, und dagegen die Quarte, welche aus ihrer Umkehrung entsteht, ihr in der Consonanz nicht gleich kommt. Im Accorde von *c* muss *c* selbst der Grundton sein, damit *g* als Quinte deutlich vernommen werde, nicht aber etwa die Quarte bilde; und so bei jedem andern reinen Accorde. Man vergleiche, was oben (22 und 26) von der Quinte und Quarte gesagt worden. Die Quarte endigt nur die *Wirksamkeit* der *halben* Gleichheit, die Quinte erst endigt den *Streit* der Gleichheit

wider die Gegensätze; und dadurch kommt sie der Octave als Consonanz am nächsten.

44. *Bestätigung durch eine Thatsache.* Besonders merkwürdig ist, dass unter allen Lagen, die man dem reinen Accorde geben kann, diejenige am vollkommensten das Harmonische fühlbar macht, welche entsteht, wenn man den Accord nicht in die Distanz einer Octave einschliesst, sondern ihn dergestalt in zwei Octaven vertheilt, dass zunächst über dem Grundton die Quinte liegt, dann statt der Terze die Decime folgt, und oben die zweite Octave den Accord abschliesst. Die Folge davon ist, dass der Grundton unmittelbar nur durch die Quinte gebrochen wird, und hiemit vollkommen consonirt; dann aber bei der Quinte sowohl als bei der Decime sich ein Umstand ereignet, den wir näher beleuchten müssen.

Man vergleiche Fig. 12 mit Fig. 10, und eben so Fig. 13 mit Fig. 11. Der einzige Unterschied in Ansehung der Töne *e* und *g*, *es* und *g*, scheint darin zu bestehen, dass die Richtung der Brechungsstriche etwas verändert ist. Allein hiemit hängt eine Erinnerung zusammen an die Bedingung, unter der die allgemeine Schwellenformel zur Anwendung gelangt. Soll $c = b\sqrt{\frac{a}{a+b}}$ auf der statischen Schwelle sein: so müssen *a*, *b*, *c* im vollkommenen Gegensatze stehen. Nun ist zwar jeder Brechungsstrich das Zeichen des vollkommenen Gegensatzes, denn er sondert die Mischung des Gleichen und Entgegengesetzten, und die Mischung ist damit rein aufgehoben. Allein in Figur 10, wo der Accord als innerhalb einer einzigen Octave eingeschlossen erscheint, ist der mittlere Theil zwischen den beiden Brechungsstrichen zwiefach in Betracht zu ziehen. Einerseits als Entgegengesetztes, anderntheils als ein Stück der Gleichheit. Um dieses für einen Fall beispielweise vollends zu beleuchten, nehme man in Fig. 10 die Darstellung des Tones *e*. Der Theil zwischen beiden Brechungsstrichen ist einerseits ein Stück von dem, was *e* mit *g* Gleiches hat, und in so fern demjenigen, was von ihm links liegt, rein entgegengesetzt; er ist andererseits ein Stück von dem, was *e* mit *c* Gleiches hat, und in so fern demjenigen, was von ihm rechts liegt, rein entgegengesetzt: aber in anderer Rücksicht ist er gleichartig dem, was links liegt, wiefern beides zusammen die Gleichheit mit *c* bezeichnet; und eben so gleichartig dem, was rechts liegt, wie-

fern beides zusammen die Gleichheit mit $g$ bezeichnet. Dieses Inwiefern und Insofern verschwindet bei der vollkommensten Lage des reinen Accordes. In Fig. 12 sind die Theile rechts und links die Gleichheiten nach unten und nach oben, daher unter einander entgegengesetzt wie Unten und Oben; der mittlere Theil aber ist nun Gegensatz *in doppeltem Sinne;* zugleich nach oben und nach unten. Dasselbe bemerkt man ohne Mühe bei Fig. 11 und 13.

45. *Antwort auf die zweite Frage.* Da der Grund der Harmonie durch die Schwellenformel angegeben worden: so kann es scheinen, dieser Grund wäre nicht ausschliessend, wie er doch sein soll. Denn in der Formel $c = b\sqrt{\frac{a}{a+b}}$ sind $a$ und $b$ beliebig anzunehmende Grössen; man kann demnach für $c$ unzählige Werthe finden. Nun kommt zwar hier eine zweite Gleichung hinzu, nämlich $a + b + c = 1$, indem $a$, $b$, $c$ als entstanden aus einer einzigen Vorstellung zu denken sind, welche Vorstellung durch Brechung in die Theile $a$, $b$, $c$, weder grösser noch kleiner wird, sondern das Eine und Ganze ist, worauf jene, als Brüche desselben, sich beziehen. Allein wo bleibt die, zur völligen Bestimmung nöthige dritte Gleichung? — Nach einer solchen darf man hier gar nicht fragen; wir haben der Bestimmungen nur zu viele. *Es sollen* nämlich *so genau als möglich diejenigen Bestimmungen vestgehalten werden, welche in den einzelnen Intervallen, wo die Töne paarweise genommen wurden, schon liegen.* In diesem Betracht ist die Aufgabe, den reinen Accord zu construiren, sogar mehr als bestimmt, und eine ganz genaue Auflösung überall nicht möglich. Für den praktischen Gebrauch genügt eine Annäherung vollkommen; aber sie ist nur in den beiden reinen Accorden erreichbar.

46. *Ausführlichere Beantwortung der zweiten Frage.* Da die Quinte nächst der Octave die vollkommenste Consonanz ist (22), so nehme man zuvörderst in der Schwellenformel für $a$ die Gleichheit der Quinte. Der Gegensatz ist $= 0{,}58578$, also die Gleichheit $= 0{,}41421$. Man versuche, ob sich hieraus, in Verbindung mit jenen beiden Gleichungen, für $b$ und $c$ solche Werthe gewinnen lassen, welche der Voraussetzung entsprechen, dass die reine Quinte aus einer grossen und einer kleinen Terze bestehen, und dieselben in sich fassen solle.

Die drei Bestimmungen sind also:

$$a + b + c = 1,$$
$$a = 0{,}41421,$$
$$c = b\sqrt{\frac{a}{a+b}}.$$

Nnn ist $c = 1 - (a + b)$.

Man setze $a + b = x$; und $b = x - a$, so kommt

$$1 - 2x + x^2 = \frac{(x-a)^2\, a}{x},$$

worans die Gleichung

$$x^3 - (2 + a)\,x^2 + (1 + 2a^2)\,x - a^3 = 0.$$

Diese Gleichung förmlich aufzulösen ist nicht nöthig, denn man kennt $x$ schon sehr nahe. Man weiss, dass $b$ fast $= \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$, und $a$ fast $= \frac{5}{12}$; also sehr nahe $a + b = x = \frac{3}{4}$; daher ist nur die gewöhnliche Annäherung zur Wurzel noch übrig. Also setze man $x = \frac{3}{4} + u$. Nach gehöriger Rechnung findet man

$$u = 0{,}0003\ldots;\ \text{woraus}\ b = 0{,}3361;\ c = 0{,}2497;$$

so dass $b$ noch über $\frac{1}{3}$, $c$ noch nicht völlig $= \frac{1}{4}$ wird. Das heisst: die grosse Terze müsste (freilich sehr wenig) mehr betragen, als ihr die gleichschwebende Temperatur, einstimmig mit nnserer obigen Angabe, einräumt; dagegen weicht die kleine Terze merklich ab sowohl von unsrer frühern Rechnnng als von der Angabe der Physiker, während ihr die gleichschwebende Temperatur, nach der sie $= \frac{1}{4}$ sein muss, so nahe kommt als man irgend verlangen kann. Unsre frühere Rcchnung, da wir die kleine Terz unabhängig vom reinen Accorde bestimmten, gab ihr den Gegensatz, d. h. die Entfernung vom Grundton, $= 0{,}2612$; eine so grosse Distanz passt aber nicht in den reinen Accord, nämlich nach der jetzigen Voraussetzung, welche sich darauf stützt, die Quinte solle vollkommen rein sein. Bekanntlich wird ihr dies von der gleichschwebenden Temperatur nicht zugestanden, sondern sie muss um ein Weniges, was jedoch dem Gehör schon merklich ist, abwärts schweben; also dem Grundtone sich annähern. Dass dies einen sehr guten Grund hat, wenn man ihn gleich in etwas weiterer Ferne suchte, als da, wo er zu allernächst liegt, wird sich bald vollends aufklären.

**47.** Zweitens nehme man die kleine Terz als schon bestimmt an, nach (31). Ihr Gegensatz ist dort $= 0{,}2612$ gefunden worden. Nun lässt sich zwar schon voraussehn, dass dies die schlechteste Bestimmung des reinen Accordes sein

wird. Denn wenn $c=0,2612$, mithin grösser als vorhin, so zeigt schon die Schwellenformel $c=b\sqrt{\frac{a}{a+b}}$, dass $b$ ziemlich nahe proportional mit $c$ wachsen muss, welches die grosse Terz noch grösser, die Gleichheit der Quinte kleiner, also die Quinte selbst nicht kleiner, sondern grösser, und über den Punct der Reinheit hinaufgetrieben geben würde. Indessen wollen wir die Rechnung dennoch ausführen, da für die Untersuchung dieser Gegenstand bedeutend ist. Man hat also

$$a+b+c=1,$$
$$c=0,2612,$$
$$c=b\sqrt{\frac{a}{a+b}}.$$

Nun ist $a=1-(b+c)$, und $a+b=1-c$.

Daher $c^2(1-c)=b^2(1-b-c)$, oder

$$b^3-b^2(1-c)=c^2(1-c)=0,$$

wo $b$ die unbekannte Grösse ist.

Da $b$ nahe $=\frac{1}{3}$, so setze man $b=\frac{1}{3}+u$; die Rechnung ergiebt $u=0,0336$, also $b=0,3669$, und $a=0,3719$, so dass der Gegensatz der Quinte $=0,628$, welcher sein soll $=0,58578$, sogar die Hälfte der Distanz von hier bis zum Gegensatz der kleinen Sexte — welcher $0,6666$ beträgt, — noch übersteigen würde.

48. Drittens nehme man die grosse Terz als schon bestimmt an; nach (31). Ihr Gegensatz ist dort $=\frac{1}{3}$ gefunden. Man hat demnach

$$a+b+c=1,$$
$$b=0,3333,$$
$$c=b\sqrt{\frac{a}{a+b}}.$$

Man setze $a+b=x$, also $c=1-x$, und

$$(1-x)^2=b^2.\frac{x-b}{x}, \text{ woraus}$$

$$x^3-2x^2+(1-b^2)x+b^3=0.$$

Wiederum sei $x=\frac{3}{4}+u$, so findet sich $u=0,00136$; $x=0,75136$; $a=x-b=0,4180$; der Gegensatz der Quinte $=0,5819$; da er nun sein sollte $=0,5857$, so braucht man die Quinte nur kaum merklich abwärts schweben zu lassen. Der Gegensatz der kleinen Terz wird jetzt $c=0,2486$, also sehr wenig kleiner als $\frac{1}{4}$; daher nunmehr Alles ganz nahe mit der gleichschwebenden Temperatur übereinkommt, welche nach

dem, was hier entwickelt worden, wohl nicht mehr für einen Nothbehelf gelten dürfte.

49. *Beantwortung der dritten Frage* (in 39). Die sehr befremdende und schwer scheinende Frage, weshalb das Moll völlig gleich consonirend wie das Dur, dennoch — man weiss nicht recht wie? — minder befriedigt, wie jenes, (so dass vortreffliche Musiker selbst in Werken, die dem Moll angehören, oft ganz am Ende anstatt des Moll noch im Dur schliessen, um den letzten Ruhepunct zu gewinnen); weshalb es überdies mehr geeignet ist, Trauer, Schwermuth, Zorn, selbst Grillen und Humor auszudrücken, als das Dur, während es zur reinen Heiterkeit und zum Frohsinn nicht passt: diese Frage kann auf dem jetzigen Standpuncte der Untersuchung auf eine Weise beantwortet werden, die ins Auge fällt, sobald man nur auf die schon bekannten Zeichnungen zurückblickt. Beim Dur-Accorde, wie ihn Fig. 10 darstellt, entsteht der schwächste unter den drei Theilen, worin jede Tonvorstellung gebrochen wird, allemal dadurch, dass er übrig bleibt, *nachdem* in Bezug auf den Grundton die grosse Terz und die Quinte vestgestellt worden. Beim Moll hingegen ist es der Grundton, gegen welchen die kleine Terz *unmittelbar* bestimmt wird. Hätte nun dies Intervall freien Raum im reinen Accorde, — oder dürfte der Accord ihm genügend construirt werden, so läge hierin nichts, was dem Dur nachstände. Allein es ist (in 47) gezeigt worden, dass alsdann die grosse Terz und die Quinte unerträglich müssten überspannt werden. Demnach ist nicht bloss die kleine Terz gepresst, sondern im Moll fällt die Abweichung, die sie erleidet, auf den Grundton selbst, welcher sich vertiefen müsste, wenn dem wahren Verhältnisse sollte genügt werden. Dies kann eben so wenig geschehen, als die Quinte darf erhöhet werden.

50. *Vergleichung mit der Angabe der Physiker.* Was die kleine Terz anlangt, so ist diese, wie oben schon bemerkt, nach der Bestimmung durch die Schwingungen tönender Körper sogar noch grösser, als wir sie fanden; nämlich ihr Gegensatz beträgt nicht bloss 0,2612, sondern 0,26303. So hätte sie noch weniger Platz im reinen Accorde. Dagegen verengt die Angabe der Physiker die grosse Terz so sehr, dass, wenn solches dem musikalischen Denken gemäss wäre, die gleichschwebende Temperatur unerträglich sein müsste. Während

nun diese ein unverwerfliches Zeugniss gegen das Verfahren, Töne nach Schwingungen der tönenden Körper zu bestimmen, ablegt: versperrt die physikalische Ansicht sich ganz und gar den Weg, zwischen Dur und Moll einen wesentlichen Unterschied zu finden. Ihr ist der reine Accord immer recht, denn immer giebt 0,26303 den Abstand der kleinen, 0,32193 den Abstand der grossen Terz; und immer ist 0,32193 + 0,26303 = 0,58496, dem Gegensatz der Quinte, ob nun die kleine Terz unter oder über der grossen liege. Die Täuschung, dass hierin kein wesentlicher harmonischer Unterschied liegen könne, wird desto vollständiger, da die bekanntesten Thatsachen es bezeugen, dass durch Umkehrungen, wie man sie auch anstellen möge, kein Intervall seinen harmonischen Werth verändert; — nämlich wenn das Intervall *selbst* umgekehrt wird.

51. *Frage.* Woher rührt es, dass die Musik bei einiger Abweichung von der strengsten Reinheit, (die sich in der Ausführung ohnehin nicht mit mathematischer Genauigkeit erreichen lässt,) noch verständlich und selbst wohlklingend bleibt? Und wie lassen sich dafür mit einiger Bestimmtheit die Grenzen angeben?

52. Jenes rührt nicht bloss her von Unvollkommenheiten des Gehörs, sondern wesentlich auch davon, dass einige Verschiedenheit in der Art, den reinen Accord zu bestimmen (vergl. 46 und 48), und einige Abweichung der hieraus hervorgehenden von den ursprünglichen Intervallen muss zugelassen werden. Was innerhalb der Grenzen solcher Verschiedenheit und Abweichung schwebt, kann nicht schlechthin als unrein verworfen werden.

53. *Zusatz.* Indem wir zu den beiden Gleichungen $a + b + c = 1$, und $c = b\sqrt{\frac{a}{a+b}}$ noch eine Bestimmung für ein *schon vestgestelltes* Intervall, also für $a$, oder für $b$, oder für $c$ hinzunahmen: erschöpften wir die ganze Sphäre der Möglichkeit reiner Accorde; (denn dass nicht daran zu denken war, etwa die falsche Quinte oder die Secunde mit den Bedingungen des reinen Accordes zu vereinigen, übersieht man auf den ersten Blick;) wenn wir also jetzt weiter fortgehn, so verlassen wir gewiss diese Sphäre; aber es fragt sich, ob wir damit sogleich in das Gebiet der Dissonanz eintreten werden, oder ob es noch

etwas Mittleres gebe? Dies veranlasst zunächst, an Thatsachen zu erinnern.

54. *Thatsachen.* Es giebt Accorde, denen die Ruhe der reinen Accorde fehlt, bei denen man also nicht bleiben kann, sondern auf welche etwas folgen muss. In einigen dieser Accorde sind Töne, die eine bestimmte Richtung anzeigen, wohin man, von ihnen ausgehend, sich wenden müsse. Diese Töne heissen Dissonanzen im engern Sinne. Dasjenige Beispiel, was sich als das nächste, gewöhnlichste darbietet, ist die kleine Septime im Septimen-Accorde mit der grossen Terz.

Die Frage: *wie sind Dissonanzen möglich?* zerfällt hiemit in die allgemeinere: wie kann es Accorde geben, denen eine solche Unruhe inwohnt, dass man bei ihnen nicht bleiben könne? und in die mehr specielle: wie kann es in diesen Accorden Töne geben, die als Dissonanzen eine bestimmte Art von Auflösung erfodern?

55. *Thatsache.* Derjenige Accord, welcher aus dem Moll entspringt, wenn man in ihm anstatt der reinen Quinte die falsche nimmt, enthält keine Dissonanz im engern Sinne (54); aber es liegt in ihm eine unbestimmte Unruhe, vermöge deren man bei ihm nicht bleiben, dagegen aber auf verschiedene Weise von ihm aus fortschreiten kann. Man sehe die bekannten Fortschreitungen in Fig. 14, 15, 16, welchen, wenn man die Melodie nicht zu verletzen fürchtet, der übermässige Secundensprung Fig. 17 um so mehr beigefügt werden kann, da das Harmonische in Fig. 18 eigentlich das nämliche ist.

56. *Frage.* Was ist der Grund der Unruhe in dem verminderten Dreiklange?

57. *Vorbereitung der Antwort.* Innere Unruhe, vermöge deren etwas nicht bleiben kann, enthält eine Negation, die nicht auf etwas Aeusseres, also auf einen Punct im Innern gerichtet sein muss. So lange man nicht Eins vom Andern im Innern dergestalt unterscheiden kann, dass klar werde, wie und warum jenes diesem widerstreite, lässt sich der Grund der innern Unruhe nicht angeben. Im vorliegenden Falle kennt man nun zwar die falsche Quinte, bei welcher jeder Ton in zwei gleiche und entgegengesetzte Kräfte gebrochen wird; allein diejenige Unruhe, welche daraus entsteht, ist nicht nothwendig dieselbe, wie im erwähnten Accorde; denn sie nimmt einen ganz andern Charakter an, und gewinnt die Bestimmtheit einer eigentlichen

Dissonanz, wenn man einen Grundton hinzufügt, gegen welchen die falsche Quinte zur Septime wird; z. B. wenn man zu *h f* den Grundton *g* oder *gis* hinzudenkt. Auch kann zu den nämlichen Tönen, die wir *h f* nannten, *cis* hinzukommen, dann entsteht eine ganz andre Bestimmtheit; nun wird *f* als übermässige Quarte gegen *h*, die aufwärts strebt, vernommen, unter dem Namen *eis*, ohne dass der Ton selbst merklich braucht verändert zu werden; den wir vielmehr gemäss der gleichschwebenden Temperatur, beständig als in der Mitte der Octave vom *h* zum höhern *h* stehend voraussetzen. Die falsche Quinte allein würde also die unbestimmte Unruhe des Accordes *h d f* nicht erklären, viel weniger die Verschiedenheit seiner Fortschreitungen begreiflich machen.

58. *Antwort.* Man kennt aus dem Obigen den Gegensatz der kleinen Terz. Beide kleine Terzen *h d* und *d f* sollen hier passen in die Distanz der falschen Quinte *h f*. Allein wenn wir den Gegensatz der kleinen Terz = 0,2612 verdoppeln, so giebt dies 0,5224; welches sehr merklich grösser ist als die Distanz der falschen Quinte = 0,5. Um diese Grösse zu schätzen, muss man sie mit der Distanz der falschen und reinen Quinte vergleichen, die wir oben = 0,08578 fanden. Die Ueberschreitung der falschen Quinte, welche zwei kleine Terzen hervorbringen würden, beträgt, wie man sieht, 0,0224; nähme man sie vierfach, so käme 0,0896; also nähert sich eine so arg überschrittene falsche Quinte um mehr als ein Viertel der Distanz, ihrer Nachbarin, der reinen Quinte. Eine solche Abweichung von der ursprünglichen Bestimmung der Intervalle ist unmöglich; sie würde allen Zusammenhang der Musik aufheben. Also die falsche Quinte bleibt; aber *jede* der kleinen Terzen wird beinahe in den nämlichen Raum eingeengt, den im reinen Accorde eine einzelne bekommt. Hiezu kommt noch ein andrer Umstand, den die Figur bemerklich macht.

In Fig. 19 sieht man die Brechung des Grundtons *h* durch *d* und *f*. Die drei Theile sind im Verhältniss von 6, 3, 3; oder 2, 1, 1. War schon Gleichheit der Kräfte zwischen den Theilen, welche in der falschen Quinte gebrochen sind; so ist nun wiederum Gleichheit der Kräfte, also göstmöglicher Streit ohne Sieg, zwischen den beiden kleinern, unter sich entgegengesetzten Theilen.

Demnach, während das Streben, die kleinen Terzen rein zu hören, wider die falsche Quinte wirkt, sind auch noch die beiden Terzen unter sich im Widerstreit.

Kennte man nicht thatsächlich diesen Accord: würde man es einer Theorie wohl glauben, dass die blosse Veränderung der reinen Quinte in die falsche, durch Erniedrigung eines Tones um ein Zwölftheil der Octave, eine solche Corruption des reinen Accordes hervorbringen könne? Vermuthlich eben so wenig, als der Unkundige das, worauf es ankommt, in den Zeichnungen erblicken wird.

Was nun die Fortschreitungen anlangt: so hat zwar derjenige Ton, der einer eigentlichen Dissonanz am nächsten kommt, nämlich die falsche Quinte, eine vorwiegende Neigung nach unten, aber nicht mit der Entschiedenheit, wie wenn derselbe zur Septime wird. Wollte man in Fig. 15 den Grundton *g* hinzufügen oder hinzudenken, so würde die Fortschreitung *f g* nicht ertragen werden. Dagegen, dass die Fortschreitung *f gis* nur des Secundensprunges wegen gern vermieden wird, während sie in der Umkehrung (Fig. 18) höchst gewöhnlich ist, — dies zeigt gerade, dass ein, für die Harmonie zufälliger, Umstand den Grund der vorherrschenden Neigung nach unten enthält. Setzt man, wie in der Tonleiter von *a moll, fis* statt *f*, so ist durch diese, der Tonart fremdartige Erhöhung der Weg nach oben geöffnet, und es fehlt nicht am Streben, ihn zu betreten.

In dem Allen ist nichts anderes zu erkennen, als eine Compression der Terzen durch die falsche Quinte, wobei es auf Nebenumstände der Tonart und dessen, was vorhergeht, ankommt, nach welcher Seite hin der Druck gelüftet werde. Der Druck entsteht hier aus dem Bestreben, das Intervall in seiner eigenthümlichen Bestimmtheit zu vernehmen.

59. *Thatsachen.* In den verschiedenen Septimen-Accorden, sammt deren Umwandlungen, sind die Septimen selbst Dissonanzen im engeren Sinne; das heisst, sie bestimmen die Fortschreitung, durch welche sie aufzulösen sind.

Dies aber gilt in ganz vorzüglichem Grade von der kleinen Septime in Verbindung mit der reinen Quinte und grossen Terz, welche letztere dann zum Leitton wird.

60. *Frage.* Woher rührt diese Entschiedenheit, womit der

eben erwähnte Septimen-Accord die ihm gebührende Auflösung anzeigt und fordert?

61. *Vorbereitung zur Antwort.* In der kleinen Septime, für sich allein betrachtet, kann der Grund nicht liegen. Denn

Erstlich: für sich allein lässt sich die kleine Septime von der übermässigen Sexte nicht zulänglich unterscheiden. Wenn man in (38) zum Gegensatze der grossen Sexte =0,73879 einen halben Ton als Erhöhung derselben addirt und den halben Ton, (dessen Grösse, wie dort gezeigt, sich nicht bestimmt angeben lässt,) auch nur zu 0,08088 annimmt, so kommt schon 0,81967 als Gegensatz der übermässigen Sexte; nimmt man ihn, was eben so füglich geschehen kann, = 0,08578, (der Unterschied der falschen Quinte von der reinen,) so ergiebt sich für die übermässige Sexte der Gegensatz, oder die Distanz vom Grundton, =0,82457. Beides ist von 0, 82841, dem Gegensatze der kleinen Septime, nicht hinlänglich verschieden, um zu erklären, weshalb die Septime, wie *c b*, nach innen zu *c a*, hingegen die übermässige Sexte, wie *c ais*, nach aussen zu *h h* hindrängt.

Zweitens. Die kleine Septime sowohl als ihr Umgekehrtes, die grosse Secunde, sind nicht ursprünglich verständliche Intervalle. Ueberlegt man die Weise, wie ihre Bestimmungen, unabhängig von einander und doch genau zusammentreffend, oben gewonnen wurden (36), so sieht man gleich, dass die Auffassung eines solchen Intervalls nicht unmittelbar geschehn kann. Soll die kleine Septime aufgefasst werden, so müssen die Töne dergestalt abwechselnd vernommen sein, dass jeder sich in der Verschmelzung das Gleiche des andern zueignen konnte; dann müssen sie wieder zusammen klingen, damit nun erst das Uebergewicht der vorhin verstärkten Vorstellungen über dem Entgegengesetzten der einzelnen empfunden werde. Soll die grosse Secunde zur Auffassung gelangen, so müssen zuvor beide Töne zugleich vernommen, und durch die halbe Gleichheit möglichst vereinigt sein; dann müssen sie wieder abwechselnd gehört werden, damit sie als einzelne der vorigen zwiefachen Vereinigung widerstehend noch eben aus derselben hervortauchen.

*Zusatz.* Der hier gefoderte Wechsel kann einige Modification dadurch erleiden, dass bei längerem Hören verweilend die Empfänglichkeit für das Gleiche *allmälig* abnimmt, und das

Entgegengesetzte sich mehr verstärkt. * Darauf kann hier nicht eingegangen werden.

62. *Antwort.* Zuerst kommt es auf den Zusammenhang an, damit man nicht die übermässige Sexte zu hören glaube. In Fig. 20 hört Jedermann *ais*, und nicht *b*; denn man ist im Zusammenhange von *e moll.* Hingegen in Fig. 21, wo *b* zum reinen Accorde von *c dur* hinzutritt, denkt Niemand an *ais*. Nur von Fällen wie der letzten reden wir hier.

Wir setzen demnach dem reinen Dur-Accord voraus, zu welchem die kleine Septime hinzutrete; und betrachten zuerst die Veränderung, die sie hervorbringt.

Zuvörderst zeigt die Fig. 22, verglichen mit Fig. 10, dass durch den Einbruch der Septime der reine Accord in seinem *stärksten* Theile verletzt, — also gewiss verunreinigt wird. Denn sowohl in *c*, als in *e*, als in *g* kommt der Theilungsstrich, welcher *b* bezeichnet, fast in die Mitte der fünf Zwölftel hinein, welche das Uebergewicht hatten.

Zweitens: nun gewinnt der Theil, welcher vier Zwölftel beträgt, und durch die grosse Terz abgeschnitten ist, das Uebergewicht.

Drittens: wiewohl auch der kleinste Theil, welchen im reinen Accorde Terz und Quinte übrig liessen, jetzt aus dem Drucke, der ihn zur statischen Schwelle trieb, auftaucht, so ist doch sein Hervortreten geringer, als das der vier Zwölftel; dadurch wird an der Grenze, welche die grosse Terz bezeichnet, nur der Conflict vermehrt.

Endlich viertens: der kleinste Theil von zwei Zwölfteln, welchen jetzt die Septime abschneidet, sollte auf die statische Schwelle fallen, und zwar schnell, so dass er bald ganz aufhören würde, zu der Bestimmung dessen, *was* vorgestellt werde, mitzuwirken. Allein die Vorstellung jedes Tons, wie sie auch gebrochen werde, bleibt immer eine und dieselbe; und so lange sie selbst nicht ganz gehemmt oder verändert ist, kann auch kein Theil von ihr sich so absondern, als ob unabhängig von ihm das Uebrige den Zustand des Vorstellens bestimmte. Daher muss in Ansehung dieses kleinsten Theils die ganze Vorstellung in einen Zustand gerathen, den wir nur nach einer

* Psychologie §. 98.

entfernten Analogie mit dem, was in der Metaphysik *Selbsterhaltung* heisst, mit der gleichen Benennung bezeichnen können.

63. *Fortsetzung.* Es folge die Auflösung, wie Fig. 23 zeigt: was geschieht dadurch?

Erstlich, der Theil, welcher schon mit seinem Uebergewicht die andere drängte, wird noch verstärkt, indem die grosse Terz (durch die Fortschreitung des Leittons) sich zur Quarte erweitert, (welche Quarte bei gehöriger Bewegung des Basses zur Octave des neuen Grundtons wird.) Dadurch geschieht, was dem Uebergewichte gemäss ist; es wird gleichsam seiner Forderung entsprochen.

Zweitens, die beiden kleinen Terzen geben der Compression (58) nach, indem sie in eine grosse zusammenfallen. Sie gehorchen dem Drucke.

Drittens, dem Streben der Selbsterhaltung in Ansehung des kleinsten Theils wird ebenfalls genügt, indem derselbe sich bis zu dem Raum der kleinen Terze, (statt deren die grosse Sexte eintritt,) erweitert. Hiezu folgende Erläuterungen.

64. Was die eben erwähnte Compression anlangt, so ist sie noch grösser als aus (58) schon erhellet. Man addire den Gegensatz der grossen Terz zu den Gegensätzen zweier kleiner Terzen, um zu sehen, ob daraus die kleine Septime entstehn könne. Wir wissen, dass im reinen Accorde die grosse Terz *mindestens* $\frac{1}{3}$ betragen muss (46, 47, 48); aus 0,3333 + 0,2612 + 0,2612 wird aber 0,8557, während der Gegensatz der kleinen Septime nur 0,82841 gefunden wurde. Nicht einmal eine grosse Terz und falsche Quinte hat Raum genug in der kleinen Septime, denn jene beiden ergeben 0,8333. Also wird selbst die falsche Quinte gepresst, da, wie wir gesehn haben (und wie das Gefühl des Leittons jeden lehrt), die grosse Terz im Septimen-Accorde sich ein Uebergewicht aneignet, indem die Septime den reinen Accord stört. Die Terz giebt nicht nach; die falsche Quinte muss sich in die Septime fügen; sie thut es, indem sie sich zusammenzieht.

65. Aber man könnte fragen, ob denn der Septime eine Kraft eigen sei, die falsche Quinte zu unterwerfen?

Zuvörderst, wenn die Töne, welche die kleine Septime bilden, des Zusammenhanges wegen als übermässige Sexte vorkommen werden, — nicht leiblich, sondern im musikalischen Denken, in welchem allein der Unterschied liegt, — so erfolgt

das Umgekehrte. Die übermässige Sexte wird gesprengt wie von einer ausdehnenden Gewalt. Vgl. Fig. 20. Der Septime braucht indessen nicht der Zusammenhang mit schon früher angeregten musikalischen Gedanken die Kraft zu geben, comprimirend sowohl auf die falsche Quinte als auf die darin enthaltenen Terzen zu wirken; sondern die übermässige Sexte ist es, welche erst aus dem Zusammenhange erhellet, wenn sie vorkommt; alsdann aber ist zugleich die falsche Quinte nicht vorhanden, sondern die Töne, aus denen sie besteht, werden als übermässige Quarte vernommen. Das Umgekehrte der übermässigen Sexte ist die verminderte kleine Terz (wie *ais c*,) diese aber kann gleichfalls nur in Folge des Zusammenhangs vernommen werden; die Töne, aus denen sie besteht, bilden an sich eine grosse Secunde. Da nun dies factisch veststeht, so kann auch die Thatsache, *dass* die kleine Septime im Septimen-Accorde gegen die darin liegende falsche Quinte zusammenziehend wirke, nicht bezweifelt werden. Unter den Erklärungsgründen aber, die schon oben (62) dafür angegeben worden, ist einer, der einer Auseinandersetzung bedarf, nämlich der, welcher davon hergenommen ist, dass der kleine Theil von zwei Zwölfteln, welchen die Septime in dem Grundtone und in allen Tönen des reinen Accordes abschneidet, auf die statische Schwelle gedrängt wird.

66. Dass neben dreien geistigen Kräften, die sich verhalten wie 4, 3, 3, eine vierte, die nicht stärker ist als die Verhältnisszahl 2 anzeigt, nicht bestimmend wirksam bleiben könne, zeigt sich in Folge der Schwellenformel

$$d = \sqrt{\frac{abc\,(b+c)}{bc+ac+ab}},$$

welche gefunden wird, wenn man in der bekannten Hemmungsrechnung für $a$, $b$, $c$, $d$ erstlich berechnet, wieviel von $d$, der schwächsten Kraft, zu hemmen ist, und dies alsdann $= d$ setzt.* Nehmen wir in der Formel $b = c$, so wird kürzer

$$d = \sqrt{\frac{2ab^2}{2a+b}},$$

und dies giebt für $a = 4$, $b = 3$, den Werth $\sqrt{\frac{72}{11}} = 2{,}5584$. Hätte der kleinste Theil unter denen, welche beim Septimen-Accorde aus der Brechung in jedem Tone entstehn, diese

* Psychologie §. 51.

Grösse, und könnten dabei (was unmöglich) die andern bleiben wie sie sind: so wäre hier etwas Aehnliches, wie beim reinen Accorde. Eine geistige Kraft, die gerade nur *auf* die statische Schwelle gedrängt zu werden geeignet ist, kommt nur in unendlicher Zeit d. h. niemals dahin; sie wird nicht wirklich unterdrückt, sondern, sie vermag nur nicht, den Conflict der andern unter sich zu vergrössern; deren Hemmungssumme vielmehr desto langsamer sinkt, je mehr davon auf die schwächste fällt. So ist's beim reinen Accorde. In dem Falle des Septimen-Accordes aber kann man fragen, wieviel wohl daran fehle, dass es sich hier eben so verhalte? Gesetzt, der kleine Theil von zwei Zwölfteln würde vergrössert, und in Fig. 22 rückte der Theilungsstrich, welcher von *b* herrührt (im Septimen-Accorde von *c*), etwas weiter vor, um die Vergrösserung auszudrücken: so würde derjenige Theil, welcher von der kleinen Terze *b g* herrührt, um eben so viel kleiner. Angenommen ferner, die grosse Terze erweitere sich um eben so viel, und die kleine Terz *g e* werde dadurch verengt: so lässt sich bestimmen, welche Veränderung mit dem Septimen-Accorde vorgehn müsste, wenn er jener Bedingung der Harmonie, dass der schwächste Theil auf die Schwelle zu sinken bestimmt, und hiemit gegen die andern Theile entwaffnet sei, — Genüge leisten sollte. Nennen wir das kleine Quantum der Veränderung, die mit jedem der vier Theile vorgehn soll, $x$, da es noch unbekannt ist: so ist $4 + x$ anstatt 4, $3 - x$ anstatt 3, und noch $2 + x$ statt 2, in die Formel für $d$ zu setzen. Also

$$d = \sqrt{\frac{2(4+x)(3-x)^2}{2(4+x)+(3-x)}} = 2 + x.$$

Geordnet: $28 - 78x - 19x^2 + x^3 = 0$.

Da man weiss, dass $x$ nur ein kleiner Bruch sein kann, so lasse man $x^3$ einstweilen weg, und behandle die Gleichung wie eine quadratische. Oder, da man aus den ersten Gliedern schon sieht, das $x$ nahe $= \frac{28}{78} = \frac{14}{39}$, mithin wenig über 0,3 sein müsse, so nehme man $x^3$ 0,027; alsdann hat man $28{,}027 - 78x - 19x^2 = 0$, oder

$$x^2 + 4{,}1053x = 1{,}4751,$$

$$\text{und } x = -2{,}0526 \pm \sqrt{(2{,}0526)^2 + 1{,}4751},$$

$$= 0{,}3324, \text{ (wobei } \tfrac{1}{12} \text{ als Einheit zu denken ist.)}$$

Sollte um so viel die grosse Terz erhöhet, und zugleich die Septime erniedrigt werden, so würde die falsche Quinte sich

einer Quarte um mehr als die Hälfte eines Zwölftels der Octave (also eines halben Tons) nähern. Eine so gewaltsame Veränderung der Intervalle würde sich zu keinem Versuche eignen; man kann aber ziemlich nahe dasselbe Resultat auf eine weit glimpflichere Weise erreichen. Die gesuchte Quadratwurzel wird nicht viel grösser ausfallen, wenn die grosse Terz nur um ein Fünftheil eines halben Tons erhöhet, die Septime um etwas mehr als ein Viertheil desselben erniedrigt wird. Man hatte ursprünglich die gegebenen Zahlen 4, 3, 3, 2; nun setze man

anstatt 4, 3, 3, 2,

jetzt 4,2; 2,8; 2,7; $2+x$;

so findet man durch Ausziehung der Quadratwurzel aus dem Bruche, der jetzt durch bekannte Grössen gegeben ist, $x=0{,}386$, welches anzeigt, dass bei der angenommenen Bestimmung der kleinste Theil nicht mehr weit von der statischen Schwelle entfernt ist.

Um dem gemäss einen leichten Versuch nur obenhin, (denn grosse Genauigkeit würde die Mühe nicht lohnen), anzustellen, kann man auf einem Pianoforte etwan die Töne *e* und *b* des Septimen-Accordes von *c*, um etwas verstimmen; es ist nicht schwer, nach dem Gehör die grosse Terz *e* ungefähr um ein Fünftel des halben Tons zu erhöhen, und zugleich die falsche Quinte *b* reichlich um ein Viertheil des halben Tons zu erniedrigen. Schlägt man den so verstimmten Septimen-Accord an, so ist der erste Eindruck wegen der schreiend-überspannten grossen Terz sehr widrig; da aber dieses seinen Hauptgrund in den Schwingungen der Saiten hat, also dem leiblichen Hören zur Last fällt, so suche man den Versuch davon zu befreien. Dies gelingt meistens, wenn man gleichzeitig im Basse ein paar untere Octaven des Grundtons *c* stark anschlägt, und nach einer kleinen Weile die linke Hand aufhebt, während die rechte noch den verstimmten Accord vesthält. Man vernimmt nun das Nachtönen desselben. Der verdorbene Septimen-Accord ist noch zu erkennen; aber die Dissonanz hat ihr Salz verloren; das Getön ist nicht gerade beleidigend, es klingt vielmehr etwas süsslich-fade. Lässt man die gewöhnliche Auflösung des Septimen-Accordes folgen (*c f a*): so vermisst man die gewohnte Befriedigung. Und dies gerade bestätigt unsre obige Darstellung. Denn darauf kam es an, zu zeigen, worin die treibende, und zwar in bestimmter Richtung zur Auflösung

treibende Kraft der Dissonanz liege. Die Begriffe hievon lassen sich nun noch etwas mehr auseinandersetzen.

67. Erstlich. Die vier Kräfte, worin der Septimen-Accord jede einzelne Tonvorstellung bricht, sind weit vom Gleichgewichte entfernt. Wird eine geistige Kraft von den übrigen so stark gehemmt, dass sie beträchtlich *unter* die statische Schwelle fallen soll, so giebt ihr dies einen Antrieb, welchem gemäss sie nicht etwan in unendlicher Zeit (wie wenn sie bloss *auf* die Schwelle gedrängt würde), sondern in sehr kurzer Zeit aus dem Bewusstsein verdrängt werden muss, falls dies an sich möglich ist. * Nun ist im Septimen-Accorde eine so starke Hemmung des kleinsten Theils vorhanden, denn eben zuvor wurde berechnet, dass neben 4, 3, 3, *auf* die Schwelle schon eine Grösse $= 2{,}5584$ würde getrieben werden; folglich ist die Grösse $= 2$ gewiss beträchtlich *unter* der Schwelle.

Zweitens. Geschähe das völlige Verdrängen wirklich: so würden in demselben Augenblick auch die beiden Theile, welche durch die Verhältnisszahl 3 bezeichnet wurden, einen plötzlich verstärkten Stoss zum Sinken ** bekommen; den man erfahrungsmässig bemerken müsste. Diesen bemerkt man nicht, während die innere Unruhe jenes Accordes sehr fühlbar ist.

Drittens. Da es unmöglich ist, von der an sich einfachen Vorstellung eines Tons ein bestimmtes Stück so abzuschneiden, wie wir dies in der Zeichnung thaten; vollends es dergestalt abzusondern, dass es dem *ferneren* Andringen der entgegenwirkenden Kräfte unzugänglich würde, (wie dies der Fall bei den ganzen Vorstellungen ist, sobald sie wirklich auf die Schwelle gesunken sind;) so ist an ein wirkliches Versinken jenes kleinsten Theils nicht zu denken. Gleichwohl ist wirklich ein so starker Druck vorhanden, der ein solches Versinken, soviel an ihm ist, hervor zu bringen geeignet wäre. Dieser Druck kann nur durch eine Gegenwirkung aufgehalten werden, welche in demselben Maasse, als der Druck andringt, zunehmen muss. Solche Gegenwirkung muss in der Vorstellung selbst sich erzeugen, denn das ganze Verhältniss, von dem wir hier reden, ist ein inneres in jeder einzelnen Vorstellung, weil jeder Ton in jene vier Kräfte gebrochen wurde. Diese Gegenwirkung

* Psychologie §. 75, wo die Beispiele zu vergleichen sind.
** Ebendaselbst.

nun ist es, die wir Selbsterhaltung nannten, weil etwas Aehnliches unter diesem Namen in der Metaphysik vorkommt, wiewohl unter andern Umständen und nähern Bestimmungen.

Viertens. Dem Streben, was in dieser Gegenwirkung liegt, kann von aussen Genüge geschafft werden, wenn der kleinste Theil, den die stärkste Hemmung traf, durch veränderte Brechung verstärkt wird. Dann hört die Selbsterhaltung auf.

Fünftens. Dasselbe Streben aber entsteht gar nicht, wenn die Brechung gleich Anfangs darauf eingerichtet wird, dass der Druck nicht hinreiche, es zu erzeugen. Es wird abgespannt, indem man durch eine minder wirksame Brechung den Druck schwächt. Das ist der Fall des vorerwähnten Versuchs, welcher die Dissonanz entkräftet, anstatt sie durch Auflösung in reine Harmonie zu befriedigen.

68. Jetzt fällt ein neues Licht auf den Grund der Harmonie in den reinen Accorden.

Wir haben zwar schon oben aufs Bestimmteste gezeigt, dass der Schwellenwerth des kleinsten unter drei Theilen, worin drei Tonvorstellungen einander gegenseitig brechen, der allgemeine Charakter des reinen Accordes ist; dergestalt dass dieses Kennzeichen bei *jedem einzelnen* Tone des Accordes, in *jeder Lage, in allen abgeleiteten* Accorden, und *gleicherweise beim Dur und Moll*, zutrifft. Wir haben ferner die Schwierigkeit gezeigt, dieses Kennzeichen mit der vorgängigen Bestimmung der einzelnen Intervalle zu vereinigen; dergestalt, dass bei den reinen Accorden, aber auch nur bei ihnen, eine genügende Annäherung möglich ist; daher dies zugleich als das *ausschliessende* Kennzeichen der reinen Accorde muss anerkannt werden. Und schon hierüber verbreitet die nächst vorhergehende Untersuchung ein helleres Licht. Denn man sieht nun in bestimmten Fällen (dem verminderten Dreiklange und dem Septimen-Accorde) unmittelbar vor Augen, wie weit andre Brechungen abweichen von dem Schwellenwerthe des kleinsten Theils.

Allein bei der frühern Darstellung konnte man sagen: man sei zwar genöthigt, einzuräumen, der allgemeine und zugleich ausschliessende Charakter des reinen Accordes *müsse* den Grund des Harmonischen, was in ihm eigenthümlich liegt, enthalten; man begreife aber den Zusammenhang des Grundes mit der Folge noch immer nicht.

Nun ist gewiss, dass nimmermehr eine speculative Erklärung

ästhetischer Urtheile aus sich das Gefühl, was in diesen liegt, erzeugen kann. Aus dem Fühlen wird man herausversetzt durchs Denken. Wohl aber wird gerade umgekehrt bei solchem Denken gefordert und vorausgesetzt, man habe längst schon gefühlt was zu fühlen war, sonst würde man nicht einmal wissen, wovon die Rede sei, und welcher Gegenstand solle erklärt werden.

So wenig wir demnach jetzt erst das vorausgesetzte Fühlen hintennach erzeugen wollen; so können wir doch jetzt nachweisen, welchen Contrast der dissonirende Accord gegen den consonirenden macht.

Erstlich ist schon die Compression der kleinen Intervalle, durch die grössern, in denen jene Platz finden sollen, — oder überhaupt die Incongruenz der Intervalle zum Accorde, — von welcher schon der reine Accord nicht ganz frei, doch grösser beim dissonirenden. (Man vergleiche 64 mit 48.)

Zweitens und hauptsächlich. Beim reinen Accorde vermag einerseits der kleinste Theil nicht, den Conflict unter den stärkern zu vermehren; denn beim Schwellenwerthe der dritten, kleinsten Grösse ist die Hemmungssumme für die grössern die nämliche als ob der kleinste nicht da wäre.* Andrerseits aber wird auch das zuvor beschriebene Streben der Selbsterhaltung vermieden, welches nur eintreten könnte, wenn der kleinste Theil geringer wäre, als der Schwellenwerth anzeigt. Wir erkennen demnach die Harmonie des reinen Accordes als *die richtige Mitte*, zu welcher die Musik bei allen Bewegungen eben so oft zurückkehrt, als sie den reinen Accord hören lässt.

Drittens. Da diese richtige Mitte sich in allen Tönen erzeugt, die zum reinen Accorde gehören, und da sie dieselbe durch gegenseitige Brechung bestimmen: so *unterstützen* sie sich *gegenseitig* darin, — ihre verschiedene ursprüngliche Eigenheit verschmilzt darin; und man könnte sagen, dass die richtige Mitte sich in jeder von ihnen abspiegelt, um überall als die gleiche erkannt zu werden.

Hier aber soll uns eine Bemerkung nicht entgehen, die sich in der Vergleichung des kleinen Septimen-Accordes (mit grosser Terz) und aller andern dissonirenden Accorde leicht darbietet.

---

* Psychologie §. 47, 50.

**69.** *Thatsache.* Der Accord der kleinen Septime mit der grossen Terz ist, obgleich dissonirend, doch heiterer und einer Consonanz ähnlicher, als der verminderte Dreiklang, und als alle andern Septimen-Accorde.

**70.** *Frage.* Da sich die dissonirende Septime, und das von ihr gestörte Verhältniss des reinen Accordes in allen Tönen des Septimen-Accordes vervielfältigt, und gleichsam abspiegelt (wie in Fig. 22 überall die Theile 4, 3, 3, 2, wiederkehren); wo kann dennoch eine Aehnlichkeit mit der allgemeinen Bedingung der Consonanz vorkommen?

**71.** *Vorbereitung zur Antwort.* Man durchmustere den Accord, um zu bemerken, ob bei Weglassung eines oder des andern der vier Töne, derjenige zu finden ist, auf welchem der erwähnte Vorzug beruhe.

Erstlich: die Septime kann man nicht weglassen; ohne sie wäre der Accord ein reiner.

Zweitens: die Quinte wird oft genug weggelassen; sie wird in Gedanken so leicht ergänzt, dass es beinahe scheinen könnte, sie wäre überflüssig. Das Heitere des Accordes wird auch so noch empfunden.

Drittens: die Terze darf nicht fehlen; der Accord wird sonst unbestimmt, da die kleine Terz eine ganz andre Harmonie bildet, wenn sie hinzu gedacht wird. Aber in ihr kann dennoch jene Heiterkeit nicht hinlänglich begründet sein, denn:

Viertens: wenn man den Grundton weglässt, so bleibt nur der trübe verminderte Dreiklang.

Nach dieser Vorerinnerung ist leicht zu errathen, dass in dem Grundton ein harmonisches Verhältniss liegen möge, welches sichtbar werde, wenn man die Quinte weglässt.

**72.** *Antwort.* Man untersuche in Fig. 22 den Grundton dergestalt, dass der Gegensatz desselben gegen die Septime, ferner die Gleichheit mit der Terze, und derjenige Theil, welchen jeder dieser Theile in dem andern absondert, verglichen werden.

Der erste ist nahe $= \frac{10}{12}$, der zweite $= \frac{8}{12}$, der dritte mittlere $= \frac{6}{12}$. Das Verhältniss ist wie **10:8:6**, d. h. wie **5:4:3**; also gleich dem Verhältniss der Theile, welche im reinen Accorde aus der Brechung entstehn.

Bekanntlich kommt nichts darauf an, welcher von diesen Theilen eigentlich Gleichheit oder Gegensatz sei, da sich dies durch die verschiedenen Lagen des Accordes umkehrt. Die

Theilung bleibt die nämliche; und mit ihr das Verhältniss der Theile, welches allein in Betracht zu ziehen ist. Nachdem dies einmal empfunden worden, bleibt die Reminiscenz auch noch, wenn die Quinte wieder hinzugefügt wird.

73. *Thatsache.* Der Septimen-Accord mit der kleinen Septime und kleinen Terze (wie *c, es, g, b*) Fig. 24, lässt sich nicht unmittelbar auflösen, sondern, indem die Septime sich auflöst, entsteht aus ihm ein andrer Septimen-Accord, (oder dessen abgeleiteter); welches so fort geht, bis ein solcher gefolgt ist, der die grosse Terz enthält; wie Fig. 25.

74. *Frage.* Was unterscheidet diesen Septimen-Accord mit der kleinen Terz so sehr von jenem mit der grossen Terz?

75. *Vorbereitung zur Antwort.* Zuerst fällt auf, dass jenes Harmonische des Grundtons, welches vorhin beim Septimen-Accorde mit der grossen Terze bemerkt worden, (72) hier wegfällt. Die Verhältnisszahlen 10, 9, 7 können dergleichen nicht ergeben. Setzt man $a = 10$, $b = 9$ in die Schwellenformel $c = b\sqrt{\frac{a}{a+b}}$, so kommt $c = 6{,}529$, was weit von 7 entfernt ist. Auch fehlt hier das Heitere; der Accord klingt wie ein schwer zu lösendes Problem. Man vernimmt zwei reine Accorde, die aber einander gegenseitig stören (*c moll* und *es dur*). Untersucht man genauer, so merkt man, dass es die kleine Terz ist, welche den Knoten bildet. Die andern Töne des Accordes gehn den nämlichen Weg der Auflösung, wie im Septimen-Accorde mit der grossen Terz; aber der Ton, welcher die kleine ergiebt, ist damit nicht weggeschafft; er bleibt liegen, und verwandelt sich in die Septime des neuen Accordes, der jenen zur Auflösung dient. Also ist hier eine partielle Auflösung, und zwar, so weit sie reicht, die nämliche, wie man sie schon kennt (62—67); daher müssen auch die Gründe, welche dort gegeben wurden, hieher passen, mit Ausnahme dessen, was die kleine Terz angeht. Das Obige kann demnach hier von neuem geprüft werden.

76. *Antwort.* Wenn zu *c moll* die Septime *b* gesetzt wird, so bricht der Theilungsstrich, welcher *b* bezeichnet (Fig. 24), überall den stärksten Theil des reinen Accordes; und es gewinnt auch hier derjenige Theil, welcher vom Gegensatz der grossen Terz herrührt, das Uebergewicht; es entsteht an der Stelle, welche der Brechung durch die Terz entspricht, ein

vermehrter Confliet; wie oben (62). Auch ist der Grund der Selbsterhaltung wegen des kleinsten Theils hier der nämliche. Selbst die Compression der kleinen Terzen ist hier zum Theil wie vorhin (64); denn auch hier sollen deren zwei nebst der grossen Terz innerhalb des Umfangs der Septime stattfinden. Alles dies schafft die kleine Terz des Septimen-Accordes nicht weg. Denn der Septimen-Accord mit der kleinen Terz enhält keine falsche Quinte; an ihrer Stelle steht hier die reine Quinte *es b*. Da nun die beiden kleinen Terzen, die sonst (im Septimen-Accord mit der grossen Terz) zusammen in der falschen Quinte liegen, jetzt *getrennt* sind: so fällt der grössere Theil ihrer Compression (58) hier weg; und es bleibt nur der Druck der Septime (64). Dieser Druck, verbunden mit dem Uebergewicht und der Expansion der grossen Terz, treibt die kleine Terz gegen den Grundton, also nach unten, anstatt nach oben; und dieser Richtung folgt sie wirklich nach ihrer Verwandlung in die Septime des folgenden Accordes, durch welchen sie jedoch zu solcher Bewegung einen weit kräftigern Antrieb bekommt.

77. *Zusatz.* Ist einmal eine raschere Bewegung im Gange, so kann sie derselben Richtung auch sogleich entsprechen. Man sehe Fig. 26, wo derjenige Septimen-Accord, der uns jetzt beschäftigt, nur im Durchgange vorkommt. Hier braucht die Terze *es* nicht zu warten, bis sie sich in die Septime verwandle, (obgleich sie es füglich kann, wenn man in der Oberstimme einen Vorhalt anbringen will.) Allein die grössere Besonnenheit bei langsamen Bewegungen verlangt, dass sie erst als Septime vernommen werde, damit der Knoten sich auflöse, und nicht zerhauen werde.

78. *Anmerkung.* Eine scheinbare Ausnahme von der Regel entsteht in dem Falle der Fig. 25$^b$, wo statt des Septimen-Accordes sein abgeleiteter, der Sext-Quinten-Accord, gesetzt worden. Hier ist sehr gewöhnlich, zunächst bloss einen reinen Accord folgen zu lassen; allein damit erreicht man keine Ruhe sondern man muss weiter fortfahren. Die Regel ist ignorirt, aber das Gefühl bleibt. Noch ungenügender fällt eine solche Bewegung aus, wenn man statt des abgeleiteten den ursprünglichen Septimen-Accord setzt.

79. Die Erweiterung der, in dem Septimen-Accorde enthaltenen Terz (*es, g,* in dem Accorde *c, es, g, b*) zur Quarte (*es,*

*as*), welche der Expansion, womit der Leitton im Septimen-accorde mit der grossen Terz vordringt, einigermaassen ähnlich ist, hat zwar nichts gegen sich; allein sie verändert auch nichts Wesentliches. Will man nicht *g* in *f* gehn lassen, so muss *f* im Basse angegeben werden; die Brechung der Töne bleibt aber im Grunde die nämliche, da zu jedem Tone sehr leicht seine Octave hinzugedacht wird.

**80.** *Thatsache.* Wenn man die Distanz der Octave in vier gleiche Theile zerlegt, und die entsprechenden Töne zugleich hören lässt: so entsteht ein unverständlicher Streit, der einer nähern Bestimmung bedarf, damit die richtende Kraft einer Dissonanz in ihm vernommen werde.

**81.** *Erläuterung.* Sei *c* der Grundton: so weiss man im angegebenen Falle nicht, ob man

1) *c dis fis a,* oder
2) *c es fis a,* oder
3) *c es ges a,* oder
4) *his dis fis a,* gehört habe. Man erfährt aber sogleich die Entscheidung, wenn

1) *h dis fis a,* oder
2) *c d fis a,* oder
3) *c es f a,* oder
4) *his dis fis gis,* nachfolgen. Anstatt dieser Accorde können auch sogleich deren Auflösungen gebraucht werden, nämlich

1) *h e g,*
2) *b d g,*
3) *des f b,*
4) *cis e gis;* welche sämmtlich reine Moll-Accorde, oder von solchen abgeleitet sind.

Die Entscheidung kann aber auch (wiewohl nicht ganz sicher) schon durch das zunächst Vorhergehende gegeben sein; nämlich wenn vorherging

1) *c d fis a,* oder
2) *c es f a,* oder
3) *c es ges as,* oder
4) *h dis fis a.*

Ganz sicher ist diese Entscheidung nicht, denn sie ist nicht immer für Erhöhung eines Tons zu nehmen; allein wir wollen sie hier als solche in Betracht ziehn. Wir reden demnach hier vom verminderten Septimen-Accorde und seinen abgeleiteten.

82. *Zusatz.* Es sollen jedoch hier nicht die mannigfaltigen Verwickelungen vollständig untersucht werden, welche aus verzögerten Auflösungen entstehn können (wie Fig. 27). Solche interessiren mehr die praktische Musik als die Psychologie.

Aus diesem Grunde übergehn wir auch den Septimen-Accord mit der kleinen Terze und falschen Quinte.

83. *Frage.* Wie und warum unterscheidet sich der verminderte Septimen-Accord von dem Septimen-Accorde mit der grossen Terz, aus welchem er durch Erhöhung des Grundtons entsteht?

84. *Vorbereitung zur Antwort.* Zuerst muss man überlegen, dass der verminderte Septimen-Accord zwei verminderte Dreiklänge (55—58) enthält. Er sei *cis, e, g, b*: so ist *cis, e, g,* ein Accord für sich; *e, g, b,* desgleichen. Jeder von beiden enthält zwei kleine Terzen eingeschlossen in dem Umfange einer falschen Quinte, die von derselben zusammen gedrückt sind. Der ganze Accord *cis, e, g, b,* liegt demnach innerhalb drei Vierteln der Octave; und der Gegensatz zwischen *cis* und *b* muss **0,75** betragen. Löset sich *b* in *a* auf, welches von *cis* die kleine Sexte ist: so giebt die Distanz von *cis* bis *a* den Gegensatz der kleinen Sexte =**0,6666**; also ist *b* um **0,08333...** herabgesunken, d. h. genau um ein Zwölftel der Octave, welches der durchschnittliche oder mittlere Werth des halben Tones ist.

Nun aber kommt es ferner darauf an, wie viel die Erhöhung oder Erniedrigung der Töne betrage, denen man ein Kreuz oder ein *b* vorsetzt; denn durch Erhöhung des Grundtons entsteht die verminderte Septime aus der kleinen. Hier giebt es nicht weniger als drei verschiedene Bestimmungen.

1) Aus der Vestsetzung der einzelnen Intervalle, wie sie ohne Rücksicht auf die Accorde zuerst vorgenommen war, fand sich der Unterschied der kleinen und grossen Terz, also die Erhöhung der letztern über die erste, =**0,07213**. Aber

2) als wir die reinen Accorde untersuchten, fand sich bei derjenigen Berechnung, die mit der gleichschwebenden Temperatur am besten übereinstimmt (48), die grosse Terz =**0,3333**, die kleine **0,2486**; der Unterschied =**0,0847**. Hiemit trifft die Differenz der falschen Quinte, einerseits von der Quarte, andrerseits von der reinen Quinte sehr nahe zusammen; denn sie beträgt **0,08578**. (Vergl. oben die Angaben in 38). Man kann demnach den Werth der Erhöhung oder Erniedrigung, (durch

welche die falsche Quinte aus der reinen muss entstehen können,) im Durchschnitt auf 0,085 setzen. Wäre davon die grosse Secunde das Doppelte, so betrüge ihr Gegensatz 0,170; sie käme hiemit der Bestimmung der Physiker nach Schwingungsverhältnissen fast gänzlich gleich, aus welcher sich der Gegensatz 0,16992 ergab. Die kleine Septime, welche die grosse Secunde zur Octave ergänzt, wäre nun 0,83. Hievon die verminderte Septime, d. h. anderthalb falsche Quinten, oder 0,75 abgezogen, lässt den Rest 0,08.

3) Unabhängig von einander, und genau übereinstimmend,* sind die Bestimmungen der grossen Secunde und kleinen Septime gefunden worden (36). Legt man, diesen gemäss, den Werth der kleinen Septime, nämlich 0,82841, zum Grunde, und zieht hievon die verminderte Septime, also 0,75, ab: so bleibt der Rest 0,0784 als die Erhöhung des Grundtons. Diese Zahl fällt zwar zwischen 0,07213 und 0,0847; allein sie weicht von der letztern noch bedeutend ab. Was folgt nun aus dem Allen?

85. *Antwort.* Erstlich, wenn die vier Töne des verminderten Septimen-Accordes zugleich vernommen werden, ohne dass etwas voraus ging: so bleibt unbestimmt, welcher von den vier Tönen derjenige sei, den die Erhöhung betroffen habe. Alle oben angezeigten vier Fälle (81) sind möglich; daher hört man nur einen unverständlichen Streit (16). Diesen Streit charakterisirt bloss das Trübe und Gepresste des verminderten Dreiklangs, der hier zwiefach vorhanden ist (58). Drei kleine Terzen scheinen vorhanden zu sein (wie *c es*, *es ges*, und *fis a*); der Hörende strebt sich diese völlig zu vergegenwärtigen: es ist aber nicht möglich; denn diese müssten zusammen den Umfang 0,7836 einnehmen; welches von 0,75, den anderthalb falschen Quinten, in welchen der Accord eingeschlossen ist, weit abweicht. Der Unterschied 0,0336 ist ein bedeutender Theil vom halben Ton, dessen mittlerer Werth, wie nur eben zuvor erinnert, ein Zwölftel =0,08333 ausmacht.

Zweitens: sobald dagegen aus dem Zusammenhange bekannt ist oder wird, welcher von den vier Tönen als erhöhet aus

* Überdies noch genau übereinstimmend mit der Distanz zwischen der Quarte und reinen Quinte. Man vergleiche die Zahlen in 38, und nehme 0,08579 doppelt. Daraus findet sich genau 0,17158.

einem niedrigern entstanden sei: so richtet sich danach die Art der Auffassung. Das musikalische Denken, (welches geringe Mängel des leiblich Gehörten allemal verbessert, und für welches der Schall der Instrumente oft nur eine Art von Zeichensprache ist,) vollzieht die Erhöhung so, wie sie erfolgen soll; dergestalt dass sie 0,085 oder mindestens 0,0847 betrage, wenn auch wirklich nur eine Erhöhung von 0,0784 leiblich gehört wird. Dadurch aber wird die verminderte Septime, welche nur den letztern Werth zulässt zusammengedrängt. Oder, was dasselbe ist, aber noch stärker empfunden wird, die übermässige Secunde — das Umgekehrte und harmonisch Gleichgeltende der verminderten Septime, — wird expandirt, nicht anders als ob eine starke Feder dazwischen gespannt wäre. Wer dies etwa nicht fühlte, dem könnten wir es in andrer Art nachweisen; nämlich als eine merkwürdige

87. *Thatsache.* Der übermässige Secundensprung ist verboten.

Gleichwohl wird er oft genug gemacht, und zwar da, wo man gerade das Harte desselben, das Gefühl des schwer zu Uebersteigenden beabsichtigt. Und dann wird er empfunden, auch wenn die Tasten des Instruments genau dieselben Töne angeben, die sonst eine kleine Terz ausmachen. Es ist gar nicht nöthig, dem leiblichen Hören zu gefallen den Stimmhammer zu gebrauchen; das musikalische Denken ist in diesem Falle mächtig genug, um die nämlichen Töne bald als bequeme kleine Terzen, bald als widerspenstige übermässige Secunden zu vernehmen. Noch mehr: die übermässige Secunde ist wirklich nur sehr wenig grösser, als die kleine Terz im reinen Accorde; und nicht einmal so gross, als die kleine Terz an sich sein würde.

88. Das Uebrige der Erklärung ergiebt sich nun leicht. Der Septimen-Accord mit der kleinen Septime und grossen Terze ging entweder wirklich vorher, wie in Fig. 28, oder für das geübte musikalische Ohr ist es soviel, als wäre er vorhergegangen. Die sämmtlichen Töne haben also schon ihre Richtung; nur der Grundton ausgenommen. Jene folgen der Richtung die sie haben; dieser, aufwärts dringend, vollendet seinen Gang. Fig. 29 und 30 sind leichte Abänderungen, die keiner weitern Erläuterung bedürfen.

89. *Zusatz.* Bei dieser Veranlassung ist es am gelegensten, die Bemerkung vestzuhalten, dass sowohl Erniedrigung als Er-

höhung eines Tones, obgleich nicht ganz genau bestimmbar, (weil der Unterschied der Terzen an sich etwas schwankend, und jedenfalls ein wenig kleiner ist als der Unterschied der falschen Quinte von ihren beiden Nachbarinnen,) doch etwas mehr betragen als der mittlere halbe Ton. Dieser ist 0,08333 jene, die Erhöhung oder Erniedrigung, haben wir im Durchschnitt =0,085 gefunden (84). Wenn nun von zweien Tönen, die um ein Sechstheil der Octave, also ungefähr um eine grosse Secunde verschieden sind, der obere erniedrigt, der untere erhöhet wird: so treffen beide Veränderungen nicht genau in Einem Puncte zusammen; sondern sie greifen über einander weg, und lassen zweimal den Unterschied des mittlern halben Tons von der Erhöhung oder Erniedrigung zwischen sich; d. h. zweimal 0,00166, also 0,00333. So gering diese Grösse ist: so muss doch bemerkt werden, dass wir hiedurch dasjenige in Abrede stellen, was die physikalischen Schriften von der sogenannten enharmonischen Tonfolge zu sagen pflegen. Nach ihnen sollen die Töne so aufeinander folgen: *c, cis, des, d, dis, es, e,* u. s. w. anstatt dass sie so folgen müssen:

*c, des, cis, d, es, dis, e,* u. s. w.

Damit man dies einsehe, verweisen wir auf Fig. 31. Fortschreitungen dieser Art sind in der Musik nicht selten. Nun weiss Jedermann, dass die falsche Quinte *es* im Sext-Quinten-Accorde sich unterwärts auflösen muss; hingegen der Leitton *dis* nach oben zu hinstrebt. Wenn also ein Violinspieler oder Sänger *es* spielt oder singt, so treibt ihn sein Gefühl nach unten; soll er nun *es* in *dis* verwandeln, so bekommt er einen Impuls nach oben. In Folge dieses Impulses muss er den Ton *es* nicht erniedrigen, (denn es wird ihm verboten, nach unten hin sich zu wenden,) sondern ihn erhöhen, denn nach oben hin wird er getrieben in demselben Augenblick, wo ihm vorgeschrieben ist, *dis* anstatt *es* zu denken und zu spielen. Dagegen fodert jene physikalische Lehre von ihm, er solle rückwärts nach unten gehn in demselben Augenblick, wo er einen Antrieb aufwärts bekommt; und zwar (was das Widersinnige ist) eben derjenige Impuls, der ihn vorwärts treibt, soll ihn unmittelbar rückwärts treiben. Das wird nicht geschehen, wo nicht eine falsche Theorie sich einmengt, und ihr aus Vorurtheil gehorcht wird.

Der Anfang des Irrthums liegt bei der ersten Bestimmung

der grossen Terz.* Diese nehmen die Physiker zu niedrig, indem sie den Schwingungen nachgehn, welche auf das Klingen der Schallwellen, nicht aber auf das musikalische Denken Einfluss haben. Unsre psychologische Betrachtung hat gezeigt, dass im reinen Accorde die grosse Terz *mindestens* ein Drittel der Octave betragen muss, indem die beiden andern Bestimmungen, (deren zweite wegen der dadurch überspannten Quinte unbrauchbar ist, die erste aber von der reinen Quinte ausgeht,) sie noch grösser geben.

**90.** *Thatsache.* Zu einer Melodie, — einer zusammenhängenden Folge von Tönen, worin eine Stimme sich bewegt, — muss eine mögliche Folge von Harmonien hinzugedacht werden können. Sonst würden die Töne sich von denen einer bloss gesprochenen, und gedehnten Rede nicht unterscheiden, sie würden keine musikalische Bedeutung haben.

**91.** *Folge.* Daher sind nicht bloss alle Mitteltöne ausgeschlossen, die ausser der Tonleiter liegen würden; sondern die Melodie muss auch bei jedem Tone, den sie angiebt, so lange verweilen, dass man die Harmonie dazu finden oder vernehmen könne. Hiemit ergiebt sich, dass die Melodie aus discreten (wiewohl der Zeit nach zusammen hängenden) Tönen bestehn muss, und kein Continuum derselben in sich aufnehmen kann. Sie bewegt sich auf einer Tonleiter, aber nicht in der Tonlinie; selbst bei durchgehenden Noten.

**92.** *Weitere Folge.* Da kein einzelner Ton für sich eine musikalische Geltung hat, die reine Quinte hingegen, abgesehen von der Octave, die vollkommenste Consonanz ist (19—22), so muss der erste *veste* Anfangspunct, (wenn ihm auch andre Töne als blosse Einleitung vorausgehn sollten,) die reine Quinte zulassen, oder besser, hören lassen. Diese giebt ihm die erste entschiedene Brechung, von der alle weitere Bedeutung abhängt. Die Octave würde dazu nicht taugen, weil bei ihr die Brechung gerade Null ist (11).

**93.** *Thatsachen.* Wenn eine Stimme sich eine grosse Secunde

* Nimmt man *fis* für die grosse Terze der Secunde *d*, und addirt die Gegensätze beider Intervalle nach den Angaben der Physiker (32 und 37), nämlich 0,32193 + 0,16992 = 0,49185, so erreicht man für die Distanz von c bis zu *fis* (dem Leitton zu *g*) nicht einmal die falsche Quinte 0,5. Zieht man den Gegensatz der Quarte (27), nämlich 0,41504, davon ab, so bleibt nur 0,07681 für die Erhöhung des *f* zu *fis*.

aufwärts bewegt, und alsdann in den ersten Ton zurückkehrt, so bemerkt man entschieden, dass man sich bewegt hat, und nun bei der Rückkehr Ruhe findet (Fig. 32).

Dasselbe gilt, wenn eine Stimme sich eine kleine Secunde abwärts bewegt (Fig. 33).

Dagegen contrastiren die Bewegungen und das Rückkehren auf verschiedene Weise, wenn ein grösseres Intervall durchlaufen wurde (Fig. 34). War das Intervall eine Terze, so hat man zwar Ruhe bei der Rückkehr, aber man bemerkt weniger Bewegung. War es eine Quarte, so hat man mehr Bewegung, aber am Ende weniger Ruhe. War es eine falsche Quinte, oder, was hier gleich gilt, eine übermässige Quarte, so ist der Grundton zum Ruhen verdorben. War es eine reine Quinte, so ist zwar Bewegung und Ruhe vorhanden, aber man vernimmt die Quinte auf eine zweideutige Weise; weil Verschiedenes kann hinzugedacht werden. Endlich vergleiche man noch Fig. 35; wo die kleine Untersecunde und grosse Obersecunde um eine Octave höher sind gelegt worden. Diese Gänge sind ganz unbefriedigend, und können durchaus nicht anstatt jener ersten (in Fig. 32 und 33) gebraucht werden.

94. *Folge.* Man sieht also, dass bei der Melodie nicht mehr gleichgültig ist, was für die harmonische Geltung gleichbedeutend war, nämlich ob ein Ton eine Octave höher oder tiefer liege. Deshalb wird man für die Melodie zuerst in Betracht ziehn, wie weit die Gleichheit eines Tons mit den höhern oder tiefern wirksam werden könne.

95. *Satz.* Die Wirksamkeit der Gleichheit umfasst eine kleine Septime, in deren Mitte der Hauptton liegt. (Man verwechsele hier nicht die Gleichheit mit den gleichen Theilen, wovon oben (15) das Nöthige gesagt ist.)

96. *Beweis.* In der Quarte verhält sich der Gegensatz zur halben Gleichheit wie $1:\sqrt{\frac{1}{2}}$. Das heisst, hier ist die Grenze, bis wohin die Töne durch die *zwiefache* Wirkung dessen, was in ihnen gleich und in sofern Eins ist, *einer* zum *andern* hingedrängt werden, als ob sie in Einen Ton zusammen fallen sollten (26). Bei grössern Intervallen unterliegen die Hälften der Gleichheit; bei der falschen Quinte sind die Gegensätze schon eben so stark, wie die ganze Gleichheit; bei der reinen Quinte herrschen sie dergestalt, dass bei noch grössern Intervallen nicht mehr die *Gleichheit*, sondern die gleichen Theile,

welche man in Gedanken absondert, in Betracht kommen. Dies Alles ist oben ausführlich entwickelt worden.

Da man dieses weiss: so erhellt der Satz sogleich von selbst. Denn vom Hauptone nehme man eine Quarte aufwärts; beide zusammen umfassen eine kleine Septime; und diese ist das Gebiet, worin seine Gleichheit dergestalt wirksam ist, dass sie die Töne zum Zusammenfallen antreibt.

97. *Zusatz*, Da die eine Hälfte dieses Gebiets unter dem Hauptone liegt, so versetze man dasselbe eine Octave höher, und man erhält Platz für die Tonleiter; dergestalt aber, dass dieser Platz aus zwei getrennten Theilen besteht, und zwischen beiden die Distanz einer grossen Secunde (mit einer merkwürdigen Genauigkeit) offen bleibt. Die falsche Quinte liegt mitten in dieser Distanz isolirt; auch gehört sie nicht zur Tonleiter.

98. *Frage*. Wenn eine Stimme sich um eine grosse Secunde aufwärts und wieder zurück bewegt: wie wirken die daraus entstehenden Vorstellungen?

99. *Vorbereitung zur Antwort.* Innerhalb der Distanz einer kleinen Terze können ein paar Töne als beinahe gleichartig angesehen werden, so dass einer grösstentheils die Fortsetzung des andern sei. Denn die Bestimmung der kleinen Terz ging davon aus, dass die beiden Gegensätze von den halben Gleichheiten zur Schwelle gedrängt werden. Dies gab die Gegensätze $= 0,2612$; welcher Werth späterhin für den Gebrauch in den Accorden noch zu gross gefunden wurde (47 u. s. w.).

Nun sollen zwar bei der grossen Secunde (36) die einzelnen Tonvorstellungen noch auf der Schwelle sein neben der, durch die halbe Gleichheit verstärkten; die wir als durch frühere Uebung gewonnen voraussetzen (nach einer Bemerkung in 61). Allein während dies für zusammenklingende Töne gilt, verändert es sich da, wo einer nach dem andern vernommen wird. Der vorhergehende erleidet hier eine Hemmung durch den folgenden; zugleich wird er in der früheren Verworrenheit reproducirt und bestärkt; er kann demnach überhaupt nicht ganz, aber am wenigsten in seiner ursprünglichen Integrität im Bewusstsein bleiben. Rückwärts gilt dies von dem folgenden Tone nur in so fern, als man von dem momentanen Hören des ursprünglich reinen Tons hinwegsieht. Das schon Vernommene wird von der halben Gleichheit ergriffen, und mit dem noch übrigen Vorstellen des vorigen Tons verschmolzen. Da-

her wird die Secunde als ein *andrer* Ton, der nur nicht völlig der erste sei, vernommen. Wäre die Secunde der Hauptton selbst: so würde sie nur als sie selbst, ohne ein Gefühl des Andersseins und Abweichens, vernommen werden. Hiezu nehme man Folgendes.

**100.** *Antwort.* Wir haben vorausgesetzt, der erste Ton habe schon eine entschiedene Brechung durch die reine Quinte (92). Kommt nun durch die Secunde eine neue Brechung hinzu: so ist der erste Ton doppelt gebrochen, und zwar dergestalt, dass in Ansehung seines kleinsten Theils eine Selbsterhaltung statt finden sollte (62, 67); nämlich in dem Maasse, als derjenige Druck, welcher von den stärkern Theilen der nämlichen Vorstellung herrührt, den schwächsten zu verdrängen im Begriff wäre. Dies setzt den Druck als eben jetzt wirksam, mithin die Brechung als geschehen voraus. Allein in wiefern der erste Ton seiner Integrität beraubt, also nicht in völliger Bestimmtheit dem Bewusstsein gegenwärtig ist, trifft ihn die Brechung weniger.

Dagegen hat der zweite Ton (die Secunde) in jedem Augenblick des Hörens seine ursprüngliche Klarheit; er ist der Brechung bloss gestellt, welche theils vom Hauptton, theils von der hinzugedachten Quinte desselben ausgeht. Bei ihm also tritt die Selbsterhaltung um desto sicherer ein, da er im Anfange des Ertönens ein erst entstehendes, nur bei längerem Verweilen anwachsendes Vorstellen liefert, welches der schon starken Vorstellung des frühern Tons sehr geringen Widerstand entgegensetzt.

Nun rührt die Nöthigung zur Selbsterhaltung bloss von der zu starken Gleichheit her; und würde verschwinden, wenn dieselbe sich nur um ein Zwölftheil der Octave verminderte, — oder wenn statt des Hauptons, sofern dieser noch im Bewusstsein gegenwärtig ist, dessen kleine Untersecunde (der Leitton) zu hören wäre.

*Der Leitton macht mit der Obersecunde eine kleine Terz.* Diese Distanz würde der Secunde die Selbsterhaltung ersparen, weil ihr gemäss die Gegensätze schon *auf* der Schwelle, und nicht mehr *darunter* sind (vergl. 99).

Gesetzt nun, es sei in Folge zweckmässiger Uebung, (wie jede Musik sie fast jeden Augenblick darbietet,) neben der Obersecunde der Leitton gehört worden; so wird derselbe,

falls kein Hinderniss eintritt, leicht hinzugedacht, wenn man vom Haupttone zur Secunde fortgeht; denn er ist es, welcher das durch jene Brechung erregte Streben befriedigt.

Damit ist aber die Vorstellung des Hauptstons nicht sowohl verdrängt als verworren; denn nur die Integrität dieser Vorstellung war verschwunden. Hingegen die Hemmung selbst ist so unbedeutend, dass, nachdem die Secunde aufgehört hat, zu ertönen, sich der Hauptton von selbst wieder hervordrängt, und sobald er wirklich erklingt, Ruhe in ihm gefunden wird.

**101.** *Thatsächliche Bestätigung.* Man gehe die Tonleiter durch, und versuche, den Grundton, soviel möglich dabei vestzuhalten. Den Erfolg zeigt Fig. 36. Gleich bei der Secunde verschwindet der Grundton; späterhin kann man ihn in Gedanken behalten, bis zum Leitton; zu welchem die Secunde muss hinzugedacht werden.

**102.** *Erläuterung.* Warum verschwindet der Grundton bei der Secunde? Was verdrängt ihn aus dem Bewusstsein? Darüber mag man sich wundern! Denn an eine starke Hemmung ist hier nicht zu denken. Die entferntern Töne, Terz, Quarte, Quinte, Sexte, — alle haben einen stärkern Hemmungsgrad gegen den Grundton, als die ihm so nahe liegende Secunde. Warum dulden sie den Grundton neben sich; und wie macht es die Secunde, ihn zu vertreiben? Besonders aber, wenn sie ihn vertrieb, wie ist es möglich, dass ein starkes Streben, ihn wieder zu hören, entstehe, welches sich augenblicklich befriedigt findet, sobald entweder zu ihm selbst, wie in Fig. 32, oder auch nur zu seiner Terze, wie hier, zurückgegangen wird?

Die Distanz der Secunde ist nur 0,17158, oder nahe ein Sechstheil der Octave. Theilte sich nun auch die hieraus entstehende Hemmungssumme zwischen der Secunde und dem Grundtone sogleich: so würde die Hemmung des letztern nur $\frac{1}{12}$ betragen. Aber erstlich: eine so geringe Hemmungssumme sinkt langsam; und zweitens: der Klang der Secunde muss verweilend anhalten, bevor die Vorstellung desselben eine gleiche Stärke erlangt, wie der vorhergegangene Grundton im verweilenden Hören schon erlangt hat.

Mit einem Worte: an ein wirkliches, so bedeutendes Verschwinden, an eine so plötzliche Hemmung der Vorstellung des Grundtons, wie hier im ersten Augenblicke, da die Se-

cunde ertönt, sich zu ereignen *scheint*, ist nicht im Ernste zu denken. Nicht Hemmung, sondern Verworrenheit ist eingetreten. Die halbe Gleichheit macht sich gelten. Das von ihr verunreinigte Vorstellen verdrängt die reine, lautere Vorstellung. Darum kann man nicht *sagen*, dass man den Grundton im Gedanken vest gehalten habe; ausser mit einer Art von Anstrengung, deren Widriges man fühlt. Vollends wer den Leitton kennt, der denkt ihn hier unwillkürlich hinzu; er verändert dadurch die Brechung soweit nöthig, um dem Streben der Selbsterhaltung zu Hülfe zu kommen. Eben darum nun, weil der Grundton beinahe gar nicht gehemmt war, bedarf die Vorstellung desselben auch keine merkliche Zeit, um wiederzukehren, sondern das Gleichgewicht ist sogleich wiederhergestellt, und Ruhe tritt ein, indem der Grundton erklingt. Man findet ihn unverändert wieder, denn er hatte keine wesentliche Brechung erlitten.

103. *Fernere Erläuterung.* Den stärksten Contrast gegen diesen letztern Umstand macht der Gang in die falsche Quinte oder übermässige Quarte. Fig. 34*d*. Kehrt man von da zum Grundton zurück, so ist er verdorben; er gewährt keine *Ruhe* mehr. Denn er ist in der Mitte gebrochen, und befindet sich im stärksten Widerstreit mit sich selbst. Die andern Fälle der Fig. 34 verrathen zwar ebenfalls sämmtlich, dass an dem Grundtone etwas kleben bleibt; allein die Ursache ist von andrer Art. Terzen und die reine Quinte, Sexten und die Quarte passen mit dem Grundtone in Einen Accord. Wenn in ihnen die Melodie fortschreitet, so empfindet man wenig Bewegung, weil die Harmonie auf gleiche Weise hinzugedacht wird, wenn dies nicht durch nähere Bestimmungen gehindert ist. Hingegen darin gleichen sich die Secunde und die falsche Quinte, dass beide gegen den Grundton dissoniren; und *dieser Aehnlichkeit ungeachtet* unterscheiden sie sich dennoch so, dass bei der Secunde nicht deren Accord, sondern dessen Auflösung, hingegen bei der falschen Quinte der Accord selbst, in welchen diese mit dem Grundton passt, (zunächst, wenn andre Bestimmungen fehlen, der verminderte Dreiklang) hinzugedacht wird; und zwar so, dass dies Hinzugedachte nicht weicht, sondern bleibt, indem man in den Grundton zurückgeht; anstatt dass mit der Secunde auch die Vorstellung ihrer Auflösung verschwindet, und der Rückgang in den Grundton die Ruhe wie-

der herstellt. Dies war der Punct, auf den es ankam. Die Secunde *verändert* ihre eigne Brechung, indem der Leitton hinzugedacht wird; die falsche Quinte *bleibt* in der Brechung, und bricht den Grundton. Jenes geschieht durch die Selbsterhaltung gegen die Macht der Gleichheit; dieses tritt ein, weil die Gleichheit viel zu gering ist, um eine Selbsterhaltung hervorzurufen.

Sehr zu beachten ist hiebei der Umstand, dass der Gang in die Secunde nicht mit dem Gange in die None, oder Unterseptime (Fig. 35 *b* und *c*) darf verwechselt werden. Hier fehlt es an Gleichheit, daher fehlt die Selbsterhaltung sammt der veränderten Brechung. Es geht wie bei der falschen Quinte; man denkt den dissonirenden Accord (etwa *d*, *f*, *a*, *c*, oder *c*, *f*, *a*, *d*,) hinzu, und behält ihn in Gedanken auch bei der Rückkehr in den Grundton, die nun keine Ruhe gewährt.

104. *Frage.* Wenn eine Stimme sich um eine kleine Secunde abwärts und aufwärts bewegt: wie wirken die daraus entstehenden Vorstellungen?

105. *Vorbereitung zur Antwort.* Wir setzen immer voraus, der Hauptton sei als solcher vestgestellt; und zwar hauptsächlich durch seine reine Quinten. In andrer Verbindung z. B. wie Fig. 37, würde ein ganz andres Resultat herauskommen, als für den Hauptton *c* in Fig. 33, der die Bewegung *c*, *h*, *c*, macht, während *g* hinzugedacht ist. Nur von diesem Falle ist hier die Rede; und *h* soll unter *c* liegen; keinesweges oberwärts, wie in Fig. 35*a*.

106. *Antwort.* Alles kommt wieder auf die Gleichheit an. Indem *h* ertönt, scheint *c* aus dem Bewusstsein zu verschwinden; in der That aber wird es nur sehr wenig gehemmt; dagegen tritt die Vorstellung desselben als durch *h* verworren hervor, indem die halbe Gleichheit hier noch weit wirksamer ist als im vorigen Falle. Die Brechung, welche *h* erleidet, würde einen noch kleinern Theil davon abschneiden, und dieser würde durch die grössern Theile derselben Vorstellung noch schneller auf die Schwelle geworfen werden, wenn nicht die Selbsterhaltung zuvorkäme. Ihrem Streben aber wird genügt, wenn die Gleichheit dergestalt vermindert wird, dass die Brechung sich bis zu einer kleinen Terz verändert; welches hier durch die obere Secunde *d* geschehen muss. Kennt man diese Befriedigung einmal: so wird sie, wenn nicht gehindert, leicht

hinzugedacht. Allein die kaum ein wenig gehemmte Vorstellung des Hapttons drängt fortwährend dagegen; tritt nun der Hauptton wieder ein, so ist Ruhe vorhanden. Der Fall ist die Umkehrung des vorigen, nur noch entschiedener wegen der grössern Gleichheit.

**107.** *Frage.* Warum ereignet sich nicht das Nämliche, wie in den vorigen Fällen, dann, wenn die Stimme eine kleine Secunde aufwärts und zurück, oder eine grosse Secunde unterwärts und zurück sich bewegt? Und worin liegt der Unterschied vom Vorigen? (Man sehe Fig. 38.)

**108.** *Antwort.* In der That wird aus obigem Grunde leicht die kleine Terz (zu *des b*, zu *c des*) hinzugedacht; allein die Quinte *g*, durch welche der Hauptton *c* bestimmt ist, bildet nun mit *des* und *b* den verminderten Dreiklang, dessen unbestimmte Unruhe man kennt (55 — 58). Diese lässt sich durch Rückkehr in den Hauptton nicht wegschaffen.

**109.** *Zusatz.* Eigentlich ist die Auffassung der kleinen Obersecunde schwankend, wenn nichts hinzukommt; denn sie kann gegen die Quinte auch Erhöhung des Grundtons und Uebergang zur grossen Secunde sein, wie Fig. 39.

**110.** *Frage.* Wodurch wird die Quinte zur obern Dominante?

**111.** *Vorbereitung zur Antwort.* Zuerst muss der Unterschied bemerkt werden zwischen der Dominante und der blossen Quinte. Es kommt auf den Unterschied der Melodie und Harmonie an. Nur wenn eine Stimme sich so bewegt, dass zum ersten Ton der *Dur*-Accord der Quinte gehört, und alsdann der reine Accord des Hapttons folgt, wird in dieser Bewegung die Quinte zur Dominante.

**112.** *Antwort.* Eigentlich dominirt die Quinte, wie aus dem Obigen erhellet, schon dadurch, dass durch sie der Hauptton vestgestellt ist. Zugleich aber haben wir gezeigt, dass die *nächsten* Bewegungen des Hapttons, wenn beim Rückgange in ihn Ruhe entstehn soll, nicht jene in die kleine Obersecunde oder grosse Untersecunde sein können, sondern entweder in die grosse Secunde aufwärts, oder in die kleine Secunde unterwärts geschehen müssen; und dass in beiden Fällen der Dur-Accord der Quinte, wo nicht gehört, so doch gedacht wird. Darum ist die Quinte, als Grundton dieses Accordes, dergestalt vorherrschend, dass sie die nächsten *Bewegungen* des Hapttons bestimmt.

**112.** *Anmerkung.* Die Quarte dagegen bestimmt die nächste Bewegung, welche die reine Harmonie machen kann, während der Hauptton *ruhet.* Man weiss aus dem Obigen, dass sie die Grenze setzt, bis zu welcher die Wirksamkeit der Gleichheit mit dem Hauptton sich erstreckt (95). Als untere Quarte fällt sie mit der Oberdominante zusammen; als obere Quarte hat sie die Terzen zu nächsten Nachbarn, welche sich ohne Sprung zu ihr hin bewegen können. Zur Ausfüllung der reinen Harmonie gehört alsdann diejenige Sexte, welche von der kleinen oder grossen Terze die reine Quarte ist; daher richtet sich das Dur oder Moll des hieraus entstehenden Accordes nach demjenigen des Hauptons, indem über die, den Terzen zugehörige Sphäre der Gleichheit nicht hinausgegangen wird. Beim Dur macht demnach die Quinte die Bewegung einer grossen Secunde aufwärts; beim Moll geht die Terze den nämlichen Gang. Aus beiden ergiebt sich ein natürlicher Rückgang in die Töne des reinen Accordes vom Hauptton. Will man nun Bewegung des Hauptons selbst folgen lassen, so entsteht der bekannte Gang Fig. 40, welcher die nächsten Bewegungen sowohl des Hauptons als seiner reinen Harmonie zusammenfasst, nnd ihn hiemit in möglichster Kürze veststellt.

**114.** *Thatsache.* Die Tonleiter stellt sämmtliche Töne, welche zu den eben erwähnten beiden Bewegungen gehören, in eine Reihe, die man nach zweien entgegengesetzten Richtungen durchlaufen kann. Hierbei zeigt sich der Leitton als empfindliche Note, die selbst bei der Moll-Tonart im Heraufgehn nicht entbehrt werden kann, obgleich sie dort den übermässigen Secundensprung (87) hervorbringt, wenn man nicht den vorhergehenden Ton erhöhen will.

**115.** *Frage.* Woher rührt die Empfindlichkeit des Leittons, und die in ihm fühlbare Nothwendigkeit, ihn, als ob er eine Dissonanz wäre, in die Octave aufzulösen?

**116.** *Vorbereitung zur Antwort.* Man nehme, indem man die Tonleiter hinaufgeht, statt seiner die kleine Septime: so bleibt man innerhalb der Linie, worin die Quarte den Mittelpunct bildet; also wird diese der Punct, in welchen die Wirksamkeit der Gleichheit alle Töne zusammenzuziehn sucht (95).

**117.** *Antwort.* Der Leitton überschreitet diese Linie; die Gleichheit mit ihm zieht die beiden vorigen Töne nach oben,

während sie die Quarte nicht mehr beherrschend, sondern streitend erreicht (18).

Die übermässige Quarte nämlich, welche der Leitton gegen jene Quarte des Grundtons bildet, ist in Ansehung der Distanz als gleich der falschen Quinte zu betrachten (vergl. 84 mit 38). Der Leitton versetzt sich also nicht bloss in Streit gegen die Quarte, sondern er entzieht ihr auch die Macht, den Mittelpunct, wohin alle Töne sich neigen würden, zu bestimmen. Hiezu kommt seine schon früher gewonnene Verbindung mit der obern Secunde des Grundtons (100). In Ansehung der, ihm zunächst vorhergehenden, Sexte ist ein Unterschied beim Heraufgehn im Dur und Moll näher zu betrachten.

Nämlich bei der Dur-Scala, welche von der grossen Sexte zum Leitton fortschreitet, beträgt diese Fortschreitung *eine* grosse Secunde; was daraus folgt, weiss man aus dem Obigen (102). Die Vorstellung der Sexte geräth in Verworrenheit. Das Streben der Selbsterhaltung (106) wird durch Rückkehr in einen tiefern Ton befriedigt, wozu sich hier die nur kurz vorhergegangene Oberdominante darbietet. Alles zusammen ergiebt den Gang Fig. 41.

Etwas anders verhält sich die Moll-Scala, wenn die hier einheimische kleine Sexte gebraucht wird, und darauf der übermässige Secundensprung folgt. Fig. 42. Hier ist die Gleichheit zwischen der kleinen Sexte und dem Leitton zu gering, um die Sexte in Verworrenheit zu versetzen. Man hört vielmehr fortdauernd das Harte der übermässigen Secunde; *sie bleibt kleben*, und bildet mit dem Leitton, der Quarte und Secunde einen Sext-Quinten-Accord. Dies wird beim gewöhnlichen Gange durch die grosse Sexte vermieden, welcher Gang aus der Nachgiebigkeit gegen den, vom Leitton herrührenden Zug nach oben entstanden ist.

**118.** *Thatsache.* Beim Contrapuncte, d. h. bei der Bewegung einer Stimme gegen eine andre, hat man nöthig gefunden, drei Fälle zu unterscheiden; indem die andre entweder still steht, oder in entgégengesetzter oder in gleicher Richtung sich bewegt. Der letzte Fall wird im allgemeinen als gefährlich bezeichnet, indem leicht Fehler dabei begegnen können; verbotene Quinten, Octaven, Terzen.

**119.** *Frage.* Lässt sich hiebei ein allgemeiner Grund der Gefahr angeben?

**120.** *Antwort.* Wenn eine Stimme ruhet, während eine andre sich bewegt: so ändert sich das Verhältniss der Gleichheit zum Gegensatze. Wenn die bewegte Stimme sich der ruhenden nähert, so wächst die Gleichheit, und der Gegensatz nimmt ab; das Umgekehrte gilt, wenn jene sich entfernt. Beides geschieht aus doppeltem Grunde bei der Gegenbewegung. Allein bei der sogenannten geraden Bewegung, welcher gemäss beide Stimmen einerlei Richtung nehmen, kommt etwas vor, das sich aufhebt. Eine Stimme nähert sich der Stelle, welche so eben die andre einnahm; die andre entfernt sich von derselben Stelle, und vereitelt, wenigstens theilweise, die Annäherung. Hatten sich nun Gleichheit und Gegensatz in Wechselwirkung gesetzt: so wird diese Wechselwirkung zugleich aufgehoben und wiederhergestellt.

**121.** *Thatsache.* Octaven, die sich vom Anfang eines musikalischen Satzes an fortwährend begleiten, sind nicht anstössig.

**122.** *Erklärung.* Man hört in diesem Falle einerlei Melodie doppelt, indem von Anfang an, die Stimmen sich nicht gegenseitig brechen, sondern nur die Töne, welche in einerlei Stimme liegen, unter einander in Verhältniss treten.

**123.** *Thatsache.* Dagegen sind in solchen Sätzen, worin Anfangs die Stimmen andre Intervalle bildeten, mehrere Octaven nach einander unzulässig; und so widrig, dass selbst die sogenannten verdeckten Octaven, welche durch leicht hinzugedachte Uebergänge entstehen können, gern vermieden werden.

**124.** *Erklärung.* Hatten einmal die Stimmen sich durch irgend ein Intervall in gegenseitige Brechung versetzt, so wird die Octave als ein Aufhören der Brechung, und als ein Durchgang durch verschiedene Brechungen empfunden. Folgt nun eine zweite Octave, so nähert sich eine Stimme der Stelle, wo so eben die andre lag; hiemit entsteht ein Grad von Gleichheit, welcher, im Augenblick des Ueberganges vernommen, sogleich durch die sich ausbildende neue Wahrnehmung völlig zurück gestossen wird.

**125.** *Thatsache.* Noch unerträglicher sind zwei reine Quinten unmittelbar nach einander bei *gerader* Bewegung der nämlichen Stimmen; während sie bei *entgegengesetzter* Bewegung, oder wenn es nicht die nämlichen Stimmen sind, die in das zweite Quintenverhältniss treten, kaum empfunden werden. Fig. 43*a*, *b*, *c*.

126. *Erklärung.* Es kommt auch hier auf den Augenblick des Ueberganges, und die in ihm entstehende Wahrnehmung einer Gleichheit an, welche zurückgestossen wird. Sind es nicht dieselben Stimmen, so fehlt der Uebergang; bei der Gegenbewegung fehlt die entstehende Gleichheit, wenn sie nicht, wie freilich durch Transposition in die höhere Octave leicht geschieht, hinzugedacht wird.

Aber in dem eigentlich fehlerhaften Falle erhebt sich nicht bloss die Gleichheit durch die sich der vorigen annähernde Stimme, sondern dieses gleicht der Erhebung *nach einer Niederlage* zu neuem Streite. Denn bei der reinen Quinte wird die Gleichheit von den Gegensätzen auf die Schwelle getrieben (20—22). Folgt nun eine Quinte der andern, so empfindet man bei der zweiten Quinte eine gewaltsame Spannung der Töne gegen einander, die nothwendig erfolgen muss, indem die *Selbstständigkeit* jedes Tons gegen den andern *wider* die, von neuem auftauchende, Gleichheit sich geltend macht.

127. *Thatsache.* Auch eine falsche und eine reine Quinte dürfen einander in dem nämlichen Paar Stimmen nicht unmittelbar folgen; doch ist dieser Fehler nicht so unerträglich wie der vorige.

128. *Erklärung.* Auch hier nähert sich eine Stimme der Stelle, wo unmittelbar zuvor die andre lag. Auch hier also entsteht im Moment des Uebergangs ein neuer Grad von Gleichheit, der sogleich niedergedrängt wird. Der Unterschied vom vorigen Falle ist jedoch der, dass, wenn die falsche Quinte vorangeht, nicht eine ganz darniederliegende, sondern im Streite begriffene Gleichheit sich vergrössert und dann zurückgedrängt wird; wenn umgekehrt die reine Quinte vorangeht, die im Moment des Ueberganges auftauchende Gleichheit nicht ganz verdrängt, sondern nur wieder in den Stand des Streits wider die Gegensätze zurückgebracht wird.

129. *Thatsache.* Zwei grosse Terzen sind in einigen Fällen (die wir nicht einzeln durchlaufen wollen) ebenfalls in so fern verboten, dass sie nicht in dem nämlichen Paar Stimmen einander unmittelbar folgen dürfen.

130. *Erklärung.* Bei der grossen Terz sind die Gegensätze im Gleichgewicht mit dem zwiefachen Antriebe der Gleichheit, wodurch die Vorstellungen in Eine würden verschmolzen werden (31). In dem, am gewöhnlichsten vorkommenden Falle

(Fig. *44a*) erhebt sich die Oberstimme aus der grossen Terz zur übermässigen Quarte, welche, wie öfter bemerkt, als Distanz betrachtet der falschen Quinte gleich kommt. Hiemit tritt an die Stelle des vorigen Gleichgewichts der bekannte Streit in der falschen Quinte. Würde nun die Unterstimme eben so hoch sich erheben, wie in Fig. *44b*, so wäre der Gleichheit in demselben Uebergange Streit gedroht und Gleichgewicht eingeräumt. Dies wird Fig. *44c* vermieden durch Erniedrigung der Unterstimme in eine tiefere Octave; zum Zeichen, dass es bloss darauf ankam, die Gleichheit nicht wachsen zu lassen; und ebenfalls wird es Fig. *44d* vermieden, indem die Oberstimme sich theilt, während die Unterstimme ruhet; zum Zeichen, dass nur der Uebergang soll vermieden werden, worin einerlei Paar Stimmen mit sich selbst in Widerstreit gerathen würde.

131. *Zusatz.* Bleiben die Fortschreitungen innerhalb der Distanz einer Quarte, — wie wenn ein Paar benachbarte kleine Terzen, oder auch eine grosse Terz einer kleinen folgt, — oder sind es Quarten, die einander folgen: so bleibt man auf eine oder andre Weise in dem Bezirk, worin von einem gegebenen Puncte nach einer Seite hin die *halbe* Gleichheit wirksam ist. Dass alsdann die Folgen der *streitenden* Gleichheit nicht entstehen können, wird keiner weitern Erläuterung bedürfen.

## Allgemeine Anmerkungen.

### A. Thatsächliches.

Ein Gelehrter, der die Tonkunst theoretisch und praktisch kennt, hat Folgendes mitgetheilt:

„Aechte Erfahrungen des ästhetischen Urtheils über Tonverhältnisse werden gemacht bei dem zwei- und mehrstimmigen Gesange ohne Instrumentalbegleitung; *vorausgesetzt*, dass die Sänger reine Ohren und Stimmen haben, ohne durch akustische Berechnungen der Intervalle zu vorgefassten Meinungen bestimmt zu sein. Die Unterschiede sind zu klein, als dass nicht Meinungen, wo sie einmal vorhanden sind, auf ihre Beurtheilung einen Einfluss ausüben sollten. Die folgenden Bemerkungen gelten nur unter jener Voraussetzung."

„1. *Cis* ist höher als *des*, *dis* höher als *es*, u. s. w. Es gilt dies von jedem zufällig erhöheten und zufällig erniedrigten Tone, wenn beide auf dem Clavier dieselbe Taste haben."

„Dem Scheine nach macht folgendes Beispiel hievon eine Ausnahme. Man nehme auf *fis* den Sext-Quinten-Accord mit der falschen Quinte und grossen Sexte (*fis*, *a*, *c*, *dis*, Fig. 45). Man lasse nun, während die drei obern Stimmen aushalten, *fis* in *f* herabsinken; und gehe von da zum Sext-Quarten-Accord auf *e* (*e*, *a*, *c*, *e*,) welchem der reine Accord von *e dur* folge. Hier fühlt der Sänger der tiefsten Stimme eine Sorge, das auf *fis* folgende *f* ja *hoch* genug zu singen. Hingegen in einem andern Falle ist von dieser Sorge keine Spur mehr zu fühlen. Man beginne nämlich mit dem Secunden-Accorde auf *ges*, welchem mit obigem Sext-Quinten-Accorde von *fis* die gleichen Claviertasten gehören (*ges*, *a*, *c*, *es*, Fig. 46); lasse nun *ges* in *f* herabsinken, und schliesse in *b dur*. Hier könnte man erwarten, dass der Sänger um desto eher besorgt sein würde, das *f* hoch genug zu treffen, weil *ges* tiefer ist als *fis*; daher denn das auf *ges* folgende *f* leichter zu tief werden könnte, als im Uebergange von *fis* zu *f*. Allein diese Besorgniss bemerkt man nicht."

Es dürfte nicht schwer sein, den Grund hievon zu finden. Man sehe zurück auf das, was oben von der Veränderung gesagt worden, welche sich schon beim reinen Accorde ereignet, wenn zu ihm die kleine Septime tritt, also wenn die grosse Terze sich in den Leitton verwandelt. Diese Terze bekommt dadurch ein Uebergewicht; sie strebt, sich zu erweitern. Will der Sänger diesen Effect *nicht* hervorbringen, (und im ersten der angegebenen Fälle darf er es nicht,) so muss er sich hüten, den Grundton (im Beispiele das *f*) zu tief zu nehmen; daher jene Sorgfalt, es ja hoch genug zu treffen; denn sonst könnte nicht der Sext-Quarten-Accord von *e* folgen, wie doch geschehn soll. Umgekehrt, wo der Schluss in *b dur* beabsichtigt wird, da soll *a* der Leitton werden; also muss *f* tief genug genommen werden, und wird so genommen, obgleich es auf *ges* folgt.

„2. Eine ähnliche Sorge, wie im obigen ersten Falle, empfindet der Sänger, wenn er eine Moll-Tonleiter herabsingend dabei den übermässigen Secundensprung anbringen soll; z. B. *a*, *gis*, *f*, *e* u. s. w. Auch hier liegt ihm daran, das *f* hoch genug zu nehmen."

Dieser Fall ist vom vorigen verschieden, ungeachtet der anscheinenden Gleichartigkeit. Hier kommt ein Leitton nur in

so fern in Betracht, als rückwärts vom Hauptton zum Leitton herabgegangen war. Vorausgesetzt nun, man habe *gis* hoch genug zu nehmen sich bemüht, so könnte, wenn darin zu viel geschehen wäre, die Distanz von *gis* zu *f* eher zu gross als zu klein werden. Nach unserer obigen Angabe (84) soll die verminderte Septime genau $\frac{3}{4}$ der Octave (anderthalb falsche Quinten), mithin die übermässige Secunde nicht mehr als $\frac{1}{4}$ der Octave betragen. Hierauf können wir folgende Berechnung gründen. Man nehme *gis*, wie es sein muss, als grosse Terze von *e*, der reinen Quinte des Grundtons; zu welchem die Scala heruntergeht. So ist der Gegensatz der grossen Terz $= 0{,}33333\ldots$ und der reinen Quinte $= 0{,}58578$ zu addiren, um die Höhe des Leittons *gis* $= 0{,}91911$ zu finden. Hievon abgezogen $\frac{1}{4} = 0{,}25$ ergiebt nun 0,66911 für die Höhe des Tons *f*. Eben dieses *f*, als kleine Sexte des Hapttons, hat die Höhe $= 0{,}66666$ (man sehe oben 38). Der Sänger, wenn er genau um eine übermässige Secunde herabsteigt, wird also noch nicht ganz die kleine Sexte, oder untere grosse Terz des Haupttons, erreichen, und es wird scheinen, als hätte er sich gefürchtet, sie zu tief zu nehmen, weil er sich hütet, die übermässige Secunde zu übertreiben. Die Beobachtung ist eben so richtig als fein. Nähme man auch die verminderte Septime für die Summe einer falschen Quinte und einer solchen kleinen Terz wie im reinen Accorde (48), also $0{,}5 + 0{,}2486 = 0{,}7486$, demnach die übermässige Secunde $= 0{,}2514$: so käme doch, dies vom Leitton abgezogen, noch immer 0,6677 für jenes *f*; mithin immer noch mehr als 0,66666.

„3. Sänger von geringer Reizbarkeit, denen also Ruhe ein grösseres Bedürfniss ist, als Bewegung, — nehmen die grossen Terzen meistens zu stumpf, so dass ein bedeutendes Sinken, eine Unreinheit beim Fortschritt unvermeidlich wird. Z. B.

*e f d e f*
*c a b g a.*

Nach einer solchen Folge von Terzen und Sexten kann die letzte Sexte (*f a*) fast schon um $\frac{1}{5}$ Ton zu tief geworden sein, wenn die zweite Stimme der ersten im Sinken folgt. Sank sie aber nicht mit, zwang sie vielmehr die erste Stimme, schon beim ersten Fortschritt von *e* zu *f*, das *f* rein zu nehmen, so wird eine missfällige Rückung fühlbar, indem der halbe Ton *e f* zu gross wird. Sänger von viel Reizbarkeit, die auch zum

Beschleunigen der Bewegung geneigt wären, nehmen die grossen Terzen immer scharf; doch selten höher als die gleichschwebende Temperatur sie giebt."

Das obige Beispiel enthält zweimal den Fortschritt vom Leitton zum Hauptton; dabei dürfte wohl eine Art von natürlicher Nachlässigkeit im Spiele sein, mit der man gewöhnlich auch im Vortrage den Hauptton behandelt, wenn er dem Leitton, der ihn schon anmeldete, nachfolgt. Er wird hart; wenn man ihn eben so stark hervorhebt, als den Leitton.

„4. Im Moll-Accorde wird der Grundton leicht zu tief genommen; und es ist nicht die kleine Terz, sondern die Quinte, welche ihn vesthält; vielmehr drängt die kleine Terz ihn abwärts, indem er *zugleich* von der Quinte rein erhalten wird. (Dies ist nichts als Erfahrung, und für die trübe Wirkung des Moll-Accordes liegt kein anderer Erklärungsgrund näher.) Das Obige ist am fühlbarsten in Sätzen von solcher Art, wo zuerst nur der Grundton, dann hinzutretend mit ihm gleichzeitig die kleine Terz, und zu beiden hinzukommend, gleichzeitig die Quinte vernommen wird."

Diese wichtige Bemerkung bestätigt das, was oben vom Unterschiede des Moll vom Dur gesagt worden, so auffallend, dass es scheinen wird, die Theorie (in 49) sei aus der Erfahrung geschöpft. Gleichwohl sind die vorliegenden rein praktischen Bemerkungen erst mitgetheilt worden, nachdem der Druck dieser Blätter schon begonnen war. Folgendes gehört noch dazu:

„5. Mischt sich dagegen, etwa durch den Sinn der untergelegten Worte, der Affect der Trauer in den Gesang, dann wird nicht bloss die kleine Terz leicht zu tief genommen, sondern auch der Sänger der tieferen Stimme hält den Grundton gern dagegen vest, in so fern er den Affect theilt. Bleibt er aber gleichgültig und sorglos, dann lässt er sich abwärts drängen; und die Quinte muss ihm folgen, wenn der Accord nicht völlig unerträglich werden soll. Merkwürdig ist, dass, wenn Grundton und Quinte rein bleiben, und die kleine Terz unter den angeführten Umständen herabgedrückt wird, die nun zu scharfe grosse Terz (*es g* in dem Accorde von *c moll*) nicht bemerkt wird, ja die Wirkung zu begünstigen scheint."

„6. Ich hörte einst folgende Cadenz:

| | |
|---|---|
| *b* | *a* |
| *e* | *f* |
| *g* | *f* |
| *c* | *f* |

in sehr langsamer Bewegung *diminuendo* so vortragen, (auf Bogeninstrumenten,) dass der erste Geiger sein *b* ins *a*, der zweite sein *e* ins *f*, allmälig überfliessen liess; was mir aus mehreren Gründen das grösste Missfallen erregte; besonders aber deswegen, *weil es einen Moment gab*, in welchem *a* nicht mehr *als Auflösung* der vorhergehenden Septime *b* erschien; und der *f dur* Accord, zwar mit freundlichem Gesicht, *wie ein Fremder* in die Gesellschaft trat, die ihm seine Freundlichkeit nicht gleich erwiedern konnte."

Sprechender konnte wohl kein Ausdruck gewählt werden für das, was oben über die Abstumpfung der Dissonanz, ohne Gewinn einer wahren Consonanz, gesagt worden, wenn die allgemeine Bedingung der Harmonie, aber durch unreine Intervalle, erfüllt wird (66, 67).

Es folgt nun eine Bemerkung über consecutive reine Quinten, womit man zunächst Fig. 43 *b*, dann aber vorzüglich Fig. 47 vergleichen mag. Der Fortschritt vom zweiten zum dritten Tacte war von geübten Ohren neu und ausserordentlich schön gefunden worden. Das Urtheil änderte sich nicht, als auf die Quintenfolge hingewiesen wurde. Darin liegt eine Bestätigung zum Obigen (in 125). Uebrigens werden hier die Quinten desto eher bemerklich, weil die Altstimme den Grundton verdoppelt. Es wäre leicht, sie noch weniger missfällig zu machen, wenn der Alt in *es* ginge, und darnach die weitere Tonfolge sich richtete, welches durch einige Abänderung des Tenors geschehn könnte.

Hier mag nun noch eine Erinnerung an durchgehende Noten Platz finden, und an das, womit ihre Möglichkeit in Verbindung steht, nämlich die Bestimmungen der Stärke und der Zeit (sowohl des Eintritts als der Dauer) der Töne.

Durchgehende Noten gehören nicht der vorhandenen Harmonie, sondern der Melodie einer einzelnen Stimme. Der Hörer soll also nicht alles Gleichzeitige zusammenfassen, sondern er soll den Gang jeder einzelnen Stimme für sich verfolgen. Das wird zwar leicht, und ist leicht begreiflich, wenn

der Klang der Stimme verschieden ist, wie etwa der Klang der Hoboe und der Geige; aber diese Voraussetzung passt nicht überall. Singstimmen, Bogeninstrumente, selbst Blasinstrumente sind, jede Gattung für sich genommen, nicht immer deutlich verschieden; die Tasten des Fortepiano geben vollends, wenn eine Fuge gespielt wird, keine Hülfe, damit dem Zuhörer die Unterscheidung der Stimme, worauf doch sehr gerechnet ist, erleichtert werde. Nun gelingt dies zwar dem Ungeübten sehr schlecht, aber schon damit es eine Möglichkeit der Uebung gebe, müssen durchgehende Noten wenigstens in Einer Stimme sich leichter mit den Hauptnoten dieser, als der übrigen Stimmen, verbinden. Dabei kommt es zuerst darauf an, dass die durchgehenden Noten den Hauptnoten nahe, gewöhnlich dazwischen (im Durchgange) liegen. Ferner ist hier die Geschwindigkeit der Bewegung sehr wesentlich. Anfänger im Spielen eines Instruments, die nur langsam fortkönnen und oft stocken, finden die vortrefflichsten Musikstücke voll unerträglicher Disharmonie, weil sie den durchgehenden Noten zu viel Dauer geben, und denselben gestatten, in die Auffassung der Harmonie einzugreifen. Also: beim richtigen Vortrage verschmelzen die durchgehenden Noten nur mit den Hauptnoten der Stimme, wozu sie gehören; dies geschieht schnell, denn die Verschmelzung wird durch die Nähe begünstigt; sie verschmelzen nicht (oder doch nur unbedeutend wenig) mit den entferntern Tönen der andern Stimme, denn dazu würde mehr Zeit gehören als man ihnen lässt. So ist's meistens; und abgesehen von solchen Fällen, wo die Sonderung der Stimmen entweder absichtlich erschwert und verzögert, oder nur dem Geübten zugemuthet wird. Jedenfalls tragen die durchgehenden Noten dazu bei, ein allzulangsames Tempo zu verbieten.*

* Der gelehrte Freund, von welchem die obigen Bemerkungen herrühren, hat unmittelbar vor dem Abdruck dieses Bogens noch Folgendes nachgeliefert, was nicht füglich mehr in den Text kann verwebt werden:

„Vorhalte, durchgehende Noten, Orgelpuncte, treffen darin zusammen, mehrere, in sich vollständige Melodien zu einem Ganzen zu vereinigen. Den Begriff des Orgelpuncts muss man dergestalt erweitern, dass er nicht bloss am Schlusse eines Stücks, sondern auch in der Mitte, und allenthalben angewandt werden dürfe, und dass der liegende Ton nicht bloss im Basse, sondern in jeder beliebigen Stimme sich finden, ja gänzlich fehlen dürfe; zu welchem allen *J. S. Bach* die Beispiele liefert.“

„Ein in sich vollständiger melodischer Satz ist eine Reihe von Tonvor-

Der richtige Vortrag, — die Bedingung richtiger Auffassung, — erfodert ferner solche Unterschiede, die sich theils auf die Stärke und Schwäche, theils auf die Dauer der Töne beziehn.

---

stellungen, in welcher nicht bloss die einzelnen Glieder innig mit einander verschmolzen sind, sondern es gesellt sich auch noch zu den wirklich klingenden Tönen eine blosse *Tonvorstellung*, nämlich die von dem Ziele, wohin der melodische Satz eilt, und welches bald nach dem Anfange der Reihe nicht mehr zweifelhaft ist. Diese Vorstellung als blosse Vorahnung von dem Ziele, schliesst sich, sobald sie hervorgerufen ist, jedem Gliede der melodischen Reihe an, und wird durch jedes folgende Glied verstärkt und verdeutlicht, bis sie am Schlusse wirklich in die Wahrnehmung eintritt. Sie ist gleichsam im Zustande der Begierde, die ihrer Befriedigung bis zum Schlusse immer näher kommt, und die also einen immer stärkeren Reiz erhält. — Solcher Reihen von Melodien können mehrere gebildet werden, die alle nach demselben Ziele streben, in denen also dieselbe vorgefühlte Vorstellung sich jedem Gliede stets verstärkt anschliesst, und wodurch alle diese verbundenen Reihen mit einander harmoniren; besonders wenn sie so gebildet sind, dass der Reiz des Wachsens jener gemeinsamen Vorstellung auf die gleichzeitigen Glieder der Reihe trifft, und durch das harmonische Zusammentreffen noch gesteigert wird. — Nun braucht aber jenes Ziel nicht ein einziger, nicht derselbe Ton zu sein, sondern es liegt nahe, dafür etwa den Accord der Tonica zu nehmen. So strebte dann der Sopran zur obern Octave, der Alt zur Quinte, der Tenor zur Terz, und der Bass zur Prime. Machen nun die Melodien sich geltend als vollständig verschmolzene Vorstellungsreihen, dann verschwindet das ästhetische Bedürfniss ungetrübter Harmonien von den einzelnen zusammentreffenden Puncten; und das Urtheil ist nicht auf das Verweilende gerichtet, sondern auf das zum gemeinsamen Ziele Forteilendo. Alles ist, mit einem Worte, melodisch; und selbst das Harmonische wird nur in diesem Sinne gedacht, nämlich als vorwärts drängend.

„Eins der reichsten Beispiele vom Orgelpuncte befindet sich in einem Vorspiele von *J. S. Bach* auf den Choral: Vom Himmel hoch da komm ich her."

(Man sehe, am Ende der beiliegenden Tafeln, A und B.) „a, Erste Strophe. b, Aehnlich der umgekehrten ersten Strophe. c, Zweite Strophe. d, Dritte Strophe. e, Aehnlich der umgekehrten ersten Strophe. f, Letzte Strophe, und die untere Terz derselben ähnlich. g, Aehnliche erste Strophe."

„Hier sind also alle Strophen einer Choralmelodie fast gleichzeitig über einem liegenden Basse zu einem fünfstimmigen Gesange vereinigt. Der Bass ist hier nothwendig, weil die vier gegebenen Melodien, selbst in Verbindung mit der fünften Stimme, sich auf den Schluss-Accord nicht stark genug beziehen, um die Vorstellung von ihm früh genug zu erwecken; er muss also in seinem Grundtone sich wirklich hören lassen. Harmonisch betrachtet ist nun in diesem Satze des Missfälligen genug; aber die Vereinigung mehrerer in sich geschlossener Melodien drängt sich zum gemeinsamen

Nicht bloss das sogenannte Forte und Piano für ganze Theile der grössern musikalischen Perioden, sondern die Stärke und Schwäche einzelner Noten kommt hier in Betracht; überdiess wollen einige gestossen, andre gehalten und zuweilen selbst gedehnt, einige sorgfältig verbunden, andre getrennt sein. Hier kommen auch Quantitätsbestimmungen zum Vorschein; aber diese Quantitäten sind von ganz anderer Art, als jene der Intervalle und Accorde; und die Bestimmungen sind nicht so scharf, nicht so leicht zu verletzen wie jene. Ein Musikstück missfällt darum noch nicht, wenn auch etwas an dem Licht und Schatten fehlt, was der Vortrag hineinbringen sollte. Es ist hier wie beim Vorlesen; wer deutlich lieset, wird noch verstanden, obgleich an dem Accent, am Hervorheben der Hauptworte, an Beobachtung der Interpunction u. s. w. vieles vermisst werden möge. Die Gedanken können die nämlichen bleiben, ob auch einer oder der andere mehr oder minder im Bewusstsein hervortrete. So bleibt ein Accord der nämliche, ob nun die Quinte, oder die Terze, oder die Octave lauter gesungen werde. Die Septime soll freilich da, wo sie am rechten Platze ist, deutlich angegeben werden, und hinreichend zu hören sein: damit sie nicht bloss als Störung des reinen Accordes, sondern als treibend zur Auflösung vernommen werde; aber wenn auch dagegen gefehlt würde, der Septimen-Accord bleibt doch unverändert; er hängt nicht ab von der Stärke oder Schwäche einzelner Töne.

Dagegen hängen mit dem Vortrage sehr wesentlich die Gemüthszustände zusammen, welche beim Zuhörer entstehn. Dies gilt, wie beim Vorlesen, so auch bei der Musik. Sie verliert grossentheils ihre so oft bewunderte Gewalt, Affecten zu erregen und zu besänftigen, zur Freude oder zur Trauer zu stimmen, wenn man sich begnügt, die Töne bloss rein und

---

Schlusse; man muss nur die Melodien bestimmt nnd deutlich genug im Sinne haben."

„Auf das Tempo kommt weniger an, als man glauben sollte. Jenes Beispiel soll in dem grossen Raume einer Kirche verständlich werden: man muss es also langsam spielen. Von den Achteln dürfen höchstens 80 auf die Minute gehn. Indessen ist in den so verbundenen Tonvorstellungen eine bestimmte Unruhe; die ein gewisses Maass der Bewegung hat, welchem das gewählte Tempo nicht widersprechen darf. Eine zu grosse Langsamkeit könnte, wenn ein sehr starkes Drängen zum Ziele in den verbundenen Reihen fühlbar wäre, den Zuhörer zur Verzweiflung bringen."

taetmässig vorzubringen. Diese Gewalt liegt mehr in der Melodie, als in der Harmonie; sie ist anders bei der Flöte, als bei der Geige; sie ist stärker bei der Singstimme, als bei irgend einem Instrumente; sie wächst theils durch die Kunst des Gesanges, theils durch die Anzahl der Singstimmen.

Nichts desto weniger würde man der Musik ihre Basis entziehen, wenn man die Harmonie wegnähme; denn schon die einfachste Melodie, von einer einzelnen Stimme ohne Begleitung vorgetragen, setzt voraus, dass eine Harmonie hinzugedacht werde, wodurch die Intervalle, welche der Gesang durchläuft, ihre Bedeutung erhalten.

Mit der Erwähnung der Affecten aber, welche von der Musik erregt werden können, eröffnet sich ein Blick auf das Ganze der Psychologie. Denn die Musik steht hier nicht mehr in ihrer Eigenthümlichkeit allein. Die nämlichen Affecten können ganz andre Ursachen haben. Man mag nun überlegen, worin das Gemeinschaftliche aller solcher Ursachen bestehe, was sich in der Gleichartigkeit ihres Wirkens zeigt. Damit können wir uns hier nicht beschäftigen; genug, wenn wir an den Unterschied des Dur und Moll, an die innere Unruhe aller andern Accorde ausser den reinen, an das Treibende der Dissonanzen, an halbe und Trugschlüsse, an die solchergestalt gespannten und immer veränderten Erwartungen, an Ruhe und Bewegung, an die Verschiedenheit der Bewegung beim Contrapunct erinnern; welches Alles zu den ersten Bedingungen gehört, ohne welche die Musik jene Gewalt über die Affecten nicht besitzen würde. Etwas Analoges muss überall vorkommen, wo Affecten erregt werden; und die letzten Gründe davon können denen, die wir in der Musik nachgewiesen haben, nicht ganz ungleichartig sein. Damit ist aber nicht gesagt, dass man nun andre Gegenstände der Psychologie eben so behandeln solle, wie wir hier die Musik behandelt haben. Wenn anderwärts die Zustände, worin die Vorstellungen sich durch ihre Unterschiede versetzen, anders geartet sind, wenn daraus auf andre Weise Ruhe und Unruhe, Erwartung und Täuschung, Antrieb und Befriedigung entspringt: so hat man erst die Eigenthümlichkeit solcher Zustände zu erforschen, bevor man die Untersuchung in Gang setzt, die sich darauf beziehen soll. Welche Behutsamkeit dabei nöthig sei, wird einigermaassen schon aus dem Folgenden erhellen.

### B. Theoretische Bemerkungen.

Wir wollen jetzt auf die Grundlage unserer Untersuchung einen Rückblick werfen. Als Anknüpfungspunct mögen die Farben dienen. Gesetzt, es wolle Jemand die Farben auf ähnliche Weise, wie die Töne, in Betracht ziehn, so wird er zuerst die Frage auf den Hemmungsgrad zweier Farben richten müssen.

Hätten wir nicht die Octave als die Distanz voller Hemmung unter zwei Tönen gekannt, innerhalb welcher Distanz die *merkwürdigen Puncte* aufzufinden sein müssten, welche das ästhetische Urtheil auszeichnet, weil in ihnen die Hemmung besondere Eigenheiten gewinnt: so würde die vorstehende Untersuchung keinen Anfang gefunden haben. Es wäre dann nicht möglich gewesen, die allgemeinen Begriffe der Hemmungssumme, des Hemmungsverhältnisses, der Schwellen u. s. f. darauf anzuwenden. Wussten wir dagegen, dass z. B. die falsche Quinte dem Grundton *halb* entgegen und *halb* gleich ist, dass überdies die Gleichheit aus zwei Vorstellungen Eine macht, so sahen wir nicht bloss überhaupt den Streit des Vereinigens und des Unvereinbaren, sondern auch das Beharren in diesem Streite zwischen drei Theilen, deren keiner stärker ist als der andre. Wussten wir, dass die *reine* Quinte nahe ein Zwölftel Gegensatz mehr, mithin ein Zwölftel Gleichheit weniger als die falsche Quinte, in sich trägt, so konnten wir nach schon vorhandenen Formeln den Sieg der Gegensätze über die Gleicheit finden; womit das Gefühl der Selbstständigkeit beider, um eine reine Quinte entfernten Töne genau übereinstimmt. Auf ähnliche Weise konnten wir auch die andern merkwürdigen Puncte nicht nur finden und *bestimmt anzeigen*, sondern auch nachweisen, *worin* die Eigenthümlichkeit eines jeden bestehe; während *andre* Puncte der Tonlinie *keine* besondre Auszeichnung besitzen. Sähe man aber zwei Rosen, eine weiss, die andre röthlich, so würden zwar die Farben durch ihren Unterschied ein Gefühl hervorbringen, indem *irgend ein* Grad der Gleichheit und des Gegensatzes in Conflict träte: allein so lange man nicht angeben kann, *welcher* Grad der Gleichheit und des Gegensatzes, ist hier keine Untersuchung möglich, wenn man auch den weit wichtigern Unterschied der Gestalt, also der Raumverhältnisse,

die von ganz andrer Art sind, bei farbigten Gegenständen beseitigen könnte.

Wir wissen bis jetzt nicht, ob die reinen Farben, roth, blau, gelb, paarweise genommen, einen vollen Gegensatz, wie die Octave, ausmachen; wir wissen nicht einmal das *reine* Roth, Blau, Gelb, bestimmt nachzuweisen. Soviel ist klar, dass, wenn reines Roth und reines Blau etwa noch nicht den Gegensatz der Octave erreichen sollten, er dann auch, vom Rothen zum Blauen fortschreitend, nicht mehr jenseits des Blauen erreicht werden kann, weil es über das Blaue hinaus keine Fortsetzung der Entfernung vom Rothen zum Blauen mehr giebt. Das ganze Continuum der Farben ist anders beschaffen als das der Töne.

Um die Sache näher zu beleuchten, muss man zurückgehn auf die charakteristische Eigenthümlichkeit der Octave (11). Diese lässt sich in allgemeinen Begriffen denken, ohne Rücksicht auf Töne; aber die Begriffe finden in der Erfahrung keine andre Anwendung, ausser nur auf Töne. Der allgemeine Gedanke lässt sich etwa so ausdrücken.

1) Drei Vorstellungen, *P, Q, R*, sollen so beschaffen sein, dass, wenn *Q* näher an *R* rückt, es sich um eben soviel von *P* entferne. Die drei Vorstellungen sollen also in einem qualitativen Continuum liegen. Annäherung ist hier ein Uebergang, dessen Fortsetzung zur völligen Gleichheit führt; die Continuität aber liegt darin, dass bei der Entfernung die Gleichheit nie plötzlich verloren geht, sondern, indem sie sich vermindert, der Gegensatz allmälich wächst. Hieraus folgt:

*a*) Der abnehmende Gegensatz des *Q* gegen *R* bildet einen zunehmenden Gegensatz des *Q* gegen *P*; und eben so die wachsende Gleichheit des *Q* mit *R* eine abnehmende Gleichheit des *Q* und *P*.

*b*) Erstreckt sich die Gleichheit mit *P* über *Q* hinaus, so, dass *R* noch Antheil habe an derselben, so ist dieser geringere Antheil enthalten in der grössern Gleichheit des *Q* mit *P*.

*c*) Desgleichen, wenn umgekehrt die Gleichheit mit *R* sich über *Q* hinaus erstreckt, so dass *P* noch Antheil daran hat, so liegt dieser Antheil in der grössern Gleichheit des *Q* mit *R*.

*d*) Also begegnen einander die beiden Gleichheiten in *Q*; und ein Theil von *Q* kann angesehen werden als gemeinsame Gleichheit sowohl mit *R*, als mit *P*.

*e*) Wenn hingegen diese gemeinsame Gleichheit in *Q* verschwindet, dann ist auch keine Gleichheit zwischen *P* und *R*; sondern zwischen beiden reiner und vollkommner Gegensatz.

2) *Q* soll einen ästhetischen Charakter durch *R* bekommen, und dieser Charakter soll von der Distanz des *Q* und *R* allein abhängen; dergestalt, dass er mit der Veränderung dieser Distanz sich verändere.

3) Der ästhetische Charakter des *Q* soll auch durch *P* bestimmt werden können.

4) *Q* wird in beiden Fällen in Gleiches und Entgegengesetztes gebrochen; es fragt sich nun, ob seine Gleichheit mit *P* etwas gemein hat mit der andern Gleichheit zwischen *Q* und *R*.

5) Findet eine gemeinsame Gleichheit (*d*) wirklich statt, so liegt diese gemeinsame Gleichheit zwischen zwei Grenzen, deren eine durch *R*, die andre durch *P* bestimmt wird. Daraus folgt:

*a*) die beiden Brechungen sind verschieden; also auch die ästhetischen Charaktere.

*b*) *P* und *R* sind nicht in vollem Gegensatz, sondern es giebt zwischen ihnen noch einige Gleichheit.

6) Verschwindet dagegen die gemeinsame Gleichheit, so fallen deren Grenzen zusammen. Daraus folgt:

*a*) Beide Brechungen, sowohl durch *P* als durch *R*, ergeben einerlei Theilung des *Q*; und hiermit einerlei ästhetischen Charakter desselben;

*b*) *P* und *R* sind alsdann im vollen Gegensatz, und es giebt zwischen ihnen keine Gleichheit.

7) Beide eben angegebene Folgen (*a* und *b*) fliessen dergestalt aus Einem Grunde, dass wenn auch die gemeinsame Gleichheit sich nicht abgesondert zu erkennen giebt, dann doch aus dem gleichen ästhetischen Charakter, welcher durch Brechungen von entgegengesetzten Seiten her in *Q* entsteht, auf den vollen Gegensatz zwischen *P* und *R* zu schliessen ist.

So weit die allgemeine Darstellung ohne Bezug auf Töne und Farben. Nimmt man *P* für einen beliebigen Ton, *R* für dessen Octave, *Q* für irgend einen mittlern Ton zwischen beiden, so kann man vergleichen, was oben (11) schon kurz gesagt war. Dort wurde *Q*, eigentlich ein Punct in der Tonlinie, unter dem Bilde einer Linie vorgestellt, auf welcher man Gleiches und Entgegengesetztes sowohl mit höhern als mit tiefern Tönen abschneiden könne. Wäre zwischen *P* und *R* eine klei-

nere Distanz als die Octave, so würde das, was *Q* mit dem einen und dem andern gemein hat, in einander greifen, wie in Fig. **10** bei derjenigen Querlinie, welche den Ton *e* als gebrochen durch das tiefere *c* und das höhere *g* vorstellt; wo die gemeinsame Gleichheit zwischen den mit *c* und mit *g* bezeichneten Theilstrichen liegt. Soll die gemeinsame Gleichheit verschwinden, so muss man für *P* und *R* solche Töne nehmen, die unter sich eine Octave bilden. Erfahrungsmässig gegeben ist nun zwar nicht diese bildliche Darstellung, wohl aber der gleiche harmonische Charakter, welcher dem mittlern Tone durch den höhern sowohl, als durch den tiefern zu Theil wird, sobald dieselben unter einander eine Octave ausmachen. Durch diese Einerleiheit des harmonischen Charakters wird bekannt, wie viel Ausdehnung nach entgegengesetzten Seiten man einem Tone beilegen müsse, um seine Gleichheit und seinen Gegensatz gegen einen andern Ton richtig abzutheilen. Dass man alsdann die Gleichheit, negativ genommen, zum Gegensatze addiren, oder als dessen Ergänzung betrachten könne, versteht sich von selbst.

Jetzt aber nehme man Farben anstatt der Töne. Man kann zwar dieselben so annehmen, dass deren drei in gerader Linie liegen; wie z. B. Grün dem Gelben desto näher liegt, je weiter es vom Blauen entfernt ist. Auch bekommt Grün einen ästhetischen Charakter; wenn Blau, oder wenn Gelb daneben sichtbar ist. Allein Niemand wird sagen, dass aus irgend welchen Zusammenstellungen dieser Art die *Einerleiheit* des ästhetischen Charakters für eine mittlere Farbe entstehe, wenn *von entgegengesetzten Seiten her* ein paar andre mit ihr verglichen werden. Wenigstens ist nichts Aehnliches bekannt; während die verschiedenen Lagen eines und desselben Accordes, und die damit verbundenen Umkehrungen der Intervalle zu den bekanntesten Dingen gehören. Jede solche Umkehrung versetzt von zweien Tönen einen um eine Octave höher oder tiefer, während der Accord im Wesentlichen der nämliche bleibt.

Noch mehr! Bei gleichzeitiger Auffassung zweier Farben ist immer ein Auseinandersetzen im Gange; man kann nicht zwei Farben an Einem Orte sehen. Bei gleichzeitigen Tönen aber giebt es kein Auseinandersetzen (es wäre denn die Unterscheidung der Stimmen in der Reflexion des geübten Musikers).

Hier würde derjenige, der von gesonderten oder ungesonderten Theilen einer und der andern Vorstellung spräche, wenn er daraus Einwürfe gegen unsre Theorie ableiten wollte, nicht weit kommen; denn die Töne eines Accordes durchdringen einander; und die Sonderung der geschriebenen Noten in ihren fünf Linien ist keine Trennung der Vorstellungen, wenn die Töne ins Ohr fallen, oder besser, wenn sie im Geiste ihre harmonische Wirkung thun. Dagegen würde man nicht ganz ohne Grund bei Farben die Möglichkeit, dass deren Vorstellungen einander durchdringen könnten, bezweifeln — oder vielmehr beschränken, obgleich bei weitem nicht ganz ableugnen können. Denn wenn verschieden gefärbte Puncte einander gar zu nahe liegen, so glaubt man eher eine mittlere Farbe, als ein Verhältniss wahrzunehmen. Dem Auseinandersetzen muss einiger Spielraum gestattet werden, welches allerdings einer ganz vollkommenen Durchdringung einigen Abbruch thut. Uebrigens wird ganz unleugbar eine Harmonie der Farben oft genug empfunden; und höchst wahrscheinlich würde man zu bestimmteren Resultaten, als bisher bekannt sind, durch geordnete Versuche gelangen, wenn dieselben von richtigen theoretischen Gesichtspuncten ausgehend geleitet wären. Fände man unter Farben einen ähnlichen Uebergang von Verhältnissen, wie jener aus der falschen Quinte in die reine, von da in die Sexten u. s. w.; so hätte man hiemit Bestimmungen der Hemmungsgrade; und von da aus könnte man hoffen weiter zu kommen; nämlich durch continuirliches Abändern der Verhältnisse; wozu allerdings die Geduld und Genauigkeit experimentirender Physiker, verbunden mit dem scharfen Blicke eines geübten Malers gehören würde. Vielleicht finge man sicherer mit Zusammenstellung dreier Farben an, als mit zweien, um nämlich die erste Spur der Untersuchung zu gewinnen. Denn darin scheinen (wie man bei bunten Blumenbeeten und ähnlichen Gegenständen leicht bemerkt) die Farben den Tönen ähnlich zu sein, dass die einzelnen Vorstellungen *doppelt* gebrochen werden müssen, um ein lebhaftes Gefühl des Schönen hervorzurufen. Aldann hätte man rückwärts die Paare zu untersuchen, welche in der harmonischen Ternion von Farben lägen; nämlich um die richtigen Intervalle zu bestimmen.

Wir wollen hier eine Vermuthung wagen. Zwischen je zwei möglichst reinen Farben, in deren Unterschied sich *nichts vom*

*Schwarz und Weiss* einmischt *, scheint überall keine so grosse Distanz, wie die Octave, statt zu finden. Die paarweise zusammengestellten Farben, *welche* man auch wähle, wirken zu stark auf einander, als dass man die Abwesenheit aller Brechung, wie bei der Octave, glaublich finden möchte. Reines Gelb und reines Roth oder Blau, erregen zusammengestellt eher ein Gefühl der Selbstständigkeit jeder Farbe, ähnlich dem der reinen Quinte. Vielleicht gäbe es einen Weg, dies mit einiger Wahrscheinlichkeit näher zu beleuchten. Eine Analogie der Erhöhung der Töne oder auch der Erniedrigung (wie des *d* in *dis* oder *des*) lässt sich bei Farben in so weit erkennen, als manchmal bei der Vergleichung nahe liegt zu sagen, die eine Farbe sei nur eine Abänderung der andern. Nicht aber alle Farben, welche zwischen zwei andern liegen, werden so aufgefasst. Grün liegt zwischen Gelb und Blau; gleichwohl wird reines Grün gewiss nicht als Abänderung vom Blau oder Gelb aufgefasst. Gesetzt nun, das, was wir eben vom reinen Grün sagten, gelte eigentlich nicht bloss von einerlei, sondern von zweierlei Grün, welches überdem *eins* vom *andern* noch weit genug verschieden sei, um nicht als eine blosse Nüance angesehn zu werden: ja es sei eine hinreichende Mannigfaltigkeit des Grünen zwischen Gelb und Blau vorhanden, um selbst noch etwas mehr als zwei, von einander ganz entschieden abweichende grüne Tinten zwischen Blau und Gelb einzuschieben: so gewönne das vorhin Gesagte, nämlich die Vergleichung dieser Distanz mit der reinen Quinte, an Wahrscheinlichkeit. Man würde nämlich etwas mehr als drei grosse Secunden zwischen Blau und Gelb einschalten, wenn Blau, Blaugrün, Gelbgrün, und Gelb, eine Unterscheidung abgäbe, die noch etwas zu grosse Schritte machte, um die ganz entschiedenen Abweichungen des einen Punkts vom andern nächsten angemessen zu bezeichnen. Fände sich gar, dass drei und ein halber solcher Schritte nöthig wären, so hätte man beinahe die Analogie der Schritte von *c* zu *d*, *e*, *fis*, *g*.

Wir wollen diese sehr unsichern Betrachtungen nicht verfolgen. Wichtiger ist eine Erinnerung an die Causalbegriffe,

* Zinnoberroth, Schwefelgelb, Himmelblau, möchten einigermaassen für reine Farben, oder solchen nahe kommend, gelten können. Schwerlich giebt es hier ganz veste Puncte.

welche hier zum Grunde liegen; und an die Verschiedenheit der Art und Weise, wie Vorstellungen als Kräfte auf einander wirken können, ohne doch ursprünglich Kräfte zu sein oder zu haben. Man braucht nur, um sich vor Einseitigkeit zu hüten, neben den Farben auch der räumlichen Formen zu gedenken. Ein Beet voll blühender Hyacinthen, Aurikeln, Nelken, Georginen, gefällt nicht bloss durch die Gegensätze der mannigfaltigen Farben, die es dem umherwandelnden Blicke darbietet; sondern jede Blume besitzt eine Schönheit der Gestalt, welche die nämliche bleibt bei verschiedener Farbe. Nichtsdestoweniger kann die Gestalt nur gesehen werden mit Hülfe dessen was sichtbar ist; das Sichtbare aber eben ist die Farbe. Also das nämliche Sichtbare veranlasst zweierlei ganz verschiedene Klassen von ästhetischen Urtheilen. Es muss eine doppelte Causalität unter den Vorstellungen gehen, die uns einerlei Anblick gewährt. Wir wollen hier nicht auf die psychologische Frage von dem Grunde des räumlichen Vorstellens eingehn; nur damit man auch hier nicht bei leeren Allgemeinheiten Hülfe suche, dient eine negative Bemerkung; nämlich diese, dass wiederum in den räumlichen Auffassungen eines und desselben Gegenstandes grosse Unterschiede vorkommen. Die Gestalt einer Blume sieht man nicht, wie der Mathematiker eine Linie von doppelter Krümmung auffasst, durch Projectionen auf zwei Ebenen, sammt zugehörigen Abscissen, Ordinaten, Gleichungen. Die Schönheit der Blume ist nicht jene intellectuelle Schönheit der Cykloide, welche einst durch ihre besondre Fügsamkeit in Rechnungsformeln den Mathematikern so viel Vergnügen machte. Niemand aber kann sagen, die mathematische Betrachtungsart wäre den Gegenständen nicht angemessen. Vielmehr besteht hier mancherlei neben einander.

So nun auch bestehen neben einander die verschiedenen Anwendungen, welche von der Hemmungsrechnung auf die Töne gemacht werden. Die Brechung der Töne, worauf ihr musikalischer Werth beruht, ist unabhängig von der Stärke; die Stärke aber thut ihre Wirkung, indem die schwächern Vorstellungen mehr aus dem Bewusstsein verdrängt werden. Anzuzeigen, dass die Melodie einer Singstimme solche und solche Intervalle durchlaufe, dazu reicht die leiseste Begleitung hin; und die Begleitung muss leise sein, wenn jene allein als Haupt-

stimme soll vernommen werden (wie in Liedern und Arien). Wofern aber mehrere Melodien zugleich und mit gleicher Aufmerksamkeit sollen verfolgt werden, wie Chöre und vollends Fugen dies fordern, so ist gleiche Stärke der Stimmen nothwendig, weil sonst die allgemeinste Wirkung intritt, vermöge deren das Entgegengesetzte sich aus dem Bewusstsein verdrängt, und die schwächern Vorstellungen davon am meisten zu leiden haben. Darin liegt nichts Befremdendes. Die Brechung, welche einen Ton zu einem bestimmten Intervall macht, versetzt ihn in einen bestimmten innern Zustand: mit diesem Zustande kann er im Bewusstsein steigen oder sinken. Eben so bei Gemälden. Die Vorstellung eines solchen enthält alle einzelnen Vorstellungen der farbigten Stellen in denjenigen Brechungen, welche das Gemälde zu diesem und keinem andern machen; das ganze Gemälde kann vergessen und wieder in Erinnerung gebracht werden; was nun im Bewusstsein sinkt und steigt, das sind die Vorstellungen mit und in den Zuständen, welche das Kunstwerk in ihnen erzeugte. Bei diesem Sinken und Steigen sind sie den allgemeinen Gesetzen der Hemmung und Reproduction unterworfen.

Aus dem Umstande, dass Kunstwerke einen weit tiefern Eindruck zurücklassen als das Kunstlose und Regellose, folgt ohne Zweifel eine grosse Gewalt ästhetischer Verhältnisse; allein man braucht darum noch nicht anzunehmen, dass ursprüngliche Gesetze einer weit stärkeren Verschmelzung für solche Vorstellungen statt finden, die mit einander ästhetische Verhältnisse eingehn, als für die, welche dazu untauglich sind. Denn die häufige Wiederholung prägt diejenigen Verhältnisse immer tiefer ein, von welchen die Künste, sobald sie einmal in Gang kommen, fortwährend erneuerte Anwendungen machen; mit Ausschluss alles dessen, was ihnen nicht dienen kann. Daraus entspringt die Uebung der Zuhörer und Zuschauer; deren Empfänglichkeit für die Kunst wenigstens eine Zeitlang mit der Uebung wächst; wenn schon späterhin eine nur zu oft bemerkbare Uebersättigung eintreten kann.

## III.

### ÜBER DIE URSPRÜNGLICHE AUFFASSUNG EINES ZEITMAASSES.

*Vorerinnerung.* Wir reden nicht vom Begriff eines solchen Zeitmaasses, welches durch Multiplication oder durch Division eines *andern*, schon aufgefassten, Zeitmaasses entstehen kann; auch nicht von dem allgemeinen Begriff *irgend* eines Zeitmaasses, welcher durch Abstraction von bestimmten Zeitmaassen erhalten wird; sondern von der ursprünglichen Auffassung einer solchen Zeit, die, nachdem sie da ist, zum Maasse dient; also sich vervielfältigen und dividiren lässt; und alsdann auch in Gedanken eingeschoben werden kann zwischen solche Zeitpuncte, die einander zu fern oder zu nahe stehn, als dass man unmittelbar und ursprünglich ihre Distanz hätte bestimmt wahrnehmen können. Ueber die anscheinende Schwierigkeit des Gegenstandes ist schon in der ersten Abhandlnng (S. 205 u. f.) gesprochen.

1. *Thatsache.* Wie gross die Zeit sei, die sich unmittelbar auffassen lässt, kann man zwar nicht genau bestimmen; allein zur bequemen Auffassung eignet sich eine Zeitsecunde, oder, ihr nahe kommend, die Zeit zwischen einem Pulsschlage und dem nächstfolgenden.

2. *Thatsache.* Man kann aber auch beträchtlich kleinere oder grössere Zeitmaasse willkürlich veststellen, so dass sie, einmal angegeben, sich wiederholen und beobachten lassen. Solches geschieht unter andern beim Marschiren, Tanzen, Trommelschlagen.

3. *Thatsache.* Man kann eine solche, zum Maasse einmal angenommene Zeit auch eintheilen, (nicht etwan bloss in Begriffen, sondern unmittelbar im Vorstellen und Handeln.) Sol-

ches geschieht in der Musik, wo der einmal gegebene Tact in halbe Tacte, Viertel, u. s. w. zerlegt wird.

4. *Thatsache.* Diese Zerlegung geschicht am bequemsten nach den Brüchen $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, deren Producten und Potenzen. Daher der $\frac{4}{4}$ Tact, $\frac{3}{4}$, $\frac{6}{8}$, u. s. w. bis zum $\frac{12}{8}$ Tact; und die kleinern Zerlegungen bis zu $\frac{1}{64}$.

5. *Thatsache.* Auch die Multiplicationen ganzer Tacte werden unmittelbar empfunden. Daher der Periodenbau der Musik. Eine leichte Probe sind die zusammengehörigen acht Tacte in der Tanzmusik, statt deren man nicht sieben oder neun Tacte würde anwenden dürfen.

6. *Thatsache.* Die Zeitdistanzen lassen sich nicht bloss auffassen, sondern sind überdies Gegenstand ästhetischer Urtheile, wie in der Musik und Metrik.

7. *Thatsache.* Nicht bloss erfüllte Zeiten, in denen etwas wahrgenommen wird, lassen sich als länger oder kürzer unmittelbar auffassen: sondern auch leere Zeiten zwischen den Wahrnehmungen, d. h. Pausen. Diese werden in der Musik eben so nothwendig beobachtet, als die Dauer eines Tons.

8. *Thatsache.* Wenn man beabsichtigt, ein Zeitmaass vestzustellen, so findet man es am bequemsten und sichersten, dasselbe durch Pausen anzugeben. Man vermeidet zu diesem Behufe die Dauer jeder Wahrnehmung so viel als möglich.

9. *Thatsache.* Es ist an sich gleichgültig, durch welchen Sinn die Wahrnehmungen geschehen, wofern sie nur so nahe als möglich momentan sind, damit das Zeitmaass als Pause zwischen ihnen leer bleibe. Uebrigens würde eine Gesichtsempfindung, (durch plötzliche und sehr kurze Bewegung eines Stabes beim Dirigiren einer Musik,) oder eine Gefühlsempfindung, (wie beim Pulsfühlen,) die nämlichen Dienste leisten, wie eine Gehörsempfindung, wenn sie nur der Foderung, momentan zu sein, eben so nahe kommen könnte, wie beim Hammerschlage, beim Tropfenfalle, bei den Schlägen der Secunden-Uhr.

10. *Thatsache.* Die momentanen Wahrnehmungen, deren leere Zwischenzeiten als Pausen sollen vorgestellt werden, wählt man am bequemsten so, dass sie unter sich gleichartig seien; und bei der ursprünglichen Veststellung des Maasses müssen sie gleich stark zu sein.

11. *Erläuterung.* Wenn der Musikdirector die Schläge der-

gestalt ungleich macht, dass der erste, dritte, fünfte Schlag (und so fort nach ungeraden Zahlen) unter sich gleich stark, aber stärker seien, als der zweite, vierte, sechste, (und so fort nach geraden Zahlen): so wird die Zeit zwischen dem ersten, dritten, fünften, zum Maasse, und die schwächern Schläge theilen dies Maass in *Hälften*. Wenn er aber den ersten, vierten, siebenten, zehnten u. s. f. stärker macht als die jedesmal dazwischen fallenden zwei andern, — den zweiten und dritten, fünften und sechsten, achten und neunten, u. s. f.: so ergeben die stärkern Schläge unter sich das Zeitmaass, welches nun durch die zwischen fallenden schwächeren in *Drittel* zerfällt. Die Stärke ist also nicht gleichgültig; sondern die Wahrnehmungen, welche das Maass veststellen sollen, müssen unter sich gleich stark sein.

**12.** *Frage.* Was wird vorgestellt, indem man eine Pause wahrnimmt?

**13.** *Vorbereitung zur Antwort.* Die Frage erinnert an die berühmte Schwierigkeit, leere Zeit wahrzunehmen; und nichts ist gewisser, als dass eine solche nicht bloss wahrnehmen, sondern auch als kürzer oder länger unterscheiden, ganz etwas anderes sein muss, als ein bloss sinnliches Wahrnehmen. Das Vorstellen darf während der Pause nicht aufhören, wenn sie soll beobachtet werden, und das fortdauernde Vorstellen muss auch ein Vorgestelltes haben, denn Vorstellen ohne Vorgestelltes ist eine Ungereimtheit.

Bei der Antwort werden wir, wie sich von selbst versteht, uns nicht auf die blosse Möglichkeit einlassen, dass vielleicht eine ganz zufällige, fremdartige Vorstellung während der leeren Zeit ins Bewusstsein treten könnte. Dadurch würde ein ganz anderer Gedankengang beginnen. So etwas geschieht bei gar zu langen Pausen; mit der Beobachtung der Pause ist's aber dann vorbei.

Wir werden aber auch nicht einen noch ungebildeten Geist voraussetzen; denn alle obige Thatsachen können wir nur im Kreise von einigermaassen gebildeten Menschen nachweisen. Jedoch ist gar keine Bestimmung einer gewissen Bildungsstufe nöthig, wie man sogleich sehen wird.

**14.** *Antwort.* Wir bezeichnen zuvörderst diejenigen, möglichst momentanen Wahrnehmungen, wozwischen die Pausen

fallen sollen, (Trommelschläge, Tactschläge, Schläge der Secunden-Uhr und dergl.) mit $h_1$, $h_2$, $h_3$, $h_4$, u. s. w.

Ferner setzen wir voraus, eine solche Vorstellung, wie *h*, sei dem Wahrnehmenden nichts Neues, sondern er habe sie schon früher, wenn man will, längst gehabt, und vielmals wiederholt.

So ergiebt sich aus der Wahrnehmung des jetzigen $h_1$ sogleich eine zwiefache Folge. *

Erstlich, die ältere gleichartige Vorstellung, welche wir mit *H* bezeichnen, beginnt, sich zu reproduciren. Diese Reproduction braucht einige Zeit, welche man immer sehr klein annehmen mag; aber ohne Stillstand; denn die reproducirte Vorstellung ist fortwährend im Steigen oder Sinken begriffen. * Nach Verlauf der Zeit *t* habe sich von der ganzen Vorstellung *H* das Quantum *y* reproducirt. *

Zweitens: die Wahrnehmung $h_1$ sei noch so momentan, dennoch verschwindet das hiemit begonnene Vorstellen $h_1$ nicht plötzlich aus dem Bewusstsein, sondern es muss sich allmälig ins Gleichgewicht setzen gegen irgend welche andre Vorstellungen, (an denen es nie ganz fehlen kann,) die entweder unmittelbar oder mittelbar, durch ihre Verbindungen, darauf hemmend wirken.

Also gleichzeitig, während der Pause, ist *y* im Steigen und $h_1$ im Sinken begriffen.

Beide verschmelzen überdies, so weit sie können.

Hierauf würde das Vorstellen während der Pause sich beschränken, wenn die Vorstellung *H* in keinen Verbindungen stände. Allein wofern sie zu irgend einem Continuum gehört, (wie jenes der Töne,) oder wofern sie auch nur mit einigen andern verschmolzen ist, so beschränkt sich die Reproduction nicht auf sie allein; sondern gemäss der abgestuften Verschmelzung erhebt sie *schneller* Einiges, *langsamer* Anderes mit sich empor; es entseht eine *Wölbung*, d. h. *mehr* von den nächsten, *minder* von den entferntern Nebenvorstellungen tritt verworren mit ihr ins Bewusstsein hervor.

**15.** *Zusatz.* Vorausgesetzt nun, die ältere Vorstellung *H* stehe in solchen Verbindungen, und reproducire mit sich ein solches verworrenes Vorstellen: so verschmilzt auch dies, so-

* Psychologie §. 82.

weit das *während der Pause* geschehen kann, mit der sinkenden Vorstellung $h_1$.

16. *Frage.* Was verändert sich, indem die momentane Wahrnehmung $h_2$ hinzukommt, und hiemit die erste Pause geendigt wird?

17. *Antwort.* Die verworrenen Nebenvorstellungen, sofern sie dem $h$ entgegengesetzt sind, erleiden einige Hemmung; indem zugleich der ältern Vorstellung $H$ mehr freier Raum geschafft, und mit ihr verbunden dem noch im Sinken begriffenen $h_1$ möglich gemacht wird, sich von neuem zu erheben; wiewohl bei weitem nicht ganz bis zum ungehemmten Vorstellen.

Man bemerke, dass auf die ältere Vorstellung $H$ zwei entgegengesetzte Wirkungen gemacht werden. Einerseits ist es der von ihr ausgehenden Reproduction entgegen, dass ihre Nebenvorstellungen eine Hemmung erleiden; andrerseits wird ihr eignes Steigen begünstigt, und dem zufolge auch ihr Reproduciren. Der Unterschied dieser ihr widerfahrenden Gunst und Ungunst ist um desto grösser, je stärker die momentane Wahrnehmung $h_2$; und für die entfernteren Nebenvorstellungen ist er ungünstiger als für die näheren.

18. *Frage.* Was ereignet sich während der zweiten Pause?

19. *Antwort.* Wir nehmen an, $h_2$ sei eben so stark wie $h_1$: so ist zur Reproduction der Nebenvorstellungen eben so viel Grund vorhanden, wie in der ersten Pause. Die Hemmung derselben kann also nur vorübergehend sein, und die Reproduction erneuert sich; beginnend wieder von den näheren, und fortlaufend zu den entfernteren Nebenvorstellungen, die mehr von der Hemmung waren getroffen worden. Aber diese Reproduction geht jetzt nicht bloss von der ältern Vorstellung $H$ aus. Sondern $h_1$, *wie weit* es während der ersten Pause mit den Nebenvorstellungen verschmolzen war (15), *so weit* wirkt es mit, um dieselben steigen zu machen.

Auch sinkt $h_2$ während der zweiten Pause aus demselben Grunde, wie $h_1$ während der ersten sank. Gleichzeitig steigen $y$ und $h_1$, indem beide mit $h_2$ verschmelzen, so weit sie können. Die verworrenen Nebenvorstellungen, so weit sie reproducirt werden, verschmelzen mit $h_2$.

20. *Frage.* Vorausgesetzt, die zweite Pause sei eben so lang wie die erste; auch seien $h_1$, $h_2$, und das am Ende der

zweiten Pause hinzukommende $h_3$, alle gleich stark: was verändert sich, indem $h_3$ nun eintritt?

21. *Antwort.* Die verworrenen Nebenvorstellungen, in so weit sie dem $h$ entgegengesetzt sind, erleiden für den Augenblick wieder einige Hemmung. Dagegen hört $h_2$ auf, zu sinken. Es gewinnt freien Raum, um sich heben zu können. Desgleichen erlangen $y$ und $h_1$ noch mehr freien Raum, als sie schon hatten.

22. *Anmerkung.* Der Faden der verworrenen Nebenvorstellungen, welche an sich im continuirlichen Hervortreten begriffen sind, war durch $h_1$ an einer bestimmten Stelle abgeschnitten worden, indem hier die Hemmung eintrat. Bei gleicher Länge der zweiten Pause mit der ersten, hat $h_1$ dazu mitgewirkt, sie gerade so weit, als sie mit ihm während der ersten Pause verschmolzen waren, wieder hervorzuheben; aber nicht weiter, weil die Verschmelzung nicht weiter ging. Unterdessen ist *eben so viel* von jenem Faden mit $h_2$ verschmolzen.

23. *Frage.* Was geschieht während der nun folgenden dritten Pause?

24. *Antwort.* In den gegebenen freien Raum erheben sich allmälig $y$, $h_1$ und $h_2$, während $h_3$ sinkt. Nach kurzer Hemmung der verworrenen Nebenvorstellungen wirken mit $y$ auch $h_1$ und $h_2$ in so weit gemeinschaftlich zur Erhebung dieser Nebenvorstellungen, als sie mit denselben verschmolzen sind. Da nun *eine gleiche Länge* jenes Fadens der Nebenvorstellungen mit $h_1$ und $h_2$ verschmolzen war: so sind beide auch in gleichem Maasse zur Reproduction desselben Fadens wirksam. Mit der reproducirten Länge verschmilzt auch $h_3$.

25. *Frage.* Vorausgesetzt, die zweite Pause sei länger als die erste, alles Uebrige wie vorhin (20): wie unterscheidet sich dieser Fall vom vorigen?

26. *Antwort.* Während der Pause wirken $y$ und $h_1$ zusammen reproducirend auf die Nebenvorstellungen; allein mit dem Unterschiede, dass $h_1$ nur soweit dazu wirkt, als seine Verschmelzung ging; *dagegen y weiter fortfährt*, die Nebenvorstellungen zu reproduciren; also den hervortretenden Faden derselben verlängert.

27. *Folge.* Also können während der dritten Pause auch nicht gleiche Reproductionen durch $h_1$ und $h_2$ bewirkt werden; denn ihre Verschmelzung ist nicht gleich.

28. *Frage.* Vorausgesetzt, die zweite sei kürzer als die erste; alles Uebrige wie vorhin: wie unterscheidet sich dieser Fall vom vorigen?

29. *Antwort.* Da der Faden der Nebenvorstellungen kürzer abgeschnitten wird: so kann $h_2$ *nicht so weit* mit ihm verschmelzen als $h_1$; welches letztere nun sammt $y$ in seinem Streben, noch weiter zu reproduciren, gehindert ist.

30. *Folge.* Also können während der dritten Pause wiederum nicht gleiche Reproductionen durch $h_1$ und $h_2$ bewirkt werden.

31. *Anmerkung.* Wegen der verworrenen Nebenvorstellungen kann auf die vorige Abhandlung verwiesen werden. Der Ton *c* (Fig. 48) gehe über in *d*, und mag dort, grösserer Deutlichkeit wegen, länger verweilen; so dass man schon beim Anfange des folgenden Tactes seine Rücksicht erwarte. Wird *d* als Secunde vernommen, so geschieht dies dadurch, dass die Vorstellung *c* nicht so wohl gehemmt, (denn die Hemmung ist gering,) als verunreinigt ist durch die mit ihr verbundene halbe Gleichheit des *d* und *c*. (Vorige Abhandlung, 36, 101, 102.) Die solchergestalt verunreinigte Vorstellung *c* ist ein Beispiel verworrener Nebenvorstellungen. Ein eben so gutes, ja noch stärkeres Beispiel giebt der Gang von *c* in *des* (Fig. 48*b*); denn durch die halbe Gleichheit beider Töne wird die Vorstellung *c* noch stärker aus ihrer Reinheit heraus versetzt, weil die Gleichheit grösser ist. Ein minder gutes Beispiel wäre Fig. 49, wo *c* in *es* geht, denn bei der kleinen Terz, wenn sie genau ist, beginnen die Gegensätze schon gegen die halben Gleichheiten aufzutauchen; das heisst, die Reinheit ist nicht mehr ganz getrübt. Für den jetzigen Zusammenhang kommt es auf ein bestimmtes Intervall nicht an, dergleichen sich ausserhalb des Tongebiets, und für solche Wahrnehmungen, wodurch man den Tact anzugeben pflegt, ohnehin nicht nachweisen lässt. Soll aber eine *Pause* wahrgenommen werden, so darf die Vorstellung, welche die Tactschläge angiebt, eben so wenig in ihrer Reinheit vestgehalten werden, als völlig aus dem Bewusstsein verschwinden. Zwar kann Jemand, während *c*, *c*, mit zwischenfallenden Pausen ertönen, leicht die Vorstellung *c* absichtlich vesthalten (wie Fig. 50 andeutet); je besser ihm aber dies gelingt, desto gewisser giebt es für ihn keine Pause. In der Pause muss das Vorgestellte seine Bestimmtheit fahren lassen.

32. *Thatsache.* Während der dritten Pause kann schon die Gleicheit der Zeitdistanzen wahrgenommen werden; nicht aber früher. Denn die zweite Pause, welche der ersten gleich ist, wird durch den dritten Schlag abgeschnitten; so lange dies noch nicht geschah, waren nicht zwei gleiche Zeitdistanzen gegeben.

33. *Zusatz.* Die dritte Pause muss aber mindestens eben so lange dauern, als die beiden vorigen, wofern die beiden gleichen Reproductionen (24) sich entwickeln sollen.

34. *Frage.* Wie geschieht das Vesthalten des Zeitmaasses in Gedanken?

35. *Vorbereitung zur Antwort.* Dazu ist nöthig, dass diejenigen Vorstellungen, von welchen eine Reproduction ausgehen und bewirkt werden soll, sich hinreichend stark im Bewusstsein erhalten; und dass auch die Art ihrer Verbindung unter einander nicht verändert werde. Es wird also das Vesthalten des Zeitmaasses befördern, wenn noch mehrere Tactschläge mit gleichen Pausen einander folgen.

36. *Antwort.* Dem gemäss verlängern wir die Reihe der $h_1$, $h_2$, $h_3$ ... bis $h_n$, wo $n$ eine beliebige Zahl sein mag. Je grösser diese Zahl, desto mehr ist die Stärke der Vorstellung $h$ durch die Wiederholung und Verschmelzung gewachsen.

Nun würde aber die blosse Verstärkung der Vorstellung $h$ nichts weniger als ein Zeitmaass ergeben. Ein jedes Maass liegt zwischen zwei Abschnitten. Das Abschneiden ist eine Negation dessen, was abgeschnitten wird. In den Vorstellungen selbst, die wir mit $h$ bezeichnen, liegt keine Negation.

Ferner ist beim Gebrauche jedes Maasses nothwendig, dass seine Abschnitte dahin gelegt werden, wo die abzumessende Grösse ihre Grenzen bekommen soll. Und beim Erkennen der Gleichheit solcher Grössen, die schon nach dem Maasse bestimmt sind, müssen die Abschnitte des Maasses mit den Grenzen der gegebenen Grössen wahrnehmbar zusammenfallen.

Wird ein Zeitmaass durch Tactschläge gegeben, (wie bei den Schlägen der Secunden-Uhr, um hier an das einfachste Beispiel zu erinnern), so sind die Pausen das Maass, welches zuerst abgeschnitten wird durch die Tactschläge; dann aber auch, nachdem es durch öftere Wiederholung gehörig eingeprägt war, leisten die Tactschläge den Dienst, den Gebrauch des Maasses zu vermitteln, indem sie den Anfang und das

Ende jeder abzumessenden Zeitgrösse bezeichnen. Hiebei muss jedoch die Reproduction vorausgesetzt werden. Würden nicht die Vorstellungen der früheren Tactschläge reproducirt, und zwar dergestalt, dass in den Augenblicken, da die späteren gegeben worden, die Reproduction *beginne*, so wären die Abschnitte des Maases, und hiemit das Maass selbst, verschwunden; folglich könnte keine Gleichheit der Zeitdistanzen wahrgenommen werden. Ueberdiess muss die Reproduction auch die Abschnitte in ihrer früher bestimmten Distanz wieder darbieten; denn wenn die Distanz sich vermehrte oder verminderte, so wäre das Maass verändert.

Also geschieht das Vesthalten des Zeitmaasses in Gedanken durch das Vesthalten eines bestimmten Reproductionsgesetzes; welches weiter zu untersuchen ist (50).

37. *Zusatz.* In vorstehender Antwort kann zunächst das dunkel scheinen, dass Negation und Position ihre Plätze tauschen. Das Maass ist positiv; seine Begrenzung durch Abschnitte ist eine Negation. Hier aber ist eine Pause das Maass; die Vorstellungen der Tactschläge bilden die Abschnitte. Und doch ist Pausiren eine Negation; Vorstellen dagegen positiv.

Bevor wir weiter gehn, wollen wir an das Maass im Raume erinnern. Man kann Maassstäbe aus Holz und Metall verfertigen. Man kann aber auch mit dem geöffneten Zirkel messen; alsdann liegt zwischen den Zirkelspitzen ein leerer Raum; dieser dient zum Maasse, indem man die Spitzen hier und dort einsetzt.

Zu näherer Beleuchtung können noch andre Thatsachen beitragen.

38. *Thatsache.* Zum Zeitmaasse kann auch eine fortdauernde Wahrnehmung dienen, wofern in ihr Abschnitte mit hinreichenden Zwischenzeiten gemacht werden. Figur 51 stellt dies vor Augen, indem lange Noten durch Vorschläge abgetheilt werden; wobei jedoch die Abwechselung, welche durch die Vorschläge entsteht, nicht bis zur Geschwindigkeit eines Trillers gehn darf, denn dieser ist zum Zeitmaasse nicht passend.

39. *Zusatz.* Auf ähnliche Weise vernimmt man das Zeitmaass in manchen andern Fällen; z. B. da wo ein tönender Körper wiederholt mit einem Hammer angeschlagen wird; indem jedes Anschlagen ein augenblickliches Geräusch und eine momentane Verstärkung des Tons hervorbringt. Beim Singen

der Worte auf lange Noten bewirken die Consonanten ein Zwischengeräusch, auch wenn die Noten die nämlichen bleiben. Ja schon beim blossen Sprechen sind es die Consonanten, welche dadurch, dass sie die Sylben theilen, Einschnitte in die von den Vocalen ausgefüllte Zeit machen; daher sich der Tact zuerst in der Sprache durch das Metrum geltend gemacht hat.

40. *Frage.* Was leisten hier die momentanen Wahrnehmungen, wodurch die Abschnitte bezeichnet sind?

41. *Antwort.* Es ist klar, dass die momentanen Wahrnehmungen nicht mit den Augenblicken, in welche sie fallen, so verschwinden dürfen, als ob sie vergessen wären. Sobald Vergessenheit einträte, würden sie aufhören, das Maass zu bestimmen, dem sie zur Begrenzung dienen sollen. Also werden die Vorstellungen jener begrenzenden Wahrnehmungen fortdauern, und sich mit den anhaltenden Wahrnehmungen dessen, was zwischen die Abschnitte fällt, verbinden. Diese Verbindung aber darf auch nicht einen Augenblick genau die nämliche sein, wie im andern; sonst würde die längere oder kürzere Zeitdistanz zwischen den Abschnitten keinen bemerkbaren Unterschied des Maasses ergeben. Auch muss diese Zeitdistanz gross genug sein, damit ein merklicher Unterschied in der Verschmelzung entstehen könne.

42. *Thatsache.* Das Zeitmaass kann auch durch abwechselnde Wahrnehmungen von gleicher Zeitlänge gegeben werden; wie Fig. 52.

**43.** ***Zusatz.*** **Dahin gehört das Sehen einer Pendelschwingung. Hier eben sowohl als bei wechselnden Tönen liegt in der zweiten Wahrnehmung eine Verneinung der ersten; indem beim Pendel die Bewegungen in entgegengesetzter Richtung geschehen; unter den Tönen aber ein Hemmungsgrad statt findet.**

**44.** ***Frage.*** **Worin besteht der Unterschied dieser Art, das Zeitmaass anzuzeigen, von den vorigen?**

**45.** ***Antwort.*** **Da hier jede Wahrnehmung die andre abschneidet, so ist das Zeitmaass eigentlich zweimal gegeben; jedoch vereinigen sich beide Maasse zu einem doppelten, welches zwischen dem Anfange und der Wiederkehr einer und derselben Wahrnehmung liegt. Weil nun sowohl die erste als die zweite dieser Wahrnehmungen zum Anfange des doppelten Maasses dienen kann (wobei Fig. 50 mit 49 zu vergleichen):**

so muss, wenn diese Unbestimmtheit soll gehoben werden, der Anfangspunct noch auf andre Weise vestgestellt sein, welches wegen des bekannten Unterschiedes der guten und schlechten Tactzeit ohnehin nöthig ist. Davon weiterhin.

46. In die Zeit, welche das Maass erfüllt, können die mannigfaltigsten Vorstellungsreihen fallen; und dies wird auf die verworrenen Nebenvorstellungen, falls eine Pause eintritt, Einfluss haben. Anders wird derjenige während der Pausen in Erwartung sein, der Verse zu recitiren, anders der, welcher Gestirne zu beobachten, anders der, welcher Musik zu machen, anders der, welcher zu tanzen oder zu marschiren gewohnt ist. Für die blosse Beachtung des Zeitmaasses sind diese Unterschiede gleichgültig. Nicht einmal auf das Quantum der eingeschobenen Nebenvorstellungen kommt es unmittelbar an. Wer am Pendel die Zeit beobachtet, mag Schwingungen in grössern oder kleinern Bogen vor sich haben; bei den grössern sind zwar mehr veränderliche Bogen des Pendels gegen den unbeweglichen Hintergrund zu sehen, als bei Schwingungen in kleinern Bogen, und die Vorstellungen werden durch den Gegensatz jener Bogen in stärkere Hemmung unter einander gerathen; allein es kommt hier nicht auf die Dichtigkeit dessen an, was in die Zeitabschnitte eingeschoben wird, sondern nur darauf, dass gleiche Zeitabschnitte durch die Gleichheit der Zeit erkannt werden, welche jedesmal zu den Reproductionen erfordert werden, wodurch die Tactschläge wirken.

47. Wenn dagegen bestimmte Vorstellungsreihen durch mehr oder weniger Uebung geläufig werden, so verkürzt sich mehr oder minder das Zeitmaass, welches den Abschnitten in diesen Vorstellungsreihen entsprechen soll. Auswendig gelernte Gedichte oder Tonstücke langsam vorzutragen, kostet desto mehr Anstrengung, je weiter die Uebung fortschritt.

48. Dabei nun offenbart sich, dass jedes Werk, welches zu einer successiven kunstmässigen Darstellung gelangen soll, sein Tempo erfodert; indem bei zu langsamem Vortrage das Successive nicht genug ineinander greift; bei zu schnellem dagegen das Gefühl sich in keinem Puncte ausbilden kann; zum Beweise, dass die Vorstellungen ihre bestimmte Zeit brauchen, um alle diejenigen Zustände zu durchlaufen, auf welche das Kunstwerk eingerichtet ist.

49. Ob das Zeitmaass durch Pausen und eintretende Neben-

vorstellungen, oder durch Einschnitte in fortdauernde Wahrnehmungen (38), oder durch Bewegungen und Stillstände, wie beim Pendel, oder durch abwechselnde Wahrnehmungen mit gleichen Zeitlängen (42) gegeben werde: es kommt immer auf eine Folge von Zuständen an, welche die, den Tact bezeichnenden, oder ausfüllenden, Vorstellungen während der Zeit, welche dem Zeitmaasse gleich ist, durchlaufen müssen.

---

50. Um nach dieser vorläufigen Beleuchtung der nothwendigsten Thatsachen eine genauere Untersuchung einzuleiten, müssen wir uns an die Principien der Mechanik des Geistes anwenden; und es muss zuerst der Unterschied zwischen dem Sinken und nachmaligen Steigen einer Vorstellung bemerkt werden, die zu andern hinzukommend von denselben gehemmt, dann aber durch eine ihr gleichartige reproducirt wird.

Die momentane Vorstellung $h_1$ werde eben jetzt gegeben: so entsteht zwischen ihr, und andern im Bewusstsein vorhandenen Vorstellungen eine Hemmungssumme, wovon ein Theil auf $h_1$ fällt. Dieser Theil von $h_1$ sinkt in der ersten Pause nach einem solchen Gesetze, dass, für eine kurze Zeit, das Sinken als proportional der Zeit kann angesehen werden. Man erkennt dies schon in der allgemeinen Formel für eine sinkende Hemmungssumme, nämlich

$$\sigma = S(1 - e^{-t}),$$

wo $\sigma$ das Gehemmte nach Ablauf der Zeit $t$, und $S$ die ganze Hemmungssumme bedeutet. Noch genauer gehört hieher die Formel

$$\sigma = \frac{h}{q}(1 - e^{-qt}) = h(t - \tfrac{1}{2}qt^2 + \tfrac{1}{6}q^{2}t^{3} - \ldots),$$

wo $q$ den Bruch von $h_1$ bezeichnet, welcher soll gehemmt werden*).

Schon nach diesem Gesetze wird das Sinken allmälig langsamer. Ein anderes Gesetz des noch langsamern Sinkens tritt ein, nachdem die Hemmungssumme vollends gesunken ist.

Dagegen richtet sich die Reproduction, wenn am Ende der ersten Pause $h_2$ hinzukommt, Anfangs nach dem Quadrate der Zeit*, wie aus Nachstehendem erhellen wird.

---

* Psychologie §. 77.

** Ebendaselbst, §. 82, wo aber auf Anlass der Voraussetzung, die repro-

51. $h_1$ sei während der ersten Pause so weit gehemmt, dass von ihm noch $Y$, ein Quantum wirklichen Vorstellens, im Bewusstsein übrig bleibe. Also $h-Y$ ist gesunken. Dies ist die Energie des Strebens, womit $h_1$ ins volle Bewusstsein zurückkehren würde, wenn auf einmal alle Hemmung wegfiele. Jetzt aber kann das hinzukommende $h_2$ nur die vorhandene Hemmung des $h_1$ vermindern; indem es den hemmenden Vorstellungen einen neuen Antrieb zum Sinken giebt, welchem sie allmälig gehorchen. Es entsteht nämlich durch $h_2$ eine neue Hemmungssumme. Wir wollen dieselbe fürs erste bloss in so fern in Betracht ziehn, als sie abermals im ersten Beginnen nahe proportional der Zeit sinken muss. Derjenige Theil von ihr, welcher auf die hemmenden Vorstellungen fällt, nöthige dieselben zu einem allmäligen Sinken $=x$; welches wir einstweilen nur so bestimmen, dass $x=nt$ sein möge. Nun erhält eben durch dieses Sinken, das heisst, durch das Nachlassen der Hemmung, jenes aufstrebende $h-Y$ Freiheit, hervorzutreten. Nach Verlauf der Zeit $=t$ sei bereits ein Quantum von $h_1$, welches wir mit $y$ bezeichnen, hervorgetreten, also $h-y$ noch gehemmt und im Aufstreben begriffen. Im nächsten Zeittheilchen $dt$ ist die Freiheit des weitern Hervortretens $=xdt$; die Energie des Hervortretens $=h-y$; also das Hervortretende

$$x(h-y)\,dt=dy.$$

Und da wir vorläufig $x=nt$ gesetzt haben,

$$ntdt=\frac{dy}{h-y},$$

$$-\tfrac{1}{2}nt^2=log.\frac{h-y}{C},$$

$$e^{-\frac{1}{2}nt^2}=\frac{h-y}{C}.$$

Für $t=0$ wird $1=\frac{h-Y}{C}$, mithin $e^{-\frac{1}{2}nt^2}=\frac{h-y}{h-Y}$

und $y=h-(h-Y)e^{-\frac{1}{2}nt^2}=Y+(h-Y)(\tfrac{1}{2}nt^2-\tfrac{1}{8}n^2t^4+\ldots)$.

Schon hier sieht man, dass der Zuwachs von $y$ sich Anfangs nach dem Quadrate der Zeit richtet.

Wir haben die Grösse $n$ unbestimmt gelassen; weil über das etwa noch fortdauernde Sinken der hemmenden Vorstellungen wegen der Wirkung von $h_1$ nichts vestgesetzt werden soll.

---

ducirte Vorstellung sei auf der statischen Schwelle, ein Irrthum entstanden ist, welcher hier soll berichtigt werden.

Nehmen wir aber an, dass die hemmenden Vorstellungen schon wieder nahe zu ihrem vorigen Zustande zurückgekehrt seien, oder dass die Hemmungssumme gleich Anfangs zu gering gewesen sei, um den Zustand derselben, verglichen mit ihrer ganzen Stärke, bedeutend zu verändern: so kann folgende, der Wahrheit nahe kommende Rechnung Platz finden.

Es sei $m\sigma$ das Quantum der Hemmungssumme, welches auf die hemmenden Vorstellungen wirke; auch wie oben (50), $\sigma = S\,(1-e^{-t})$, und sonst nichts zu berücksichtigen: so ist nun, anstatt dass wir vorhin $x = nt$ setzten, vielmehr $x = mS\,(1-e^{-t})$; und

$$mS\,(1-e^{-t})\,(h-y)\,dt = dy,$$

oder $$mS\,(1-e^{-t})\,dt = \frac{dy}{h-y}.$$

Alsdann wird

$$mSt + mSe^{-t} = -\,log.\,\frac{h-y}{C},$$

$$e^{-mS(t+e^{-t})} = \frac{h-y}{C},$$

für $t=0$ wird $e^{-mS} = \frac{h-Y}{C}$,

mithin $C = (h-Y)\,e^{mS}$,

und $(h-Y)\,e^{mS(1-e^{-t}-t)} = h-y$,

also $y = h-(h-Y)\,e^{mS(1-e^{-t}-t)}$.

Nun ist $1-e^{-t}-t = -\frac{1}{2}t^2 + \frac{1}{6}t^3 - \ldots$,
woraus erhellt, dass $y$ wiederum mit einem Gliede, wie

$$Y + (h-Y)\,.\,\tfrac{1}{2}mSt^2$$

anfangen muss, wo das vorige $n = mS$.

Oder wenn, nach der andern Formel in 50, $\sigma = \frac{h}{q}\,(1-e^{-qt})$, wo $q$ ein ächter Bruch, — und wenn wir allgemein statt $h$ die Hemmungssumme, die gerade vorhanden sein mag, $= S$, mithin $x = \frac{mS}{q}\,(1-e^{-qt})$ setzen: so kommt

$$\frac{mS}{q}\,(1-e^{-qt})\,(h-y)\,dt = dy,$$

$$\frac{mS}{q}\,(1-e^{-qt})\,dt = \frac{dy}{h-y},$$

$$\frac{mS}{q}\,(t+\frac{1}{q}\,e^{-qt}) = -\,log.\,\frac{h-y}{C},$$

$$e^{-\frac{mS}{q}(t+\frac{1}{q}e^{-qt})} = \frac{h-y}{C}.$$

Für $t=0$, $e^{-\frac{mS}{q^2}} = \frac{h-Y}{C}$, also $C = (h-Y)\,e^{\frac{mS}{q^2}}$,

$$(h-Y)\,\frac{mS}{eq^2}^{(1-qt-e^{-qt})} = h-y,$$

also $y = h-(h-Y)\,e^{\frac{mS}{q^2}(1-qt-e^{-qt})}$.

Nun ist $1-qt-e^{-qt} = -\frac{1}{2}q^2t^2+\frac{1}{6}q^3t^3-\ldots$,

also $e^{-\frac{mS}{q^2}(1-qt-e^{-qt})} = 1-mS\,(\frac{1}{2}t^2-\frac{1}{6}qt^3\ldots)$,

und $y = Y+(h-Y).\,mS\,(\frac{1}{2}t^2-\frac{1}{6}qt^3\ldots)$.

52. Um nun das Vorige zusammenfassen, erinnern wir uns der ersten Voraussetzung, unter welcher überhaupt nur an ein Wahrnehmen des Zeitmaasses kann gedacht werden; es ist ohne Zweifel die, dass während desselben keine *bedeutende* Veränderungen in Ansehung der Bedingungen des Laufs der Vorstellungen sich ereignen. Dies schliesst jedoch erfahrungsmässig die Beschäftigungen nicht aus, die nach dem Tacte (nur nicht *gegen* ihn) so oder anders können vorgenommen werden. Demnach werden wir annehmen, dass die Spannung der hemmenden Vorstellungen durch den ersten Tactschlag nicht merklich verändert sei; dass also die Vorstellung $h_2$ nicht bedeutend anders sinke, als $h_1$ gesunken ist; sondern wie diese nahe proportional der Zeit während der ersten Pause sinkt, eben so muss auch dasselbe, unter nicht wesentlich veränderten Umständen, von $h_2$ in der zweiten Pause gelten.

Allein während $h_2$ sinkt, erhebt sich, nach dem so eben angegebenen Gesetze, $h_1$. So lange die Zeit klein ist, bezeichnet das Quadrat der Zeit noch kleinere Fortschritte; jedoch solche, die sich beschleunigen. Geht die Zeit fort wio $\frac{1}{10}$, $\frac{2}{10}$, $\frac{3}{10}$, so gehört dazu ein Fortschritt wie $\frac{1}{100}$, $\frac{4}{100}$, $\frac{9}{100}$. In solcher Weise sich erhebend, kann $h_1$ während der zweiten Pause zwar nicht beträchtlich hoch steigen, (besonders wenn $h-Y$, d. h. das vorige Sinken, und $mS$, also der Druck, welchen die hemmenden Vorstellungen durch $h_2$ erlitten, nicht zu beträchtlich ist;) allein da seine Bewegung beschleunigt wird, und da es zugleich mit dem sinkenden $h_2$ allmälig verschmilzt, so kann es sehr wohl auf letzteres einen fast momentanen Stoss dann ausüben, wann $h_2$ eben unter die Tiefe $h-Y$ herabzusinken im Begriff ist. *Verschmolzene Vorstellungen nämlich geben einander einen Antrieb zum gemeinsamen Steigen oder Sinken.* Bliebe nun auch $h_1$ in der Tiefe $h-Y$ während der zweiten Pause stehn, so würde es, in dieser Stellung mit $h_2$ in Verbindung getreten, dieselbe nicht behaupten können, wenn $h_2$ noch tiefer sänke. Nun ist aber wegen des beschleunigten Steigens

die Verschmelzung des $h_1$ mit $h_2$ im schnellen Zunehmen begriffen, ihre entgegengesetzten Bewegungen müssen in einem Augenblicke, da beide gemeinschaftlich sich beinahe in der Tiefe $h - Y$ befinden, einen Stillstand, oder vielleicht ein paar Rückungen hervorbringen, indem erst die eine, und gleich darauf die andre der beiden Vorstellungen mehr in ihrer Bewegung unterbrochen wird. Wir wollen nicht unternehmen, dies genauer zu bestimmen; es ist auch nicht nöthig. Denn jedenfalls entsteht hieraus ein Gefühlszustand; wie allemal, wenn eine Vorstellung einen Antrieb zum Sinken empfängt oder empfangen hat, dem sie nicht nachgeben kann.

Dieser Gefühlszustand wird nun noch anders modificirt, indem am Ende der zweiten Pause, also fast in dem eben bezeichneten Augenblick, $h_3$ dazu kommt; wodurch jenen beiden freier Raum zum gemeinsamen Steigen eröffnet wird.

53. Jetzt können wir den Unterschied der zweitheiligen und dreitheiligen Tactarten, desgleichen die sogenannten guten und schlechten Tactzeiten berücksichtigen.

Zuvor ist zu erinnern, dass der Viervierteltact schon durch seinen Namen als das eigentlich vollständige Ganze bezeichnet wird, wovon die gebräuchlichern andern Tactarten Brüche, einige seltnere aber Erweiterungen sind.

Ferner ist zu erinnern, dass im Viervierteltact der Anfang die beste Zeit, die Mitte eine minder gute, das zweite und vierte Viertel aber die schlechte Zeit ausmachen.

Auf ähnliche Weise werden oft in Versen zwei Füsse zusammengefasst, um ein Ganzes mit den Unterschieden besserer und schlechterer Zeiten zu bilden.

Man denke sich nun $h_1$ als das erste, $h_2$ das zweite, $h_3$ das dritte Viertel anzeigend. So erhellet aus dem Vorigen, dass $h_2$ den Dienst leistet, $h_1$ zu reproduciren, und zwar aus einer Tiefe des Sinkens, zu welcher $h_2$ selbst herabgedrückt wird, bis es den Gegenstoss des reproducirten $h_1$ empfängt, und in demselben Augenblick mit diesem zugleich durch $h_3$ wieder gehoben wird.

Hier kann der Zweifel entstehn, ob der Gegenstoss nicht zu früh erfolgen werde? Denn $h_1$ erhebt sich; und wenn auch $h_2$ nicht merklich schneller sinkt, als in der ersten Pause $h_1$ gesunken war: so scheint es doch, die Verbindung beider werde eine Nöthigung des gemeinsamen Sinkens oder Steigens noch

eher herbeiführen, als die zweite Pause der ersten gleich geworden ist.

Der Umstand aber, dass $h_2$ in die schlechte Tactzeit fällt, zeigt an, dass dieser Tactschlag schwächer sein darf als der erste. Nun ergiebt eine frühere Untersuchung, dass wenn zu andern Vorstellungen eine neue kommt, diese unter übrigens gleichen Umständen etwas mehr Zeit zum Sinken braucht, wenn sie schwächer, als wenn sie stärker ist. * Eigentlich braucht also $h_2$ nicht ganz die Tiefe $h - Y$ zu erreichen, wofern es zu einer geringern Tiefe langsamer sinkt, und dies wird geschehn, wenn es schwächer ist als $h_1$. Um wie viel schwächer? das fühlt man freilich leichter, als es sich möchte berechnen lassen; viel beträgt der Unterschied nicht. Aber stärker darf $h_2$ gewiss nicht sein als $h_1$; sonst verliert sich der Eindruck, dass der Tact mit $h_1$ begann, und $h_2$ auf $h_1$ sich bezieht, indem es dasselbe erneuert.

Warum $h_3$ in eine bessere Tactzeit fällt als $h_2$, kann nach dem Vorstehenden wohl kaum zweifelhaft sein. Mit ihm vereinigt sich $h_1$, welches jetzt schon im schnellern Steigen begriffen, durch die unvollkommne Verschmelzung mit $h_2$ um desto weniger seine Bewegung verzögert, da beide zusammen freien Raum gewinnen. Das Gefühl der Vereinigung des dritten mit dem ersten Tactschlage wird Niemand leugnen; es äussert sich natürlich durch die etwas grössere Stärke, welche man dem dritten Tactschlage zu geben pflegt.

54. Bei dem vierten Viertel entscheidet die grössere oder geringere Stärke des Schlages, ob der Tact drei oder vier Viertel enthalten wird.

Es ist leicht möglich, dass der vierte Schlag ein erster des neuen Tacts werde. Denn $h_1$ und $h_2$ gemeinschaftlich üben jetzt einen Gegenstoss gegen das sinkende $h_3$; das Gefühl davon wird stärker sein als beim dritten Tactschlage; und es braucht nur unterstützt zu werden durch den vierten stärkern Schlag. Der vorherbemerkte Umstand, dass schon der dritte Schlag stärker sein konnte als der zweite, steht hier gar nicht im Wege; vielmehr ist es erfahrungsmässig bekannt genug, dass im Dreiviertel- und vollends im Dreiachteltact, oft das

* Psychologie §. 77.

dritte Tactglied sich vor dem zweiten hervorhebt, und sich vorbereitend zugleich dem folgenden Tacte anschliesst.

Allein gesetzt, es erfolge gar kein vierter Schlag: was wird in Folge des psychischen Mechanismus geschehen?

Zweierlei kann sich ereignen. Erstlich wird der vierte Zeitpunkt schon durch $h_2$, welches gegen $h_3$ sich erhebt, bemerklich gemacht. Zweitens, auch ein fünfter Zeitpunct kann bezeichnet werden, und zwar als erster eines neuen Tacts. Dazu ist nur nöthig, dass der dritte Tactschlag gegen den ersten in ein solches Verhältniss getreten sei, wie in andrer Hinsicht der zweite gegen den ersten. Und dies geschieht sehr leicht. Hat der dritte Tactschlag irgend eine grössere Aehnlichkeit mit dem ersten als der zweite, so entsteht eine Reproduction dieser Aehnlichkeit, die nun eine doppelt so lange Zeit einnimmt wie die vorige. Am bestimmtesten lässt sich dies erkennen, wenn die guten Zeiten doppelt oder selbst dreifach durch eigne Zeichen angegeben werden, wie in Fig. 54. Allein dies ist nicht durchaus nöthig. Beim Recitiren von Versen reicht schon eine geringe Hebung und Senkung der Stimme, oder eine vermehrte und verminderte Stärke der ausgesprochenen Laute dazu hin, dass sich doppelte und dreifache Reproductionen bilden, wodurch die schlechteren Tactglieder in die bessern eingeschlossen werden. Hierin mag etwas dunkel bleiben, was sich bis jetzt nicht ganz aufklären lässt; wie sehr aber diese Reproductionen von der Aehnlichkeit, also *von der grössern Verschmelzung* unter den Vorstellungen abhängen, sieht man sogleich, wenn man den Tact mit denselben in Widerspruch setzt, wie Fig. 55 und 56; wo Fig. 55 einem zweitheiligen Tacte angehört, und in den dreitheiligen hineingezwungen; Fig. 56 aber noch auffallender dem dreitheiligen Tacte entspricht, und dagegen in den viertheiligen gesetzt ist. Schreibt man Musik im Fünfvierteltact, so zeigt sich vollends, wie leicht derselbe in zwei und drei, oder drei und zwei unter sich verbundene Glieder gleichsam zerbricht; daher derselbe nicht üblich ist. Die mindeste Hervorragung des dritten oder vierten Viertels entscheidet, ob sich dies jenem, oder jenes diesem unterordnen soll.

Folgt man also dem unwillkürlichen psychischen Mechanismus, so entsteht der Viervierteltact, indem das dritte Viertel, irgend wie dem ersten ähnlicher als das zweite, auch vollständiger auf das erste reproducirend wirkt, und gleichsam das-

jenige nachholt, was an der ersten Reproduction gefehlt hat. Hiemit brauchen nur die Wahrnehmungen wirklicher Tactschläge zusammenzutreffen. Man kann das vierte Viertel des ersten Tacts durch $h_4$ angeben; man kann dies auch fehlen lassen; jedenfalls trifft $h_5$ mit dem Stosse zusammen, welchen $h_3$ durch die von ihm bewirkte Reproduction aus dem ersten Tactschlage empfängt. Solchergestalt liegt das eigentliche Zeitmaass, nämlich der halbe Tact, zweimal in dem Ganzen; der ganze Tact aber wird in der musikalischen Periode wiederum verdoppelt, seltener verdreifacht, wo nicht kühnere Wendungen einen andern Rhythmus in Anspruch nehmen.

Die Zerfällungen der Viertel in Achtel, Sechzehntel, u. s. w. wiederholen solche Einschaltungen im Kleinen.

55. Zwei Bemerkungen bieten sich hiebei noch dar. Die eine: der Stoss, welchen eine reproducirte Vorstellung durch ihre beschleunigte Bewegung hervorbringt, wird unter gleichen Umständen desto nachdrücklicher ausfallen, je tiefer dieselbe zuvor gesunken war; wenigstens innerhalb gewisser Grenzen. Darauf deutet die Formel in 51, indem $y$ mit dem Quadrate der Zeit um so mehr wächst, je grösser $h - Y$, das heisst, je kleiner $Y$. Man unterstützt dies, indem man zugleich diejenigen Tactschläge verstärkt, welche in den Anfang jedes Tacts fallen, wodurch $mS$ vergrössert wird.

Die zweite Bemerkung: aus den untergeordneten Gliedern, in welche man den Tact zerlegt hat, entstehn Reihen von Vorstellungen, welche mit den Hauptschlägen verschmelzen, von ihnen wo möglich reproducirt, und in spätere Zeitdistanzen eingeschaltet werden; meistens aber sich in ein unbestimmtes Streben zur Reproduction verlieren müssen, wegen der Gegensätze, die sie unter einander bilden. So wenn Jemand eine Zeitlang mit Musik oder Poesie oder Beobachtungen beschäftigt war. Kurz: wir sind hier wieder bei jenen verworrenen Nebenvorstellungen, für welche zwar ein bestimmtes Reproductionsgesetz sich nicht nachweisen lässt, die aber doch nicht als gesetzlos anzusehen sind; und wobei es für jetzt nur darauf ankommt, dass sie in die nach einander folgenden Zeitdistanzen auf gleiche Weise eingeschoben werden. Wenn z. B. der Unterofficier seinen Rekruten marschiren lehrt, und dabei, jede Sylbe dehnend, spricht:

Rechten, Linken, Rechten, Linken,

oder Einundzwanzig, Zweiundzwanzig,

so liegt das Einschalten in der Dehnung jeder Sylbe; ohne dass ein bestimmtes Vorgestelltes könnte angegeben werden, wodurch die ausgedehnten Sylben anschwellen; wohl aber soll in die angezeigten Zeitdistanzen die Bewegung des Rekruten fallen. Eben so, wenn Jemand während des Clavierspielens den Tact lautsprechend zählt, so liegt in dem

Eins, Zwei, Drei, Vier,

an sich keine Zeitbestimmung, denn man kann schneller oder langsamer zählen; aber man hat längst diese Zahlen zu mannigfaltiger Musik ausgesprochen; daher fehlt es gewiss nicht an unbestimmten Nebenvorstellungen, die man in den einmal angegebenen und aufgefassten Tact einschalten könne; und welche nur beitragen, um ihn gleichmässig festzuhalten, während die eben jetzt auszuführende Musik durch ihn geordnet werden soll.

56. Man wird die *Gestaltungen in der Zeit*, zu welchen für Metrik und Musik der Tact die Grundlage bildet, ohne Zweifel zu Gegenständen erneuerter Untersuchung machen. Wir ziehen uns hier zu einem ganz einfachen Fragepuncte zurück, welcher übrig bleibt, wenn man alle Unterschiede der Tactschläge und alles Mancherlei, was in gegebenen Zeitdistanzen eintreffen oder hineingedacht werden kann, bei Seite setzt. Wir wollen annehmen, Jemand habe lediglich die ganz einförmigen Schläge einer Uhr, oder das Fallen der Tropfen, oder ähnliches völlig Gleichartiges in gleichen Zeitdistanzen wahrgenommen; aber so oft wiederholt, dass an keine Unterscheidung des ersten, zweiten, dritten u. s. w. zu denken ist. Wir suchen nun das Einfachste, was erstlich ihn bestimmt, die Zeitdistanzen als gleich zu erkennen, zweitens ihn befähigt, dieselben fortgesetzt anzugeben, auch wenn die Wahrnehmung aufhört.

Wenn die gleichen Wahrnehmungen $h_1$, $h_2$, $h_3$, $h_4$, ... $h^n$, $h_{n+1}$, sich sehr oft wiederholt haben, so kann jede neu hinzukommende nur noch unbedeutend wenig an der Stärke der aus allen verschmolzenen allmälig entsprungenen Gesammtvorstellung verändern; besonders da die Empfänglichkeit abnimmt. *

* Psychologie §. 94.

Auch wird sich nach gehörigem Zeitverlauf diese Gesammtvorstellung sehr nahe mit den hemmenden Vorstellungen ins Gleichgewicht gesetzt haben. Jedoch kann nicht etwan alle Hemmung aufgehört haben; sonst würde die Vorstellung $h$ fortwährend ungehemmt vorhanden sein, und die Pausen könnten nicht vom erneuerten Eintreten unterschieden werden. Hieraus ergiebt sich nun eine leichte Abänderung dessen, was in 52 schon angegeben ist. Die dortige Tiefe $h - Y$, wozu das erste $h$ herabsank, kann hier nicht passen, weil eine sehr verstärkte Vorstellung, nach vielfacher Wiederholung, nicht mehr so sinken wird, wie die erste sinken musste. Aber wie gering auch, bei geringer Hemmung, die Tiefe sei, worin sich $h_n$ beim Eintritt von $h_{n+1}$ befindet, dennoch schafft letzteres einigen freien Raum, einige Reproduction, einigen Zusammenstoss derselben mit ihm selbst, dem sinkenden, welches nun gleichsam auf elastischen Boden fällt, und wenigstens im Sinken aufgehalten wird, indem es der stärkeren und älteren Gesammtvorstellung den Antrieb giebt, mit ihm zu sinken, welches nicht geschehen kann. Der Augenblick des Zusammenstosses muss nach den, sich gleich bleibenden Zeitdistanzen der Schläge, nach der Stärke derselben, nach der Grösse der noch übrigen Hemmung, sich längst gleichförmig bestimmt haben. Wir brauchen nicht anzunehmen, dass die Zeitdistanz dieses Augenblicks von dem vorigen Schlage, gleich sei der Zeitdistanz zwischen den Schlägen selbst. Gesetzt, der nächstfolgende Schlag komme später: so hat sich, weil derselbe schon innerlich vorgebildet wurde, ein Gefühl des Aufschubs, und des Wartens erzeugt, welches selbst ein Gegenstand der innern Apperception wird; die Folge der Schläge wird nun als mehr oder weniger langsam empfunden. Oder der nächstfolgende Schlag kommt früher: so beschleunigt er die Reproduction, und es entsteht ein Gefühl der Aufregung; für die Apperception die Empfindung des Schnellen und Eilenden. Haben diese Gefühle sich durch Wiederholung ausgebildet, so braucht der Appercipirende, um das Zeitmaass nicht bloss aufzufassen, sondern selbst fortgesetzt anzugeben, nur die Vorstellung $h$ in Gedanken vestzuhalten, und es alsdann geschehen zu lassen, dass sie den Wechsel der Gefühle durchlaufe, die reihenförmig mit ihr verbunden sind. Trifft er beim Versuch, im äussern Handeln eine ähnliche Zeitreihe hervo zubringen, nicht gleich das rechte Maass,

so wird auch nicht das nämliche Gefühl des Langsamen, oder Schnellen, oder Bequemen hervorgehn; abgeänderte Versuche werden den ersten bald berichtigen; vorausgesetzt, dass nicht Umstände, dergleichen wir bei Seite gelegt haben, sich einmischen.

**57.** Die Thatsache nun, dass es einen Unterschied des Bequemen im Gegensatze des Langsamen und des Geschwinden wirklich giebt, ist das Allerwichtigste in dieser ganzen Untersuchung; denn sie zeigt, dass wir mit unseren psychologischen Rechnungen nicht so im Finstern tappen, wie diejenigen sich einbilden, die von solchen Rechnungen lieber nichts hören möchten. Eine Tertienuhr taugt nicht, das Gefühl des Tactes zu erwecken; schon unsere Taschenuhren sind unbequem dazu; eine Uhr, die alle Minuten nur einmal ihren Schlag hören liesse, wäre auf entgegengesetzte Weise dazu ganz unbrauchbar. Sehr bequem dagegen fasst man mittelst der Secundenuhr den Tact auf, wenn man zwischen je zwei nächstfolgenden Schlägen noch einen in Gedanken einschaltet; geschieht dies Einschalten nicht, so findet man ihre Schläge eher etwas langsam, sie lassen auf sich warten. Nun ist aus dem Vorigen klar, dass zwar auch nach einer Minute, und selbst nach viel längeren Zeiten die Reproduction keine Schwierigkeit hat; aber sie allein verhilft zu keinem Gefühl des Tacts. Soll sie dieses ergeben, so muss sie die Vorstellung des vorhergehenden Schlages nicht bloss noch im Bewusstsein antreffen, sondern es muss auch nicht einerlei sein, ob sie früher oder später mit derselben sich verbinde. Kommt sie zu spät: so ist das Sinken der Vorstellung des vorhergehenden Schlages schon so langsam geworden, dass es fasst dem Stillstehen gleicht; und dann ist's einerlei, ob sie noch etwas später oder früher eintrifft; der Unterschied, auf dem das Tactgefühl beruht, ist nun verloren. Die Hemmung muss noch nahe der Zeit proportional sein, damit mehr oder weniger Zeit bemerklich werde, und zwar so genau bemerklich, dass man unmittelbar nach dem Gefühl diess Mehr oder Weniger anzugeben unternehmen könne.

Von den beiden Formeln in **50** verliert die zweite ihre Gültigkeit, sobald die Zeit $= \frac{1}{q} \log. \frac{1}{1-q}$ geworden ist*; wir brau-

* Psychologie §. 77.

chen uns aber hier nicht um die Bestimmung des ächten Bruches $q$ zu bekümmern; denn schon die erste Formel

$$\sigma = S(1 - e^{-t}),$$

welche, wenn die Umstände ihrer Voraussetzung gemäss unverändert blieben, selbst für unendliche Zeit gelten würde, zeigt hinreichend das, worauf es ankommt. Die Hemmungssumme $S$ mag gross oder klein sein, das Gehemmte, oder $\sigma$, trägt in sich den Factor $1 - e^{-t}$, welcher von der Zeit $t$ abhängt. Nun ist für $t = \frac{1}{4}$ auch $1 - e^{-t}$ beinahe $\frac{1}{4}$, es ist nämlich $= 0{,}2211\ldots$, hingegen für $t = \frac{1}{2}$ ist $1 - e^{-t}$ nur $= 0{,}3934$. Also hier ist die Proportionalität der Zeit schon sichtbar verloren. Wir werden dem gemäss nicht sehr weit von der Wahrheit abirren, wenn wir die Einheit der Zeit auf zwei Secunden setzen; da, wie nur eben zuvor bemerkt, nach halben Secunden sehr bequem gezählt wird, wenn man den Tact abmessen will. Wo dagegen der Musiker kein *Moderato*, sondern ein *Allegro* oder *Adagio* vorschreibt, da sagen schon seine Kunstausdrücke, dass er darauf rechnet, ein Gefühl entweder von Aufregung oder Verweilung solle mit dem Tacte verbunden sein; niemals aber wird er fodern, dass man die Zeit nach Tertien oder nach Minuten abmesse. Für die Bewegung des Lichts durch den Raum einer Meile, oder für das Wachsen des Grases in einer Minute, haben wir nun vollends zwar Begriffe, aber keine Wahrnehmung; weil in zu kurzer Zeit unsre Vorstellungen ihren Stand im Steigen oder Sinken nicht merklich verändern; bei zu langsamer Bewegung aber wir ihren Lauf nicht auf eine entsprechende Weise zurückhalten können.

58. Dass aber auch auf die Reproduction unbestimmter Vorstellungsreihen von bestimmter Länge in den Künsten gerechnet wird, erhellet am deutlichsten aus der Beibehaltung der nämlichen Versart in den Gedichten. Man wird im Verlauf einer Minute ungefähr ein Dutzend Hexameter mit lauter Stimme (wie ein Rhapsode in grösseren Versammlungen thun mochte) recitiren können; mithin braucht ein Hexameter etwa fünf Secunden. Diese Zeit wäre als Pause unmittelbar für das Tactgefühl zu lang; dagegen als erfüllte Zeit wird die gleiche Dauer der Hexameter sehr leicht wahrgenommen, und doch kann hier kein bestimmter einzelner Hexameter angegeben werden als derjenige, durch welchen die Abmessung geschähe, denn die Verse selbst sind verschieden, und dem Zuhörer wird

auch nicht etwan ein Schema des Metrums mitgetheilt; es wird ihm nicht aufgetragen, den Vers zu beobachten; er wird vielmehr mit dem Gegenstande des Gedichts beschäftigt; und die ganze Mühe der Verskunst wäre verloren, wenn nicht unwillkürlich das Maass sich im Gemüthe des Zuhörers bildete, und die Gleichheit der wohlgemessenen Verse empfunden würde.

59. Unter den mancherlei Fragen, die sich in Ansehung der Schätzung längerer Zeiträume noch aufwerfen liessen, wollen wir nur eine erwähnen. Wenn Bilder zur Schau gestellt werden, wie lange darf ein jedes derselben stehen bleiben, wenn der Zuschauer wahrnehmen soll, dass die Zeiten, die man ihm zur Betrachtung gestattet, unter einander gleich sind? Offenbar hängt dies sehr von der Beschaffenheit der Bilder ab. Ist der Gegenstand reich an Figuren, so dauert es eine ganze Weile, bis sich die räumliche Auffassung vollendet; von Gemüthszuständen höherer Art, von Reflexionen über die Kunst wollen wir ganz abstrahiren. Einfache geometrische Figuren sind schnell aufgefasst, besonders wenn dem Zuschauer nicht daran liegt, sie sich bestimmt einzuprägen. Bleibt nun das Aufgefasste länger stehen, als es beschäftigt, so sinken die Vorstellungen, indem die Empfänglichkeit ermattet, sehr bald zu tief, als dass auch nur einigermaassen der Wechsel der aufzufassenden Gegenstände ein Tactgefühl erzeugen könnte. Bei zusammengesetzten Gegenständen im Raume kommt eben sowohl als bei poetischen oder rhetorischen Darstellungen viel auf die Uebung und Vorbildung derjenigen Personen an, welchen das Sehenswerthe gezeigt oder der Vortrag gehalten wird. Dennoch wird für grössere Versammlungen ein gewisses Mittelmaass der Verweilung gesucht, welches, wenn es richtig getroffen wurde, bei der Mehrzahl der Anwesenden ein Gefühl von gleichmässiger Beschäftigung und Zeiterfüllung hervorbringt. Das Bemühen ein solches Mittelmaass zu finden, scheint nicht ganz so vergeblich zu sein, als man bei der grossen Verschiedenheit der Individualitäten wohl erwarten möchte.

Zusatz.

Die angegebene Bestimmung der Zeiteinheit, nämlich zwei Secunden ungefähr, wird überall in Betracht kommen, wo die psychologische Rechnung die Zeit durch Zahlen ausdrückt. Wenn z. B. nach den einfachsten statischen Gesetzen eine Vor-

stellung zur Schwelle sinkt, so liefert die Rechnung eine Zahl für die Zeit dieses Sinkens.

Bisher konnten wir solchen Zahlen nur den Werth beilegen, dass sie zu Vergleichungen dienen. Wenn die Vorstellung $a = 3$, $b = 2$, $c = 1$, so sinkt $c$ zur Schwelle in der Zeit 0,944; wenn aber $a = 4$, $b = 3$, $c = 2$, so findet sich die Zeit $= 2{,}015$.* Im zweiten Falle dauert also das Sinken mehr als doppelt so lange. Hier konnte man fragen, ob die Zeit, welche sich mehr als verdoppelt, nach Minuten oder nach Secunden zu schätzen sei. Denn freilich versteht sich von selbst, dass man an Stunden oder gar an Tage nicht denken könne, weil der Wechsel unserer Vorstellungen in einer Stunde viel zu gross ist, um mit dem höchst einfachen Ereigniss, dass eine einfache Vorstellung aus dem Bewusstsein verschwindet, irgend passend verglichen zu werden.

Jetzt können wir mit Wahrscheinlichkeit bestimmter sprechen. Im obigen ersten Falle wird die Zeit $= 1{,}9$ Secunden, im zweiten etwas über vier Secunden betragen.

Am angeführten Orte findet sich noch ein Beispiel. Es sei $a = 10$, $b = 10$, $c = 7$; die Zeit, in welcher $c$ zur Schwelle sinkt, würde unendlich werden, wenn $c = 0{,}707\ldots$ wäre; dennoch findet sich, dem Schwellenwerthe von $c$ so nahe, $t = 4{,}44\ldots$, also 8,88 Secunden.

In allen diesen Beispielen ist der grösste mögliche Hemmungsgrad unter den sämmtlichen Vorstellungen angenommen. Da der Gegenstand durch die gefundene Angabe der Zeit in Secunden ein neues Interesse gewinnt, so wollen wir einige Proben derjenigen Abänderungen aufsuchen, welche vom Hemmungsgrade entspringen.

Man findet am angeführten Orte die Formel

$$t = log.\, nat.\, \frac{qS}{qS - c},$$

wo $q$ den ächten Bruch bedeutet, welcher das Quotum der sinkenden Hemmungssumme für $c$ angiebt; $S$ ist die anfängliche Hemmungssumme. Wäre $qS$ nicht grösser als $c$, so würde $c$ nicht gänzlich aus dem Bewusstsein verdrängt; die Formel setzt also voraus, der Nenner solle immer positiv sein, indem $qS > c$. Sie zeigt hiemit, dass nur in äusserst seltenen Fällen, nämlich

* Psychologie §. 75.

bei sehr geringer Differenz zwischen $qS$ und $c$, eine grosse Zahl für $t$ herauskommen kann.

Nach dieser Formel, (deren Zusammenhang man am gehörigen Orte nachsehen wolle), ergeben sich folgende Zeitbestimmungen:

*A.* Für $a=2$, $b=2$, $c=1$,
sei der Hemmungsgrad $m=1$,
so ist $t=1{,}0986=2{,}1972$ Secunden
$m=0{,}9$ giebt $t=1{,}3499=2{,}6998$ —
$m=0{,}8$ — $t=1{,}7917=3{,}5834$ —
$m=0{,}7$ — $t=3{,}0445=6{,}089$ —

Für $m=0{,}6$ wird schon der Logarithme, welcher die Zeit anzeigt, unmöglich; d. h. $c$ sinkt nicht mehr zur Schwelle; der Hemmungsgrad 0,6 reicht nicht mehr hin, um das Drängen des $a$ und $b$ gegen $c$ so stark zu machen, dass $c$ ganz aus dem Bewusstsein verschwinden müsste.

*B.* Für $a=10$, $b=10$, $c=1$,
sei der Hemmungsgrad $m=1$,
so ist $t=0{,}11552=0{,}23104$ Secunden
$m=0{,}9$ giebt $t=0{,}12921=0{,}25842$ —
$m=0{,}8$ — $t=0{,}14660=0{,}2932$ —
$m=0{,}7$ — $t=0{,}16942=0{,}33884$ —
$m=0{,}6$ — $t=0{,}20067=0{,}40134$ —
$m=0{,}5$ — $t=0{,}24613=0{,}49226$ —
$m=0{,}4$ — $t=0{,}31845=0{,}6369$ —
$m=0{,}3$ — $t=0{,}45198=0{,}90396$ —
$m=0{,}2$ — $t=0{,}78845=1{,}5769$ —

Für $m=0{,}1$ wird der Logarithme unmöglich.

Diese beiden Beispiele, in welchen wir der Kürze wegen einerlei Hemmungsgrad für sämmtliche Paare von Vorstellungen angenommen haben, können zu einiger Uebersicht schon hinreichen.

Dass für $a=b=2$ der Hemmungsgrad $m=0{,}6$ nicht mehr zu gebrauchen sein würde, und eben so wenig für $a=b=10$ der Hemmungsgrad $m=0{,}1$: dies zeigt ein Täfelchen in dem grössern psychologischen Werke *.

---

* Daselbst §. 56. In der Formel für $b$ ist dort ein Druckfehler. Statt $8m^2$ lese man $8m$.

Denn für $m = 0{,}6$ soll dort, wenn $b = a$, beides $= 2{,}18$ sein, um $c = 1$ auf die Schwelle zu treiben. Desgleichen für

$$m = 0{,}5,\ a = b = 2{,}561,$$
$$m = 0{,}4,\ a = b = 3{,}108,$$
$$m = 0{,}3,\ a = b = 4,$$
$$m = 0{,}2,\ a = b = 5{,}74,$$
$$m = 0{,}1,\ a = b = 10{,}84,$$

welche letztre Angabe zu erkennen giebt, dass für $a = b = 10$ der Hemmungsgrad $m = 0{,}1$ schon zu klein war.

Die Gleichheit des $a$ und $b$ ist hier nur der bequemern Uebersicht wegen angenommen worden. Den merkwürdigen Umstand, dass für den Schwellenwerth $c = 1$, bei grösster Verschiedenheit der Werthe von $a$, sich $b$ innerhalb sehr enger Grenzen halten muss, kennt man aus dem frühern Werke.* Eine Analogie damit wird sich anderwärts zeigen.

Beim Anblick obiger Zahlen wolle man nicht fragen, mit welchen Erfahrungen wir unsre Hunderttausendtheile von Secunden belegen. Es versteht sich von selbst, dass nicht einmal die Hunderttheile zu verbürgen sind. Die Zahlen sind so hingeschrieben, wie die Rechnung sie gab; indem die Fortschreitung solcher Zahlen einiges Interesse hat, und zu künftigen Vergleichungen Anlass geben kann. Die Psychologie wäre glücklich, wenn ihr in allen Puncten soviel erfahrungsmässig Bestimmtes zu Hülfe käme, wie oben (in 57) ist nachgewiesen worden. Mögen aber Andre versuchen, uns Erfahrungen *entgegen* zu stellen! Das würde leicht sein, wenn unsre Formeln, anstatt der Bruchtheile von Secunden etwa Minuten, oder selbst viele Minuten anzeigten. Denn alsdann würde man mit Recht sagen, ein so spät sich herstellendes Gleichgewicht unter drei einfachen Vorstellungen lasse auf eine Trägheit aller geistigen Bewegungen schliessen, der man die menschlichen Köpfe im Allgemeinen nicht anklagen könne.

Ein andrer wichtiger Punct, bei welchem die Einheit der Zeit auf Bestimmung wartete, ist das zeitliche Entstehen der Vorstellungen.** Wenn man die Werthe ansieht, welche aus der Formel

$$z = \varphi\,(1 - e^{-\beta t}),$$

* Psychologie §. 55.

** Daselbst §. 94 u. s. f.

wo $\varphi$ die Empfänglichkeit, $\beta$ die Intensität einer anhaltenden sinnlichen Wahrnehmung bedeutet, für angenommene Zeiten hervorgehn *, so kann man es einigermaassen befremdend finden, dass in so kurzen Zeiten wie $t = \frac{1}{2}$ und $t = 1$, also in einer oder zwei Secunden, schon ein so bedeutendes Quantum des Vorstellens entstehen, und so viel von der Empfänglichkeit erschöpft werden solle. Allein erstlich kommt hiebei Alles auf die noch zu bestimmende Grösse $\beta$ an. Diese wurde in unsern Rechnungen bloss willkürlich, zum Behuf der Rechnung, angenommen. Zweitens darf man gar nicht glauben, das, was uns im sinnlichen Wahrnehmen eigentlich beschäftigt, und worüber die Zeit merklich hingeht, sei das blosse Sammeln der momentanen Wahrnehmungen. Es ist vielmehr hauptsächlich die Reproduction der älteren gleichartigen Vorstellungen, nebst dem, was sich daran knüpft, die Wölbung und Zuspitzung in Ansehung der oben erwähnten verworrenen Nebenvorstellungen. Man sieht, und man strebt genauer zu sehen. Man hört, und man will genauer hören. Denn das früher schon Gesehene und Gehörte drängt sich herbei, und doch ist es nicht genau oder nicht ausschliessend das, was sich eben jetzt zum Sehen und Hören darbietet. Dazu kommt nun noch die Configuration; beim Sehen die räumliche, beim Hören gesprochener Worte die Verknüpfung der Vocale und Consonanten zu Sylben, Worten, Sätzen, Perioden. Wer auf Umstände der Art nicht achtet, der wird nicht einmal richtige psychologische Analysen zu Stande bringen; vielweniger zwischen Rechnung und Erfahrung die gehörige Vergleichung machen können.

Den obigen Zeitbestimmungen könnten noch andre beigefügt werden; allein es scheint nicht nöthig. Was die Zeiten des Sinkens zur Schwelle anlangt, so fällt zwar in die nämliche Zeit ein geringeres Sinken der stärkeren Vorstellungen, neben welchen die schwächeren aus dem Bewusstsein verschwinden; und es wäre leicht, auch dies Sinken seiner Grösse nach zu berechnen, um es jenem Verschwinden gegenüber zu stellen. Man weiss aber schon aus den früheren Untersuchungen,** dass dieses durch die Hemmungsverhältnisse bestimmt ist.

* Psychologie §. 95 vergleiche man die Werthe von $z$ in den Täfelchen.

** Daselbst §. 75.

Indessen wollen wir nicht unbemerkt lassen, dass sich von diesem proportionalen Sinken mehrerer einander widerstrebender Vorstellungen eine Ansicht fassen lässt, dergleichen Einige bei der Lehre vom statischen Moment am Hebel anzubringen pflegen. Denn obgleich hier nichts vorkommt, was sich mit der Länge der Hebelarme vergleichen liesse, so zeigt sich doch eine Analogie mit dem grössern Bogen, welche ein Gewicht am längern Arme durchlaufen müsste, wenn es zur Bewegung käme. Dem Bogen nämlich würde die Geschwindigkeit entsprechen; und das kleinere Gewicht hätte eine grössere Geschwindigkeit, mithin gleich viel Bewegung, wie am kürzern Hebelarme das grössere Gewicht. Gegen diese Art, den Hebel zu betrachten, haben wir zwar anderwärts eine Erinnerung gemacht;* allein passender ist eine analoge Betrachtung hier, wo Vorstellungen zusammen sinken, weil sie noch nicht im Gleichgewichte sind, sondern erst dadurch, dass sie sinken, sich demselben nähern. An sich nämlich ist eine schwächere Vorstellung gewiss nicht im Gleichgewicht mit einer stärkern; sie kann nur dazu gelangen, indem sie gerade *durchs* Sinken in den Zustand des Strebens übergeht. Hiedurch gewinnt sie nicht bloss überhaupt Energie, sondern mehr Energie als die minder sinkende stärkere; und durch diesen Factor erst kann sie ersetzen, was der ursprünglichen Stärke zum Gleichgewichte fehlt. Vorstellungen, die in endlicher Zeit zur Schwelle sinken, gelangen zwar niemals dahin; sie müssten negativ werden, welches ungereimt ist. Aber hevor sie zur Schwelle getrieben sind, haben sie dennoch eine solche Geschwindigkeit, welche der Annäherung zum Gleichgewichte, (obgleich ein solches hier nur ein imaginäres ist,) entspricht, indem sie von der ursprünglichen gemeinschaftlichen Hemmungssumme, in Verbindung mit den Hemmungsverhältnissen, bestimmt wird. Setzt man nun in Gedanken die Geschwindigkeiten des Sinkens, wodurch die Energien erzeugt werden, (da die Vorstellungen an sich weder Kräfte sind noch Kräfte haben,) an die Stelle der Energie selbst, so hat man hier eine ähnliche Ansicht wie dort, wo entgegengesetzte Bewegungen sich aufheben sollen, wenn den Geschwindigkeiten das umgekehrte Verhältniss der bewegten Massen zugeschrieben wird; nur dass hier nicht Bewegungen einander *aufheben*, sondern einander *entsprechen*, weil sie von einem gemeinschaftlichen Grunde abhängen, dem sie, bei ungleicher Stärke der Vorstellungen, doch gleichmässig Genüge leisten müssen.

* Metaphysik §. 387.

## IV.

### BEMERKUNGEN ÜBER DIE BILDUNG UND ENTWICKELUNG DER VORSTELLUNGSREIHEN.

Am gehörigen Orte ist gezeigt worden, dass die Reproduction einer vorhandenen Reihe von Vorstellungen in der nämlichen Ordnung und Folge, wie dieselbe war gegeben worden, hauptsächlich von der Abstufung der Reste herrühre, welche bei der reproducirenden Vorstellung zu unterscheiden sind. Denn die grössern Reste wirken Anfangs geschwinder auf ihre Clienten, wenn wir solche Benennung denjenigen Vorstellungen geben dürfen, welche reproducirt werden. Die kleinern Reste wirken Anfangs langsamer, aber beharrlicher. Wofern nun hemmende Kräfte entgegen wirken, so giebt es Maxima, über welche die Reproductionen nicht hinausgehn; diese Maxima folgen nach einander in der Ordnung jener grössern und kleinern Reste, wenn man das Uebrige gleichsetzt. *

Diese Theorie bedarf nun noch gar sehr der weiteren Ausbildung. Gegenstand derselben ist zunächst der gedächtnissmässige Gedankenlauf, welcher den Faden früher erworbener Vorstellungen auf gegebenen Anlass treulich so wieder abwickelt, wie die Verknüpfung war gebildet worden.

Will man die Formeln dafür ohne nähere Bestimmung so gebrauchen, wie sie vorliegen, so finden sich zwar die Maxima nach einander gemäss der Ordnung jener Reste, allein es zeigt sich dabei folgender Umstand. Seien die Vorstellungen *a, b, c, d*, so gelangt *b* zu einem Maximum, während *a* nicht bloss noch im Bewusstsein gegenwärtig ist, sondern auch noch nicht unter jenes Maximum des *b* herabgesunken ist. Demnach

* Psychologie §. 86 u. s. w.

bleibt *a* hervorragend über *b*; desgleichen *b* über *c*; *c* über *d*, und so ferner. Die Vorstellungen kommen dem gemäss zwar allmälig zu einander hinzu, aber die frühern weichen nicht vor den folgenden.

Nun lässt sich nicht leugnen, dass es der Erfahrung gemäss oft wirklich so geschieht; und es kann noch weit öfter so geschehn als wir es bemerken. Denn sobald irgend ein äusseres Handeln hinzukommt, wäre es auch nur Sprechen oder Schreiben, so brauchen die frühern Vorstellungen gar nicht ihr Maximum zu erreichen, um die Handlung zu veranlassen; erfolgt aber die That und deren *äussere Erscheinung*, so werden hiedurch, nämlich durch die Wahrnehmung dessen, was gethan ist, die entsprechenden Vorstellungen höher gehoben; dadurch verlieren die reproducirenden Reste ihre Spannung gemäss der Folge der ausgeführten Handlungen; diese Spannung bleibt aber den folgenden Resten, bis auch diese zum Thun gelangen; und die Reihe läuft ab, während die dazu gehörigen Handlungen eine zur andern hinzukommen.

Im täglichen Leben greift der Mensch zu den äussern Hülfsmitteln der Beschäftigung, oder er sucht Gesellschaft, wenn er sich seine Vorstellungen zu entwickeln wünscht. Dem Einsamen und zugleich Unbeschäftigten stocken die Gedanken. Das stille Denken ist überdies grossentheils merklich ein zurückgehaltenes Sprechen; und man hat allen Grund anzunehmen, dass wirklich ein Handeln dabei vorgeht, welches für die Seele schon ein äusseres Handeln ist; nämlich ein Anregen der Nerven, welche die Sprachorgane regieren; nur nicht stark genug, um die Muskeln zu bewegen.

Daher ist die Theorie nicht bloss richtiger, sondern auch vollständiger, als sie auf den ersten Blick scheinen möchte. Sie macht aufmerksam, dass man die Erfahrung genauer beobachten soll.

Gleichwohl ist es einer fortgesetzten Untersuchung werth, ob die Sache sich immer und nothwendig so verhalte; ob also die Vorstellungen wirklich nur zu einander hinzukommen, oder ob unter näher zu bestimmenden Bedingungen die frühern vor den spätern zurückweichen.

Sehr verschiedene Puncte kommen hier zugleich in Betracht, die aber nur nach einander können angegeben werden.

I. Die erste Voraussetzung, unter welcher die schon längst

bekannt gemachten Formeln auf jenes Resultat führen, ist diese: die reproducirende Vorstellung habe einen vesten Stand im Bewusstsein. Wie aber, wenn sie selbst im Sinken begriffen ist; so dass eben die Reste, welche reproducirend wirken, zugleich während dieses Wirkens, *einer nach dem andern* im Bewusstsein eine niedrigere Stellung bekommen? Dass ihr Reproduciren sich dadurch vermindern muss, dass hiemit auch die reproducirten Vorstellungen eine nach der andern einen Verlust erleiden, also die frühern den spätern mehr Platz machen müssen, leuchtet im allgemeinen schon ein. Und die Voraussetzung eines vesten Standes im Bewusstsein passt zwar näherungsweise auf die herrschenden Vorstellungsmassen, nicht aber auf solche Vorstellungen, die selbst in einer sich evolvirenden Reihe liegen; auch nicht auf die stärkern unter denselben.

Um nun die Sache zu prüfen, müssen wir zuerst das Gesetz des Sinkens zurückrufen.

Die Vorstellung $P$ sei irgend einer Hemmungssumme dergestalt unterworfen, dass ein Bruchtheil von ihr sinken müsse, den wir mit $kP$ bezeichnen. Kommt keine weitere Bestimmung hinzu, so ist $k\sigma$ der entsprechende Bruchtheil des Gehemmten $\sigma$ in der Zeit $t$. Demnach $kP - k\sigma$ das noch Uebrige, welches in dem Zeittheilchen $dt$ für $P$ die Nothwendigkeit seiner ferneren Hemmung bestimmt, mithin

$$k(P-\sigma)\,dt = k d\sigma.$$

Wofern aber die nämliche Hemmungssumme zugleich auf ältere Vorstellungen fällt, und diese nöthigt, für kurze Zeit unter ihren statischen Punct herabzusinken, so streben sie fortwährend, zu demselben zurückzukehren; wirken dadurch gegen $P$, dass es noch schneller sinke, welches wiederum auf sie zurückwirkt; und dies geschieht in dem Maasse, wie ein andrer Theil der Hemmungssumme sie während der Zeit $t$ zum Sinken gebracht hat. Das Gesunkene derselben sei $k'\sigma$, so vermehrt sich die *ganze* Nöthigung zum Sinken während des Zeittheilchens $dt$ um $k'\sigma$, und hievon fällt auf $P$ der Bruchtheil $k \cdot k'\sigma$; mithin ist nun

$$k(P-\sigma+k'\sigma)\,dt = k d\sigma,$$

wo, wie schon zuvor, der Factor $k$ für die Rechnung überflüssig ist. Es sei aber ferner $1-k'=q$, so ist kürzer ausgedrückt

$$(P-q\sigma)\,dt = d\sigma,$$

und da für $t=0$ auch $\sigma=0$,

$$\sigma = \frac{P}{q}(1 - e^{-qt}),$$

wobei zu bemerken, dass wenn jener Bruchtheil $k'$, (welcher andeutet, wiefern die andern Vorstellungen unter ihren statischen Punct herabgedrückt, also aus dem Gleichgewicht gebracht sind,) sehr gering ist, alsdann $q$ sehr nahe $= 1$ sein muss. Dies braucht aber nicht immer der Fall zu sein.

Es sei nun $P$ bis auf seinen Rest $= r$ herabgesunken. So ist

$$r = P - k\sigma = P - \frac{kP}{q}(1 - e^{-qt}).$$

Ein eben so grosser Rest sei aus früherer Zeit verschmolzen mit dem Reste $\varrho$ der Vorstellung $\Pi$; er habe während der Zeit $t$ das Quantum $A$, einen Theil von $\varrho$, reproducirt; so ist dies geschehen nach einer schon bekannten Formel

$$\omega = \varrho\,(1 - e^{-\frac{rt}{\Pi}}),$$

welche sich ergiebt aus der Differentialgleichung

$$\frac{r\varrho}{\Pi} \cdot \frac{r - \omega}{\varrho} \cdot dt = d\omega.$$

Hier ist $r$ die wirkende Kraft; $\frac{\varrho}{\Pi}$ das Verhältniss, in welchem $\Pi$ die Wirkung annimmt; $\frac{\varrho - \omega}{\varrho}$ das Verhältniss, worin, nachdem schon $\omega$ im Verlauf der Zeit $t$ hervorgetreten, jetzt, im nächsten Zeittheilchen, die Wirkung noch fortdauert*. Dabei wird $r$ als constant vorausgesetzt.

Weil nun die obige veränderliche Grösse

$$r = P\left[1 - \frac{k}{q}(1 - e^{-qt})\right]$$

in diese constante übergegangen ist, so muss man für $t$ einen bestimmten Werth setzen. Die abgelaufene Zeit also, während welcher durch den mit $\varrho$ verbundenen Rest $r$ die Grösse $\omega$ bis zu dem Quantum $A$ gehoben wurde, — werde mit $t'$ bezeichnet. So lange diese Zeit noch in ihrem Verlaufe begriffen war, sank zwar $P$, allein die reproducirende Wirkung auf $\Pi$ hing immer von einerlei $r$ ab, welches mit $\varrho$ verbunden war. Jetzt aber sinkt $P$ unter die Grösse $= r$ herab; also muss auch die Reproduction sich vermindern, und die Formel dafür muss verändert werden. Wir werden also die Differentialgleichung so abfassen:

---

* Psychologie §. 86.

$$P\left[1-\frac{k}{q}(1-e^{-qt})\right]\cdot\frac{\varrho-\omega}{\Pi}\cdot dt=d\omega,$$

und dieselbe so integriren, dass für $t=t'$ auch $\omega=A$ sei. Man findet zunächst

$$(\varrho-A)\,e^{-\frac{P}{\Pi}\left[\left(1-\frac{k}{q}\right)t-\frac{k}{q^2}\cdot e^{-qt}\right]}=$$
$$(\varrho-\omega)\,e^{-\frac{P}{\Pi}\left[\left(1-\frac{k}{q}\right)t'-\frac{k}{q^2}\cdot e^{-qt'}\right]};$$

und hieraus

$$\omega=\varrho-(\varrho-A)\,e^{-u},$$

wenn $u=\frac{P}{\Pi}\left[\left(1-\frac{k}{q}\right)(t-t')+\frac{k}{q^2}(e^{-qt'}-e^{-qt})\right].$

Um den Sinn dieser Formel zu überlegen, gehn wir zurück zu dem Ausdrucke für $r$. Da nämlich $r$ ein Bruch von $P$ sein soll, so sei $r=mP$; alsdann ist

$$m=1-\frac{k}{q}(1-e^{-qt});$$

mithin $e^{-qt}=1-\frac{q}{k}(1-m)$,

und $t=\frac{1}{q}\,log.\,\frac{k}{k-(1-m)q}$.

Hier darf der Nenner nicht negativ und nicht $=0$ werden, damit nicht eine unmögliche oder unendliche Zeit herauskomme; also ist folgende Gleichung:

$$k=(1-m)\,q,$$

eine Grenzgleichung, welche anzeigt, dass $m>1-\frac{k}{q}$, also dass $r$ nicht jeder beliebig kleine Bruch von $P$ werden könne, sondern dass dieses nach den angenommenen Brüchen $k$ und $q$ seine Grenze habe, die in keiner Zeit könne überschritten werden. Hat man, innerhalb der Grenze, $m$ bestimmt, so ergiebt sich hieraus, und aus $k$ und $q$, die zugehörige Zeit.

Es kommt ferner darauf an, $k$ und $q$ zu bestimmen. Soll die allmälige Hemmung der Vorstellung $P$ eine bedeutende Folge haben, so wird man $k$ nicht zu gering — etwa zwischen $\frac{1}{2}$ und 1, — annehmen. Alsdann ist das Einfachste, $k=q$ zu setzen. Dies ist ohnehin die Voraussetzung, wenn die Hemmungssumme zwischen $P$ und den dadurch unter ihren statischen Punct herabgedrückten Vorstellungen getheilt werden soll; denn alsdann ist $(k+k')\sigma=\sigma$, $k+k'=1$, und da $q=1-k'$, so folgt $q=k$. Hiemit verkürzt sich die Formel für $\omega$. Denn nun ist $1-\frac{k}{q}=0$, also

$$u = \frac{P}{Hq}\left(e^{-qt'} - e^{-qt}\right),$$

und $\omega = \varrho - (\varrho - A)\, e^{-\frac{P}{Hq}(e^{-qt'} - e^{-qt})}$.

Indem $t$ wächst, verschwindet mehr und mehr $e^{-qt}$, und $\omega$ nähert sich einer Grenze, die man, wenn $t'$ ein kleiner Bruch ist, durch den Ausdruck

$$\varrho - (\varrho - A)\, e^{-\frac{P}{Hq}[1 - qt' + \frac{1}{2}q^2t'^2]}$$

hinreichend angeben kann. Das abzuziehende $\varrho - A$ verschwindet also nicht ganz; sondern die Grenze für $\omega$, welche sonst $\varrho$ ist, findet sich um so mehr erniedrigt, wenn das reproducirende $P$ gegen $H$ nicht zu gross ist.

Während aber diese Reproduction des Restes $r$ sich vermindert, wirken andre kleinere Reste von $P$ noch so lange unvermindert auf die mit ihnen verbundenen $H'$, $H''$, $H'''$ u. s. w., bis auch sie von dem allmäligen Sinken des $P$ getroffen werden. Stehen nun allen diesen Reproductionen die hemmenden Kräfte entgegen, (wovon weiterhin,) so lässt sich schon hieraus zum Theil begreifen, wie die Reihe abläuft; indem ein früher gehobenes $\omega$ dem Widerstande nicht bloss überhaupt (was schon die ältern Rechnungen lehren) früher weicht, sondern auch schnell genug sinkt, um sich hinter dem nächstfolgenden $\omega$ zurückzuziehn. Und dies kann selbst dann, wenn $q$ ein wenig grösser ist als $k$, sich nicht stark verändern, da der Unterschied zwischen zwei ächten Brüchen, die beide nahe an **1** sein sollen, nicht gross sein kann.

II. Auf Vorstellungen, die im Sinken begriffen sind, wirkt, so lange die Hemmungssumme nicht ganz gesunken ist, eine Kraft, der sie noch weiter nachgeben müssen. Dies gilt auch denjenigen, von welchen die Hemmung herrührt, so lange die Reproduction, welche sie zwar verzögern, aber nicht ganz hindern können, noch fortschreitet. Während nun die Reste der Vorstellung $P$ das Hervortreten der $H$, $H'$, $H''$, $H'''$ u. s. w. noch fördern können, ist für diese $H$ freier Raum vorhanden; und es kommt in Frage, ob sie bloss passiv gehoben werden, oder ob sie den freien Raum, wie gering er auch sein möge, vielleicht selbstthätig benutzen werden?

Um hier wenigstens den Begriff des Fragepuncts klar zu machen dient folgende kurze Rechnung.

Wenn $\omega = \varrho\left(1 - e^{-\frac{rt}{H}}\right)$, so ist $\frac{d\omega}{dt} = \frac{r\varrho}{H} e^{-\frac{rt}{H}}$.

Dieses ist der Ausdruck für die Geschwindigkeit, womit in dem Zeittheilchen $dt$ die Reproduction des $\omega$ durch den Rest $r$ vor sich geht. In demselben Augenblicke würde die Vorstellung $\Pi$, wovon $\omega$ ein Theil ist, sich, falls sie dazu stark genug wäre, mit einer Energie $= \Pi - \omega$ erheben, da dieser Theil von ihr noch gehemmt ist. Also wäre dann

$$\frac{d\omega}{dt} = \Pi - \omega,$$

und es kommt in Frage, ob dieser oder jener Differentialquotient der grössere sei? Denn der grössere bestimmt die augenblickliche Geschwindigkeit. Nun wird bei der ganzen Betrachtung vorausgesetzt, Anfangs habe sich $\Pi$ nicht von sich selbst heben können, wohl aber sei die Reproduction durch $r$ begonnen worden.

Anfangs also war

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{r\varrho}{\Pi},$$

welches sich ergiebt, indem man in dem obigen Ausdruck $t=0$ setzt. Zugleich ergiebt sich, dass diese Geschwindigkeit grösser war als $\Pi$; sonst wäre Anfangs $d\omega = \Pi dt$ gewesen. Aber aus

$$\frac{r\varrho}{\Pi} > \Pi$$

$$\text{folgt } \frac{r}{\Pi} > \frac{\Pi}{\varrho},$$

welche Ungleichheit der Verhältnisse muss vestgehalten werden. Da nun die Geschwindigkeit, welche der Rest $r$ bewirkt, beständig abnimmt, so fragt sich, ob zu irgend einer Zeit die Abnahme so weit gehe, dass die andre Geschwindigkeit $\Pi - \omega$ grösser werde? denn wenn dies geschieht, so wird sich $\omega$ gleichsam losreissen von $r$, um für den Augenblick seinem eignen Zuge zu folgen.

Zum Versuch setzen wir die Gleichung auf:

$$\frac{r\varrho}{\Pi} e^{-\frac{rt}{\Pi}} = \Pi - \omega = \Pi - \varrho\left(1 - e^{-\frac{rt}{\Pi}}\right),$$

$$\text{woraus } \left(\frac{r\varrho}{\Pi} - \varrho\right) e^{-\frac{rt}{\Pi}} = \Pi - \varrho,$$

$$\text{und } \quad \frac{\Pi}{r} \log. \frac{\varrho}{\Pi - \varrho}\left(\frac{r}{\Pi} - 1\right) = t.$$

Deutlicher vielleicht

$$\frac{\Pi}{r} \log. \frac{\frac{r}{\Pi} - 1}{\frac{\Pi}{\varrho} - 1} = t,$$

wo der Logarithme nicht negativ sein kann, weil $\frac{r}{\Pi} > \frac{\Pi}{\varrho}$ sein soll, nach der Voraussetzung. Die Einwendung, der Nenner würde unendlich, wenn $\Pi = \varrho$, kann nicht stattfinden; denn eine geringe Differenz ist hier hinreichend, und im strengsten Sinne ungehemmt konnte $\Pi$ nicht mit $r$ verschmelzen, sobald die Vorstellungen $\Pi$ und $P$ auch nur im mindesten verschieden sind.

III. Wir fassen jetzt einige, hier zunächst minder bedeutende Umstände kurz zusammen.

1) Die frühern Glieder der Reihen bereiten das Steigen nicht bloss der nähern, sondern auch der entferntern unter den nachfolgenden. Daraus entsteht für jedes spätere eine Zusammenwirkung von mehrern vorhergehenden; die sich jedoch mit dem Sinken der frühern vermindert.

2) Die weiterhin folgenden wirken zurück auf die vorhergehenden. Dies kommt unter andern in Ansehung des absichtlichen Handelns in Betracht, wo die Vorstellung des Zwecks die Mittel herbeiruft, deren Reihe bis zum Zwecke fortläuft.

3) Je zwei nächste Glieder sind unter sich verbunden; oft so nahe, dass sie fast in einander fliessen; wovon die beiden Vocale eines Diphthongs ein auffallendes Beispiel geben; und kaum weniger auffallend die zunächst einander folgenden Consonanten, wenn solche nicht durch einen Vocal getrennt sind. Dass hiebei keine Umkehrungen vorzukommen pflegen, ist eine starke Probe von der Gesetzmässigkeit, welcher die einmal gebildeten Vorstellungsreihen in ihrer Entwickelung treu bleiben.

Indessen diese Umstände sind nicht gleich wesentlich, denn es giebt in Hinsicht derselben grosse Verschiedenheiten, die sich zwar daran offenbaren, dass einige Vorstellungsreihen weit leichter als andere gefasst und behalten werden; die aber eben deswegen Anfangs, so lange man nur im allgemeinen die Möglichkeit der Reproduction untersucht, müssen bei Seite gesetzt werden. Wir eilen zur Hauptsache.

IV. Von sehr allgemeiner Anwendung ist Folgendes.

Man weiss, dass in der Psychologie, wo kein Beharrungsvermögen, (keine sogenannte *vis inertiae*, wie bei Körpern,) vorkommen kann, das Steigen oder Sinken der Vorstellungen unmittelbar durch die Kräfte bestimmt wird; indem also $\frac{d\omega}{dt}$

die Geschwindigkeit anzeigt, womit eben jetzt $\omega$ sich hebt, erkennt man darin nicht etwa die blosse *Fortsetzung* einer frühern Bewegnng, sondern die *jetzige* Wirksamkeit, wodurch $\omega$ steigt; mag übrigens der Sitz dieser Wirksamkeit sein welchen man wolle.

Gesetzt nun, es gebe mehrere solche Wirksamkeiten zugleich, und für alle einen gemeinsamen Widerstand: so wird zwar dieser Widerstand, so fern er nachgiebig ist, durch jene alle gemeinschaftlich zum Weichen gebracht; allein dazu gehört Zeit; und in wie fern die Geschwindigkeit dieses Weichens nicht kann plötzlich vermehrt werden, bleibt in jedem Augenblicke ein Hinderniss jener Wirksamkeiten, worunter die schwächern derselben desto mehr leiden müssen, je mehr — für den Augenblick — die stärkern sich gelten machen. In diesem Sinne kann man sagen, die stärkeren drängen den Widerstand gegen die schwächeren.

Wenn eine eben angeregte Vorstellungsreihe sich Bahn macht unter den andern Vorstellungen, die sonst im Bewusstsein würden ungestört gewesen sein, so können wir diese andern als einen gemeinsamen Widerstand ansehen, (zufällige Umstände bei Seite setzend;) und alsdann unser Augenmerk auf die Geschwindigkeiten (wie $\frac{d\omega}{dt}$) richten, welche den einzelnen Gliedern der Vorstellungsreihe zukommen.

Zwei von diesen Gliedern seien, wie vorhin, $\Pi'$ und $\Pi''$; gehoben durch die mit ihnen verbundenen Reste $r'$ und $r''$ der reproducirenden Vorstellung $P$. Also gemäss dem, was schon oben (II) erinnert worden, giebt die allgemeine Formel

$$\omega = \varrho\left(1 - e^{-\frac{rt}{\Pi}}\right),$$

$$\frac{d\omega'}{dt} = \frac{r'\varrho}{\Pi'}e^{-\frac{r't}{\Pi'}} \text{ und } \frac{d\omega''}{dt} = \frac{r''\varrho}{\Pi''}e^{-\frac{r''t}{\Pi''}}.$$

Fragt man, welche von diesen Geschwindigkeiten die grössere, und hiemit gegen den Widerstand die stärkere sei, so zeigt der Augenschein, dass zwar für $t = 0$, wenn $\Pi' = \Pi''$, bei gleichem $\varrho$, hingegen $r' > r''$, die Geschwindigkeit $\frac{d\omega'}{dt}$ die grössere und stärkere ist; dass sie aber nicht die grössere bleibt, indem ihre Exponentialgrösse desto schneller verschwindet, je grösser $r$. Demnach wird der Widerstand zwar Anfangs dahin stärker drängen, wo in der Vorstellungsreihe die schwächern $r$ sich

befinden; allein späterhin sich mehr gegen die vordern Glieder der Reihe wenden, und diese gegen jene zurückdrängen.

Es muss einen Augenblick geben, in welchem je zwei solche Geschwindigkeiten wie die obigen, unter sich gleich sind, also auch gleichen Druck des Widerstandes tragen. Man setze

$$\frac{r'\varrho}{\Pi} e^{-\frac{r't}{\Pi}} = \frac{r''\varrho}{\Pi} e^{-\frac{r''t}{\Pi}};$$

so ist $r' : r'' = e^{-\frac{r''t}{\Pi}} : e^{-\frac{r't}{\Pi}}$,

und $log.\, r' - log.\, r'' = \frac{r't}{\Pi} - \frac{r''t}{\Pi}$,

mithin $\Pi \frac{log.\, r' - log.\, r''}{r' - r''} = t.$

Man dividire die Differenz der Logarithmen der reproducirenden Reste durch die Differenz der Reste selbst; der Quotient, multiplicirt mit der, als gleich angenommenen, Stärke derjenigen Vorstellungen, welche reproducirt werden, ergiebt den Zeitpunct, in welchem die Reproductionen zu gleicher Geschwindigkeit gelangen.

Diese Zeitpuncte scheiden die beiden Zeiten, worin, zuerst $\frac{d\omega'}{dt}$, dann $\frac{d\omega''}{dt}$, mehr gegen den Widerstand vordringt. Um aber die Folge dieser Zeitpuncte, worauf vorzugsweise die Evolution der Vorstellungsreihen zu beruhen scheint, zur Uebersicht zu bringen, wollen wir für $r'$, $r''$, u. s. w. eine Reihe von Zahlen annehmen. Es versteht sich, dass hier natürliche Logarithmen gebraucht werden.

Es sei $r' = 10$, $r'' = 9$, so ist $\frac{l\,10 - l\,9}{10 - 9} = 0{,}10536$

$r' = 10$, $r''' = 8$, $\frac{l\,10 - l\,8}{10 - 8} = 0{,}11157$

$r' = 10$, $r'''' = 7$, $\frac{l\,10 - l\,7}{10 - 7} = 0{,}11889$

$r' = 10$, $r''''' = 6$, $\frac{l\,10 - l\,6}{10 - 6} = 0{,}12770$

ferner $r'' = 9$, $r''' = 8$ giebt $\frac{l\,9 - l\,8}{9 - 8} = 0{,}11778$

$r'' = 9$, $r'''' = 7$ $\frac{l\,9 - l\,7}{9 - 7} = 0{,}12565$

$r'' = 9$, $r''''' = 6$ $\frac{l\,9 - l\,6}{9 - 6} = 0{,}13515$

ferner $r''' = 8$, $r'''' = 7$ giebt $\frac{l\,8 - l\,7}{8 - 7} = 0{,}13353$

$r''' = 8$, $r''''' = 6$ $\frac{l\,8 - l\,6}{8 - 6} = 0{,}14384$

u. s. w.

Damit die Formel richtig verstanden werde, muss man bemerken, dass $\frac{\Pi}{r'-r''}$ eine Zahl ist, die mit einer andern Zahl nämlich $log.\ r' - log.\ r''$, multiplicirt, wieder eine Zahl giebt. Diese letztre nun ist auf die Einheit der Zeit zu beziehen. Die Einheit für die Stärke der Vorstellungen ist hier nicht bloss unbestimmt, sondern gleichgültig.

Ist der Zeitpunct der gleichen Geschwindigkeit verflossen, so kann man fragen, ob der entstandene Unterschied bedeutend zunehme? Es gehe $t$ über in $t+u$, so sind die beiden Geschwindigkeiten

$$\frac{d\omega'}{dt}=\frac{r'\varrho}{\Pi}e^{-\frac{r'}{\Pi}(t+u)},\ \text{und}\ \frac{d\omega''}{dt}=\frac{r''\varrho}{\Pi}e^{-\frac{r''}{\Pi}(t+u)}$$

$$=\frac{r'\varrho}{\Pi}\cdot e^{-\frac{r't}{\Pi}}\cdot e^{-\frac{ru}{\Pi}} \qquad =\frac{r''\varrho}{\Pi}e^{-\frac{r''t}{\Pi}}\cdot e^{-\frac{r''u}{\Pi}}$$

und wenn $u$ klein genug, so ist nahe

$$e^{-\frac{r'u}{\Pi}}=1-\frac{r'u}{\Pi}\ \text{und}\ e^{-\frac{r''u}{\Pi}}=1-\frac{r''u}{\Pi}.$$

Beide Geschwindigkeiten sind im Abnehmen begriffen; die Verluste verhalten sich einer zum andern nahe wie $r':r''$; die Abnahme überhaupt ist nahe dem Zeittheil $u$ proportional.

Für die obigen Zahlen kann man Beispielsweise $\Pi=5$ annehmen; da nun (laut voriger Abhandlung) die Einheit der Zeit auf 2 Secunden zu schätzen ist, so wird das Zehnfache jener Zahlen für die Zeiten, in welchen die Geschwindigkeiten gleich werden, die Angabe in Secunden liefern. Diese Zeitbestimmung ist unabhängig von $\varrho$; welches jedoch für jede Geschwindigkeit und für jedes $\omega$ bestimmt sein muss. Nicht jeden Theil von $\Pi$ darf man in *diesem* Zusammenhange für $\varrho$ annehmen, da (nach II) $\frac{r}{\Pi}>\frac{\Pi}{\varrho}$ sein muss. Es sei $\varrho=4$; dies wird passen, wenn nur nicht $r$ bis auf 6 herab vermindert ist.

Also für $\Pi=5$, $\varrho=4$, $r'=10$, findet man

wenn $t=0$, dann $\omega=0$; und $\frac{d\omega}{dt}=8$;

wenn $t=1{,}0536$ Secunden, $\omega=2{,}6053$; $\frac{d\omega}{dt}=2{,}789$.

Für dieselben Werthe von $\Pi$ und $\varrho$, aber $r''=9$;

wenn $t=0$, $\omega=0$, $\frac{d\omega}{dt}=7{,}2$;

wenn $t=1{,}0536$ Secunden, $\omega=2{,}4502$, $\frac{d\omega}{dt}=2{,}789$.

Hiebei ist nun noch kein Widerstand in Rechnung gezogen;

aber man sieht, dass ein solcher *vor* der angegebenen Zeit anders, als *nach* derselben einwirken werde, wenn er jedesmal die geringere Geschwindigkeit noch mehr verzögert. Denn die zuvor grössere Geschwindigkeit verliert jetzt in dem Verhältniss 10:9 gegen den Verlust der andern, die ihr gleich geworden war.

*Anmerkung* 1. Wenn man den Ausdruck für die Zeit, nämlich $t = \Pi \frac{log. r' - log. r''}{r' - r''}$, in den für die Geschwindigkeit, also in $\frac{r'\varrho}{\Pi} e^{-\frac{r't}{\Pi}}$ oder in $\frac{r''\varrho}{\Pi} e^{-\frac{r''t}{\Pi}}$, substituirt: so findet sich eine Bestimmung der gleichen Geschwindigkeit durch $r'$ und $r''$. Um die gestrichelten Buchstaben zu vermeiden, sei nun $r' = a$ und $r'' = b$; so giebt jene Substitution

$$\frac{d\omega'}{dt} = \frac{d\omega''}{dt} = \frac{\varrho}{\Pi} \cdot \left(\frac{b^a}{a^b}\right)^{\frac{1}{a-b}}.$$

Dies führt auf den Gedanken, man könne die gleiche Geschwindigkeit, worin je zwei Reste $r$ für einen bestimmten Augenblick zusammentreffend wirken müssen, beliebig annehmen, auch zugleich die Differenz jener Reste willkürlich voraussetzen; und hieraus die Reste selbst berechnen.

Sei das obige $\frac{d\omega'}{dt} = \frac{\varrho}{\Pi} \cdot V$, also $V = \left(\frac{b^a}{a^b}\right)^{\frac{1}{a-b}}$, und $V^{a-b} = \frac{b^a}{a^b}$, auch die bekannte Differenz $a - b = n$, während $a$ und $b$ unbekannt sind; so kommt $a^b V^n = b^a$, oder $b \; log. \; a + n \; log. \; V = a \; log. \; b$; und weil $a = b + n$,

$$b \; log. \, (b + n) + n \; log. \; V = (b + n) \; log. \; b.$$

Da $log. \, (b + n) = log. \; b + log. \left(1 + \frac{n}{b}\right)$, so folgt

$$b \; log. \; b + b \; log. \left(1 + \frac{n}{b}\right) + n \; log. \; V = b \; log. \; b + n \; log. \; b, \quad \text{oder}$$

$$b \; log. \left(1 + \frac{n}{b}\right) = n - \tfrac{1}{2}\frac{n^2}{b} + \tfrac{1}{3}\frac{n^3}{b^2} - \tfrac{1}{4}\frac{n^4}{b^3} + \ldots + n \; log. \; V = n \; log. \; b;$$

$$\text{und } 1 - \tfrac{1}{2}\frac{n}{b} + \tfrac{1}{3}\frac{n^2}{b^2} - \tfrac{1}{4}\frac{n^3}{b^3} + \ldots + log. \; V = log. \; b.$$

Hat man $V$ und $n$ passend angenommen, so dass $b$ hinreichend gross gegen $n$ sein müsse, so wird

$$\text{nahe } 1 + log. \; V = log. \; b.$$

Man kann also auch noch immer $n$ so wählen, dass die Rechnung bequem sei zur weitern Annäherung, nachdem $V$ schon vestgesetzt worden.

Beispiel: für $\Pi = 5$ und $\varrho = 4$ soll die gleiche Geschwindig-

keit $=5$ sein. Also $\frac{d\omega'}{dt} = \frac{4}{5} V = 5$, und $\frac{25}{4} = V$. Nun ist $1 + log.\, V = log.\, 17$ beinahe; man kann also füglich $n=1$ setzen; es ist alsdann $1 - \frac{1}{34} + log.\, \frac{25}{4} = log.\, 16,496$; so dass ungefähr $b = 16,5$ und $a = 17,5$ wird. Man kann aber auch $n=2$ setzen, woraus $1 - \frac{1}{17} + log.\, \frac{25}{4} = log.\, 16,018$; also nahe $b = 16$ und $a = 18$. In beiden Fällen wird die Zeit etwa 0,6 Secunden betragen; und die Geschwindigkeiten sind Anfangs beträchtlich grösser, als in dem frühern Beispiele.

*Anmerkung.* 2. Aus $t = \Pi \frac{log.\, r' - log.\, r''}{r' - r''}$ sieht man unmittelbar, dass die Zeit so kurz sein kann, wie man will, wofern man $\Pi$ im nämlichen Verhältniss verkleinert. In Ansehung der Reste, wenn $r' = r'' + u$, findet sich

$$\frac{t}{\Pi} = \frac{1}{u}\, log.\left(1 + \frac{u}{r''}\right) = \frac{1}{r''} - \frac{1}{2}\frac{u}{r''^2} + \frac{1}{3}\frac{u^2}{r''^3} - \ldots,$$

welches, wenn die Reste gleich sind, also $u=0$ ist, sich in $\frac{1}{r''}$ verwandelt; eine Grenze, die nicht überschritten werden kann; so dass, wenn $t$ sehr klein sein und dabei $\Pi$ nicht in demselben Verhältnisse abnehmen soll, beide Reste sehr gross sein müssen. Man kann auch $log.\, \frac{r'}{r''} = f$ als eine gegebene Grösse ansehn; dann ist $r' = r''\, e^f$ und $\frac{t}{\Pi}\, r''\, (e^f - 1) = f$, mithin

$$\frac{\Pi}{tr''} = \frac{e^f - 1}{f} = 1 + \frac{1}{2} f + \frac{1}{6} f^2 - \ldots,$$

wo $f=0$ für $r' = r''$ wird, und nicht negativ genommen werden darf.

V. Wenn eine Vorstellungsreihe sich im Bewusstsein entwickelt, so hat sie nicht bloss denjenigen Widerstand zu überwinden, welcher von andern Vorstellungen herrührt, die sonst im Bewusstsein würden gewesen sein, und nun mehr oder weniger zurückgedrängt werden: sondern auch unter den Gliedern der Reihe wird es Gegensätze geben; daraus wird eine Hemmungssumme entstehn; diese Hemmungssumme wird sogar eine Zeitlang anwachsen, und jenen Widerstand, der zu überwinden ist, noch verstärken. Wenn wir nun, der Einfachheit wegen, auch nur Eine reproducirende Vorstellung $P$ annehmen, deren verschiedene Reste $r'$, $r''$, $r'''$ u. s. w. mit $\Pi'$, $\Pi''$, $\Pi'''$ u. s. w. (den Gliedern der Reihe) verschmolzen sind: so geschieht doch die Reproduction von Anfang an durch alle

diese Reste zugleich; die Gegensätze der verschiedenen $\Pi$ bilden unter sich eine wachsende Hemmungssumme, zu welcher die sämmtlichen $\Pi$ in dem Maasse beitragen, wie sie im Bewusstsein emporsteigen. Wie gross diese Hemmungssumme sei, und nach welchem Gesetze sie wachse, lässt sich im allgemeinen nicht vestsetzen; weil die Reihen höchst verschieden sein können. Im gemeinen Leben wird oft genug bemerkt, Einiges sei schwerer, Anderes leichter zu behalten; diese Unterschiede kann man in demjenigen, was während der Reproduction verschiedentlich nach Zeit und Umständen im Bewusstsein ist, nicht suchen, denn die grössere oder geringere Schwierigkeit des Behaltens, (also eigentlich des Reproducirens, worin die Probe die Behaltens sich zeigt,) wird den Reihen selbst zugeschrieben.

Ueberdies kommen noch physiologische Nebenumstände hinzu; indem Jemand mehr oder weniger aufgelegt ist, sich mit diesem oder jenem Gegenstande zu beschäftigen, wenn das leibliche Befinden besser oder schlechter, wenn auch nur diejenige Disposition, welche durch Affecten irgend einer Art herbeigeführt wurde, günstiger oder ungünstiger einwirkt.

Die Mannigfaltigkeit dessen, wovon der Widerstand abhängt, ist demnach so gross, dass an eine allgemeine Regel seines Wirkens nicht zu denken ist; eben deshalb aber ist es passend, dass wir uns verschiedene Formen aufsuchen, wie er möglicherweise beschaffen sein könnte, und welche Folgen, die man in der Erfahrung wieder erkennen wird, daraus hervorgehn mögen.

VI. Die einfachste Voraussetzung ist folgende. Wenn durch den Rest $r$ der reproducirenden Vorstellung $P$, von dem mit ihm in Verbindung getretenen Reste $\varrho$ der Vorstellung $\Pi$, im Laufe der Zeit $t$, das Quantum $\omega$ hervorgetreten ist: so soll im nächsten Zeittheilchen $dt$ der Bruch $\alpha$ von $\omega$ zum Sinken gedrängt werden; dergestalt dass $\alpha$ eine constante Grösse sei. Also

$$\frac{r}{\Pi}(\varrho-\omega)\,dt-\alpha\omega dt=d\omega,$$

$$\text{woraus } \omega=\frac{\varrho}{1+\alpha\frac{\Pi}{r}}\left(1-e^{-\left(\frac{r}{\Pi}+\alpha\right)t}\right).$$

Vergleicht man dies mit der bekannten Formel

$$\omega=\varrho\left(1-e^{-\frac{rt}{\Pi}}\right),$$

welche aus dem eben gefundenen Ausdruck wieder hervorgeht, wenn $\alpha = 0$ gesetzt wird: so zeigt sich, dass $\omega$ nun einer niedrigern Grenze sich geschwinder nähert; dass aber ein eigentliches Maximum, worauf ein Sinken folgen würde, nicht stattfindet; nämlich nicht unter der Voraussetzung, $\alpha$ sei constant.

Nun kann man diese Voraussetzung zunächst dadurch zurücknehmen, dass man eine schnelle Veränderung zulässt, die einer plötzlichen nahe kommen möge. Hieraus entstehn schon zwei Fragen. Erstlich: wie stark müsste sich $\alpha$ ändern, wenn $\frac{d\omega}{dt} = 0$ werden sollte? Zweitens: wie gross wäre eine Veränderung, wodurch die Erhebungsgrenze von $\omega$ unter den, zu einer bestimmten Zeit schon erreichten Standpunct sollte herabgesetzt werden?

1) Aus $\omega = \frac{\varrho}{1 + \frac{\alpha II}{r}}\left(1 - e^{-\left(\frac{r}{II} + \alpha\right)t}\right)$

folgt $\frac{d\omega}{dt} = \frac{r\varrho}{II} e^{-\left(\frac{r}{II} + \alpha\right)t}$.

Dieses würde $= 0$ werden, wenn eine gleiche negative Grösse plötzlich hinzukäme. War also für ein bestimmtes $t'$ und $\omega'$

$$\frac{r}{II}(\varrho - \omega')\,dt - \alpha\omega'\,dt = d\omega',$$

so müsste im nächsten Augenblicke statt dessen

$$\frac{r}{II}(\varrho - \omega')\,dt - \alpha\omega'\,dt - \alpha'\omega'\,dt = d\omega'$$

eintreten, wo $\alpha'$ den nöthigen Zusatz zu $\alpha$ ausdrückt, oder $\alpha$ sich in $\alpha + \alpha'$ dergestalt verwandeln würde, dass

$$\alpha'\omega' = \frac{r\varrho}{II} e^{-\left(\frac{r}{II} + \alpha\right)t'} \text{ wäre, um obiges } \frac{d\omega}{dt}$$

aufzuheben. Hieraus folgt mit Zuziehung des Werths von $\omega'$ nun

$$\alpha' = \frac{r + \alpha II}{II} \cdot \frac{1}{e^{\left(\frac{r}{II} + \alpha\right)t'} - 1},$$

welcher Zusatz um desto geringer wäre, je grösser $t'$ schon angewachsen sein würde. (Man denke sich etwa $\frac{r}{II} = 2$, $\alpha = 0{,}3$, $t' = 1$, so ist $\alpha' = 2{,}3 \cdot \frac{1}{9{,}974 - 1}$, also wenig über $\frac{1}{4}$.)

Von jetzt an wäre demnach $\frac{d\omega}{dt} = \frac{r\varrho}{II} e^{-\left(\frac{r}{II} + \alpha + \alpha'\right)t}$, zwar kleiner als zuvor, aber nicht negativ; und die Erhebungsgrenze von $\omega$, wäre nicht mehr, wie vorhin,

$$\frac{r\varrho}{r + \alpha II}, \text{ sondern herabgesetzt auf } \frac{r\varrho}{r + (\alpha + \alpha')II}.$$

Auch würde sich wegen der Veränderung des Exponenten, ω dieser Grenze schneller nähern als zuvor.

Wenn die Veränderung von $\alpha$ noch mehr betrüge, als hier gefunden worden, so müsste, im Augenblicke der Veränderung, ω eine negative Geschwindigkeit bekommen, also herabsinken von der erreichten Höhe; es würde aber gleich darauf doch fortfahren zu steigen; nur noch weniger als zuvor.

2. Der Ausdruck $\omega' > \frac{r\varrho}{r + \alpha' \Pi}$ bezeichnet eine dergestalt herabgesetzte Erhebungsgrenze, dass $\omega'$ augenblicklich zurückgedrängt, obgleich dann wieder steigend, nicht mehr auf seinen schon erreichten Stand sich von neuem erheben könnte. Man hätte also

$$\alpha' > \frac{r(\varrho - \omega')}{\Pi \omega'},$$

oder, wenn man der Grenzbestimmung wegen das Gleichheitszeichen anstatt des Zeichens der Ungleichheit setzt,

$$\alpha' = \frac{\alpha e^{\left(\frac{r}{\Pi} + \alpha\right)t} + \frac{r}{\Pi}}{e^{\left(\frac{r}{\Pi} + \alpha\right)t} - 1},$$

wo der Nenner die Vergleichung mit dem vorhin (I) gefundenen Werthe erleichtert; indessen kann man vielleicht noch deutlicher so schreiben:

$$\alpha' = \frac{\alpha + \frac{r}{\Pi} e^{-\left(\frac{r}{\Pi} + \alpha\right)t}}{1 - e^{-\left(\frac{r}{\Pi} + \alpha\right)t}}.$$

Dass nun auch minder plötzliche Veränderungen des Widerstandes doch schnell entstehen, und den vorigen nahe kommen können, wird nach dem was oben (besonders unter IV) gesagt worden, wohl nicht zu bezweifeln sein. Auch ist klar, dass wenn $\alpha$ plötzlich, oder schnell, kleiner wird, alsdann umgekehrte Erfolge eintreten müssen. Wahrscheinlicher jedoch sind solche Bestimmungen, vermöge deren der Widerstand allmälig wächst, indem die Glieder der Vorstellungsreihe emporsteigen, und dasjenige gegen sich in Spannung versetzen, was ihnen im Wege ist. Zu einer solchen gehen wir jetzt über.

VII. Anstatt des obigen $\alpha$ setze man $\mu\omega$, wo $\mu$ einen beliebigen ächten Bruch bedeutet. Also:

$$\frac{r}{\Pi}(\varrho - \omega)\,dt - \mu\omega^2 dt = d\omega,$$

oder
$$dt = \frac{d\omega}{\frac{r}{\Pi}\varrho - \frac{r}{\Pi}\omega - \mu\omega^2}.$$

Setzen wir $\sqrt{4\mu\varrho\frac{r}{\Pi} + \frac{r^2}{\Pi^2}} = a$, so giebt die Rechnung
$$t = \frac{1}{a}\,log.\frac{a + \frac{r}{\Pi} + 2\mu\omega}{a - \frac{r}{\Pi} - 2\mu\omega}.\quad Const.,$$
und da $t=0$ für $\omega=0$, so ist $Const. = \frac{a - \frac{r}{\Pi}}{a + \frac{r}{\Pi}}$; mithin vollständig
$$t = \frac{1}{a}.\,log.\frac{a + \frac{r}{\Pi} + 2\mu\omega}{a - \frac{r}{\Pi} - 2\mu\omega}\cdot\frac{a - \frac{r}{\Pi}}{a + \frac{r}{\Pi}},$$
und hieraus, wenn man noch der Kürze wegen $\frac{r}{\Pi} = b$ setzt,
$$\omega = \frac{a^2 - b^2}{2\mu}\cdot\frac{e^{at} - 1}{(a+b)\,e^{at} + a - b},$$
woraus ferner, indem $\frac{a^2 - b^2}{2\mu} = \frac{2r\varrho}{\Pi}$,
$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{2r\varrho}{\Pi}\cdot\frac{2a^2 e^{at}}{[(a+b)\,e^{at} + a - b]^2}.$$

Wenn die Zeit unendlich, wird $\omega = \frac{a-b}{2\mu}$; das ist, $\omega = \frac{-r + \sqrt{r^2 + 4r\varrho\mu\Pi}}{2\mu\Pi}$; und eben den nämlichen Werth findet man, wenn, um $d\omega = 0$ zu setzen, der Nenner $\frac{r\varrho}{\Pi} - \frac{r}{\Pi}\omega - \mu\omega^2$ in Factoren zerlegt, also die Gleichung $\mu\omega^2 + \frac{r}{\Pi}\omega = \frac{r\varrho}{\Pi}$ aufgelöst wird. Demnach ist die Erhebungsgrenze für $\omega$ zugleich das Maximum; und auch hier, wie im vorigen Falle, findet ein eigentliches Maximum, worauf ein Sinken folgen sollte, nicht statt.

Setzt man in dem so eben angegebenen Ausdrucke $\mu=0$, so wird $\omega = \frac{0}{0}$; wenn man aber Nenner und Zähler nach $\mu$ differentiirt, und alsdann $\mu = 0$ setzt, so findet sich $\frac{4r\varrho\Pi d\mu}{2\sqrt{r^2 + 4r\varrho\Pi\mu}\,.\,2\Pi d\mu} = \varrho$, wie es sein muss, indem für $\mu = 0$ nichts Anderes als das längst bekannte $\omega = \varrho\left(1 - e^{-\frac{rt}{\Pi}}\right)$ herauskommen kann, dessen Erhebungsgrenze $= \varrho$ ist.

Ueberhaupt kann für geringe Werthe von $\mu$ die jetzige For-

mel nicht weit von jener abweichen. Die zuvor mit $a$ bezeichnete Grösse $\sqrt{4\mu\varrho\frac{r}{\Pi}+\frac{r^2}{\Pi^2}}$ ist $=\frac{r}{\Pi}$ für $\mu=0$; und dann auch $a=b$.

Um nun den Faden der Untersuchung in IV wieder aufzunehmen, müssen wir zuerst für zwei verschiedene Reste $r'$ und $r''$ den Zeitpunct aufsuchen, wo beide dem steigenden $\omega$ eine gleiche Geschwindigkeit ertheilen. Hier würden wir in eine abschreckende Weitläuftigkeit der Rechnung gerathen, wenn unmittelbar aus der Gleichheit zweier, von $r'$ und $r''$ abhängiger Differentiale $d\omega'$ und $d\omega''$ sollte $t$ gesucht werden. Allein wenn $\mu$ nicht zu gross genommen wird, ist durch die Rechnung in IV der Werth von $t$ schon nahe gefunden, und wird sich, so weit nöthig, berichtigen lassen.

*Beispiel:* Wie oben sei $r'=10$, $r''=9$, $\Pi=5$, $\varrho=4$, $\mu=\frac{1}{10}$; demnach $a=2{,}6833$ und $b=2$ für $r'=10$; und $a=2{,}4738$ und $b=1{,}8$ für $r''=9$. Aus

$$t=\Pi\frac{log.\,r'-log.\,r''}{r'-r''} \text{ und } \frac{d\omega}{dt}=\frac{2r\varrho}{\Pi}\cdot\frac{2a^2e^{at}}{[(a+b)\,e^{at}+a-b]^2}$$

ergiebt sich nun $\frac{d\omega'}{dt}=2{,}3835$ und $\frac{d\omega''}{dt}=2{,}4108$; beides, wie natürlich, etwas kleiner, als in dem Beispiel, welches oben in IV berechnet wurde, $\frac{d\omega}{dt}=2{,}789$; überdies ist aber $\frac{d\omega''}{dt}>\frac{d\omega'}{dt}$; die Zeit der gleichen Geschwindigkeit ist also überschritten, da im Anfange $d\omega'$ grösser war als $d\omega''$; und so weit, als die eben gefundenen Zahlen angeben, können daher die Geschwindigkeiten im rechten Augenblicke noch nicht abgenommen haben. Es kommt nur darauf an, eine nicht gar zu beschwerliche Correctur zu gewinnen, wenigstens auf den Fall, dass man eine solche für nöthig hielte.

Der Nenner werde entwickelt; alsdann Zähler und Nenner mit $e^{at}$ dividirt; und in das letzte Glied des letztern der vorige Werth von $t$ substituirt, welches füglich angeht, weil dieses Glied gering ist im Vergleich gegen die andern. Nach gehöriger Rechnung kann man ferner $t=t'+u$ setzen, und auf bekannte Weise dem Werthe von $u$ sich annähern. Wäre es nöthig, so würde man mit dem hiedurch verbesserten $t$ die Operation wiederholen. Also:

$$\frac{d\omega'}{dt}=\frac{2r'\varrho}{\Pi}\cdot\frac{2a^2e^{at}}{(a+b)^2\,.\,e^{2at}+2\,.\,(a-b)\,(a+b)\,e^{at}+(a-b)^2}$$

$$=\frac{2r'\varrho}{\Pi}:\frac{2a^2}{(a+b)^2\,e^{at}+2\,(a^2-b^2)+(a-b)^2\,e^{-at}}.$$

Hier wird man in $e^{-at}$ den Werth setzen, welcher für $t$ in IV gefunden war, und folglich $(a-b)^2 \cdot e^{-at}$ einstweilen als constant betrachten. Wenn nun auf ähnliche Weise auch mit $\frac{d\omega'}{dt}$ verfahren worden, lässt sich beides gleich setzen, und nachdem die beiden veränderlichen Grössen auf eine Seite gebracht worden, hat die Gleichung folgende Form:

$$Ae^{a''t} - Be^{a't} = C, \text{ oder, } t' + u \text{ für } t \text{ gesetzt,}$$
$$Ae^{a''t'} \cdot e^{a''u} - Be^{a't'} \cdot e^{a'u} = C,$$

alsdann kann $e^{a''u}$ und $e^{a'u}$ in eine Reihe aufgelöst, und $u$ mehr oder weniger genau berechnet werden. Wir wollen für das obige Beispiel nur $e^{a'u} = 1 + a'u$ nehmen. Es ergiebt sich $u = -0{,}0577$, und da (nach IV) der Werth von $t = \Pi \cdot 0{,}10536$ war, mithin für $\Pi = 5$, $t = 0{,}5268$, so haben wir nunmehr verbessert $t = 0{,}469$. Setzt man dies in $\frac{d\omega}{dt}$, so kommt für $r' = 10$, $\frac{d\omega'}{dt} = 2{,}7518$; und für $r'' = 9$, $\frac{d\omega''}{dt} = 2{,}7465$; die Differenz der Werthe, welche eigentlich gleich sein sollten, beträgt jetzt also nur noch $0{,}0053$; anstatt vorhin $0{,}0273$. Der Fehler in $t$ ist nun dem vorigen entgegengesetzt; denn $\frac{d\omega''}{dt}$ ist noch nicht zur Gleichheit mit $\frac{d\omega'}{dt}$ gelangt; und $t$ sollte noch ein weniges grösser sein; gewiss aber liegt es nun bedeutend näher bei $0{,}469$ als bei $0{,}5268$, und ist hiemit hinreichend begrenzt.

VIII. Da für $r$ die Erhebungsgrenze von $\omega = \frac{-r + \sqrt{r^2 + 4r\varrho\mu\Pi}}{2\mu\Pi}$ gefunden wurde (VII): so suche man dasjenige $\mu''$, für welches der Rest $r''$ die nämliche Erhebungsgrenze gebe, wie $r'$ für $\mu'$. Also

$$\frac{-r' + \sqrt{r'^2 + 4r'\varrho\mu'\Pi}}{2\mu'\Pi} = \frac{-r'' + \sqrt{r''^2 + 4r''\varrho\mu''\Pi}}{2\mu''\Pi}.$$

Der Kürze wegen sei $\frac{-r' + \sqrt{r'^2 + 4r'\varrho\mu'\Pi}}{2\mu'\Pi} = E$, so findet man

$$\mu'' = \frac{r''(\varrho - E)}{\Pi E^2}.$$

Im obigen Beispiele (VII) ist $E = 3{,}416$; und dieses ist das nämliche für $\mu' = \frac{1}{10}$ und $r' = 10$, wie für $\mu'' = 0{,}0901$ und $r'' = 9$. Es versteht sich von selbst, dass wenn das kleinere $r''$ die Reproduction des $\omega$ eben so weit bringen soll, als das grössere $r'$, dann der Widerstand etwas geringer sein muss. Der Unterschied aber ist klein zwischen beiden $\mu$, wenn nicht

die Reste weit verschieden sind. Wird der Unterschied des Widerstandes grösser, also $\mu''$ kleiner oder $\mu'$ grösser, so gehört zu $r''$ eine höhere Erhebungsgrenze, als zu dem grössern $r'$.

Nun kann in Folge dessen, was in IV und V über den Widerstand gesagt worden, (vollends wenn noch das hinzukäme, was in I angeführt ist,) nachdem der Zeitpunct der gleichen Geschwindigkeit (VII) vorüber gegangen, jener Unterschied leicht grösser werden; und hiemit wirklich für $\omega''$ eine höhere Grenze der Annäherung eintreten als für $\omega'$; mithin $\omega'$, wenn schon steigend, doch hinter $\omega''$ zurückbleiben. Es kommt jetzt darauf an, dies genauer zu untersuchen.

Zu diesem Zwecke wenden wir uns nochmals zu der Integration von

$$\frac{r}{II}(\varrho-\omega)\,dt-\mu\omega^2 dt=d\omega,$$

woraus gefunden war

$$t=\frac{1}{a}\,log.\frac{a+\frac{r}{II}+2\mu\omega}{a-\frac{r}{II}-2\mu\omega}.\quad Const.$$

In dem Zeitpuncte gleicher Geschwindigkeit sei $t=T$, und $\omega=O$; die Constante soll dem gemäss bestimmt, also in so fern die Rechnung abgeändert werden, um alsdann ein grösseres oder geringeres $\mu$ nach jenem Zeitpuncte annehmen zu können.

Zuvor sei noch bemerkt, dass bis zu dem erwähnten Zeitpuncte hin die beiden $\mu$ füglich für gleich können angenommen werden, in der Voraussetzung nämlich, dass auf $r'$ und $r''$ noch viele andre kleinere Reste $r'''$, $r''''$, u. s. w. folgen, vermöge deren die reproducirende Vorstellung $P$ auf die spätern Glieder der Vorstellungsreihe wirkt. Denn wenn schon der grösste Rest $r'$ Anfangs am meisten vordringend den Widerstand gegen die spätern Glieder treibt, so leiden doch davon die schwächern Reproductionen gemeinschaftlich, und diejenige, welche unter ihnen noch die stärkste ist, also die von $r''$ ausgeht, am wenigsten: so dass $r'$ von $r''$ sehr verschieden sein müsste, um hier eine bedeutende Verzögerung zu veranlassen. Dagegen ist schon in IV gezeigt, dass $r'$ nicht bloss von $r''$, sondern sehr bald auch von $r'''$ überflügelt wird, also $\mu'$ schon deshalb einer fortgesetzten Vergrösserung unterworfen ist.

Da nun $T=\frac{1}{a}\,log.\,\frac{a+\frac{r}{II}+2\mu O}{a-\frac{r}{II}-2\mu O}.\;Const.$

so ist $Const.=\frac{a-b-2\mu O}{a+b+2\mu O}.\,e^{aT}$, indem wir, wie vorhin, $\frac{r}{II}=b$ setzen. Also vollständig

$$t=\frac{1}{a}\,log.\,\frac{a+b+2\mu\omega}{a-b-2\mu\omega}\cdot\frac{a-b-2\mu O}{a+b+2\mu O}\cdot e^{aT},$$

wo nun vor Augen liegt, dass die Erhebungsgrenze so bestimmt wird, als ob vor Ablauf der Zeit $T$ kein anderes $\mu$ statt gefunden hätte. Denn wenn $t=\infty$, kann der Logarithme nur dadurch unendlich werden, dass $a-b=2\mu\omega$.

Zur Abkürzung sei $\frac{a+b+2\mu O}{a-b-2\mu O}=K$,

also $$t=\frac{1}{a}\,log.\,\frac{a+b+2\mu\omega}{a-b-2\mu\omega}\cdot\frac{e^{aT}}{K},$$

so ist $$\omega=\frac{(a-b)\,Ke^{a(t-T)}-(a+b)}{2\mu\,(Ke^{a(t-T)}+1)},$$

und $$\frac{d\omega}{dt}=\frac{a^2}{\mu}\cdot\frac{Ke^{a(t-T)}}{(Ke^{a(t-T)}+1)^2}.$$

Um hier das obige Beispiel zu verfolgen, müssen wir zuerst $\omega'$ und $\omega''$ nach der Gleichnng in VII für den Zeitpunct der gleichen Geschwindigkeit, also für $t=0{,}469$ oder kürzer für $t=0{,}47$, (da es etwas grösser sein wird,) berechnen. Dies giebt $\omega'=2{,}3513$, und $\omega''=2{,}2072$. Nun wollen wir nur eine geringe Veränderung von $\mu'$ annehmen, so dass füglich aus den angegebenen Gründen eine stärkere, zwar nicht plötzliche, aber sehr bald entstehende, könnte erwartet werden. Es sei also, anstatt des frühern $\mu'=0{,}1$, jetzt $\mu'=0{,}12$. Da so eben gefunden worden, dass die veränderte Constante keinen Einfluss auf die Formel für die Erhebungsgrenze hat, so ist in die nämliche Formel nur das veränderte $\mu'$ zu setzen; alsdann ergiebt sich, dass $\omega'$ sich bis zu dem Werthe $=3{,}3333$ erheben würde, wenn die Zeit unendlich wäre. Hingegen $\omega''$, dessen $\mu''$ wir unverändert lassen, würde steigen bis zu dem Werthe $=3{,}369$. Vermöge der Art, wie $\omega'$ und $\omega''$ von Exponentialgrössen abhängen, ist klar, dass sie bei längerer Zeit sehr bald so gut als constant werden; man kann also das Emporsteigen von den zur Zeit $t=0{,}47$ erlangten Werthen bis zu den Erhebungsgrenzen fast als gleichförmig, demnach als geradlinigt, ansehen. Demnach, wenn, nach jenem Zeitpuncte, $\omega'$ noch

um $3{,}3333 - 2{,}3513 = 0{,}982$, und $\omega''$ noch um $3{,}369 - 2{,}207 = 1{,}162$ steigen soll: so kann man dem $\omega''$ eine grössere Geschwindigkeit des Steigens beilegen; und zwar so, dass näherungsweise die Geschwindigkeiten des $\omega'$ und $\omega''$ sich verhalten, wie der Wachsthum in gleicher Zeit, also wie $0{,}982 : 1{,}162$. Es wird demgemäss einen Zeitpunct geben, in welchem $\omega' = \omega''$. Man setze $2{,}2072 + x = 2{,}3513 + y$, wo $x$ und $y$ dasjenige bedeuten, um wieviel $\omega''$ und $\omega'$ noch zunehmen müssen, um gleich zu werden, und zwar in gleicher Zeit. Verhält sich solches Zunehmen wie $1{,}162 : 0{,}982$, so ist $x = 1{,}162 t$ und $y = 0{,}982 t$, und $y = \frac{0{,}982}{1{,}162} x$. Hieraus $x = 0{,}9303$, $y = 0{,}7862$, $t = 8006$. Da hier $t$ von dem Zeitpuncte der gleichen Geschwindigkeiten anfängt, so muss man für die obigen Formeln $0{,}47 + 0{,}8006 = 1{,}2706 = t$ nehmen; und es fragt sich nun, ob dieser Werth nahe richtig sei. Wir könnten, um dies zu prüfen, in die Formel für $\omega''$, welche unverändert ihr voriges $\mu'' = 0{,}1$ behält, das eben gefundene $t$ setzen; allein das Verfahren lässt sich umkehren, und wir werden, weil $t$ sich mehr verändert als $\omega$, vielmehr in die Formel für $t$ (nach VII) denjenigen Werth von $\omega$ setzen, welcher als der wahrscheinliche aus der eben geführten Rechnung hervorgeht. Wenn nämlich $x$ oder $y$ zu dem frühern $\omega''$ und $\omega'$ addirt wird, so findet man $\omega'' = \omega' = 3{,}1375$. Angenommen dies sei richtig, so giebt die Formel für $t$ in VII nunmehr $t = 1{,}1378$; welches von dem, als erste Annäherung gefundenen $1{,}2706$, nicht so sehr abweicht, dass weitere Rechnung deshalb nöthig wäre, die jeder leicht würde anstellen können.

Hier kam es nur auf den Begriff dessen an, was zu berechnen ist. Man sieht nämlich, *dass bei der Reproduction der Vorstellungsreihen die frühern Glieder, während sie selbst noch steigen, von den nachfolgenden können überstiegen werden.*

IX. Wir wenden uns zu andern möglichen Formen des Widerstandes; und zwar zu einer ganzen Klasse dieser Formen, von denen die einfachsten näher in Betracht sollen gezogen werden. Der Widerstand kann nach Potenzen der Zeit bestimmt sein; er mag einfach der Zeit, oder einer Potenz der Zeit proportional, oder eine solche Function derselben sein, die man nach Potenzen der Zeit entwickeln würde. An die Stelle des vorigen $\mu\omega^2$ trete jetzt $\mu t$, so haben wir

$$\frac{r}{H}(\varrho - \omega)\,dt - \mu t dt = d\omega,$$

woraus, wenn für $t = 0$ auch $\omega = 0$,

$$\omega = \left(\varrho + \mu \frac{H^2}{r^2}\right)\left(1 - e^{-\frac{rt}{H}}\right) - \mu \frac{H}{r}\,t,$$

und $\frac{d\omega}{dt} = \frac{r\varrho}{H}\,e^{-\frac{rt}{H}} - \frac{\mu H}{r}\left(1 - e^{-\frac{rt}{H}}\right).$

Hier kann $\omega = 0$ werden, nachdem es ein Maximum hatte. Der Differentialquotient zeigt, dass $\omega$ bis gegen das Maximum hin fast eben so zunimmt, wie wenn kein Widerstand wäre; vorausgesetzt nämlich, dass $\mu$ ein kleiner Bruch sei. Man kann auch so schreiben:

$$\frac{d\omega}{dt} = \left(\frac{r\varrho}{H} + \frac{\mu H}{r}\right) e^{-\frac{rt}{H}} - \frac{\mu H}{r},$$

also fürs Maximum

$$t = \frac{H}{r}\,log.\left(\frac{r^2}{H^2}\cdot\frac{\varrho}{\mu} + 1\right).$$

Ist diese Zeit gross genug, damit man allenfalls $e^{-\frac{rt}{H}}$ neben **1** weglassen könne, so kann um desto gewisser für $\omega = 0$ dasselbe zur ersten Annäherung dienen; und dann ist, indem $\omega$ verschwindet, nahe

$$t = \frac{\varrho r}{\mu H} + \frac{H}{r}.$$

Für die vorigen Annahmen $r = 10$, $\varrho = 4$, $H = 5$, $\mu = \frac{1}{10}$, wird fürs Maximum $t = 2{,}54$, und für $\omega = 0$, $t = 8{,}5$; also steigt $\omega$ schnell und nimmt langsam bis auf 0 ab.

Da für kurze Zeiten die Bewegung des $\omega$ fast gänzlich derjenigen gleich kommt, die für $\mu = 0$ statt finden würde, so kann hier verglichen werden, was oben (in IV) gefunden worden. Die Geschwindigkeiten zweier Reste, wie $r' = 10$ und $r'' = 9$, werden unter Voraussetzung jener Werthe von $H$, $\varrho$, $\mu$, viel früher gleich, als das Maximum eintritt. Wenn nun wiederum der Zeitpunct gleicher Geschwindigkeiten eine Veränderung des $\mu$ herbeiführt, so muss der Erfolg dem schon bekannten (VIII) ziemlich ähnlich ausfallen; nur wird dann zugleich das Maximum für $r' = 10$ etwas eher kommen.

Andre Werthe von $r$, $H$, $\varrho$, $\mu$, so weit solche brauchbar sind, bringen in der Zeit fürs Maximum nur geringe Veränderung hervor. Man weiss aus II, dass $\frac{r}{H} > \frac{H}{\varrho}$; überdies ist $\varrho$ ein Theil von $H$, und obgleich hier $\mu > 1$ genommen werden kann, so wird man doch nicht leicht eine grosse Zahl dafür nehmen,

wenn die Entwickelung der Vorstellungsreihe nicht unterdrückt werden soll. Innerhalb der hiedurch vorgeschriebenen Grenzen ändert sich eine logarithmische Grösse, wie $t$, nur wenig; vollends wegen des Coefficienten $\frac{\Pi}{\varrho}$, welcher kleiner wird, wenn $r$ gegen $\Pi$ vergrössert. Hier, wo ein Maximum statt findet, kann man die Zeit desselben nicht viel leichter verrücken, als bei den zuvor angenommenen Gesetzen des Widerstandes (in VI, VII, VIII) ein Maximum denkbar gewesen wäre.

Es richte sich jetzt die Form des Widerstandes nach dem Quadrate der Zeit. Also:

$$\frac{r}{\Pi}(\varrho-\omega)\,dt-\mu t^2\,dt=d\omega;$$

woraus $\omega=\left(\varrho-\frac{2\mu\Pi^3}{r^3}\right)\left(1-e^{-\frac{rt}{\Pi}}\right)+\frac{2\mu\Pi^2}{r^2}t-\frac{\mu\Pi}{r}t^2;$ (A)

$$\text{und } \frac{d\omega}{dt}=\frac{r}{\Pi}\left(\varrho-\frac{2\mu\Pi^3}{r^3}\right)e^{-\frac{rt}{\Pi}}-2\mu\frac{\Pi}{r}t+\frac{2\mu\Pi^2}{r^2};$$

welches letztere man auch schreiben kann:

$$\frac{d\omega}{dt}=\frac{r\varrho}{\Pi}e^{-\frac{rt}{\Pi}}+\frac{2\mu\Pi^2}{r^2}\left(1-e^{-\frac{rt}{\Pi}}\right)-\frac{2\mu\Pi}{r}t.$$

Bei der Integration ist $\omega=0$ für $t=0$ genommen. Um die Zeit des Maximums aus der Gleichung

$$\frac{r}{\Pi}\left(\varrho-\frac{2\mu\Pi^3}{r^3}\right)e^{-\frac{rt}{\Pi}}=\frac{2\mu\Pi t}{r}-\frac{2\mu\Pi^2}{r^2}$$

bequem zu finden, kann zunächst die Bemerkung dienen, dass $t$ gewiss grösser ist als $\frac{\Pi}{r}$, weil dadurch die beiden letzten Glieder sich aufheben würden. Man nehme $t=\frac{n\Pi}{r}$, wo $n$ eine beliebige Zahl; so lässt sich für die angenommenen Werthe, mit Hülfe der bekannten Tafeln leicht erkennen, ob $\frac{r\varrho}{\Pi}\cdot e^{-n}>\frac{2\mu\Pi^2}{r^2}(n-1)$. Ist hiedurch ein nahe kommender Werth von $t$ gefunden, welchen wir mit $T$ bezeichnen, so sei $t=T+u$,

$\frac{r}{\Pi}\left(\varrho-\frac{2\mu\Pi^3}{r^3}\right)e^{-\frac{r}{\Pi}(T+u)}=\frac{2\mu\Pi}{r}(T+u)-\frac{2\mu\Pi^2}{r^2}$ und $e^{-\frac{r}{\Pi}\cdot T}=M;$

alsdann ist

$$\frac{r}{\Pi}\left(\varrho-\frac{2\mu\Pi^3}{r^3}\right).M.e^{-\frac{r}{\Pi}u}=\frac{2\mu\Pi}{r}(T+u)-\frac{2\mu\Pi^2}{r^2};$$

woraus wegen $e^{-\frac{r}{\Pi}u}=1-\frac{r}{\Pi}u+\frac{1}{2}\frac{r^2}{\Pi^2}u^2-\ldots$ $u$ leicht gefunden wird.

Hier kann nun eher als im vorigen Falle für $\mu$ eine Zahl $>1$

gesetzt werden, da, so lange $t < 1$, das Hervortreten von $\omega$ durch das Glied $\mu t^2 dt$ nicht so sehr gehindert erscheint, als vorhin durch $\mu t dt$.

Indem für die jetzt angenommene Form des Widerstandes eine ähnliche Untersuchung, wie in VII, soll geführt werden, stossen wir zuerst wieder auf die Frage nach dem Zeitpuncte, wo die Geschwindigkeiten für $r'$ und $r''$ gleich sind. Diese Frage bedarf jedoch hier nicht viel mehr als eine Rückweisung auf IV. Um nämlich $\frac{d\omega'}{dt} = \frac{d\omega''}{dt}$ zu finden, wird man die Werthe dieser Differentialquotienten für $r'$ und $r''$ zu bestimmen haben. Wenn nun dort, weil $t$ für den gesuchten Zeitpunct nicht gross sein kann, $1 - e^{-\frac{rt}{\Pi}}$ in die Reihe $1 - 1 + \frac{rt}{\Pi} - \frac{1}{2}\frac{r^2t^2}{\Pi^2} + \frac{1}{6}\frac{r^3t^3}{\Pi^3} - \ldots$ aufgelöset, und mit dem Factor $\frac{2\mu\Pi^2}{r^2}$ multiplicirt wird, so sieht man gleich, dass $\frac{2\mu\Pi^2}{r^2} \cdot \frac{rt}{\Pi}$ sich gegen das folgende Glied $-\frac{2\mu\Pi}{r}t$ aufhebt; ferner dass $\frac{2\mu\Pi^2}{r^2} \cdot \frac{1}{2}\frac{r^2t^2}{\Pi^2} = \mu t^2$ für $r'$ und $r''$ gleich ausfällt, und hiemit aus der Gleichung verschwindet; endlich dass auch die Glieder, welche von $t^3$ abhängen, nur sehr wenig verschieden sein können, wenn nicht eine grosse Differenz zwischen $r'$ und $r''$ vorausgesetzt war. Also bleibt von $\frac{d\omega'}{dt} = \frac{d\omega''}{dt}$ nicht viel mehr übrig als $\frac{r'\varrho}{\Pi} e^{-\frac{r't}{\Pi}} = \frac{r''\varrho}{\Pi} e^{-\frac{r''t}{\Pi}}$. Dies aber ist aus IV bekannt, und wir werden die dortigen Werthe hier gebrauchen können.

Nun müssen, wie in VIII, $\omega'$ und $\omega''$ für jenen Zeitpunct berechnet werden. Wir nehmen Beispielsweise wiederum $r' = 10$, $r'' = 9$; also den Zeitpunct gleicher Geschwindigkeit $= 5 . 0{,}1053 = 0{,}526$. Dies in die Gleichung für $\omega$ gesetzt, wobei $\mu = 1$ sein mag, (desgleichen wie zuvor $\varrho = 4$, $\Pi = 5$,) giebt

$$\omega' = 2{,}445 \text{ und } \omega'' = 2{,}406.$$

Ferner soll aus den früher angegebenen Gründen der Widerstand sich, von dem erwähnten Zeitpuncte an, mehr gegen $\omega'$ wenden. Wie in VIII verändern wir die Constante in der Formel für $\omega$, damit $\omega = 0$ für $t = T$ sein möge; um alsdann ein etwas grösseres $\mu$ eintreten zu lassen. Die Integration von

$$\frac{r}{\Pi}(\varrho - \omega)\,dt - \mu t^2 dt = d\omega$$

ergiebt ursprünglich

$$\omega = \varrho - \mu \frac{H}{r}\left[t^2 - \frac{2H}{r}\left(t - \frac{H}{r}\right)\right] + Const.\ e^{-\frac{rt}{H}}.$$

Es sei $O = \varrho - \mu \frac{H}{r}\left[T^2 - \frac{2H}{r}\left(T - \frac{H}{r}\right)\right] + Const.\ e^{-\frac{r}{H}T}$,

und man bezeichne $O - \varrho + \mu \frac{H}{r}\left[T^2 - \frac{2H}{r}\left(T - \frac{H}{r}\right)\right] = K$, so ist $Ke^{\frac{r}{H}T} = Const.$; und vollständig

$$\omega = \varrho - \frac{\mu H}{r}\left[t^2 - \frac{2H}{r}\left(t - \frac{H}{r}\right)\right] + K . e^{-\frac{r}{H}(t-T)}; \qquad \text{(B)}$$

woraus $\frac{d\omega}{dt} = \frac{2\mu H}{r}\left(\frac{H}{r} - t\right) - K . \frac{r}{H} . e^{-\frac{r}{H}(t-T)}$.

Soll dieser Differentialquotient $= 0$ sein, so hat man

$$\frac{2\mu H}{r}\left(t - \frac{H}{r}\right) = -K . \frac{r}{H} e^{-\frac{r}{H}(t-T)}.$$

Um in der Berechnung des Beispiels fortzufahren, suchen wir zuerst aus jenem, der Formel (A) zugehörigen Differentialquotienten, auf die schon angegebene Weise, die Zeit des Maximum für $r'' = 9$, also für $\omega''$; indem $\mu = 1$, wie vorhin, stehen bleibt. Es ergiebt sich $t = 1,2176$; und daraus das Maximum selbst, nämlich $\omega'' = 3,1765$. Nachdem dies gefunden, welches der Vergleichung wegen nöthig ist, kann in der Formel (B) nunmehr nach Belieben $\mu$ verändert werden; indem man sich den Widerstand gegen $\omega'$ mehr oder weniger vergrössert denkt, welches, wie aus dem Obigen erhellet, nach den verschiedenen Umständen verschieden sein kann. Hiebei wird also der Bequemlichkeit der Rechnung etwas einzuräumen sein. Man kann die Zeit des Maximums für $\omega'$ als die anzunehmende Grösse betrachten; so ergiebt sich daraus das hiezu nöthige veränderte $\mu$. Man setze z. B. in dem zur Formel (B) gehörigen Differentialquotienten, $t = 1,2$; so findet man $\mu = 1,061$; und das Maximum von $\omega' = 3,236$. Oder soll $t = 1,15$ sein, so kommt $\mu = 1,263$, und das Maximum von $\omega' = 3,1653$. Im ersten Fall steigt $\omega'$ höher, als $\omega''$ sich etwas später (in der Zeit $t = 1,2176$) erheben wird; im zweiten Falle, bei verstärktem Drucke des durch $\mu$ angedeuteten Widerstandes hat $\omega'$ sein Maximum noch früher als vorhin; es gelangt nur bis 3,1653. Für die nämliche Zeit $t = 1,15$ findet man $\omega'' = 3,171$; schon nahe seinem Maximum $= 3,1765$. Da nun $\omega'$ von Anfang an grösser war als $\omega''$, so muss es einen Zeitpunct gegeben haben, worin beide gleich waren; und dieser Zeitpunct muss eingetreten sein, während beide noch im Steigen begriffen waren. Dieser Fall ist ähnlich dem, was schon in

VIII gefunden wurde. Allein es lässt sich erwarten, dass auch ein andrer Fall, — der dort nicht vorkommen konnte, weil das Gesetz des Widerstandes kein Maximum, sondern nur eine Erhebungsgrenze erlaubte, — hier möglich sei; nämlich der Fall, dass eine Vorstellung erst vom Maximum wieder herabsinke, bis die andre ihr nachkommt und sie übersteigt.

Wir setzen nun die Zeit des Maximums für $\omega'$ auf $t = 1{,}16$; und finden $\mu = 1{,}219$; $\omega' = 3{,}1802$. Von hier sinkt $\omega'$ herab; und bei dem nämlichen $\mu$ hat es um die Zeit $t = 1{,}2176$ nur noch den Werth $\omega' = 3{,}1752$; geringer als der gleichzeitige Werth von $\omega'' = 3{,}1765$. Fasst man dies mit dem Vorigen zusammen, so ergiebt sich: für $t = 1{,}16$, $\omega' = 3{,}180$; $\omega''$ zwischen 3,171 und 3,176, für $t = 1{,}2176$, $\omega' = 3{,}1752$; $\omega'' = 3{,}1765$.

Also muss ein gleicher Werth für beide statt gefunden haben, nachdem schon $\omega'$ sein Maximum erreicht hatte.

Indessen fällt hier der Zeitpunct der gleichen Werthe sehr nahe an den Zeitpunct des Maximums für $\omega''$. Man kann das Beispiel verändern. Wir nehmen den Zeitpunct des Maximums für $\omega'$ ein wenig früher; etwa $t = 1{,}155$; und finden das dazu nöthige $\mu = 1{,}2467$; woraus $\omega' = 3{,}17244$; hingegen für $t = 1{,}2179$ ist $\omega' = 3{,}1669$. Ferner ist, für $t = 1{,}155$, $\omega'' = 3{,}1716$. Zusammengestellt

für $t = 1{,}155$; $\omega' = 3{,}17244$; $\omega'' = 3{,}1716$;
für $t = 1{,}2176$; $\omega' = 3{,}1669$; $\omega'' = 3{,}1765$;

Sucht man nun die Stelle, wo die beiden $\omega$ sich kreuzen oder wo sie einerlei Werth haben, so macht hiebei sich der Umstand bemerklich, dass eine Grösse in der Nähe ihres Maximums sich nur wenig verändert. Man versuche $t = 1{,}17$, es findet sich $\omega' = 3{,}1721$, aber zugleich $\omega'' = 3{,}1735$, welches zu gross ist, und anzeigt, man müsse die Zeit noch kleiner nehmen. Also sei nun $t = 1{,}16$; hier wird $\omega' = 3{,}17240$, und $\omega'' = 3{,}1723$; also sind beide noch nicht vollends, doch ganz nahe gleich, allein $\omega'$ ist kaum von dem Werthe, der sein Maximum war, zu unterscheiden. Dieser Umstand, der allgemein sein muss, weil er auf einem allgemeinen und bekannten Grunde beruht, ist wichtig in Ansehung der Art, wie die Vorstellungen selbst da, wo die vorige, von ihrem Maximum herabsinkend, der folgenden weicht, in einander greifen. Die spätere steigt schnell, während die vorige noch ihren Platz zu behaupten scheint, wiewohl sie schon im Sinken begriffen sein mag.

Ueberhaupt zeigt sich nun, dass *wenn zwei reproducirte Vorstellungen nach einander ein Maximum haben, zwischen beiden eine Kreuzung ihrer Werthe stattfinden könne.* Die genauern Bestimmungen hievon sind jetzt zu suchen.

X. Die Gleichung (A), nämlich

$$\omega = \varrho\left(1 - e^{-\frac{rt}{\Pi}}\right) \frac{2\mu\Pi^3}{r^3}\left(1 - e^{-\frac{rt}{\Pi}}\right) + \frac{2\mu\Pi^2}{r^2}t - \frac{\mu\Pi}{r}t^2$$

nimmt durch Auflösung in eine Reihe folgende Form an:

$$\omega = \varrho\left(1 - e^{-\frac{rt}{\Pi}}\right) - \frac{2\mu\Pi^3}{r^3}\left(\frac{rt}{\Pi} - \tfrac{1}{2}\frac{r^2t^2}{\Pi^2} + \tfrac{1}{6}\frac{r^3t^3}{\Pi^3} - \tfrac{1}{24}\frac{r^4t^4}{\Pi^4} + \ldots\right)$$
$$+ \frac{2\mu\Pi^2}{r^2}t - \frac{\mu\Pi}{r}t^2 = \varrho\left(1 - e^{-\frac{rt}{\Pi}}\right) - \tfrac{1}{3}\mu t^3 + \tfrac{1}{12}\mu\frac{r}{\Pi}t^4 - \ldots$$

Hier sieht man deutlich, dass die Grösse $\mu$ nicht eher merklich vermindernd in Betracht kommt, als bis der Cubus der Zeit bedeutend wird; und dass alsdann selbst das Verhältniss $r:\Pi$ auf diese Verminderung noch wenig Einfluss hat, der jedoch sehr gross wird, wenn die spätern Glieder heranwachsen. Indessen auf lange Zeit wird die Bedeutung der Formel niemals ausgedehnt werden; und bekanntlich sind Reihen dieser Art ihrer Natur nach eigentlich immer convergent, wegen der zunehmenden Zahlen in den Nennern der Coefficienten.

Unterwirft man die frühere Gleichung

$$\omega = \left(\varrho + \mu\frac{\Pi^2}{r^2}\right)\left(1 - e^{-\frac{rt}{\Pi}}\right) - \mu\frac{\Pi}{r}t$$

einer ähnlichen Behandlung, so ergiebt sich

$$\omega = \varrho\left(1 - e^{-\frac{rt}{\Pi}}\right) - \tfrac{1}{2}\mu t^2 + \tfrac{1}{6}\mu \cdot \frac{r}{\Pi}t^3 - \ldots,$$

dass also hier, wo der Widerstand proportional der Zeit wachsend angenommen war, der Einfluss der Grösse $\mu$ zunächst schon vom Quadrat der Zeit abhängt.

In Ansehung des Differentialquotienten zu (A) ist die analoge Bemerkung schon vorhin gemacht worden.

Jene Umformung kann veranlassen, für kleine $t$ einen zum Rechnen bequemen Ausdruck für die Differenz $\omega' - \omega''$ zu suchen. Aus

$$\omega' = \varrho\left(1 - e^{-\frac{r't}{\Pi}}\right) - \tfrac{1}{3}\mu' t^3 + \tfrac{1}{12}\mu'\frac{r'}{\Pi}t^4 - \tfrac{1}{60}\mu'\frac{r'^2}{\Pi^2}t^5$$
$$+ \tfrac{1}{360}\frac{\mu' r'^3}{\Pi^3}t^6 - \ldots,$$

und

$$\omega'' = \varrho\left(1 - e^{-\frac{r''t}{\Pi}}\right) - \tfrac{1}{3}\mu'' t^3 + \tfrac{1}{12}\frac{\mu'' r''}{\Pi}t^4 - \tfrac{1}{60}\frac{\mu'' r''^2}{\Pi^2}t^5$$
$$+ \tfrac{1}{360}\frac{\mu'' r''^3}{\Pi^3}t^6 - \ldots,$$

$$\text{wird } \omega' - \omega'' = \varrho\left(e^{-\frac{r''t}{\Pi}} - e^{-\frac{r't}{\Pi}}\right) - \frac{t^3}{3}(\mu' - \mu'')$$
$$+ \frac{t^4(\mu'r' - \mu''r'')}{12\Pi} - \frac{t^5(\mu'r'^2 - \mu''r''^2)}{60\Pi} + \dots$$

Auch aus der ursprünglichen Gestalt der Gleichung lässt sich ein endlicher Ausdruck für $\omega' - \omega''$ finden; wie für grössere $t$ nöthig ist. Aus

$$\omega' = \left(\varrho - \frac{2\mu'\Pi^3}{r'^3}\right)\left(1 - e^{-\frac{r't}{\Pi}}\right) + \frac{2\mu'\Pi^2}{r'^2}t - \frac{\mu'\Pi}{r'}t^2,$$

und
$$\omega'' = \left(\varrho - \frac{2\mu''\Pi^3}{r''^3}\right)\left(1 - e^{-\frac{r''t}{\Pi}}\right) + \frac{2\mu''\Pi^2}{r''^2}t - \frac{\mu''\Pi}{r''}t^2,$$

wird
$$\omega' - \omega'' = \varrho\left(e^{-\frac{r''t}{\Pi}} - e^{-\frac{r't}{\Pi}}\right) + 2\Pi^3\left(\frac{\mu''}{r''^3} - \frac{\mu'}{r'^3}\right)$$
$$+ 2\Pi^3\left(\frac{\mu'}{r'^3}e^{-\frac{r't}{\Pi}} - \frac{\mu''}{r''^3}e^{-\frac{r''t}{\Pi}}\right) + 2\Pi^2\left(\frac{\mu'}{r'^2} - \frac{\mu''}{r''^2}\right)t$$
$$- \Pi\left(\frac{\mu'}{r'} - \frac{\mu''}{r''}\right)t^2.$$

Könnte man diesen Ausdruck $=0$ setzen, und daraus $t$ berechnen, so wären die Kreuzungen der Werthe mehrerer $\omega$ gefunden; und der Weg wäre gebahnt, um unter diesen Kreuzungen die mancherlei nähern Bestimmungen aufzuspüren, welche bei der Reproduction der Vorstellungsreihen eintreten können. Nun lässt sich ohne Zweifel eine einzelne Gleichung von solcher Form leicht genug auflösen; damit aber ist wenig oder nichts gewonnen; denn es kommt auf eine bequeme Uebersicht der verschiedenen Fälle an, welche unter jenem Ausdruck enthalten sind. Drei verschiedene Möglichkeiten lassen sich sogleich aus der Menge hervorheben:

1) $\frac{\mu'}{r'} = \frac{\mu''}{r''}$, wodurch das letzte Glied wegfällt.

2) $\frac{\mu'}{r'^2} = \frac{\mu''}{r''^2}$, wodurch das vorletzte Glied verschwindet.

3) $\frac{\mu'}{r'^3} = \frac{r''}{r''^3}$. Was dieser Fall bedeute, erkennt man am leichtesten aus den Gleichungen für $\omega'$ und $\omega''$, deren erstes Glied eine Erhebungsgrenze anzeigt. Diese Grenze wird für beide die nämliche, wenn $\frac{\mu'}{r'^3} = \frac{\mu''}{r''^3}$, nur geht für $\omega'$ die Annäherung an dieselbe schneller als für $\omega''$. Dass es bei dieser Annäherung nicht bleibt, vielmehr nothwendig für jedes $\omega$ ein Maximum eintritt, war schon durch den oben angegebenen Differentialquotienten ersichtlich.

Vor genauerem Eingehn auf die einzelnen Fälle muss im

allgemeinen bemerkt werden, dass für das Maximum von $\omega$, wenn die Zeit dafür als bekannt angesehen wird, ein sehr einfacher Ausdruck stattfindet. Denn weil $\frac{d\omega}{dt} = \frac{r}{\Pi}\left(\varrho - \frac{2\mu\Pi^3}{r^3}\right) e^{-\frac{rt}{\Pi}} - 2\mu\frac{\Pi}{r}t + \frac{2\mu\Pi^2}{r^2} = 0$ sein muss, so ist auch $\left(\varrho - \frac{2\mu\Pi^3}{r^3}\right) e^{-\frac{rt}{\Pi}} - \frac{2\mu\Pi^2}{r^2}t + \frac{2\mu\Pi^3}{r^3} = 0$; und da alle diese Glieder sich in dem allgemeinen Werthe von $\omega$ befinden, so verschwinden sie für den Fall des Maximums, und es bleibt bloss übrig $\omega = \varrho - \frac{\mu\Pi}{r}t^2$; wie auch aus der ursprünglichen Differentialgleichung erhellet. Folglich sind für $\omega'$ und $\omega''$ die Maxima gleich, wenn $\frac{\mu'\Pi}{r'}t'^2 = \frac{\mu''\Pi}{r''}t''^2$, das heisst, wenn

$$t'^2 : t''^2 = \frac{\mu''}{r''} : \frac{\mu'}{r'} = \mu''r' : \mu'r'' = \frac{r'}{\mu'} : \frac{r''}{\mu''}.$$

Nach dieser Vorerinnerung wenden wir uns zu dem zweiten der nur eben vorhin unterschiedenen drei Fälle. Es sei also $\frac{\mu'}{r'^2} = \frac{\mu''}{r''^2}$, oder $\mu' : \mu'' = r'^2 : r''^2$. Denn ein grösseres $\frac{\mu'}{r'}$ gehört zur kürzern Zeit $t'$, ein kleineres $\frac{\mu''}{r''}$ zur längern Zeit $t''$, um die beiden $\omega$ auf denselben Punct zu bringen. Dies lässt sich mit dem Vorigen verbinden, und giebt

$$t'^2 : t''^2 = r'' : r'.$$

*Die Quadrate der Zeiten fürs Maximum verhalten sich alsdann umgekehrt wie die zu ihnen gehörigen reproducirenden Reste, wenn die Maxima gleich sind.*

Nun ist von selbst klar, dass wenn $\omega'$ und $\omega''$ nach einander ein gleiches Maximum haben, in der Zwischenzeit beide, das eine sinkend und das andre steigend irgendwo zusammentreffen müssen, wo $\omega' - \omega'' = 0$ ist. Der zweite jener drei Fälle entspricht also ganz vorzüglich dem, was im Vorhergehenden untersucht wurde; und die Beispiele, welche schon in IX berechnet sind, können dies hinreichend ins Licht setzen; obgleich dort nicht streng ein *ganz* gleiches Maximum gefodert wurde, sondern nur zwei, *zwischen denen* die Kreuzung sich ereignen könne. Wenn $\mu'' = 1$, und $r' : r'' = 10 : 9$, so ist $r'^2 : r''^2 = 100 : 81 = 1,2346 : 1$, und die Zahl 1,2346 fällt zwischen die dortigen $\mu' = 1,219$ und $\mu' = 1,2407$. Desgleichen in dem zweiten Beispiele, wo die Maxima fast ganz gleich sind, quadrire man die Zeiten 1,155 und 1,2176. Man findet 1,3340

und 1,4836, ferner ist $\frac{9}{10} \cdot 1,4826 = 1,33534$, also sind die Quadrate der Zeiten fast ganz im umgekehrten Verhältnisse der zugehörigen Reste, obgleich das Beispiel nicht einmal genau für den vorliegenden Fall gewählt war. Endlich nehme man die Biquadrate der Zeiten 1,155 und 1,2176; man findet ihr Verhältniss wie 1:1,235, welches fast ganz dem obigen Verhältnisse der beiden $\mu$ entspricht. Es folgt nämlich unmittelbar aus dem Vorigen:

$$t'^4 : t''^4 = r''^2 : r'^2 = \mu'' : \mu'.$$

Wenn also reproducirte Vorstellungen nach dem jetzt angenommenem Gesetze des Widerstandes gleiche Maxima im Bewusstsein erreichen, so werden sie einander sehr schnell folgen, wofern nicht die reproducirenden Reste bedeutend verschieden an Stärke, und die Grade des Widerstandes noch mehr verschieden sind. Die Zeiten rücken zusammen wie die Quadratwurzeln der Reste, und wie die Biquadratwurzeln der Grade des Widerstandes. Jener Eine Zeitpunct aber, in welchem $\omega' - \omega'' = 0$, oder in welchem ihre Werthe sich kreuzen, kann alsdann nicht schwer zu finden sein, denn er liegt zwischen den beiden Zeiten des Maximums.

Wir betrachten nun zunächst den ersten der unterschiedenen drei Fälle; es sei $\frac{\mu'}{r'} = \frac{\mu''}{r''}$ oder $\mu' r'' = \mu'' r'$. Wollte man diese Annahme mit der obigen Bedingung der Gleichheit des Maximums verbinden, so käme eine Ungereimtheit. Nämlich $t'^2 : t''^2 = \mu'' r' : \mu' r''$ gäbe nun $t' = t''$; welches ein gleiches Bewegungsgesetz beider $\omega$ voraussetzen würde. Vielmehr ist klar, dass hier dem stärkern Reste bei weitem nicht genug Widerstand entgegentritt, um das von ihm bewirkte Maximum so weit zurückzudrängen, bis es demjenigen gleich würde, welches von dem schwächern Reste abhängt.

Dennoch wird es in diesem Falle eine Kreuzungsstelle geben; nur weit entfernt von jedem Maximum. Um dies zu erkennen, ist nur nöthig, die Glieder in dem Ausdrucke für $\omega' - \omega''$ durchzumustern. Das erste Glied enthält verschwindende Exponentialgrössen. Das zweite ist constant. Das dritte enthält abermals verschwindende Exponentialgrössen. Das fünfte ist der Voraussetzung gemäss $= 0$. Das vierte aber enthält den Factor $\frac{\mu'}{r'^2} - \frac{\mu''}{r''^2}$, welcher, wenn $\frac{\mu'}{r'} = \frac{\mu''}{r''}$, sich so schreiben

lässt: $\frac{\mu'}{r'}\left(\frac{1}{r'}-\frac{1}{r''}\right)$. Da nun $r''<r'$, so ist $\frac{1}{r'}<\frac{1}{r''}$; das Glied also ist negativ ungeachtet des positiven Vorzeichens, und da in ihm der Factor $t$ enthalten ist, so wächst dies negative Glied, bis zu $\omega'-\omega''=0$; auch bekommt es von hier an einen negativen Werth, indem $\omega''$ nun $>\omega'$.

Für $r'=10$, $r''=9$, $II=5$, $\varrho=4$, $\mu''=1$, sei der Annahme gemäss, dass $\mu'r''=\mu''r'$, nunmehr $\mu'=\frac{10}{9}=1{,}111\ldots$ Man setze $t=1{,}8$ in die Gleichung für $\omega'-\omega''$, so erhält man $\omega'-\omega''=-0{,}005837$; also ist die Zeit der Gleichheit beider $\omega$ schon ein wenig überschritten. Für die nämliche Zeit findet sich ungefähr $\frac{d\omega'}{dt}=-1{,}37\ldots$; desgleichen $\frac{d\omega''}{dt}=-1{,}12\ldots$; und beide $\omega$ über $1{,}5$; wo die negativen Differentialquotienten anzeigen, dass die Maxima überschritten, und die positiven Werthe von $\omega$, dass die reproducirten Vorstellungen noch im Bewusstsein gegenwärtig sind. *Hieraus erhellt die Möglichkeit einer solchen Kreuzung, wo beide reproducirten Vorstellungen zugleich von ihrem Maximum herabsinken, und während dieses Sinkens noch diejenige, welche bis dahin die andre überragte, hinter derselben zurücktritt.*

Was den dritten Fall anlangt, nämlich $\frac{\mu'}{r'^3}=\frac{\mu''}{r''^3}$, so lässt sich voraussehn, dass er keine gleichen Maxima ergeben wird. Denn zu solchem Behuf muss, wie oben gezeigt, von einerlei $\varrho$ die gleiche Grösse $\frac{\mu II}{r}t^2$ abgezogen werden. Soll diese Grösse in einer kürzern Zeit entstehn, so erfordert dies nach der Natur der Sache ein grösseres $r$; und für das einfach grössere $r$ soll die Zeit quadratisch abnehmen. Wenn nun $t''^2:t'^2=\frac{1}{r''}:\frac{1}{r'}$, und überdies $t''^2:t'^2=\frac{\mu'}{r'}:\frac{\mu''}{r''}$, so folgt aus $\frac{1}{r''}:\frac{1}{r'}=\frac{\mu'}{r'}:\frac{\mu''}{r''}$ von selbst $\frac{\mu'}{r'^2}=\frac{\mu''}{r''^2}$, welches jener zweite Fall war; aber nicht $\frac{\mu'}{r'^3}=\frac{\mu''}{r''^3}$, wo $\mu':\mu''=r'^3:r''^3$ einen viel zu sehr verstärkten Druck in der kürzern Zeit anzeigt, als dass die Maxima gleich werden könnten.

Um das Beispiel mit denen in IX vergleichbar zu machen, muss es unter den dortigen Umständen nach der Formel (B) berechnet werden. Für $r'=10$, $r''=9$, $\mu''=1$, wird $\mu'$ nun $\frac{\mu''r'^3}{r''^3}=\frac{1000}{729}=1{,}3718$. Der zur Formel (B) gehörige Differen-

tialquotient, (in welchem man, der leichtern Rechnung wegen, erst für angenommene $t$ suchen mag ein $\mu$ so zu finden, dass es dem gegebenen nahe komme,) erfordert für jenes $\mu$ ein $t = 1{,}1276$. Hieraus das Maximum von $\omega' = 3{,}12778$. Wie zu erwarten war, die Zeit ist kürzer, und das Maximum niedriger als bei den Beispielen in IX; auf welche übrigens nur nöthig ist zu verweisen.

XI. Die vorhin schon angegebene Differentialgleichung

$$\frac{r}{\Pi}(\varrho - \omega)\, dt - \mu t dt = d\omega$$

erfodert zum Maximum

$$\frac{d\omega}{dt} = 0;\ \varrho - \omega = \frac{\mu \Pi t}{r},\ \text{und}\ \omega = \varrho - \frac{\mu \Pi t}{r}.$$

Also für gleiche Maxima bei gleichem $\varrho$ und $\Pi$

$$t' : t'' = \frac{\mu''}{r''} : \frac{\mu'}{r'}.$$

Aus dem Integral

$$\omega = \left(\varrho + \mu \frac{\Pi^2}{r^2}\right)\left(1 - e^{-\frac{rt}{\Pi}}\right) - \frac{\mu \Pi t}{r}$$

folgt

$$\omega' - \omega'' = \varrho\left(e^{-\frac{r''t}{\Pi}} - e^{-\frac{r't}{\Pi}}\right) + \Pi^2\left(\frac{\mu'}{r'^2} - \frac{r''^2}{\mu''}\right)$$
$$+ \Pi^2\left(\frac{\mu'' e^{-\frac{r''t}{\Pi}}}{r''^2} - \frac{\mu' e^{-\frac{r't}{\Pi}}}{r'^2}\right) + \Pi\left(\frac{\mu''}{r''} - \frac{\mu'}{r'}\right) t.$$

Von den in X bemerkten drei Fällen giebt es hier nur zwei; nämlich

1) $\frac{\mu'}{r'} = \frac{\mu''}{r''}$, wodurch das letzte Glied wegfällt, und eine Curve über das Maximum der andern hinweg geht;

2) $\frac{\mu'}{r'^2} = \frac{\mu''}{r''^2}$; wodurch das zweite Glied verschwindet, und gleiche Maxima entstehn.

Beispiel für den ersten Fall. Es sei $r'' = 9$, $\varrho = 4$, $\Pi = 5$, $\mu'' = 1$; nun soll für $r' = 10$, $\varrho = 4$, $\Pi = 5$, angenommen werden $\frac{\mu'}{r'} = \frac{\mu''}{r''}$; also $\mu' = \frac{10}{9} = 1{,}111\ldots$ Wir suchen zunächst die Maxima für beide $\omega$, und setzen alsdann die zugehörigen Zeiten aus jeder Gleichung in die andere, so findet sich

für $t = 1{,}3672$, $\omega' = 3{,}2405$, $\omega'' = 3{,}1814$,
für $t = 1{,}4645$, $\omega' = 3{,}2262$, $\omega'' = 3{,}1864$.

Setzt man in die Gleichung für $\omega' - \omega''$ nun $t = 2{,}21$, so erhält man schon einen kleinen negativen Werth, nämlich $\omega' - \omega'' = -0{,}00167$. Dass aber beide $\omega$ hier noch lange

nicht aus dem Bewusstsein verschwunden sein können, zeigt ein Blick auf den Werth von $t$ für $\omega = 0$, welcher schon in IX angeführt worden, nämlich $t = \frac{\varrho r}{\mu \Pi} + \frac{\Pi}{r}$, hier nahe gleich für beide $\omega$; beinahe $8{,}5 = t$. Man sieht, dass die Curve für $\omega'$ über das Maximum von $\omega''$ hinweg geht, aber um die Zeit 2,2 die Werthe sich kreuzen, so dass $\omega'$ sich nun hinter $\omega''$ zurückzieht.

Beispiel für den zweiten Fall. Es sei $r'' = 9$, $\varrho = 4$, $\Pi = 5$, $\mu'' = 1$; nun soll für $r' = 10$, $\varrho = 4$, $\Pi = 5$, angenommen werden $\frac{\mu'}{r'^2} = \frac{\mu''}{r''^2}$; also $\mu' = 1{,}2346$. Aus dem (schon oben, in IX, angegebenen) Werthe der Zeit fürs Maximum findet man $t = 1{,}31809$; und das Maximum $\omega' = 3{,}1864$. Diesem gleich ist, wie schon für den ersten Fall gezeigt, $\omega''$ für $t = 1{,}4645$. Nimmt man zwischen den Zeiten das arithmetische Mittel, also $t = 1{,}3913$, und setzt diesen Werth in die Formel für $\omega' - \omega''$, so ergiebt sich $\omega' - \omega'' = 0{,}0003$, also beinahe $= 0$.

Also auch hier giebt $\frac{\mu'}{r'^2} = \frac{\mu''}{r''^2}$ gleiche Maxima. Der Grund ist der nämliche wie in X, und er lässt sich leicht noch weit allgemeiner fassen. Es sei angenommen

$$\frac{r}{\Pi}(\varrho - \omega)\,dt - \mu t^n dt = d\omega.$$

Welche Zahl nun auch $n$ sein möge: immer folgt

$$\text{aus } \frac{d\omega}{dt} = 0,\ \varrho - \omega = \frac{\mu \Pi}{r} t^n.$$

Zu $t^n$ gehört immer ein bestimmtes $r$, und aus der Natur der Sache folgt immer, dass je kürzer $t$, desto grösser $r$. Wenn nun $t'^n : t''^n = \frac{1}{r'} : \frac{1}{r''}$, und überdies, weil für gleiche Maxima die Grösse $\frac{\mu \Pi}{r} t^n$ gleich bleiben muss, auch $t'^n : t''^n = \frac{\mu''}{r''} : \frac{\mu'}{r'}$, so folgt $\frac{1}{r'} : \frac{1}{r''} = \frac{\mu''}{r''} : \frac{\mu'}{r'}$, und $\frac{\mu''}{r''^2} = \frac{\mu'}{r'^2}$.

Je höher die Potenz $n$, desto näher bei einander liegen die Wurzeln von $r$, denen die Zeiten proportional sein sollen. Umgekehrt, wenn $n$ ein ächter Bruch wäre, würde das Verhältniss der Zeiten durch Potenzen der Reste bestimmt werden, und es gäbe mehr Zwischenzeit zwischen einem Maximum und dem andern.

Wir haben bisher nur solche Gesetze des Widerstandes in Betracht gezogen, deren Begriff sehr leicht fasslich, und

für die Rechnung nicht besonders schwierig ist. Man könnte zu anderen übergehen; auch gehören hierher noch Untersuchungen anderer Art *; allein es ist besser, der Rechnung einstweilen Ruhe zu gönnen, und dagegen über die Anwendungen etwas beizufügen.

XII. Schon die oberflächlichste Vergleichung dieser und der beiden vorhergehenden Abhandlungen reicht hin, um eine grosse Verschiedenheit wahrzunehmen, die ihren Grund in dem Gegenstande hat. Thatsachen lassen sich voranstellen, wenn sie eine präcise Auffassung ohne Mühe gestatten; allein dies ist in dem weiten Gebiete der Psychologie nur eine seltene Ausnahme. Viel öfter muss die Selbstbeobachtung erst durch die vorangehende Theorie auf dasjenige hingewiesen werden, was zu bemerken ist; und auch alsdann lässt sich nur unvollkommen wiederfinden, was die Rechnung bestimmt angiebt. Dies ist besonders deshalb unvermeidlich, weil das Verschwinden und schon die Verminderung des Vorstellens sich niemals unmittelbar beobachten lässt. Dass man etwas vergessen *habe*, bemerkt man oft; dass man *eben jetzt* etwas *vergesse*, weiss man niemals und kann es nicht wissen. Auch steigende Vorstellungen mögen innerlich beobachtet werden, wenn sie sich ihrem Maximum nähern, aber der Anfang des Steigens bleibt unbemerkt. Wie soll man es denn anfangen, jene Kreuzungen steigender und sinkender Vorstellungen factisch nachzuweisen, von welchen zuvor geredet worden? Doch etwas lässt sich thun; man kann in den Producten des Vorstellens im allgemeinen erkennen, dass so etwas vorgegangen sein müsse.

Unsre Vorstellungen *gestalten sich*, indem sie reproducirt werden. Diese Gestaltung ist nicht genau eine bleibende; ihr Product keine veste *Gestalt*, doch aber oft der Vestigkeit nahe genug, um erkannt zu werden.

Drei verschiedene Arten, wie die Vorstellungen sich kreuzen können, sind im Obigen als möglich zum Vorschein gekommen.

1) Die zweite Vorstellung, Anfangs hinter der ersten zurück, kann diese übersteigen, während beide fortwährend steigen. Man setze, dass eine dritte gleich darauf die zweite eben so übersteige; so wird nun die zweite ihre Stellung *zwischen* der

* Im §. 100 der Psychologie ist ein andrer Faden angesponnen, dessen weitere Benutzung vorbehalten bleibt.

ersten und dritten haben; diese Stellung wird während des Steigens nahe die nämliche bleiben. Eben so werde die dritte von der vierten, die vierte von der fünften u. s. f. überstiegen. Nähern sich alle diese Vorstellungen einer Erhebungsgrenze (VII, VIII,) so erscheint das gesammte Vorgestellte gleich einem emporgestiegenen Bau, dessen allmäliges Werden man mit angeschaut hat.

2) Die zweite Vorstellung bleibt hinter der ersten lange genug zurück, damit die erste ihr Maximum erreichen könne; dann durchkreuzt sie dieselbe, und gewinnt selbst ein nahe liegendes Maximum. Nun folge eben so der zweiten die dritte; so wird die zweite ein Durchgangspunct, durch welchen, als den *zwischen* liegenden, man von der ersten zur dritten gelangt. Wenn dies bis zur vierten, fünften, u. s. w. fortgeht, so entwickelt sich ganz eigentlich eine Reihe, von der jedes vorhergehende Glied dem folgenden weicht. So bei der gedächtnissmässigen Reproduction; beim Aufzählen, Aufsagen u. dergl.

3) Die zweite Vorstellung, von der ersten gleichsam eingehüllt, hat ein Maximum, und erst von diesem herabsinkend übertrifft sie die erste, welche jetzt noch schneller sinkt, und dadurch hinter der zweiten sich zurückzieht. Eben so sei eine dritte Anfangs von den beiden vorhergehenden eingehüllt; indem sie langsamer sinkt als die zweite, ziehe sich diese hinter ihr zurück. Während des Sinkens hat nun wieder die zweite eine mittlere Stellung, aber die Ordnung der ersten und dritten ist umgekehrt. Dies geht so fort zur vierten, fünften u. s. w. So giebt das Gesammtvorgestellte das Gegenstück zu einem sich erhebenden Bau; es ist das Bild eines Verfalls, welcher, während das Höhere sammt dem Niedern sinkt, zugleich das Innere nach aussen kehrt und nackt vor Augen stellt.

Von der Wichtigkeit des *Zwischen* für die Psychologie ist in frühern Schriften vielfältig gesprochen; es wird kaum nöthig sein, hier noch an den Raum, und dessen Analoga zu erinnern, die man bis in Logik und Sprachlehre hinein verfolgen kann. Jedermann weiss, dass die Präpositionen durchgehends auf räumliche und zeitliche Verhältnisse hinweisen. Wichtiger noch für den Gedankenbau sind die Conjunctionen, auf die wir vielleicht anderwärts zurückkommen; hier schliessen wir mit einem Worte von Jean Paul: „im einzigen *Zwar* steckt ein kleiner Philosoph."

VIII.

# PSYCHOLOGISCHE UNTERSUCHUNGEN.

ZWEITES HEFT.

1840.

NEBST BRUCHSTÜCKEN DES DRITTEN HEFTES.

# VORREDE.

Dies Heft enthält die, schon im vorigen erwähnte, Untersuchung über zugleich steigende Vorstellungen; und hiemit den nothwendigsten Nachtrag, welcher zu des Verfassers grösserem psychologischen Werke musste geliefert werden.

Ausserdem wird man hier eine Abhandlung finden, worin die kantischen Kategorien mit den Conjunctionen, deren sich die Sprache bedient, zusammengestellt werden. Der Bau der Sprachen giebt Thatsachen an die Hand, welche zwar nicht mathematische Bestimmtheit, (wie Tonlehre und Zeitmaass,) aber doch grammatische Vestigkeit besitzen; Thatsachen, die jedem Individuum auf gleiche Weise vorliegen, und nicht mit den Schwankungen zu kämpfen haben, welchen die innere Wahrnehmung unterliegt. Sucht man für die psychischen Thatsachen eine solche Reihenfolge, in welcher sie mehr oder weniger genau können aufgefasst werden, so kommt eine ganz andere Rangordnung zum Vorschein, als die, welche unsre psychologischen Compendien darbieten. —

Kurz vor geendetem Drucke dieser Blätter wurde dem Verfasser eine Stelle aus einem Buche in glaubhafter Abschrift vorgelegt, worin ein Ausfall auf die mathematische Psychologie enthalten ist. Man kann wohl einmal nachsehn, von wo das Widersprechen ausgeht, und wie weit es führt.

Herr geh. Hofrath *Fries* widerspricht, indem er behauptet:

„Blosse Verhältnisse sind nur eine mathematische Ab-„straction, bei deren Anwendung auf bestimmte Fälle, wenn „auch nicht die Messung, doch die Messbarkeit der ver-„glichenen Grössen vorausgesetzt werden muss."

Also Anwendung auf bestimmte Fälle — davon redet Hr. geh·

Hofrath Fries. Er zeige nun diejenigen Anwendungen auf bestimmte Fälle, die er widerlegt habe.

Messbarkeit verglichener Grössen — davon redet Hr. F. Wie beweiset er, dass denjenigen Grössen, welche zu messen bis jetzt keine Hülfsmittel bekannt sind, die Messbarkeit abzusprechen sei?

„Die Messbarkeit von intensiven Grössen ist nur möglich, „wenn ihnen eine extensive Scale an die Seite gesetzt wer„den kann.“

Also vom Messen-Können, — nicht von der Messbarkeit der Grössen selbst und an sich, — redet hier Hr. F.; vertieft, wie er zu sein pflegt, in seinen eignen Gedanken.

Wir müssen doch wohl für solche, die nicht bloss Sich hören, sondern das beachten, wovon ihnen gegenüber die Rede ist, obige Stelle etwas verändern.

Blosse Verhältnisse, in mathematischer Abstraction gedacht, müssen so weit verfolgt werden, bis sich Gesetze und charakteristische Unterschiede zeigen, die sich in ganzen Klassen von Thatsachen wiedererkennen und zu fortgesetzter Vergleichung benutzen lassen. Dabei werden Grössen vorausgesetzt, die an sich messbar sein würden, wenn wir zur wirklichen Messung schon die Mittel besässen.

Von Anwendungen auf bestimmte Fälle, desgleichen von empirisch gemessenen Grössen, die man, um nur überhaupt zu Anwendungen zu gelangen, in die Formeln substituiren müsste, ist hier im Allgemeinen nicht die Rede; und um so weniger von extensiven Scalen für intensive Grössen.

Gegen folgende Behauptung:

„für die intensiven Grössen des geistigen Lebens könne „keine Einheit gegeben werden“,

welche Behauptung sich etwas voreilig auf die Höhen des geistigen Lebens verstiegen hat, — wird man in *der* Region, wo die Fundamente der Psychologie liegen, ganz einfach sagen, dass zwei Lichter doppelt so stark leuchten, als eins; dass drei Saiten auf einer Taste dreimal so stark tönen, als eine. Kurz: jede, erste beste sinnliche Empfindung dient als Einheit, wo das Empfundene sich gleichartig vervielfältigt. Um die Unsicherheit, welche dabei stattfinden kann, kümmern wir uns hier, wo es auf Einzelnheiten nicht ankommt, wenig; noch viel

weniger jedoch um eine andre Art vorgeblicher Unsicherheit, worauf Hr. F. ein Gewicht legt, als hätte er von hoher Hand einen Schatz empfangen. Er trägt nämlich ganz ernsthaft folgenden Satz vor:

„Bei Intensitätsrechnungen gelten die ersten Grundsätze „der Arithmetik nicht sicher. Zum Beispiel: *wenn die eine „Grösse kleiner, die andre grösser, als eine dritte ist,* so folgt *„nicht*, dass die grössere auch grösser als die kleinere sei."

Worauf beruhet denn die Evidenz der Arithmetik bei extensiven Grössen? Etwan auf der Extension, die in den Zahlen mangelt? Der anthropologische Empirismus wird vielleicht sagen: man sehe mit den *leiblichen* Augen, dass drei Fuss mehr ist als zwei, vier Fuss mehr als drei, und dann auch vier Fuss mehr als zwei. Man lerne durch die tägliche *Erfahrung*, dass zweimal zwei Fuss wirklich vier Fuss ergeben! Achtet aber Hr. F. eine solche Sprache, (als ob die Zahlbegriffe Zwei, Drei, Vier, an den Füssen klebten,) seiner unwürdig, so zeige er nun das *Vorrecht des Extensiven* vor dem Intensiven, welches zu beweisen seine Sache wäre. — Statt des Beweises bringt er ein Beispiel für jenen Satz vom Intensiven; ein Beispiel, weit erhaben über die Fundamente der Psychologie, und das doch in der That handgreiflich zu heissen verdient. Es ist hergenommen von — der Geschicklichkeit im Schachspiel.

„Wenn *A* mit *B* spielt, gewinnt meist *A*; wenn *B* mit *C* „spielt, gewinne meist *B*; so folgt nicht, dass, wenn *A* mit „*C* spielt, *C* meist verlieren würde."

Wenn der Körper *A* länger ist als *B*, und der Körper *B* breiter als *C*, so folgt nicht, dass *A* grösser sei als *C*. Auch bei Extensitätsrechnungen gelten die ersten Grundsätze der Arithmetik nicht sicher, — vielmehr, sie gelten ganz und gar nicht, wenn man bei einer Grösse, welche mehrere Factoren enthält, unterlässt, die Factoren einzeln und sämmtlich zu berücksichtigen. An Factoren der Geschicklichkeit im Schachspiel — als da sind: Geschick im Gebrauch des Springers, Läufers, Thurms, der Königin, der Bauern u. s. w. erinnern die eignen Worte:

„denn die Unterschiede der Geschicklichkeiten können von „sehr verschiedener Art sein."

So schlägt sich Hr. F. mit seinen eignen Waffen. Das Beispiel lehrt, dass in Bezug auf intensive Grössen einige Uebung im Denken nöthig ist. Hr. F. stelle sich in Gedanken neben

einem in aller Hinsicht grössern Mathematiker, und einem in aller Hinsicht kleineren. Er wird sogleich wissen, dass jener grösser sei als dieser; und die mathematische Evidenz wird hier nicht von Lineal und Zirkel abhängen. Oder auch: Hr. F. stelle sich, wenn es ihm beliebt, an die Spitze der Philosophen. Er gehe nun den verschiedenen Geschicklichkeiten nach, welche im Philosophiren liegen. Er stelle alle ihm bekannten Philosophen, — nicht etwan in Reih' und Glied, — sondern von sich ausgehend weise er, nach seinem Gutdünken, allen andern die Plätze an, die sie in gehörigen Distanzen als grössere oder kleinere Logiker, grössere und kleinere Metaphysiker, Psychologen, Naturphilosophen, Ethiker u. s. w. einnehmen sollen. Er spalte wiederum die Geschicklichkeiten, um die Distanzen genauer zu bestimmen. Wir wollen diesmal um die Plätze nicht streiten; Hr. F. wird aber wissen, dass es Streit darum giebt, weil die Grössenschätzung nicht ausbleiben kann, obgleich keine Messung nach Fussen und Zollen, mittelst extensiver Scalen, hiebei anzubringen ist. Bei aller Unsicherheit solcher Grössenschätzung wird Hr. F. doch genug davon in Gedanken behalten, um nicht Schüler und Meister durch einander zu werfen, Fortschritte der Schüler abzuleugnen, Geschwindigkeit oder Langsamkeit des Fortschreitens der Unbestimmtheit preiszugeben. Die Quantitätsbegriffe werden ihn nicht verlassen, obgleich man ihm *hiebei* nicht mit Rechnungen beschwerlich zu fallen gedenkt. Was *ungewiss* bleibt, ist darum noch nicht *an sich* unbestimmt und *maasslos;* es giebt auch hier Grössenverhältnisse, nach denen gefragt wird; es giebt Proben, Zeichen, indirecte Erkenntnissmittel, aus denen ein Mehr oder Weniger kann geschlossen werden. Dass aber den sehr zusammengesetzten geistigen Thätigkeiten des wissenschaftlichen Denkens andere, minder zusammengesetzte zum Grunde liegen, — dass man, immer weiter zurückgehend, endlich deren so einfache *annehmen* kann, welche sich der Rechnung unterwerfen lassen, — und wozu das diene: dies Hrn. F. deutlich zu machen, darauf muss man, wie es scheint, Verzicht leisten; wenn er nämlich nicht selbst des mathematischen Hebels, des Falls im luftleeren Raume, der Schwingung ohne Reiben u. dgl. sich erinnert.

Zurückblickend auf jenen angenommenen Fall des Schachspiels könnten wir noch die Wahrscheinlichkeit bemerken, dass

wenn *B* gegen *A*, *C* gegen *B oftmals** verliert, dann auch *C* gegen *A* verlieren werde. Sind aber die Intensitäten so sublimer Natur, dass sie sich den ersten Regeln der Arithmetik entziehen, so geht nicht bloss diese Wahrscheinlichkeit verloren, sondern es ist zu besorgen, dass an ihnen auch eine Auctorität, die — messbar oder nicht — doch eben nicht grösser ist, als die der Arithmetik, die Auctorität der logischen Regeln, denen man bekanntlich keine extensiven Scalen an die Seite setzen kann, (wenn nicht etwa die Cirkel, wodurch man wohl die Sphären der Begriffe zu bezeichnen pflegt, anstatt der Scalen gelten sollen,) etwas einzubüssen haben werde. Beliebe denn unser berühmter Logiker nachzusehn, ob etwa folgender Syllogismus seinen Beifall hat:

Geschicklichkeit im Schachspiel ist nicht messbar. Geschicklichkeit im Schachspiel ist eine intensive Grösse. Also: *keine* intensive Grösse ist messbar?

Es mag nun das Ende des letztern Aufsatzes in diesem Hefte verglichen werden; wo sich Gelegenheit gefunden hat, einiges hieher Gehörige beizufügen. Der Aufsatz ist zwar nicht gegen Hrn. geh. Hofr. Fries geschrieben; es kann aber theilweise so scheinen, und mag dafür angesehen werden. Dabei ist um desto weniger Bedenken, weil Hr. F. nicht bloss, (um seine eignen Ausdrücke zu gebrauchen,) verwerfend angefangen und absprechend geendigt hat, sondern auch seine, nach einer andern Seite hin geäusserte, Geneigtheit zum Unterhandeln an durchaus unzulässige Bedingungen knüpft. Qualitäten im Pluralis und Seelenvermögen sollen die Basis der Unterhandlung abgeben. Eine unbekannte Qualität gilt ihm für keine; er erzählt (*mirabile dictu*) von einer „Hypothese, die ein *qualitätsloses* einfaches Wesen zum Grunde lege.“ Schreiber dieses weiss zwar von keiner solchen Hypothese, wird aber niemals einräumen, dass man das Einerlei, was die Seele ist, mit dem Vielerlei, was sie kann, verwechseln und vermengen dürfe. Die vielen Qualitäten würden keine wahre Einheit, nicht das, was die Seele ist, ausmachen; und wenn wirkliche Qualitäten in blossen Möglichkeiten, die man Vermögen nennt, bestehn, oder umgekehrt diese Vermögen die Stelle wirklicher Quali-

* Anstatt des verfänglichen *Meist*; wobei unbestimmt bleibt, wiefern das Gewinnen als Probe der Geschicklichkeit im Ganzen könne angesehen werden.

täten vertreten sollen, so schwankt Alles zwischen Möglichkeit und Wirklichkeit auf eine Weise, die man zwar blossen Empirikern nicht übel nimmt, die aber bei einem so entschiedenen Freunde der Kategorien, wie Hr. F., beinahe ins Unbegreifliche fällt. Was endlich solche Imperative anlangt, wie: „man hätte sich sollen schon durch Kant's Antinomien abhalten lassen", so darf sich Hr. F. das Zeugniss geben, dass Er es während beinahe vier Decennien an Ermahnungen zum Gehorsam im kantischen Reiche keinesweges hat ermangeln lassen. Warum der Gehorsam nicht erfolge, scheint er noch bis jetzt nicht zu wissen.

Monadologie ist bei Hrn. F. ein unbeliebtes Wort. Gleichwohl bedient er sich desselben, und zwar auf eine Weise, die noch mehr als das Uebrige zu einer Entgegnung auffodern könnte. Anstatt auf Leibnitz's Lehren und kantische Kritiken einzugehn, genüge es hier, auf ein neues, vielumfassendes Werk zu verweisen, welches Hr. Taute zu Königsberg, unter dem Titel: *Religionsphilosophie*, schreibt, und wovon die erste Lieferung bereits vorliegt. Für einen so stabilen Kantianer, wie Hr. F., hier einige Worte aus der Vorrede: „Ganz und gar der wissenschaftlichen Forschung hingegeben, hatte Kant, wie man es nennt, eine Revolution im Reiche der Begriffe vollbracht. Worin dieselbe bestehe, und was ihre Hauptergebnisse seien, — ob das Ding an sich, oder die Ideen, ob die Verstandeserkenntnisse mit ihren Kategorien, dem synthetisch-apperceptiven Ich und den Grundsätzen, oder die Vernunftansicht mit den regulativen Principien; ob die metaphysische oder die ethische Seite des Systems, die Begründung des Wissens oder des Glaubens, — das weiss man eigentlich nicht. Vielleicht soll auch der Begriff der Revolution, die bekanntlich niemals recht weiss, was sie will und was sie schafft, darauf hindeuten."

Hier war geschlossen, und die Abschrift aus des Hrn. F. psychischer Anthropologie (S. VI—VIII) bei Seite gelegt. Aber es kommt eine neue Abschrift, welche des nämlichen Hrn. F. Geschichte der Philosophie (zweiten Bandes S. 708) citirt. Je länger Hr. F. sich macht, desto mehr müssen wir abkürzen; also nur eine Probe! Da ist etwas zu lesen von stetigen Grössen, welche der Einfachheit der Seele untreu werden. Wer einmal vom Hörensagen (oder weiss Hr. F. eine

*bessere* Quelle?) die Spukgeschichte vom qualitätslosen Wesen aufnimmt, dem müssen sich wohl die Selbsterhaltungen, sammt deren Grössen, in ein gespenstisches Treiben verwandeln; denn *Was* hätte wohl ein qualitätsloses Wesen zu erhalten? — Da sollen ferner „nur bei dem musikalischen Verhältniss der Töne hinlänglich einfache Vorstellungs-*Reihen* zur Anwendung der Formeln gefunden sein.“ Herrn F. diene zur Nachricht, dass wir die psychologische Untersuchung musikalischer Vorstellungsreihen recht füglich dem zwanzigsten Jahrhundert überlassen können, sie ist bis jetzt unberührt. Intervalle und Accorde bestehen aus gleichzeitigen Tönen; auch die Auflösung einer Dissonanz wird Niemand eine Reihe nennen. Die ganze Untersuchung über Bildung und Wirkung der Reihen hat damit nichts zu thun; auch sind wir noch nicht so weit, dass wir diese auf das melodische Fortschreiten anwenden könnten. Hr. F. thäte wohl, auf seinem heimathlichen Grunde und Boden, das heisst, in seinem System zu bleiben; denn mit seiner Geographie des Auswärtigen ist es noch schlechter bestellt, als bei jenem Franzosen, der ein paar Fremde, einen aus dem Norden, den andern aus dem Süden von Deutschland, einander als Landsleute vorstellte, und da beide sich über die weite Entfernung ihrer Wohnorte äusserten, zur Antwort gab: *n'importe; c'est toujours là bas.* — Hr. F. weiss auch zu erzählen: „H. hat sich von Anfang an von Fichte's Phantasie leiten lassen, dass alle menschliche Erkenntniss aus dem Sich-Selbst-Setzen des Ich abzuleiten sei; dies führte ihn auf seine Hypothese, dass die Seele ein einfaches, gestörtes Wesen sei“; — welches dann noch obendrein der „eigentliche Grundfehler“ sein soll. Dass jahrelang vor dem Eintritt in die fichte'sche Schule des Verfs. philosophisches Denken durch wolffische und durch kantische Lehren in Gang gesetzt war, natürlich in weiterem Umfange, als den die bekanntlich sehr enge fichte'sche Schule hätte eröffnen können: dies, sollte man meinen, brauche eigentlich nicht gesagt zu werden, da es offenkundig ist, wieviel Anziehungskraft die fichte'sche Sphäre gegen Andre ausgeübt hat. Aber so etwas zu errathen, ist der Divination derjenigen zu schwer, die, was sie systematisch nicht begreifen, gleichwohl historisch zu deuten und zu erklären unternehmen, ohne damit auch nur factisch bekannt zu sein.

---

# I.

## ÜBER ANALOGIEN, IN BEZUG AUF DAS FUNDAMENT DER PSYCHOLOGIE.

Der Empirismus fühlt sich stark durch seine Verbindung mit der Mathematik; ob aber die Mathematik an den Empirismus gebunden sei, das ist die Frage. Zwar begnügen sich die Physiker gewöhnlich, die Gesetze zu kennen, welche die Erscheinungen dergestalt befolgen, dass man im Stande ist sie vorherzusagen. Für die Wissenschaft aber hat das Prophezeihen nur den Werth einer Probe, ob man auf dem rechten Wege der Forschung sei; und daraus folgt nicht, dass die Mathematik in ihren möglichen Leistungen auf jene Genügsamkeit sich beschränken müsse.

Im vorigen Hefte wurde die Tonlehre auch zu einer Probe benutzt, ob die psychologische Rechnung auf richtigem Wege sei. Es kam aber nicht darauf an, zu prophezeihen, was längst bekannt ist, sondern darauf, ein ganzes System von empirischen Kenntnissen durch Nachweisung seiner innern Gründe in Zusammenhang zu bringen. Dabei wurde die Mathematik auf Begriffe angewendet, die nicht aus der nackten unmittelbaren Erfahrung nach der Weise des Empirismus, sondern aus der durch Metaphysik bearbeiteten Erfahrung hervorgeln, und die mit Hülfe der Rechnung zur Erfahrung zurückkehren. Es hat sich dort gefunden, dass zweierlei ganz verschiedene Erfahrungskreise, nämlich von Schwingungen tönender Körper, und von ästhetischen Urtheilen über vorgestellte Töne, darum weil sie sich in einigen wenigen Puncten sehr nahe zusammentreffend berühren, vermengt worden sind; während von Dissonanzen und deren Auflösung, von den Grundregeln des Contrapuncts, von den verbotenen Fortschreitungen gerade der

reinsten und vollkommensten Consonanzen u. s. w. in den bloss physikalischen Kenntnissen, hätte man diese sich selbst allein überlassen, keine Spur anzutreffen sein würde. Nur durch jene Vermengung hat der chladnische Sand dahin gelangen können, für ein Hülfsmittel der *Akustik* zu gelten. Für die Bewegungen schwingender Körper mag er seine belehrenden Curven zeichnen; damit weiss man noch nichts von der Thätigkeit des Gehörnerven; vielweniger vom *Hören* selbst, und am allerwenigsten vom musikalischen Denken.

Durch unsre Untersuchung der Tonlehre ist nun zugleich für die Psychologie eine Vormauer gegen mögliche Angriffe gewonnen.

Nachdem solchergestalt für die Sicherheit gesorgt ist, kommt jetzt die Reihe an den Versuch, Vorkehrungen gegen Missverständnisse zu treffen, welchen vorzubeugen, als ob sie noch nicht da wären, oft besser ist, als mit einer schon ausgebildeten falschen Ansicht und Meinung sich zu befassen. Wer richtig verstehen will, wird gern zurückgehen bis auf einen Standpunct, wo das Missverstehen noch nicht angefangen hatte.

Schon im ersten Hefte wurde der Analogien gedacht, welche, wo sie zur Anknüpfung des Neuen an das alte Bekannte sich darbieten, zu Hauptquellen von Missverständnissen werden können. Es hat nicht an Veranlassungen gefehlt, hierauf zurückzukommen. Folgendes ist ein Beispiel. Von schätzbarer Hand wurde die Bemerkung mitgetheilt, es könnte wohl Jemand auf den Gedanken kommen, eine Analogie mit der Wahrscheinlichkeitslehre hervorzurufen. Denn wie Ein Ton, obgleich an sich einfach, doch in Bezug auf einen andern, höhern oder tiefern Ton, in Gleiches und Entgegengesetztes zerlegt zu denken sei, so zerfalle in der Wahrscheinlichkeitslehre die Einheit, als Ausdruck der Gewissheit, in die einander entgegengesetzten Wahrscheinlichkeiten. Freilich aber müssten nun (natürlich um die Analogie zu verfolgen) auch beide Theile, worin Ein Ton zerlegt worden, als Gegensätze erscheinen; und da sei denn das Wort *Gleichheit* anstössig. —

Gäbe es keinen weitern Anstoss als nur diesen, so wären wir freilich bald fertig. Denn in der That ist die Gleichheit, als treibend zur Verschmelzung zweier Töne, vollkommen entgegen *jedem der Gegensätze*, welche sich der Verschmelzung widersetzen; und hierauf beruhet, wie am gehörigen Orte ge-

zeigt, unmittelbar die Bestimmung der reinen und der falschen Quinte. Nun aber kommen noch die Terzen, die Sexten, die Secunde und die Septime; mit ihnen kommt der Unterschied der halben Gleichheiten von der ganzen, und der gleichen Theile von der Gleichheit. Es ist nicht zu erwarten, dass man jene Analogie auch hier werde vesthalten wollen; da aber einmal aus so weiter Ferne — Wahrscheinlichkeitslehre und Musik sind doch wohl entfernt genug! — sich eine Analogie zufällig eingestellt hat, so mag man den Zufall benutzen. Man berechne also die Wahrscheinlichkeit, welche unsre Theorie zuvörderst *dadurch* erlangt, dass sie in der Tonlinie *eben so viele* merkwürdige Puncte nachweiset, als bekannte Intervalle in der Dur- und Moll-Scala vorhanden sind. Sollte etwa diese Wahrscheinlichkeit noch gering scheinen, so nehme man den Umstand hinzu, dass jedem einzelnen dieser Puncte seine Stelle durch eine besondre Rechnung bestimmt ist, welche mit dem, was bisher für richtig galt, nahe genug zusammentrifft, und, (was beinahe noch bedeutender ist,) die gleichschwebende Temperatur da vertheidigt, wo sie von der bisherigen, vermeintlich richtigen Rechnung merklich abweicht. Hat man auch so noch nicht Wahrscheinlichkeit genug, so steht nun die ganze Lehre von den Accorden u. s. w. in Bereitschaft, die man freilich wohl nicht in jene Wahrscheinlichkeitsrechnung wird aufnehmen können, denn die innere Consequenz einer zusammenhängenden Theorie ist darüber hinaus, nach einer Summe von zutreffenden Einzelnheiten geschätzt zu werden.

Vor Analogien, die nicht sehr nahe liegen, sich zu hüten, darf man wohl einem Jeden überlassen, der genauer auf unsern Gegenstand einzugehen ernstlich beabsichtigt. Anders verhält es sich mit solchen fast unvermeidlichen Vergleichungen, die schon durch den Ausdruck *Statik* herbeigerufen werden. Deshalb ist schon im ersten Hefte des Hebels Erwähnung geschehen; denn der Hebel ist ja das erste, einfachste Beispiel, was sich aufdringt, wo Etwas vom Gleichgewichte vorkommt. Es ist wünschenswerth, dass solche Erinnerungen, die man nicht wegschaffen kann, einer Umformung zugänglich sein mögen, wodurch sie, anstatt den Gesichtspunct zu verrücken, vielmehr behülflich werden ihn sicher zu stellen. Bei genauerem Nachdenken über den Hebel hat sich nun Einiges

dargeboten, welches hier soll vorgelegt werden; ohne Besorgniss, als würde es gar zu fremdartig scheinen. Am Ende dieses Aufsatzes wird sich zeigen, dass hinreichender, und selbst doppelter Grund vorhanden ist, die Betrachtung des Gleichgewichts unter Vorstellungen mit derjenigen, wozu der Hebel Anlass giebt, in Verbindung zu setzen.

Beim Hebel pflegt man sogleich zunächst an Umdrehung einer unbiegsamen Linie um einen vesten Punct zu denken; dabei treten die drehenden Kräfte unter einander in Gegensatz. Man vergleicht also die Producte aus den Kräften in die Wege, welche, wenn die Umdrehung geschehn soll, müssen durchlaufen werden; und Alles scheint fertig, wenn diese Producte gleich und entgegengesetzt sind. Um Bestimmung des Drucks, welchen der veste Punct leidet, brauchte man demnach sich nicht zu bekümmern. Gleichwohl gehört derselbe sehr wesentlich zur Sache, denn wenn der Punct diesem Drucke ohne Widerstand nachgiebt, ist an Umdrehung um ihn nicht zu denken. Vollständiger wenigstens ist eine andere sehr bekannte Darstellung, welche ausgehend vom gleicharmigen Hebel mit gleichen Gewichten *P*, im Unterstützungspuncte dem dort aufwärts gerichteten Gegendrucke ein halb *P* niederwärts entgegensetzt, überdies einen Hebelarm verdoppelt, am Ende desselben auch ein halb *P* niederwärts anbringt, alsdann noch ein ganzes *P* mitten zwischen den halben, aufwärts ziehen lässt, und endlich ausstreicht was sich aufhebt; so dass nicht bloss $\frac{1}{2}P$ am doppelten Arme mit *P* am einfachen im Gleichgewichte steht, sondern auch der Druck $= \frac{3}{2}P$ im Unterstützungspuncte deutlich hervortritt: — von wo der Weg zum dreifachen, vierfachen, *n*fachen Hebelarme u. s. w. offen steht, indem an fingirten Gewichten, die beim wirklichen Hebel nicht vorkommen, die aber als Rechnungsgrössen eingeführt und wieder weggestrichen werden, niemals Mangel sein kann. Allein mit dieser Darstellung können wir uns nicht befreunden. Denn

Erstlich: auf solche Weise wird zwar demonstrirt, aber nicht erklärt. Die Frage bleibt offen, was denn da geschehe, wo die zur Demonstration nöthigen Hülfsgewichte nicht vorhanden sind, und dennoch Gleichgewicht stattfindet. Der Hebel ist hier wie ein Gedankending behandelt. Die nämliche Einwendung gilt gegen alle Beweise, welche durch Hülfsgrössen und

beliebige Wendungen des Denkens ans Ziel gelangen, ohne sich um die innere Nothwendigkeit ihres Gegenstandes zu bekümmern. Man *kann* gar mancherlei denken; die Frage ist, ob man durch die Natur der Sache dazu gezwungen sei, und ob es zur vollständigen Auffassung derselben wesentlich gehöre. Beliebige Hülfsgrössen sind nun schon schlimm in der reinen Mathematik; aber der Uebelstand, den sie verursachen, wird auffallender in der angewandten, wo bei allen Abstractionen, die man nicht vermeiden kann, doch immer die Aussicht auf wirkliche Dinge, und auf das, was mit ihnen geschieht, offen bleiben muss.

Zweitens: nicht bloss der veste Punct, und der Druck, den er wegen seiner vorausgesetzten Vestigkeit leidet, ist beim Hebel wesentlich, sondern das Gleichgewicht selbst hat hier zunächst seinen Sitz; und die Umdrehung, welche geschehen *würde*, wenn *kein* Gleichgewicht wäre, gehört nicht wesentlich zur Sache. Wenn parallele Kräfte an einer unbiegsamen Linie ziehen, so wirken sie, um die Linie zu bewegen, zusammen, und nicht wider einander; wenn nun ein vester Punct ihnen widersteht, so trifft dieser Widerstand beide zugleich; und wenn er beide zugleich aufhebt, so ist Ruhe vorhanden, ohne irgend ein Streben zur Umdrehung. Man nehme den bekanntesten und einfachsten Fall: Gewichte, welche, ihrer Natur nach, parallel niederwärts ziehen. Dass man diesen Gewichten ein Streben zur Umdrehung beilegt, ist eine Absicht, die man ihnen unterschiebt; sie wollen Nichts, als nur sinken. Befindet sich zwischen ihnen der veste Punct gerade an der rechten Stelle, damit sein Widerstand sich auf beide gehörig vertheilen könne, um beiden das Sinken zu verwehren, so geschieht weiter nichts; die Sache ist abgethan.

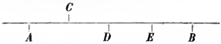
Also: die Vertheilung des Drucks, ist das, worauf es zuerst ankommt. Dass nun auch keine Umdrehung erfolgen kann, ist ein Umstand, den man hinzudenken mag; wir beseitigen für jetzt diesen Umstand, mit dem Vorbehalte, darauf zurückzukommen.

Schon hier erhellt, dass die Analogie zwischen dem Gleichgewicht am Hebel und dem Gleichgewicht unter Vorstellungen eine etwas bequemere Gestalt gewinnt, indem hier wie dort eine Vertheilung vorliegt. Damit ist noch lange nicht gesagt, dass man der Analogie sich nun dürfe unbehutsam überlassen;

wohl aber giebt es noch einen Punct, auf den die jetzige Betrachtung hinweiset, um Vorsicht zu empfehlen; nämlich auf den Fragepunct: wo denn eigentlich das Gleichgewicht zu suchen sei, und zwischen welchen gleichen und entgegengesetzten Grössen es eigentlich statt finde? Dieser Fragepunct kann bei den Vorstellungen noch leichter verfehlt werden, als beim Hebel.

Was hier nun weiter vom Hebel soll gesagt werden, bezieht sich bloss auf den angegebenen Begriff der Vertheilung des Drucks. Mit dem Winkelhebel haben wir nichts zu thun; denn Zerlegung der Kräfte (oder vielmehr der Richtungen) ist etwas Fremdartiges, worauf uns einzulassen hier nicht nöthig sein wird. Eben so wenig wollen wir die angenommene unbiegsame Linie weiter untersuchen; genug wenn irgend eine solche Vestigkeit vorausgesetzt wird, die man sich unter dem Bilde einer geraden unbiegsamen Linie denken könne.

In Einer Hinsicht aber werden wir die Vorstellung des Hebels nach unsrer Bequemlichkeit umformen. Die unbiegsame Linie braucht nicht zur Drehung bereit zu liegen, nachdem wir diesen Begriff schon zurückgewiesen haben. Man mag an Vertheilung einer Last denken, die von einer auf zwei Puncten ruhenden Stange getragen wird; ein Gegenstand, bei welchem gewöhnlich die Lehre vom Hebel als bekannt vorausgesetzt wird, obgleich kein Drehen dabei vorkommt. Der Hebel ist das Umgekehrte jener Stange. Das Wesentliche aber ist: *dass ein Druck, der von einem Puncte auf einen andern entfernten wirken soll, erst die Distanz dieser Puncte durchlaufen muss; sonst wäre keine Verbindung vorhanden.*




Es gehe ein Druck in *C* aufwärts; die Linie *AB* sei in *A* und *B* bevestigt; man fragt, wie sich der Druck von *C* aus auf die Puncte *A* und *B* vertheile, wenn $CB = 3\,AC$.

Der Druck geht von *C* aus nach beiden Seiten dieses Puncts gleichmässig, wofern, wie hier vorausgesetzt wird, die Linie *AB* gleichförmig in sich zusammenhängt. Ist der Druck linkshin bei *A* angelangt, so wird er hier aufgehalten durch die Bevestigung in *A*. Soll die Linie in Ruhe bleiben, so muss in *D*, wo ein gleicher Druck statt findet, wenn $CD = CA$, derselbe

mit eben so viel Gewalt zurückgehalten werden wie in *A*. Wenn der ganze Druck in $C = 1$, so ist er in *A* und in $D = \frac{1}{2}$. Er wird aber in *D* nicht zurückgehalten, weil hier keine Bevestigung vorhanden ist. Demnach gilt in *D*, was in *C* galt; der Druck aufwärts in *D* wird von *D* aus gleichmässig nach beiden Seiten fortgepflanzt. Er gelangt also nach *A* und *B* gleichmässig, das heisst, auf *B* kommt $\frac{1}{4}$ und auf *A* $\frac{1}{4}$. Nun war der Druck, der von *C* nach *A* gelangte, $= \frac{1}{2}$. Da nun $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$, so ist der Druck in *A* dreimal so gross als in *B*; und hiemit im umgekehrten Verhältnisse der Entfernungen vom *C*.

Man verlängere in Gedanken die Linie *AB* über *B* hinaus, also *rechtshin*, bis zu einem Puncte, den wir *F* nennen; dergestalt, dass $BF = AB$; überdies verlege man die Bevestigung von *B* nach *F*. Wird der Druck in *B*, wo er $= \frac{1}{4}$ war, nicht aufgehalten, so vertheilt er sich nach *A* und *F* gleichmässig; und beträgt an beiden Orten $\frac{1}{8}$. Also in *A* ist ein Druck $\frac{3}{4} + \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$, und in *F* ein Druck $= \frac{1}{8}$; da nun $AB = 4AC = BF$, so ist $AF = AB + BF = 8AC$, und $CF = AF - AC = 7AC$, und hiemit wiederum der Druck in umgekehrtem Verhältnisse der Entfernung von *C* vertheilt.

Die Entfernung *AD* war $= 2AC$; die Entfernung $AB = 4AC$; ferner $AF = 8AC$. Man nehme über *F* hinaus eine Entfernung $AG = 2^n AC$. Der Druck, welcher in $D = \frac{1}{2}$ war, muss in $G = (\frac{1}{2})^n$ sein; desgleichen der in *A* ist $= \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} \ldots + (\frac{1}{2})^n = 1 - (\frac{1}{2})^n$. Nun ist $CG = AG - AC = 2^n AC - AC = (2^n - 1) AC$, also $AC : GC = 1 : 2^n - 1$; und der Druck in *G* verhält sich zum Druck in *A* wie $(\frac{1}{2})^n : \left(1 - \frac{1}{2^n}\right) = 1 : (2^n - 1)$, also entspricht der Druck in *A* der Entfernung des andern Puncts *G* von *C*, welche Zahl auch möge für *n* angenommen werden.

Wir kehren jetzt in den Anfang der Betrachtung zurück. Der Druck, welcher von *C* ausgehend sich eben jetzt nach beiden Seiten ausbreitet, sei bis *A* und *D* gelangt. Nach dem Vorstehenden sieht man voraus, in welches Gleichgewicht der Druck *A* mit dem in *F* treten wird, wenn dort die Bevestigung angebracht ist; eben so, in welches Gleichgewicht der Druck in *D* mit einem links *jenseits A* treten müsse, falls dort, in einer Entfernung, die von *C* angerechnet $= CB$ sei, der veste Punct

sich befindet. Es soll nämlich laut dem Vorstehenden betragen

der Druck in $A$, $\frac{7}{8}$; in $F$, $\frac{1}{8}$;

in $D$, $\frac{3}{4}$; *links* in der Entfernung $CB$, $\frac{1}{4}$. Also zwischen dem Druck in $A$ und in $F$ das Verhältniss $7:1$; zwischen dem in $D$ und jenem links das Verhältniss $3:1$. Oder das erste Verhältniss ist $1:\frac{1}{7}$, das andre $1:\frac{1}{3}$. Setzt man nun den Druck in $A$ und in $D=1$, so stehn damit die Drucke in den Entfernungen $7AC$ und $3AC$ im Gleichgewichte, wenn sie sich verhalten wie $\frac{1}{7}:\frac{1}{3}$.

Allgemein: die Entfernungen nach beiden Seiten von $C$ seien im Verhältniss $(2^n-1)AC:(2^{n+1}-1)AC$, und man nehme die *Einheit* des Drucks in der Entfernung $AC$ auf beiden Seiten, so steht *damit* einerseits ein Druck $\frac{1}{2^n-1}$, andrerseits ein Druck $\frac{1}{2^{n+1}-1}$ im Gleichgewichte; also sind diese Drucke unter sich im Gleichgewichte, wenn sie sich verhalten wie

$$(2^{n+1}-1):(2^n-1).$$

Nun kann man $AC$ so klein nehmen wie man will, und $n$ so gross wie man will. Es sei $n=\infty$, so verschwindet die Zahl 1 neben $2^{n+1}$ und $2^n$. Aber $2^{n+1}:2^n=2:1$; das heisst, wenn die Entfernungen sich verhalten wie $1:2$, so müssen fürs Gleichgewicht die Drucke sich verhalten wie $2:1$.

Dies lässt sich durch einen Rückblick auf das Vorige auch direct zeigen. Es sei nämlich jetzt die Bevestigung in $A$ und in $E$; auch $CE=2AC$. Hat der Druck von $C$ aus sich einerseits bis $A$ ausgebreitet, so ist er andrerseits bei $D$ gleich stark. Da er hier keinen Widerstand findet, so vertheilt er sich von $D$ gleichmässig nach $E$ und $C$. In $E$ beträgt er $\frac{1}{4}$, in $A$, $\frac{1}{2}$; in $C$ auch $\frac{1}{4}$, aber dies muss wegen Mangels an Widerstand abermals vertheilt werden. So kommt auf $A$ noch $\frac{1}{8}$, auf $D$ $\frac{1}{8}$, welches wieder vertheilt für $E$ noch $\frac{1}{16}$, für $C$ auch $\frac{1}{16}$ giebt. Verfolgt man dies weiter ins Unendliche, so hat man für den Punct $A$ die Reihe $\frac{1}{2}+\frac{1}{8}+\frac{1}{32}\ldots+(\frac{1}{2})^{2n+1}$, für den Punct $E$ die Reihe $\frac{1}{4}+\frac{1}{16}\ldots+(\frac{1}{2})^{2n}$. Die erste Reihe hat eine Grenze $=\frac{2}{3}$, die andre $=\frac{1}{3}$, also ist der Druck auf $A$ doppelt so stark wie auf den doppelt entfernten $E$; allein die Sache ist hier doch nicht so einfach, wie im vorigen Falle; die unendlichen Reihen wollen durchlaufen sein; sie zeigen eine Annäherung, aber kein plötzliches, auf Einen Schlag vorhandenes Gleichgewicht.

Denn *der Druck kann nicht eher zu den entferntern Stellen gelangen, bis er die nähern erreicht hat;* und erst nachdem er vollständig vertheilt worden, bildet sich das Gleichgewicht.

Noch etwas verwickelter ist der Fall, wenn ein Hebelarm fünfmal so lang ist als der andre. Man denke sich rechts von $C$ einen Punct $H$, so dass $CH = 5AC$. Ist der auf $C$ angebrachte Druck bis $D$ gelangt, so vertheilt er sich, wie gleich Anfangs gezeigt, von hier wieder auf $A$ und $B$, da er früher nicht aufgehalten wird. Er beträgt bei $B$, wie vorhin, $\frac{1}{4}$. Weil auch hier die Bevestigung fehlt, muss er sich wiederum vertheilen. Während von ihm $\frac{1}{8}$ bis $H$ gelangt, wirkt das andre $\frac{1}{8}$ auf $D$; und so beginnt von diesem Puncte aus eine neue Vertheilung, welche den schon gezeigten Weg immer von neuem durchlaufend eine unendliche Reihe bildet. Man hat nun die Grenze dieser Reihe für den Punct $H$ zu bestimmen. Der erste Druck auf $D$ betrug $\frac{1}{2}$; der jetzige $\frac{1}{8}$; von dem ersten gelangte nach $H$, $\frac{1}{8}$, von jetzigen $\frac{1}{8 \cdot 4}$, weil $\frac{1}{2} : \frac{1}{8} = 4 : 1$. Dieses verfolgend findet man die unendliche Reihe

$$\frac{1}{8} + \frac{1}{8 \cdot 4} + \frac{1}{8 \cdot 4 \cdot 4} \cdots + \frac{1}{8 \cdot 4^n} = \frac{4^n + 4^{n-1} + 4^{n-2} \ldots + 4 + 1}{8 \cdot 4^n},$$

wo $n = \infty$. Die Reihe im Zähler ist $= \frac{4^{n+1}}{3}$; also die Grenze des Bruches $= \frac{4}{3 \cdot 8} = \frac{1}{6}$. Es versteht sich von selbst, dass am andern Ende, bei $A$, der Druck bis zu der Grenze $= \frac{5}{6}$ anwächst, da der Druck sich ganz auf $A$ und $H$ vertheilen muss. Das Verhältniss hier und dort ist demnach $1 : 5$.

Von dem Falle, da ein Arm siebenmal so lang ist als der andre, wurde schon gesprochen; man hat gesehn, dass er *keine* unendliche Reihe erfordert, sondern nächst jenem, wo $CB = 3AC$, der einfachste ist, und aus diesem unmittelbar folgt.

Wir ziehen noch ein paar Fälle in Betracht; wäre es auch nur, um die Verschiedenheit einleuchtender zu machen. Der Punct $H$ rücke weiter hin; und $CH$ sei nun $= 11AC$. Vorhin hatten wir $CF = 7AC$; bei $F$ war der Druck $= \frac{1}{8}$. Fehlt nun bei $F$ die Bevestigung, und befindet sich dieselbe bei $H$, so gelangt dorthin zunächst $\frac{1}{16}$; das andre $\frac{1}{16}$ aber kehrt von $F$ zurück in eine Entfernung $= FH$; es findet dort den Punct $B$, denn $BF = FH = 4AC$. Also von $B$ aus geht nun eine Vertheilung in unendlicher Reihe fort. Bekannt ist aus dem

Vorigen, dass von dem Drucke $=\frac{1}{4}$ bei $B$ sich auf das jetzige $H$ der Druck $=\frac{1}{16}$ verpflanzt; nun beträgt der neue Druck auf $B$ nur $\frac{1}{16}$, also der daraus entstehende auf $H$ ist $\frac{1}{16.4}$; dies fortgesetzt giebt die Reihe $\frac{1}{16}+\frac{1}{16.4}\ldots+\frac{1}{16.4^n}=\frac{4}{3.16}=\frac{1}{12}$; am andern Ende $\frac{11}{12}$; und das Verhältniss $1:11$.

Der Punct $H$ rücke noch weiter; es sei $CH=13AC$. Von dem Drucke $=\frac{1}{8}$ bei $F$ gelangt nun $\frac{1}{16}$ nach $H$; aber $FH$ ist jetzt $=6AC$, also das andre $\frac{1}{16}$ kehrt zurück bis $D$, weil auch $FD=6AC$. Bei $D$ betrug der erste Druck $\frac{1}{2}$; von dort gelangte nach dem jetzigen $H$ $\frac{1}{16}$. Aber $\frac{1}{2}:\frac{1}{16}=8:1$. Vom jetzigen neuen Druck $=\frac{1}{16}$ gelangt also nach $H$ noch $\frac{1}{16.8}$; und die Reihe der successiven Vertheilungen ergiebt für $H$ nun $\frac{1}{16}+\frac{1}{16.8}\ldots+\frac{1}{16.8^n}=\frac{8}{7.16}=\frac{1}{14}$. Auf das andre Ende kommen $\frac{13}{14}$, und das Verhältniss ist $1:13$.

Fragt man, wohin dies Alles führe, so ist die natürliche Antwort: gewiss nicht dahin, das Ungleichartige gleichartig zu machen. Unendliche Reihen, und deren Grenzen, sind nicht gleichartig mit solchen Grössen, die auf einmal bestimmt vorliegen; und die angegebenen Fälle zeigen deutlich, dass selbst die unendlichen Reihen nicht immer von den nämlichen Puncten ausgehn; indem ihnen mehr oder weniger von bestimmter Vertheilung muss vorangeschickt werden. Verlangt man aber einen Weg zu dem bekannten allgemeinen Resultate, unbekümmert um die verschiedenen Weisen, wie es erreicht wird, so lässt sich etwa Folgendes beifügen.

Zuvörderst ergeben sich aus den Bestimmungen für ungleiche Hebelarme nach den Verhältnissen $1:2$, $1:3$, $1:5$, $1:7$, $1:11$, $1:13$, viele Zusammensetzungen von selbst. Theils nach Potenzen; indem z. B. der Druck $\frac{1}{9}$ am neunfachen Arme dem $\frac{1}{3}$ am dreifachen, und dieser dem Drucke 1 am einfachen, also der $\frac{1}{9}$ am neunfachen dem Drucke 1 am einfachen gleich gilt. Theils dadurch dass man die Potenzreihen unter einander zusammenstellt; also etwa den Druck $\frac{1}{3}$ am dreifachen, $\frac{1}{9}$ am neunfachen Arme mit dem Drucke $\frac{1}{2}$ am doppelten, $\frac{1}{4}$ am vierfachen Arme; wo der einfache Druck am einfachen Arme das Mittelglied der Vergleichung bildet. Die Producte kommen hinzu; z. B. der Druck $\frac{1}{6}$ am sechsfachen Arme gilt gleich dem

Drucke $\frac{1}{2}$ am doppelten; dieser dem ganzen am einfachen Arme: also dem letztern auch $\frac{1}{6}$ am sechsfachen; eben so beim zehnfachen Arme als dem doppelt fünffachen. Auch bei Primzahlen vermittelt der einfache Druck bei einfacher Länge die Vergleichung. So findet sich der allgemeine Satz für alle kleinern Zahlen der Reihe nach richtig, so weit man gehen will. Hiebei kann man die Einheit der Längen unendlich klein nehmen. — Ferner, um zu grössern Zahlen zu gelangen, dient die Bemerkung, dass zu einer, den Armen umgekehrt proportionalen Vertheilung des Drucks eine andre eben so proportionale hinzukommt. Das Verhältniss der Arme sei $1 : m$, der Drucke wie $1 : \frac{1}{m}$; der ursprüngliche Druck (in $C$) sei $= 1$; man verlängere den längsten Arm, und das Verhältniss sei nun $1 : m + n$; so muss der Druck $\frac{1}{m+1}$ sich weiter vertheilen; und zwar umgekehrt wie $n$ zu $m + 1$. Auf den Endpunct des verlängerten Arms kommt $\frac{1}{(m+1+n)}$, auf den andern Endpunct kommt $\frac{n}{(1+m)(m+1+n)}$. Dies letztere vereinigt sich mit dem dort schon vorhandnen Drucke $= \frac{m}{m+1}$; die Summe ist $\frac{m(m+1+n)+n}{(1+m)(m+1+n)} = \frac{(m+n)}{(m+1+n)}$; also die Drucke auf beide Endpuncte sind wie $m + n : 1$. Aus dem Drucke $\frac{1}{11}$ am zehnfachen Arme, und der Vertheilung desselben für die Endpuncte nach der Verlängerung, (wenn $m = 10$, $n = 3$,) konnte man das Verhältniss $13 : 1$ finden, wenn man nicht ausführlich die *Art* der Vertheilung, sondern nur das Resultat wissen wollte. So wird man überall von kleinern zu grössern Verhältnissen fortgehn können; und hierin liegt die bekannte allgemeine Regel. Aber auch das liegt vor Augen, dass die Regel ungleichartige Fälle umfasst, die sie nur scheinbar gleichstellt.

Wir wollen den Gegenstand, den wir nun einmal berührt haben, noch etwas weiter verfolgen; nämlich zu der Vertheilung des Drucks auf drei veste Puncte, die mit der gedrückten Stelle in einerlei Ebene, aber nicht in gerader Linie liegen. Man denke sich ein Dreieck, dessen Seiten $a$, $b$, $c$, und gegenüberstehende Winkel bei den Puncten $A$, $B$, $C$; gesucht wird der Druck $\Pi$ auf $A$, $\Pi'$ auf $B$, $\Pi''$ auf $C$. Nichts ist leichter und scheinbar mehr genügend als folgende Vorschrift:

Auf *c* falle von der, innerhalb des Dreiecks liegenden, Stelle *Q*, wo der Druck = *P* unmittelbar angebracht ist, ein Perpendikel; dies mit *P* multiplicirt giebt das Moment der Umdrehung um die Seite *c*. Ein andres Perpendikel aus dem gegenüberstehenden Winkelpuncte *C* auf dieselbe Seite *c*, multiplicirt mit dem dortigen Drucke *Π''*, muss ein eben so grosses Moment der nämlichen Umdrehung ergeben, damit der dortige, dem *Π''* entgegen wirkende, Widerstand die wirkliche Umdrehung um die Seite *c* verhindere. Die beiden Perpendikel zeigen die Höhe der beiden Dreiecke, welche *Q*, und *C*, mit der Seite *c*, das heisst, mit den Winkelpuncten *A* und *B* bilden; und da die Dreiecke bei gleicher Grundlinie *c* sich wie die Höhen verhalten, so kann man sagen: *P* verhält sich zu *Π''*, wie das Dreieck *ABC* zum Dreiecke *ABQ*. Eben so gut aber, als eine Umdrehung um die Seite *c*, kann auch eine Umdrehung um *a* und um *b* angenommen werden; mögen denn aus den gegenüberstehenden Winkelpuncten und aus *Q* die nöthigen Perpendikel auch auf *a* und *b* fallen; danach bestimmen sich auch hier die Momente der Umdrehung, welche gleich sein müssen; und die Höhen der Dreiecke *ABC*, *BCQ*, *ACQ*. Offenbar zerfällt also der ganze Druck = *P* in *Π*, *Π'*, *Π''*, nach den nämlichen Verhältnissen, wonach das ganze Dreieck *ABC* zerfällt in die Dreiecke *BCQ*, *ACQ*, *ABQ*.

Damit ist die Frage beantwortet; und doch kann man weiter fragen: wandert der Druck *P* wirklich so, wie die eben angestellte Betrachtung, bei den Seiten des Dreiecks umher, versuchend, ob um eine oder andre die Umdrehung gelingen könne; und protestiren alsdann jedesmal die gegenüberstehenden vesten Puncte? Oder versucht der Druck *P* etwan alle drei Umdrehungen *zugleich*? Wenn nicht: was geschieht denn eigentlich, indem die Stelle *Q* wirklich gedrückt wird, und die vesten Puncte wirklich widerstehen?

Damit die Frage etwas fühlbarer werde, wollen wir einen Fehlschluss anzeigen, zu welchem man durch die vorstehende Betrachtung wohl verleitet werden könnte. Wir denken uns noch einmal jenes Perpendikel, welches aus dem Puncte *Q* auf die Seite *c* fällt; derjenige Punct auf der Linie *c*, wohin das Perpendikel fällt, heisse *K*. Nun bleibt die Linie *QK* immer die nämliche, wohin auch der Winkelpunct *C*, und mit ihm der Druck *Π''* fallen möge, gegen dessen Moment das Product

*P. QK* im Gleichgewicht stehen soll. Aber auch der Druck *Π'* kann unverändert bleiben, wenn der Punct *C* nur nicht seine Entfernung von der gegenüberliegenden Linie *c* verändert. Man ziehe durch *C* eine Parallele mit *c*; in dieser Parallele verrücke man nach Belieben den Punct *C*; immer wird die Höhe des Dreiecks *ABC* die nämliche bleiben; immer auch einerlei Verhältniss $P:\Pi''$ gefunden werden; und da dies Verhältniss immer durch die Linie *QK* bestimmt ist, so wird vermuthlich der Punct *K* immer einerlei Widerstand leisten; welcher Widerstand ohne Zweifel $= P - \Pi''$ sein wird. Alsdann kann dies $P - \Pi''$ auf die Tragepuncte *A* und *B* der Linie *c* so vertheilt werden, wie das umgekehrte Verhältniss der Entfernungen *AK* und *BK* es mit sich bringt; — und hiemit ist der ungereimte Satz fertig: wenn der Punct *C* sich *in der Parallele mit c* verrückt, so bleibt sowohl $\Pi''$, als der Gegendruck in *K* unverändert; dieser Gegendruck vertheilt sich immer auf gleiche Weise auf *A* und *B*; das Verhältniss $\Pi$, $\Pi'$, $\Pi''$, ist immer dasselbe.

Diese Absurdität zu widerlegen ist nicht nöthig; es kommt vielmehr darauf an, sie zu vermeiden, also den Anlass wegzuschaffen, der dazu verleitete. Man werfe das halbe Dutzend Perpendikel, die zur obigen Demonstration gehören, auf einmal weg; denn durch diese wurde im buchstäblichen Sinne der rechte Punct verfehlt. Folgende Betrachtung, wiewohl etwas weitläuftiger als die obige Demonstration, (die im Fluge ans Ziel kam, aber die Sache nicht aufklärte,) gehört wesentlich hieher.

In der Ebene *ABC* verbreitet sich der Druck *P* vom Puncte *Q* aus gleichförmig nach allen Seiten; also concentrisch in Kreisen um *Q*. Läge nun etwa *Q* im Mittelpuncte des, ein *gleichseitiges* Dreieck *ABC* umfassenden Kreises; so wäre ohne irgend einen weitern Beweis $\Pi = \Pi' = \Pi'' = \frac{1}{3} P$. Da jedoch dies nur Ein Fall unter unendlich vielen möglichen Fällen ist, so wollen wir das Dreieck *ungleichseitig*, und die Distanz *QC* kleiner nehmen als die Distanzen *QA* und *QB*. Hat nun die kreisförmige Ausbreitung des Drucks den nächsten Punct *C* erreicht, so erfordert das Gleichgewicht einen zweiten Widerstand, welcher dem Widerstande in *C* direct entgegenwirke, wie zwei Kräfte am Hebel. Man ziehe eine gerade Linie durch die Puncte *C* und *Q*; *in dieser Linie* muss der *zweite*

Widerstand liegen, damit der Druck in $Q$ sie nicht bewege; und zugleich in der Linie $AB$, oder $c$; denn er kann nur von den Puncten $A$ und $B$ geleistet werden. Wir kommen also hier nicht auf den vorigen Punct $K$, wofern nicht etwa die Linie $CQ$ senkrecht gegen $c$ gerichtet ist; und das ist sie gewiss *nicht immer*, wofern, wie vorhin angenommen wurde, der Punct $C$ seinen Ort in der Parallele mit $c$ verändert. Derjenige Punct, in welchem die Linie $c$ von $CQ$ durchschnitten wird, heisse $q$. Allerdings muss nun der Druck in $q$, welcher die Linie $CQ$ in Ruhe halten, folglich mit $\Pi''$ gleiches Moment haben soll, sich auf die Puncte $A$ und $B$ gehörig vertheilen. Um dies vollends zu bestimmen, bezeichnen wir zuerst die, in dem gegebenen Dreieck $ABC$ gleichfalls gegebene, Distanz $QC$ mit $f$; und benennen mit $u$ und $v$ die Winkel, worin durch die Linie $f$ der Winkel $C$ zerlegt wird. Diese Winkel mögen ebenfalls gegeben sein; so dass auch die Winkel bei dem Puncte $q$ bekannt sind; man wird nämlich im Dreieck $ACq$ einen Winkel $= 180^0 - (A + v)$ an einer Seite der Linie $Cq$, und im Dreiecke $BCq$ den Nebenwinkel $= 180^0 - (B + u)$ an der andern Seite der Linie $Cq$ haben. Endlich werde noch die Linie $Cq = F$ gesetzt. So ist $sin.\ (A + v) : sin.\ A = b : F$; und $sin.\ (A + v) : sin.\ B = a : F$; also $F = \frac{b\ sin.\ A}{sin.\ (A + v)} = \frac{a\ sin.\ B}{sin.\ (A + v)}$. Um nun zuerst den Druck $\Pi''$ zu bestimmen, hat man $P . (F - f) = \Pi'' F$; also $\Pi'' = \frac{P . F - f}{F}$; $P - \Pi'' = P \frac{f}{F}$, das heisst $P - \Pi'' = \frac{P . F\ sin.\ (A + v)}{b\ sin.\ A}$. Dieser Druck $P - \Pi''$ fällt auf $q$, und *er ist es, welcher auf die Puncte A und B sich vertheilt;* und zwar im umgekehrten Verhältnisse der beiden Theile, worin die Seite $AB$ (oder $c$) durch den Punct $q$ zerfällt. Einer dieser Theile findet sich durch die Proportion $sin. (A + v) : sin.\ v = b : \frac{b\ sin.\ v}{sin.\ (A + v)}$; der andre durch die Proportion $sin.\ (A + v) : sin.\ u = a : \frac{a\ sin.\ u}{sin.\ (A + v)}$, wobei man sich erinnern mag, dass $sin.\ (A + v) = sin.\ (B + u)$. Wie nun die ganze Seite $c$ sich verhält zu ihrem Theile $\frac{b\ sin.\ v}{sin.\ (A + v)}$, so soll der Druck $P - \Pi''$ sich verhalten zu demjenigen Theile von ihm, der auf $B$ fällt; und wie die ganze Seite $c$ sich verhält zu ihrem Theile $\frac{a\ sin.\ u}{sin.\ (A + v)}$, so soll der Druck $P - \Pi''$ sich verhalten zu demjenigen Theile von ihm, der auf $A$ fällt. Demnach

$$c : \frac{b \sin. v}{\sin. (A+v)} = P . \frac{f \sin. (A+v)}{b \sin. A} : Pf . \frac{\sin. v}{c \sin. A} \text{ und}$$
$$c : \frac{a \sin. u}{\sin. (A+v)} = P . \frac{f \sin. (A+v)}{b \sin. A} : Pf . \frac{a \sin. u}{cb \sin. A}.$$

Hiemit ist die Vertheilung geschehen. Denn wir haben $\Pi = Pf \frac{a \sin. u}{cb \sin. A}$, $\Pi' = Pf \frac{\sin. v}{c \sin. A}$, $\Pi'' = P\left(1 - \frac{f \sin. (A+v)}{b \sin. A}\right)$ und die ganze Sache lautet kurz so: durch den gedrückten Punct und den nächsten Tragepunct ziehe man eine gerade Linie; der Durchschnittspunct dieser Linie mit der gegenüber liegenden Seite des Dreiecks verbindet zwei Hebel, deren jeder im Gleichgewicht stehn muss.

Dass nun dies mit obiger Vorschrift im Resultate zusammenstimmt, lässt sich leicht zeigen. Das Dreieck $BCQ = \frac{1}{2} af \sin. u$ und das Dreieck $ACQ = \frac{1}{2} bf \sin. v$ werde dividirt durch das ganze Dreieck $ABC = \frac{1}{2} bc \sin. A$, so findet man $\Pi$ und $\Pi'$; das dritte Dreieck $ABQ$ ist $= \frac{1}{2} c(F-f) \sin. (A+v)$; die Division durch $ABC$ giebt $\frac{(F-f) \sin. (A+v)}{b \sin. A} = 1 - f\frac{\sin. (A+v)}{b \sin. A}$, weil $F = \frac{b \sin. A}{\sin. (A+v)}$, und hiemit ist auch $\Pi''$ gefunden. Aber die Flächen der Dreiecke sind überflüssig, wo nur drei Tragepuncte gegeben werden.

Was ist nun erträglicher, jene Lehre von den drei Umdrehungen, oder die übliche Darstellung des Hebels mit fingirten Gewichten, die wieder verschwinden sollen, weil sie sich unter einander aufheben? In solcher Vergleichung möchten die Umdrehungen doch noch einen Vorzug behalten. Denn obgleich es einleuchtet, dass die drei Umdrehungen nicht auf einmal können versucht werden; auch schwer zu sagen sein möchte, ob etwa der erste Versuch, zu drehen, gegen die Seite, welche dem gedrückten Puncte zunächst liegt, mithin die grösste Winkelgeschwindigkeit darbietet, oder lieber gegen die entfernteste, wogegen der Druck das grösste Moment hat, solle unternommen werden, — jedenfalls noch ehe der Druck auf die Endpuncte bestimmt worden, denn diese Bestimmung will man ja erst durch die sämmtlichen Drehungsversuche erreichen, — so liegt doch wenigstens der Gedanke des möglichen Umdrehens, falls etwan einer der Stützpuncte ein wenig nachgäbe, im Kreise der Frage und der mit ihr verbundenen Begriffe; er ist nicht gänzlich aus der Luft gegriffen, sondern die Fiction wird vom Gegenstande dargeboten. Wann hin-

gegen am Hebelarm von dreifacher Länge das einfache Gewicht sich mit dem dreifachen Gewichte am einfachen Hebelarme ausgleicht, so findet sich hierin nicht die mindeste Spur von Nöthigung zu folgender Annahme:

*A* *C* *B* *D* *E*

1) In *A* 3 Pfund niederwärts; in *B* 3 Pfund niederwärts; in *C* 6 Pfund aufwärts.
2) In *C* 2 Pfund niederwärts; in *D* 2 Pfund niederwärts; in *B* 4 Pfund aufwärts.
3) In *E* 1 Pfund niederwärts; in *B* 1 Pfund niederwärts; in *D* 2 Pfund aufwärts.
4) Also in *A* 3 Pfund niederwärts; in *C* 6 — 2 = 4 Pfund aufwärts; in *B* 3 — 4 + 1 = 0 Pfund, in *D* 2 — 2 = 0 Pfund, in *E* 1 Pfund niederwärts.

Hier hat man

| | wirkliche Pfunde | | fingirte Pfunde | |
|---|---|---|---|---|
| 1) | in *A*, | 3 Pfund | in *B*, | 3 Pfund |
| | in *C*, | 4 Pfund | in *C*, | 2 Pfund |
| 2) | | | in *C*, | 2 — |
| | | | in *D*, | 2 — |
| | | | in *B*, | 4 — |
| 3) | in *E*, | 1 Pfund | in *B*, | 1 — |
| | | | in *D*, | 2 — |
| | | 8 Pfund | | 16 Pfund |

Sechzehn fingirte Pfunde, um acht wirkliche Pfunde ins Gleichgewicht zu bringen.

Es giebt allerdings Fälle genug, wo man froh sein muss, Begriffe durch Begriffe verknüpfen zu können, ohne sich an die Reihe dessen, was geschieht, zu binden. Der spinozistische Satz: *ordo et connexio idearum idem est ac ordo et connexio rerum*, ist ganz und gar kein Canon für das menschliche Forschen. Allein hier ist nicht einmal bloss die Abweichung der Gedankenreihe von der Folge des Wirklichen, sondern sogar die Abweichung der Gedanken vom gedachten Gegenstande zu tadeln. Ein ähnliches ganz einfaches Beispiel, wo überall nicht vom Wirklichen die Rede ist, mag der Satz geben: $\sin.(A+B) = \sin.A\cos.B + \sin.B\cos.A$. Bekanntlich giebt es Lehrbücher, die sich ganz ernsthaft die Mühe geben, diesen Satz zu beweisen, während er nur einer zweckmässigen Zeichnung bedarf, wenn man nicht etwan die Nachweisung, dass in

der Figur sich ein Winkel wiederholt, für einen Beweis gelten lässt. Man zeichne, um es bequem zu haben, den ersten Radius horizontal, öffne aufwärts den Winkel $A$, weiter aufwärts den Winkel $B$; zeichne ferner die linearen Sinus von $A$, $B$, und $A+B$ wie gewöhnlich; und bemerke nun den Punct, wo der Sinus und der Cosinus von $B$ zusammenstossen. Aus diesem Puncte werde eine horizontale und eine lothrechte Linie gezogen, und zugleich beachtet, dass in dem obersten Puncte der Figur, von wo sich der Sinus von $B$ und von $A+B$ herab senken, der Winkel $A$ sich wiederholen muss; (wegen Gleichheit zweier Scheitelwinkel und zweier rechter Winkel, die gar nicht zu verfehlen sind). Weiss man dieses, so liegt der Sinus von $A+B$ als bestehend aus zwei Theilen, unmittelbar vor Augen; dem obern Theile kann man keine andre Benennung geben als Sinus$B$ mal Cosinus $A$, dem untern keinen andern Namen als Cosinus$B$ mal Sinus $A$. Daher bleibt hier zum Beweisen kein Raum; und eben so unmittelbar liegt in der nämlichen Figur der Satz $cos. (A+B) = cos. B\, cos. A - sin. B\, sin. A$ vor Augen.

Man vergleiche hiemit den, halb construirenden, halb rechnenden, aus einem Viereck und einem Dreieck im Kreise hergeholten, und die Eigenschaften des Kreises mehrfach in Anspruch nehmenden Beweis, welchen Klügel in seinem mathematischen Wörterbuch (Artikel *Goniometrie*) für den *leichtesten* Beweis ausgiebt. Historisch merkwürdig mag es sein, dass Ptolemäus auf den nach ihm benannten Satz die Berechnung der Chorden gegründet hat; für den innern Zusammenhang aber entscheidet dieser Umstand nichts mehr, als der, dass einst ein Mathematiker begehrte, man solle den pythagoräischen Lehrsatz aus dem ptolemäischen beweisen. Warum nicht gar etwan den Satz von den gleichen Rechtecken, wenn zwei Chorden des Kreises sich schneiden, aus der allgemeinen Lehre von den Kegelschnitten ableiten? Wirklich scheint zuweilen durch Erhebung zum Allgemeinsten der Logik ein Respect erwiesen zu werden, den sie schwerlich verdanken möchte, wenigstens nicht durch einen Gewinn an Klarheit verdanken kann. Nicht alle abstracten Begriffe werden dadurch gewonnen, dass man unnöthige Merkmale beseitigend die Begriffe vereinfacht; und nicht jeder abstracte Satz enthält alles das, worauf bei den ihm untergeordneten Fällen die volle Einsicht

in seine Wahrheit beruhet. Man kann den Kreis der Ellipse, als dem allgemeinern Begriff, subsumiren; dennoch ist der Begriff der Ellipse weit mehr zusammengesetzt; man soll zwei Axen unterscheiden, man kommt zu zwei Brennpuncten, man verliert die gleichförmige Krümmung des Kreises, es kommen die Durchmesser, die Krümmungshalbmesser zum Vorschein u. s. w. Wo läge nun ein Verdienst, wenn man wirklich den Kreis aus der Ellipse demonstriren könnte? Und was die volle Einsicht in die Fälle anlangt, die unter einer allgemeinen Regel befasst waren: davon ist eben hier ein Beispiel gegeben. Man mag überlegen, ob das *volle* Einsicht ist, dass am Hebel das Gleichgewicht ein umgekehrtes Verhältniss der Arme und der Kräfte erfodert; so lange nämlich die Frage umgangen war, *wie* denn der Druck, welcher den Kräften entgegenwirkt, *an den Hebelarmen fortgeleitet* werde, um sich mit den Kräften und die Kräfte unter einander in Gemeinschaft zu bringen. Dass er von Ort zu Ort muss fortgeführt werden, und zu den entfernteren Stellen nicht gelangen kann, ohne die näheren zu durchlaufen, liegt am Tage; aber man hatte sich nicht darum bekümmert, und die ungleichartigen Fälle des mehr oder weniger schnell und bestimmt sich ausbildenden Gleichgewichts wurden nicht unterschieden.

Zu unserer Absicht ist hoffentlich nicht nöthig, auch noch desjenigen Falles zu gedenken, welcher eintritt, wenn ein Balken auf drei oder mehrere Stützen gelegt wird, die in gerader Linie stehn. Bekanntlich reicht hiebei die gewöhnliche Betrachtung des Hebels nicht hin. Auch würde die Vertheilung auf drei Puncte in gerader Linie unmöglich sein, wenn der Balken vollkommen unbiegsam, oder die Stützen durchaus vest wären; denn alsdann müssten die beiden Stützen, zwischen welche der Schwerpunct fällt, das Gewicht ganz tragen. Anders ist's, wenn der Balken gedacht wird, als hinge er in drei Stricken; da lässt sich die etwas schiefe Lage bestimmen, welche der Balken annehmen wird, und hiemit auch der Antheil am Gewicht, welchen jeder Strick zu tragen bekommt. Oberflächlich angesehen, hat dieser Fall noch mehr Aehnlichkeit als die vorigen mit dem ungleichen Sinken dreier Vorstellungen von ungleicher Stärke; allein er ist zu verwickelt für unsern Zweck; und wir gehen nicht darauf aus, Analogien zu empfehlen, sondern solche die sich aufdringen, unschädlich zu machen.

Mag der Druck, dessen *Vertheilung* untersucht wurde, sich so oder anders vertheilen: immer wird er getragen; es ist Druck und Gegendruck, es ist auch Gleichheit beider vorhanden, und hierin kein Unterschied zwischen vertheiltem Druck und demjenigen, welcher unvertheilt getragen wird, wo eine Masse auf Einer vesten Stütze ruhet.

Allein die Bedeutung des Wortes *Gleichgewicht* ist hierauf nicht beschränkt. Der Gegensatz zwischen Statik und Mechanik erfodert, dass man Ruhe und Bewegung einander entgegen setze. An die Stelle der Bewegung, einer Veränderung des Orts, tritt alsdann für Vorstellungen, die einmal nichts Räumliches sind, das Uebergehen von Klarheit in Verdunkelung und umgekehrt. Dies Uebergehen hat in jedem Augenblicke für jede Vorstellung seine bestimmte Geschwindigkeit: wenn aber die Geschwindigkeit, welche durch wider einander wirkende Vorstellungen nothwendig gemacht war, jetzt $=0$ wird, dann ist Stillstand, und mit ihm Gleichgewicht in so fern vorhanden, als die Vorstellungen in ihrer Wechselwirkung den Punct erreicht haben, über den sie nicht hinaus, jenseits dessen sie nichts mehr ausrichten können.

Nun gehe man zum Hebel zurück. Ungleiche Gewichte an ungleichen Hebelarmen, bei umgekehrtem Verhältnisse, sind *unter sich* im Gleichgewicht. Aber hier ist nicht jenes zuerst erwähnte Gleichgewicht zweier gleich starken Drucke, die wegen entgegengesetzter Richtung sich aufheben. Die ungleichen Gewichte werden nicht dadurch gleich, dass man sie an ungleichen Hebelarmen aufhängt. Nur darum, weil keins das andre bewegen kann, schreibt man ihnen Gleichgewicht zu. Man denke hier an die Umdrehung des Hebels, welche jedes Gewicht bewirken würde, wenn das andre schwächer oder dem Unterstützungspuncte näher wäre. Man verrücke ein Gewicht, und die Umdrehung erfolgt; man bringe es wieder an die rechte Stelle, und die Möglichkeit des Drehens verschwindet. Also diese Stelle, die wir die rechte nannten, bringt die Möglichkeit der Bewegung auf Null.

Wo nun zwischen ungleichen Kräften Gleichgewicht erfolgen soll, da sieht man sogleich, dass ein Umstand hinzukommen muss, der die Ungleichheit aufhebt. Das heisst nicht: die ungleichen Kräfte *an sich* gleich macht, denn sie sind eben der Voraussetzung nach ungleich, — sondern der hinzukom-

mende Umstand muss einen Erfolg, den die Kräfte haben, begünstigen auf der einen Seite, und vermindern auf der andern. Beim Hebel ist's die Länge der Arme, welche hier günstig, dort ungünstig auf den Erfolg, nämlich auf die Umdrehung nach einer oder der andern Seite wirkt. Was bei den Vorstellungen an die Stelle der Hebelarme tritt, davon gleich weiterhin; wiewohl man es als längst bekannt voraussetzen dürfte.

Zunächst aber wollen wir hier aussprechen, dass bei den frei steigenden Vorstellungen, (welche den Gegenstand der folgenden Abhandlung ausmachen,) auch jener erste, engste Begriff des Gleichgewichts, — wirkliche Gleichheit des Drucks und Gegendrucks, — seinen Platz finden wird. Es wird ein Unterschied zum Vorschein kommen, dessen Analogon wir am Hebel schon nachgewiesen haben. Ein Unterschied, der nothwendig beachtet werden muss, weil zwei ganz verschiedene Begriffe sich dem Nachdenkenden leicht wechselsweise darbieten können, die, wenn man unvermerkt aus dem einen in den andern hinübergleitet, einander gegenseitig verderben.

Am Hebel ist eigentlich, wie oben gezeigt wurde, Gleichgewicht zwischen *beiden* Gewichten *zusammengenommen* einerseits, und dem Gegendrucke am Unterstützungspuncte andererseits, vorhanden. Hier ist die *wirkliche Gleichheit des Drucks und Gegendrucks.*

Aber am Hebel *können* auch die Gewichte, *in so fern* sie, anders angebracht, eine Umdrehung hervorbringen würden, einander entgegengesetzt werden, und hier haben wir jene *Gleichheit nicht der Kräfte, sondern der Erfolge.*

*Beide Begriffe* sollen auf die Vorstellungen angewendet werden; nur nicht vermengt, sondern jeder am rechten Orte.

1) Mehrere, unter sich entgegengesetzte, Vorstellungen seien aus dem Bewusstsein verdrängt gewesen: plötzlich verschwinde alle Hemmung. Sogleich wird jede, gemäss ihrer ursprünglichen Stärke, anfangen, sich empor zu richten. Aber indem sie sämmtlich hervortreten, entsteht unter ihnen selbst, gemäss den Graden ihres Gegensatzes, eine Hemmung. Wie lange werden sie fortfahren zu steigen? Und wie weit werden sie kommen? — Noch ehe dies durch Rechnung bestimmt wird, sieht man im allgemeinen gleich Folgendes: die Hemmung ist das Hinderniss; die ursprüngliche Stärke ist es, welche zum

Steigen treibt. Da ist Druck und Gegendruck. Wie gross das Quantum der Hemmung, so gross muss der noch übrige Antrieb zum Steigen sein; nicht eher kann das Steigen aufhören; nicht länger und nicht weiter kann es fortfahren. Also: ist die Grenze des Steigens erreicht, so muss sich finden, dass, wenn das Quantum des hervorgetretenen Vorstellens abgezogen wird von der Summe der Vorstellungen selbst nach ihrer ursprünglichen Stärke, der Rest gleich sei der hervorgetretenen Hemmungssumme. Wegen der hieher gehörigen Rechnungen verweisen wir auf die folgende Abhandlung.

2) Mehrere, unter sich entgegengesetzte Vorstellungen entstehen eben jetzt in unmittelbarer Wahrnehmung. So können sie nicht bleiben; sie sind weit entfernt vom Gleichgewichte; sie müssen sinken wegen des Gegensatzes. Wie unterscheidet sich aber dieser Fall vom vorigen? — Erstlich: die ganze Hemmungssumme ist auf einmal da; sie entsteht nicht erst, sie hängt nicht ab von dem, was noch geschehen wird; ihr kann nichts versagt werden; sie ist eine unabänderliche Nothwendigkeit dessen, was geschehen muss. Also kann sie auch nicht in irgend ein Gleichgewicht, wie wenn sie ein Glied desselben wäre, eintreten. Aber zweitens: sie kann auch nicht allein bestimmen, wieviel von jeder einzelnen Vorstellung sinken werde; sondern dies hängt davon ab, in welchem Verhältnisse die Vorstellungen gegen die Hemmung nachgiebig sind. Drittens: die Vorstellungen sind nicht ursprünglich Kräfte; aber sie werden es in dem Maasse, in welchem der gewaltsame Zustand wächst, worin die Hemmung sie versetzt. Also: unter den Vorstellungen muss sich das Gleichgewicht bilden; und zwar dadurch, dass die schwächern mehr, die stärkern weniger in den gewaltsamen Zustand versetzt werden.

Diese Begriffe sollen nun zwar nicht aus der Lehre vom Hebel verstanden werden, als ob sie von dort entlehnt oder abgeleitet wären. Aber vorausgesetzt, man könne sich der Analogien nicht enthalten, so mag man nun zusehn, wie jene, beim Hebel vorkommenden Begriffe hieher passen.

Wo die Hemmungssumme nur soweit anwächst, als das Steigen der Vorstellungen sie mitbringt, da gleicht sie einer Last, die getragen wird, und sich mit den Kräften ins Gleichgewicht setzt. Hier haben wir den Druck, der sich vertheilt.

Wo aber die Hemmungssumme ursprünglich da ist, da soll

unter den Vorstellungen ein Umstand hinzukommen, welcher mache, dass der Erfolg eine Grenze finde, worüber hinaus kein weiteres Wirken statt habe. So soll unter den Gewichten, so fern sie den Hebel drehen könnten, eine Ungleichheit der Arme hinzukommen, vermöge welcher das kleinere Gewicht im Stande sei, die Umdrehung durchs grössere zu hindern. Anstatt der Ungleichheit der Arme hat man bei den Vorstellungen die schon geschehene Hemmung, also den gewaltsamen Zustand, welchen die schwächern mehr als die stärkern erleiden müssen, bevor an Gleichgewicht zu denken ist. Nachdem dieser Unterschied des Mehr und Weniger seine gehörige Grösse erreicht hat, ist die Möglichkeit der weitern Hemmung, des tiefern Sinkens, auf Null gebracht; in so fern sie nämlich von den in Wechselwirkung begriffenen Vorstellungen abhängt. Man hat also hier nur ein Gleichgewicht des Erfolgs; es bedarf keiner Gleichheit weder der Energien, noch der ursprünglichen Stärke; eben so wenig als beim Hebel Gleichheit der Gewichte und Gleichheit der Hebelarme nothwendig ist. Vielmehr dienen gerade die entgegengesetzten Ungleichheiten zur Ausgleichung.

Wir haben gesagt, die Gleichheit des Drucks und Gegendrucks komme bei den zugleich steigenden Vorstellungen zur Anwendung. Dies darf nicht so verstanden werden, als ob dort die andre Art des Gleichgewichts fehlte. Vielmehr liegt es in der Natur der Sache, dass nicht bloss die Hemmungssumme sich gegen das noch übrige Aufstreben der Vorstellungen ins Gleichgewicht setzen muss, sondern überdies noch *in Ansehung* der Hemmungssumme, als einer unabänderlichen Nothwendigkeit des Sinkens, die Vorstellungen selbst durch die Art, wie sie dies nothwendige Sinken unter sich theilen, *unter einander* ins Gleichgewicht treten. Die folgende Abhandlung wird zeigen, dass zur Unterscheidung beider Forderungen *der Calcul selbst* eine ungesuchte Hülfe leistet; indem er, mit einer merkwürdigen Genauigkeit, zweierlei Exponentialgrössen herbeiführt, von denen nur die eine sich auf die Hemmungssumme bezieht.

Soviel von der Analogie mit dem Hebel. Man erinnert sich vielleicht einer andern, ebenfalls beinahe unvermeidlichen Analogie der Vorstellungen mit elastischen Körpern. Diese Vergleichung ist unentbehrlich im Vortrage für Anfänger, die von

dem Beharren der Vorstellungen, — und zwar in ihrer ganzen ursprünglichen Stärke — auch dann, wann sie aus dem Bewusstsein verdrängt sind, Mühe haben den Gedanken anders als so zu fassen: die Vorstellungen seien elastisch, und hiemit einer Formänderung fähig, ohne Verlust des Vermögens, sich von selbst wieder in ihren ursprünglichen Zustand zu versetzen, nachdem das Hinderniss entweiche. Will man nun diese Analogie weiter durchführen, so bietet sich zunächst dieses dar, dass mehrere neben einander liegende Stahlfedern gemeinschaftlich ein Gewicht zu tragen haben, unter welchem die schwächern Federn sich mehr, die stärkern weniger krümmen werden; das Gewicht bedeutet die Hemmungssumme, die verschiedene Nachgiebigkeit der Federn das Hemmungsverhältniss. Allein diese Analogie verleitet zu der Meinung: wie das Gewicht zwar um Etwas sinke, dann aber getragen werde, so sinke auch die Hemmungssumme *ein wenig*, dann setze sie sich ins Gleichgewicht gegen den Widerstand der Federn, und sinke *nun nicht weiter*. Sie muss aber ganz und gar sinken; sie ist nichts anderes als diese Nothwendigkeit des Sinkens so lange, bis sie wirklich vollständig gesunken ist; und auch bei steigenden Vorstellungen geschieht das Sinken während des Steigens; man kann *zuletzt*, das heisst eigentlich nach unendlicher Zeit, denjenigen Theil der noch aufstrebenden Vorstellungen, welcher am ferneren Steigen gehindert ist, als die gesunkene Hemmungssumme betrachten, so dass man auch sagen kann, sie ist nichts anderes als die Unmöglichkeit des ferneren Steigens; welche aus dem gegenseitigen Drucke des wirklich hervorgetretenen Vorstellens entsteht. Als Rechnungsgrösse betrachtet, findet man sie nun auch in diesen, wirklich hervorgetretenen Vorstellungen; dann aber ist sie anzusehen als eine Last, die nicht im geringsten sinken kann, weil sie zuletzt, bei völlig ausgebildetem Gleichgewicht, auch vollkommen getragen wird.

Man kann versuchen, auch diese Analogie in eine andre Form zu bringen, damit wenigstens jener Irrthum vermieden werde. Wir denken uns zuvörderst eine Reihe von Cykloiden, dergleichen ein Punct in der Peripherie eines Rades nach einander beschreibt, während das Rad auf ebenem Boden immer fortrollt. Zwei oder drei solcher an einander gehefteten Cykloiden seien eben so viele Stahlfedern. Die beiden äussersten Endpuncte dieser Reihe von Bogen (auf deren cykloidalische

Gestalt hier nichts ankommt) seien eingeschroben in ein paar Balken; und von diesen beiden Balken stehe der eine vollkommen vest; der andre sei beweglich. Nun werdo mit Gewalt der letztere wirklich von der Stelle gerückt, so dass seine Entfernung vom erstern um ein bestimmtes Stück wachse; alsdann aber werde derselbe gleichfalls an seinem jetzigen Platze vollkommen bevestigt. Die zwischen den Balken befindlichen Stahlfedern werden sich ausdehnen müssen; alle um gleichviel, wenn sie gleich stark sind; falls aber unter ihnen einige stärker, andere schwächer sind, so ist nicht eher Gleichgewicht unter den Federn, als bis die schwächern eben dadurch, dass sie sich mehr ausdehnen, auch mehr Energie gewinnen, um der fernern Ausdehnung sich zu widersetzen. Nach solcher Umformung der Analogie gewinnt man soviel, dass die Hemmungssumme nicht mehr einem wirklichen Dinge (wie vorhin dem Gewichte) kann verglichen werden; und überdies, dass die Entfernung der Balken, welche eben das Gleichniss für die Hemmungssumme ist, als eine unabänderliche Nothwendigkeit sich darstellt, die nicht selbst in ein Gleichgewicht eingeht, sondern, (wie bei sinkenden Vorstellungen,) bloss die Stahlfedern nöthigt, unter einander ein Gleichgewicht zu bilden, indem sie die erzwungene Ausdehnung unter sich theilen. Allein nun fehlt der Analogie ein Hauptpunct; dieser nämlich, dass die Hemmungssumme von den Vorstellungen, in so fern sie entgegengesetzt sind, herrührt, während das Gleichniss ihr das Ansehen einer äussern Gewalt giebt.

Um wiederum diesen Uebelstand zu vermeiden, könnte man gar auf den Gedanken kommen, die Vorstellungen mit chemisch differenten Stoffen, etwan Säuren und Alkalien, zu vergleichen. Da wäre der Gegensatz selbst der Grund einer Hemmung, — nämlich der Neutralisirung, wobei die sinnlichen Eigenschaften jedes einzelnen Stoffes verloren gehn, — und zugleich der Grund einer neuen Gestaltung, — nämlich der Krystallisation, womit nun die Bestimmung des Hemmungsverhältnisses, und die hievon abhängende Verschmelzung der Vorstellungen nach der Hemmung, verglichen zu werden sich gefallen lassen müsste. Was ist das Ende? Alle Analogien werden denjenigen im Stiche lassen, der nicht Achtsamkeit oder Fähigkeit genug besitzt, um die Sache selbst, unmittelbar wie sie ist, zu begreifen. *Omne simile claudicat.* Man kann durch Gleichnisse nur aufmerksam machen; den Begriff selbst muss immer noch das eigne Nachdenken erzeugen.

## II.

## ÜBER FREI STEIGENDE VORSTELLUNGEN.

### Einleitung.

Die Untersuchungen, welche hier folgen, können ihren Kreis erweitern bis zu einem Seitenstück für die schon bekannten Grundlinien der Statik und Mechanik des Geistes; denn man stösst hier und dort auf ähnliche Fragepuncte. Damit ist ihnen nun zwar ihre Stelle bezeichnet; allein es ist nicht ganz so leicht, ihren Zusammenhang mit den Thatsachen vor Augen zu legen. Zwar lässt sich kurz sagen, man möge sich erinnern an das Erwachen aus dem Schlafe, und an die hiemit von selbst hervortretenden Gedanken; an das Wiederkehren zum Geschäft nach einer störenden Unterbrechung, wobei die Vorstellungen der Gegenstände, womit man beschäftigt war, sich von selbst aufs neue erheben, nachdem sie für eine Zeitlang verdrängt waren. Das freie Steigen solcher Vorstellungen ist keine Reproduction in dem Sinne, wie wir dies Wort zu nehmen pflegen: denn es bedarf dazu keiner reproducirenden durch Wahrnehmung gleichartiger, oder durch Verbindung anderer Gegenstände mit dem, was sich jetzt im Bewusstsein erhebt. Die Störung braucht nur aufzuhören; der Schlaf braucht nur zu entweichen. Dass nun, wenn mehrere unter einander entgegengesetzte Vorstellungen unter solchen Umständen zugleich steigen, sich die Fragen nach ihrer Hemmung und Verbindung erneuern müssen; und dass die Untersuchung eine andre Gestalt annehmen wird als bei den zugleich sinkenden, sieht man auf den ersten Blick. Fragt man nach der Möglichkeit der Untersuchung, so ist die Antwort: sie geschieht in Folge schon bekannter Gründe, und ist nur Fortsetzung des längst Begonnenen. Dies Alles reicht jedoch nicht hin, um das Eingreifen

der Betrachtung frei steigender Vorstellungen in das Ganze der Psychologie hinreichend deutlich zu machen.

Wollte man sich an die verschiedenen Seelenvermögen wenden, so würden deren Anhänger vielleicht jedem derselben frei steigende Vorstellungen beilegen wollen; frei steigende Begriffe, Urtheile, Schlüsse eben so wohl, als Phantasien und Vorräthe des Gedächtnisses. Wir lassen uns darauf nicht ein, sondern erinnern bloss, dass zwar gegen das freie Steigen auch der verschiedensten Vorstellungen nichts einzuwenden ist, dass aber die Untersuchung ihren Anfang nur da nehmen kann, wo noch keine Verwickelungen vorkommen; und dass man des Anfangs wegen zu der Voraussetzung einfacher Vorstellungen zurückgehen muss.

Gerade dieses nothwendige Beiseitesetzen aller Verwickelungen nun erschwert am meisten die Anknüpfung an das Bekannte; denn wir finden in unserer Selbstbeobachtung den Zustand unserer Vorstellungen nicht einfach; wir finden uns mitten in der Verwickelung, die im Laufe langer Jahre entstanden ist.

Den allbekannten Mittelpunct unseres Bewusstseins bildet das eigne Selbst, das Ich. In dem grössern psychologischen Werke, welches diesen Untersuchungen zum Grunde liegt, ist vom Selbstbewusstsein, und noch früher von der Apperception, ausführlich gehandelt worden. Vom dortigen Vortrage gehe man im eignen Nachdenken weiter, nur nicht vorwärts zu den Folgen, sondern rückwärts zu den Voraussetzungen; und man wird gelangen bis zu dem Gegensatz zwischen unserm Innern und Aeussern; man wird überlegen, dass eine beständige Wechselwirkung stattfindet zwischen dem, was die Wahrnehmungen von Aussen bringen, und was im Innern schon ist, sei es nun, dass man dieses Innere als einen vorhandenen Vorrath oder als reizbar und regsam betrachte.

Richtet Jemand den Blick auf sich selbst, und soll das Selbst mehr bedeuten als bloss den Leib, so ist dieser Blick gewiss ein Blick nach Innen. Betrachtet Jemand sich als ein vorstellendes Wesen, so hat er ohne Zweifel schon Vorstellungen als solche unterschieden von vorgestellten Dingen. Vergangenes oder Abwesendes hat ihm vorgeschwebt; oder irgendwie hat er Dinge ihrer Beschaffenheit nach angetroffen, wo sie in der Wirklichkeit nicht waren; er hat sie dort als Bilder angesehen,

denen die Wirklichkeit fehle. Ohnehin ist der Mensch in einem beständigen Durchgehn durch mancherlei Wohl und Wehe; in diesem Durchgange finden sich Vorstellungen, zu denen der Vorstellende hinzugedacht wird. Dass nun der Mensch seine Vorstellungen ursprünglich mit Hülfe der ihm verliehenen Sinne erzeugte, diese Betrachtung würde uns hier zuweit rückwärts führen; in dem Augenblicke der Erzeugung werden die Vorstellungen nicht als solche, nicht als blosse Bilder aufgefasst; der Sehende glaubt die Dinge selbst zu sehen, der Tastende glaubt die Dinge selbst zu betasten. Dass die Vorstellungen, welche der Mensch sich zuschreibt, einer fernern, höchst mannigfaltigen Ausbildung fähig sind, diese Betrachtung würde uns zuweit vorwärts führen; denn hier soll nicht von höhern Bildungsstufen geredet werden. Dass sowohl die im Innern schon vorhandenen Vorstellungen, als auch die neuen, noch hinzukommenden Wahrnehmungen, in langen Reihen reproducirend auf andre und andre Vorstellungen wirken, diese Betrachtung würde uns seitwärts von unserm Ziel ablenken. Vieles von dem, woran man unwillkürlich denkt, wenn ins Innere der Blick gelenkt wird, muss absichtlich bei Seite gesetzt werden, weil es die Untersuchung stören würde. Auch des Selbstbewusstseins ist hier nur deshalb Erwähnung geschehen, um einen bequemen oder doch bekannten Anknüpfungspunct zu haben. Nicht einmal die Apperception dessen, was der Mensch als zeitlich wechselnd in sich wahrnimmt, gehört hierher. Freilich kann man sich schon die gewöhnlichsten geistigen Zustände (noch abgesehen von jeder besondern Aufregung) nicht anders deutlich auseinandersetzen, als indem man die vorhandenen Vorstellungen, die hinzukommenden Wahrnehmungen, die von beiden ausgehenden Reproductionen, und die Apperceptionen beachtet und unterscheidet. Von diesen vier Puncten aber sind es bloss die ersten beiden, die hierher gehören; und wiederum sollen von den eben vorhandenen Vorstellungen diejenigen, welche etwa kurz zuvor durch Reproduction oder Wahrnehmung mochten herbeigeführt sein, abgerechnet werden, damit nur die frei aufgestiegenen übrig bleiben.

Bei weiterer Uebertragung indessen wird man leicht gewahr werden, dass jenes zur Seite Gelegte darum nicht bestimmt ist in Vergessenheit zu gerathen. Wiewohl die bevorstehende Un-

tersuchung es nicht unmittelbar in sich aufnehmen kann, so hat sie doch darauf sehr nahe liegende Beziehungen. Denn welche Vorstellungen mögen diejenigen sein, die zum freien Hervortreten sich eigneten? Die schwächsten gewiss nicht; denn sie müssen der Hemmung überlegen sein, die Alles dasjenige, was nur als Vorrath von Kenntnissen dienstbar ist, aus dem Bewusstsein entfernt hält, solange es nicht gebraucht und durch das Bedürfniss reproducirt wird. Hat man sich einigermaassen mit dem Gedanken solcher Hemmung vertraut gemacht, so weiss man schon, dass unter den frei steigenden Vorstellungen gerade die stärksten, bleibendsten, einflussreichsten müssen gesucht werden; Vorstellungen von dem, was zu thun, zu bewirken, oder doch zu erwarten, zu hoffen, zu fürchten sei; Vorstellungen, welche in unsere Zweckbegriffe eingehen, wo nicht gar zu denen gehören, die dem Menschen selbst wider seinen Willen Antrieb und Richtung im Denken und Handeln geben; Vorstellungen, die nicht bloss einmal steigen und bald wieder sinken, sondern jeden Tag mit jedem neuen Erwachen von neuem steigen, und, einmal hervorgetreten, nun nicht mehr weichen, ausser in kurzen Fristen, um sogleich ihren alten Platz wieder einzunehmen.

Dass solche Vorstellungen den entscheidendsten Einfluss auf das Selbstbewusstsein haben, dass sie bestimmen, was der Mensch von sich hält, was er sein will nnd nicht will, was er wagt und wovor er zagt, ja selbst, was er in sich sieht, weil er sucht, oder in sich verkennt, weil er es vermeiden möchte: dies gehört zu den bekannten Dingen, deren Ausmalung man hier nicht erwarten wird. Auch darf man nicht allen frei steigenden Vorstellungen die nämliche praktische Wichtigkeit beilegen. Es giebt deren genug, die als alte Erinnerungen auftauchen, als Phantasien und Träume umherschweben; auch sind sie nicht alle gleich stark; und manche scheinen nur die leere Zeit zu benutzen, welche entsteht, wenn ein Geschäft nicht vorrückt oder zu ernstem Denken die leibliche Disposition ungünstig ist.

Im allgemeinen haftet die Wichtigkeit unserer jetzigen Untersuchung an jener schon erwähnten Wechselwirkung zwischen dem Innern und dem Aeusseren; wobei nicht unbeachtet bleiben darf, dass die Glieder dieser Wechselwirkung, und hiemit auch ihr Verhalten zu einander, sich im Laufe der

Jahre beständig verändern. Das Innere wird bereichert durch Erfahrungen; seine Regsamkeit aber wird vermindert durch das, was abgethan oder misslungen ist. Der Knabe spielt; der Mann ist des Spiels grösstentheils müde, und kennt den Widerstand der Aussenwelt. Das Kind phantasirt; seine frei steigenden Vorstellungen beleben die Puppe; sie zeigen sich im Bauen und Zerstören; der Knabe versucht; der Mann handelt oder denkt; je reifer, je umfassender seine Pläne, desto mehr hat sich das Innere vom Aeussern geschieden, und desto empfindlicher wird der Gegensatz zwischen der Aussenwelt, wo sie den von innen vordringenden Gedanken nicht entspricht, und diesen Gedanken selbst, welche entweder sich dennoch nach eigenen Gesetzen weiter ausbilden, oder aber nachgeben, ermatten, zurücksinken.

Es bedarf indessen keiner harten Proben, damit diese Empfindlichkeit sich zeige. Schon das Gewöhnlichste, was man hörte oder sah, verändert seine Form, wenn es frei steigend wieder ins Bewusstsein tritt. Geschichten werden anders weiter erzählt, als sie geschahen; die Sage ist keine wahre Geschichte mehr. Ja man braucht nur eine Landcharte, die man früher sah, noch einmal anzusehen, um zu bemerken, dass ihre Züge anders sind als man meinte; besonders aber, dass sie vester, bestimmter sind, als die schwebende Erinnerung, die davon übrig geblieben war. In solchen Fällen mag man zwar fragen, ob das Steigen ganz frei vor sich ging, oder ob nicht vielmehr die erneuerte Wahrnehmung das Ihrige beitrug, die Hemmung zurückzutreiben. Allein die Frage vom ganz freien Steigen ist die einfachste; sie muss zuerst zur Sprache kommen, ehe man etwas Fremdartiges einmischt.

Die genauere Betrachtung hat nun vorzugsweise den Unterschied zwischen den zugleich sinkenden, (wohin die Wahrnehmungen gehören,) und den zugleich steigenden Vorstellungen (den innern) ins Licht zu setzen. Dieser Unterschied beruht wesentlich auf der Hemmungssumme; welche für die zugleich sinkenden gleich Anfangs eine gegebene constante Grösse ist; hingegen bei den steigenden sich erst im Steigen selbst erzeugt, und nicht grösser werden kann, als das Entgegengesetzte, indem es hervortritt, sie mit sich bringt. Die Folge hiervon ist, dass die steigenden einen höhern Stand im Bewusstsein errei-

chen, als denjenigen, bei welchem die nämlichen Vorstellungen, falls sie sinken, sich im Gleichgewichte befinden.

Mit diesem ersten Hauptpuncte verbindet sich ein zweiter: die Vorstellungen treten steigend in ein Verhältniss, welches der Gleichheit näher ist als beim Sinken. Denn sie weichen von ihrem ursprünglichen Verhältniss nicht so weit ab.

Und drittens: diese Abweichung geschieht nur allmälig.

Zu Beispielen der einfachsten Art, nur für zwei Vorstellungen, benutzen wir die Formeln, welche man im ersten Capitel finden wird:

$$\alpha = a - \frac{k-1}{k} \cdot \frac{b^2}{a}; \ \beta = \frac{b}{k}; \ k = \frac{2a+b}{a+b}.$$

1) für $a = 2$, $b = 1$.

Hieraus $\alpha = \frac{9}{5}$, $\beta = \frac{3}{5}$. Dies ist die Grenze des Steigens, oder die Erhebungsgrenze für $a$ und $b$. Das Verhältniss wie 3:1. Zugleich sinkend behielte $a$ nur den Rest $\frac{5}{3}$, $b$ den Rest $\frac{1}{3}$; das Verhältniss wäre 5 : 1. * Die Grenze würde erst in unendlicher Zeit erreicht werden. Für $t = 1$ findet man $\alpha = 1,1914$; $\beta = 0,4866$; hier ist das Verhältniss noch wenig mehr als 2 : 1.

2) für $a = 10$, $b = 1$.

Hieraus $\alpha = \frac{209}{21}$, $\beta = \frac{11}{21}$. Das Verhältniss 209 : 11. Zugleich sinkend behielte $a$ nur den Rest $\frac{109}{11}$, $b$ den Rest $\frac{1}{11}$; das Verhältniss wäre 109 : 1.

Ueberlegt man die Folgen, welche diese Umstände im Grossen haben müssen, so wird bald klar, dass unsre frei steigenden Vorstellungen sich unter einander weit besser vertragen, als unsre Wahrnehmungen. In der Gedankenwelt stossen sich die Dinge lange nicht so arg, als in der wirklichen. Die Gedankenwelt behält immer etwas Phantastisches, Mährchenhaftes, ja Traumähnliches, im Vergleich gegen das Harte, Strenge, Schroffe der Erfahrung. Kommt die Wahrnehmung zu dem Gedanken, so findet sie immer etwas zu corrigiren, zu begrenzen; noch glücklich, wenn sie den Gedanken nicht geradezu umstösst, wie das Wachen den Traum verscheucht. Oft genug zwar rührt dies von übersehenen Umständen her, die man wohl hätte bedenken können, — wenn nämlich die Reproductionen bekannter Reihen sich vollständiger entwickelt hätten. Aber

---

* Psychologie §. 44.

dies erklärt die Sache bei weitem nicht ganz. Man duldet oft recht gern auch das, was keinesweges übersehen wird. Man ergötzt sich am Spiele, am Phantastischen und Mährchenhaften, wohl wissend, es sei nur Spiel, und gar nicht gesonnen, daraus Ernst zu machen und es in der Wirklichkeit zu erfahren. Dies Dulden selbst des Ungereimten wäre nicht möglich, wenn die Gegensätze der frei steigenden Vorstellungen sich so scharf und so dringend schnell abstiessen, wie jene der Wahrnehmungen. Der handelnde Mensch aber muss sich bei allem seinen Thun gefallen lassen, dass die Dinge anders kommen als er meinte; er versucht, er lernt und versucht aufs Neue. Das ist jene Wechselwirkung zwischen dem Innern und Aeusseren.

Die Formeln, welche bald folgen werden, geben noch einen besondern Umstand zu erkennen. Sie enthalten immer zwei Exponentialgrössen, $1 - e^{-t}$ und $1 - e^{-kt}$, wo $k$ grösser als 1. Demnach haben die steigenden Vorstellungen eine doppelte Bewegung; mit der einen steigen sie schneller als mit der andern. Die Grösse $e^{-kt}$ verschwindet früher als die Grösse $e^{-t}$. Dabei ist das Auffallendste, dass die Hemmungssumme immer nur von einer dieser Grössen, nämlich $1 - e^{-kt}$ abhängt, also von derjenigen Exponentialgrösse, welche am ersten verschwindet. Die Hemmungssumme kann demnach schon als constant angesehen werden, während die Vorstellungen noch in merklicher Bewegung sind, um vollends ins Gleichgewicht unter einander zu treten. Bei dreien oder mehrern steigt alsdann die stärkste am meisten, während die schwächste allemal zurücksinkt. Man kann sich fragen, was wohl geschehen würde, wenn irgend eine Gewalt hinzukäme, wodurch die Vorstellungen gegen das Ende ihrer Bewegung gehindert würden, dieselbe fortzusetzen? Wenn sie gleichsam unterwegs gefesselt stehen bleiben? Eine solche Gewalt ist nicht weit zu suchen; der Leib übt eine solche im Traum, — und theilweise, — nämlich für die sogenannten fixen Ideen, im Wahnsinn. Da werden auch diejenigen Vorstellungen, welche wegen der Hemmung durch die Gegensätze zum Sinken bestimmt sind, vestgehalten. — Alleindieser Faden der Untersuchung mag für jetzt fallen; es ist nöthig, einem andern nachzugehen.

Die Grösse $k$ ist abhängig von den Vorstellungen; sie ist verschieden mit jeder Verschiedenheit der Fälle; eben so die

Grösse $1 - e^{-kt}$. Dies kann nicht unerwartet sein. Schon im vorigen Aufsatze kam der Hauptsatz vor:

Wenn das Quantum des hervorgetretenen Vorstellens abgezogen wird von der Summe der Vorstellungen selbst nach ihrer ursprünglichen Stärke; so ist der Rest gleich der hervorgetretenen Hemmungssumme.

Dieser Rest nämlich ist das noch übrige Streben zum Hervortreten; und gegen ihn muss sein Hinderniss, die Hemmungssumme, sich genau ins Gleichgewicht stellen. Indem nun, wie die Folge zeigen wird, die Rechnungen diesen Satz bestätigen, müssen sie für jeden Fall von der Annahme der Vorstellungen ausgehn; die Grösse $k$, welche in den Formeln für die Vorstellungen, und auch in denen für die Hemmungssumme vorkommt, muss nach Verschiedenheit der Fälle eine verschiedene Bedeutung annehmen, um sich jedesmal der vorkommenden Hemmungssumme, und ihrem Gleichgewichte, anzupassen.

Desto seltsamer mag es auf den ersten Blick scheinen, dass noch eine zweite Exponentialgrösse, die mit der Hemmungssumme nichts zu thun hat, (denn sie richtet sich nicht nach der Grösse $k$,) in den Formeln für die Vorstellungen angetroffen wird; und zwar, was das Sonderbarste ist, immer eine und dieselbe Grösse $1 - e^{-t}$. Sie findet sich schon in der Formel für die stärkste unter zweien Vorstellungen; dann aber in allen Formeln für drei und mehrere Vorstellungen; ja sie kehrt wieder bei zugleich steigenden Complexionen. Endlich erinnere man sich, dass es die nämliche Grösse ist, die auch bei zugleich sinkenden, noch nicht verschmolzenen, Vorstellungen allemal vorkommt. Hiemit nun ist der Aufschluss des Räthsels so gut als gefunden; man darf nur zurückblicken in den vorigen Aufsatz, und die dortige Entwickelung zweier verschiedener Arten des Gleichgewichts hier anwenden.

Nämlich bei zugleich sinkenden Vorstellungen genügt eine einzige Exponentialgrösse $1 - e^{-t}$, welche aus der höchst einfachen Gleichung $d\sigma = (S - \sigma)\,dt$ hervorgeht; — weil hier die Vorstellungen zwar in Folge der Hemmungssumme, aber nicht mit ihr, sondern unter sich ins Gleichgewicht treten sollen; indem die Hemmungssumme eine unabänderliche Nothwendigkeit ist, der nichts versagt werden kann. Bei zugleich steigenden Vorstellungen muss nun diese Nothwendigkeit, die Hemmungssumme, sich erst nach ihren eignen Bedingungen des Gleich-

gewichts ausbilden; ist aber dies so gut als geschehn, — das heisst, ist die Zeit so weit vorgeschritten, dass man ohne merklichen Fehler $1 - e^{-kt} = 1$ setzen könne, — dann ist noch ein anderes Gleichgewicht nöthig, nämlich eben jenes der Vorstellungen *unter sich*, (und nur *in Folge* der Hemmungssumme, aber nicht *gegen* dieselbe,) welches auch schon bei sinkenden Vorstellungen eintreten muss. Diese Forderung ist immer die nämliche, bei aller Verschiedenheit der Hemmungssumme; daher immer einerlei Formel $1 - e^{-t}$.

Zwar grösstentheils bildet sich dieses zweite Gleichgewicht schon während der nämlichen Zeit, in welcher das erste entsteht; und in völliger Strenge kann man überhaupt die Zeiten nicht von einander sondern. Nichtsdestoweniger ist es wahr, dass eine Grösse wie $1 - e^{-kt}$, wo $k > 1$, sich schneller ihrer Grenze nähert, als eine andre, wie $1 - e^{-t}$; die Coëfficienten, welche von den Vorstellungen selbst abhängen, mögen übrigens sein, welche sie wollen. Der verschiedene Rhythmus im ersten und zweiten Falle ist vollkommen hinreichend, um die Begriffe der beiden Arten des Gleichgewichts, und ihre wesentliche Verschiedenheit, aufs deutlichste zu bezeichnen. Weshalb das zweite Gleichgewicht sich langsamer ausbildet als das erste, ist nun ebenfalls klar. Das zweite, nämlich das der Vorstellungen unter einander, folgt seiner Natur nach aus der Hemmungssumme als einer schon bestimmten Quantität des *nothwendig bevorstehenden allmäligen* Sinkens; daher kann es immer nur in so fern nachfolgen, in wiefern die Hemmungssumme wirklich schon bestimmt ist. Die Formeln zeigen hierin, wie sie müssen, die strengste Consequenz der Begriffe; und leisten Alles, was man nur wünschen mag, um dieselben klar vor Augen zu stellen.

Jetzt blicke man zurück auf den Hebel, um zu überlegen, welche zweideutige Hülfe die Analogien leisten. Nichts ist leichter, als zu sagen: auch beim Hebel giebt es ein zwiefaches Gleichgewicht; die Kräfte zusammengenommen sind mit dem Widerstande am Unterstützungspuncte im Gleichgewicht; die nämlichen Kräfte stehen auch, in wie fern sie im Begriff sind, den Hebel zu drehen, unter sich im Gleichgewichte. Aber auf welche dieser beiden Ansichten soll nun der Beweis des Gleichgewichts sich unmittelbar beziehen? Auf beide zugleich mit Hülfe der *fingirten* Kräfte? Dass ein solcher Beweis zwar de-

monstrirt, aber nichts erklärt, ist im vorigen Aufsatze gezeigt worden. Verlässt man diese Art des Beweisens, so scheint es gleichgültig, ob man die eine oder die andre Ansicht vorziehe. Genau genommen, wie oben bemerkt, gehört das Drehen nicht einmal wesentlich zur Sache; die parallelen Kräfte sind einander nicht entgegen; und der gleiche Gegendruck am Unterstützungspuncte bringt sie zur Ruhe. Also — man kommt leicht dahin, die eine *oder* die andre Ansicht vorzuziehen, und damit sich zu begnügen. Zum Behuf der Psychologie hingegen müssten *beide* Ansichten, eine *und* die andre, ausgebildet vorliegen, wenn die Analogie, welche der Hebel darbietet, zu etwas dienen sollte. Dies um desto mehr, da die Begriffe völlig verschieden sind. Der erste Begriff, welchen das *Wort* Gleichgewicht herbeiführt, ist unstreitig der zweier gleicher und entgegengesetzer Kräfte. Der zweite aber, vermöge dessen Statik und Mechanik einander entgegenstehn, stützt sich auf Ruhe als Grenze der Bewegung; also auf Erfolge, die nicht bloss von den Kräften, sondern auch von den Bedingungen des Wirkens derselben abhängen. Werden beide vermengt, so wird keiner deutlich gedacht; und wo sind Analogien, die nicht, anstatt Hülfe zu leisten, vielmehr selbst der Hülfe bedürften, um dem deutlichen Denken vollständig zu entsprechen?

Am Ende dieser Einleitung mag noch eines Puncts gedacht werden, der Schwierigkeit machen kann; und der zwar schon die sinkenden, aber auch die steigenden Vorstellungen betrifft. Hat man Summe und Verhältniss der Hemmung, wie sichs gebührt, sorgfältig unterschieden, also einerseits das Quantum des nothwendigen Sinkens, andererseits die verschiedene Nachgiebigkeit der stärkern und schwächern Vorstellungen ins Auge gefasst; — und fragt man sich nun, welchen Einfluss denn die Verschiedenheit der Hemmungsgrade mit sich bringen möge: so entsteht leicht die Meinung, dieser Einfluss liege in der Hemmungssumme, welche bei geringern Hemmungsgraden geringer, bei grössern grösser ausfallen müsse, — also liege er nicht in den Hemmungsverhältnissen, welche vielmehr lediglich nach der Stärke der Vorstellungen zu bestimmen seien. Oder aber, falls dennoch auch diese Verhältnisse von den Hemmungsgraden abhingen, so werde der ganze Unterschied zwischen der Summe und dem Verhältniss undeutlich, wo nicht gar zweifelhaft.

Um nun hierüber kurz und bestimmt zu sprechen, wollen wir gleich drei Sätze neben einander hinstellen:

1) die Hemmungssumme kann nicht das Verhältniss der Hemmung bestimmen;

2) das Hemmungsverhältniss kann nicht die Hemmungssumme bestimmen; aber

3) beide entspringen aus einem gemeinsamen Grunde, welchem jedes von beiden vollständig entsprechen muss.

Die ersten beiden Sätze sollten wohl keiner Erläuterung mehr bedürfen. Man erinnere sich erstlich, dass schon unter zwei Vorstellungen die stärkere wachsen kann bis zum Unendlichen, ohne im mindesten die Hemmungssumme zu vermehren, weil diese aus dem Gegensatze entspringt, der Gegensatz aber nur in einem Paare als solchem vorhanden ist. Man mag sich allenfalls den Gegensatz verdünnt denken, wenn das kleinere *b* dem grössern und noch immer wachsenden *a* gegenüber steht, und sich über dem *a* der Gegensatz verbreiten muss; aber grösser wird das Quantum des Gegensatzes durch diese Verdünnung oder Verbreitung nicht. Hingegen das Verhältniss der Hemmung verändert sich fortwährend zum Nachtheil des Schwächern, wenn das Stärkere im Wachsen begriffen ist. Man erinnere sich zweitens, dass, wo nur ein einziges Paar Vorstellungen angenommen wird, in der That ohne Rücksicht auf den Hemmungsgrad das Verhältniss der Hemmung sogleich als das umgekehrte der Stärke hervor springt, während die Hemmungssumme nicht eher kann bestimmt werden, als bis man den Hemmungsgrad vestsetzt. Werden drei Vorstellungen bei voller Hemmung (d. h. für den Hemmungsgrad = 1) angenommen, so ergiebt sich durch sehr leichte Proportionen, die im Kreise herumgehn, wieviel von der ersten die dritte leide, weil sie in einem gegebenen Verhältniss schwächer sei als die zweite u. s. f. Dies ist am gehörigen Orte * ausführlich entwickelt worden, und es zeigt sich dort das Verhältniss der Hemmung völlig entschieden, während das Quantum derselben durch eine unbekannte Grösse ausgedrückt ist und bleibt.

Jetzt aber ändere man bei drei Vorstellungen die Vorraussetzung des vollen Gegensatzes dahin ab, dass in jedem Paare ein eigner Hemmungsgrad statt finde. Hätte nun auch jedes

* Psychologie §. 43.

Paar seine eigne Hemmungssumme, so wäre, wie zuvor, der Hemmungsgrad gleichgültig. Aber nichts könnte verkehrter sein, als die Hemmungssumme für jedes Paar insbesondre zu bestimmen; während jede Vorstellung den Gesammtdruck aller andern erleidet, und rückwärts jede einzelne, in so fern sie weicht, dadurch *jeder andern* etwas an der Nothwendigkeit des Weichens erspart; denn die ganze Vertheilung des nothwendigen Sinkens beruht auf dem Entweder Oder, dass, welchen Theil die eine auf sich nimmt, diesen die andre nicht zu tragen braucht. Also: weil die Hemmungssumme nur Eine für alle ist, darum kann ein Paar unter dreien Vorstellungen, wenn sein Hemmungsgrad geringer ist, mehr gegen die dritte drängen, und diese mehr leiden machen, als dem blossen, umgekehrten Verhältniss der Stärke gemäss sein würde; und dies *kann* nicht bloss geschehen, sondern es *muss* geschehen. Denn für die Vorstellungen $a$, $b$, $c$ seien die Hemmungsgrade $m$, $n$, $p$; und zwar $m$ zwischen $a$ und $b$, $n$ zwischen $a$ und $c$, $p$ zwischen $b$ und $c$; man weiss ferner für den Hemmungsgrad $=1$ die Verhältnisse *

der Hemmung des $b$ durch $a=\frac{x}{b}$; des $a$ durch $b=\frac{x}{a}$;

des $c$ durch $a=\frac{x}{c}$; des $a$ durch $c=\frac{x}{a}$;

des $b$ durch $c=\frac{x}{b}$; des $c$ durch $b=\frac{x}{c}$.

Nun *vermindern* sich alle diese Hemmungen durch die ächten Brüche $m$, $n$, $p$; also werden die Verhältnisse

der Hemmung des $b$ durch $a=\frac{mx}{b}$; des $a$ durch $b=\frac{mx}{a}$;

des $c$ durch $a=\frac{nx}{c}$; des $a$ durch $c=\frac{nx}{a}$;

des $b$ durch $c=\frac{px}{b}$; des $c$ durch $b=\frac{px}{c}$;

* Bekanntlich muss man hier vor Augen haben, dass keine Vorstellung an sich eine angreifende Kraft ist. Man darf daher durchaus nicht dem Einfall nachgeben, als müsste $c$ mehr von $a$, als von $b$ leiden, weil $a > b$, — sondern man muss schliessen: weil $c < b$, so leidet $c$ mehr als $b$ dadurch, dass $a$ gegen den Druck reagirt; denn $a$ wirkt nicht aggressiv, sondern defensiv. Daher darf der Satz nicht befremden: bei gleichen Hemmungsgraden leidet jede Vorstellung von der zweiten und von der dritten gleichviel. Anders ist's, wenn ungleiche Hemmungsgrade wie ungleiche Federn in den Paaren wirken.

Mithin ist die Verhältnisszahl

$$\text{des } a, = \frac{(m+n)x}{a};$$

$$\text{des } b, = \frac{(m+p)x}{b};$$

$$\text{des } c, = \frac{(n+p)x}{c};$$

wobei der Hemmungssumme vorbehalten bleibt, das unbekannte $x$ zu bestimmen, nicht aber an den Verhältnissen etwas zu ändern.

In dem Gegensatze, als dem gemeinsamen Grunde, wurzelt das Verhältniss eben so wohl als die Summe der Hemmung. Ist der Gegensatz für die verschiedenen Paare verschieden, so kann das Gedränge in den Paaren nicht gleich stark sein; vielmehr ist es gleich Anfangs, schon im ersten Augenblick, indem die Vorstellungen da sind, verschieden. Man darf sich nicht der Einbildung überlassen, als ob in der Wirklichkeit so, wie in der Rechnung die Hemmungssume früher, das Verhältniss später käme; sondern die verschiedenen Hemmungsgrade müssen sich sogleich doppelt gelten machen, erstlich in den *Verhältnissen* des Sinkens, zweitens in der *Geschwindigkeit* des Sinkens, welche der Hemmungssumme entsprechen muss. Da jedoch niemals ein Hemmungsgrad grösser sein kann, als die Summe zweier anderer, so nähern sich die Grössen $m+n$, $m+p$, $n+p$, allemal der Gleichheit; deshalb ist zu oberflächlichen Schätzungen die Annahme eines gleichen mittlern Hemmungsgrades meistens hinreichend.

Es wird in der Folge nicht bloss von einfachen Vorstellungen, sondern auch von Complexionen zu sprechen sein. Bei solchen ist das Hemmungsverhältniss etwas verwickelt; und es mag nützlich sein, hier gleich etwas darüber beizufügen, weil doch einmal dasjenige, was zur Erörterung jenes Verhältnisses beitragen kann, schon bereit liegt. Zuerst ist nöthig, die Bezeichnung des Vorhergehenden dergestalt abzuändern, dass sie für Complexionen $a+\alpha=A$, $b+\beta=B$, $c+\gamma=C$ brauchbar werde. Wir schreiben zunächst

Hemmung des $B$ durch $A=\frac{mx}{B}$; des $A$ durch $B=\frac{mx}{A}$;

des $C$ durch $A=\frac{nx}{C}$; des $A$ durch $C=\frac{nx}{A}$;

des $B$ durch $C=\frac{px}{B}$; des $C$ durch $B=\frac{px}{C}$.

Wir schreiben ferner $1.m$ statt $m$, $1.n$ statt $n$, $1.p$ statt $p$.

Oder auch $\frac{A}{A}\cdot m$ statt $m$, $\frac{B}{B}\cdot n$ statt $n$, $\frac{C}{C}$ statt $p$; welche Schreibart wiederum in $\frac{a+\alpha}{A}\cdot m$ statt $m$, u. s. w. kann verwandelt werden. Diese Verwandlungen sind nun freilich höchst unnütz, so lange die grossen Buchstaben $A$, $B$, $C$, nichts anderes bedeuten, als was oben die kleinen, $a$, $b$, $c$, bedeuteten. Allein man kann doch schon jene obigen einfachen Vorstellungen $a$, $b$, $c$ in Gedanken aus Stücken zusammensetzen; und nachdem $A$ anstatt $a$, $B$ anstatt $b$, $C$ anstatt $c$ geschrieben worden, können nun die Stücke von $A$ durch $a$ und $\alpha$, die Stücke von $B$ durch $b$ und $\beta$, die Stücke von $C$ durch $c$ und $\gamma$ bezeichnet werden. So seltsam es nun aussehen mag, Brüche wie $m$, $n$, $p$, die etwan $\frac{3}{5}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, bedeuten können, in die Weitläufigkeit jener Schreibart hinzuziehen, so kann man doch nicht leugnen, dass, wenn $a+\alpha=A$, alsdann $m=\frac{a+\alpha}{A}\cdot m$ $=\frac{am+\alpha m}{A}=\frac{am}{A}+\frac{\alpha m}{A}$ sein muss; welche Schreibart man ohne Mühe auf $n$ und $p$ übertragen kann. Wer nun vergleicht, was am gehörigen Orte * über das Hemmungsverhältniss der Complexionen schon längst gesagt worden, der wird die Absicht des Vorstehenden leicht errathen; indessen wollen wir geduldig die Sache hier nochmals entwickeln, weil die dortige Darstellung Einigen nicht ganz klar geschienen hat.

Man denke sich, das Stück $\alpha$ von $A$ verlöre auf einmal die Eigenschaft, dem $B$ entgegengesetzt zu sein; so müsste man sagen, der Hemmungsgrad $m$ passe nicht mehr auf $\alpha$, und $m\alpha$ sei $=0$; der Hemmungsgrad zwischen $A$ und $B$ sei nicht mehr $m$, sondern nur noch $\frac{am}{A}$. Oder umgekehrt, wenn das Stück $\alpha$ bliebe, wie zuvor, hingegen das andre Stück $a$ von solchem Verlust des Gegensatzes gegen $B$ betroffen würde, so müsste $\frac{am}{A}=0$ gesetzt, und statt $m$ nur noch $\frac{\alpha m}{A}$ beibehalten werden. Nun soll zwar weder dieser noch jener Verlust wirklich eintreten; dagegen aber soll die Complexion $A$ aus zwei Vorstellungen $a$ und $\alpha$ bestehen, deren eine durch den Hemmungsgrad $m$, die andre durch den Hemmungsgrad $m'$ auf die Theile

* Psychologie §. 59. Daselbst §. 58 setze man statt des Wortes *Spannung* den Ausdruck: *die in Folge der Hemmung erlangte Energie.*

$b$ und $\beta$ der Complexion $B$ einwirkt. Es gilt also $m$ nur für $a$, und $m'$ nur für $\alpha$, so dass für jedes das andre Stück von $A$ nicht vorhanden ist. Also wird man nun in der That statt $m$ setzen müssen $\frac{am}{A} + \frac{\alpha m'}{A} = \frac{am + \alpha m'}{A}$. Diese Betrachtung muss nun hinreichend erweitert werden. Man kann auch $\frac{B}{B} m = \frac{b + \beta}{B} m = \frac{bm}{B} + \frac{\beta m}{B}$ schreiben; und wo die Hemmung des $A$ durch $B$ angezeigt werden soll, da muss man $m$ und $m'$ unterscheidend statt $m$ setzen $\frac{bm + \beta m'}{B}$. Eben so bekommt man ein zwiefaches $n$; nämlich die Complexionen $A$ und $C$ haben zwar in ihren Theilen $a$ und $c$ den Hemmungsgrad $n$, aber für ihre Theile $\alpha$ und $\gamma$ den Hemmungsgrad $n'$. Wiefern nun $C$ durch $A$ gehemmt, also $A$ als das Wirkende angesehen wird, muss man statt $n$ setzen $\frac{na + n'\alpha}{A}$; und wiefern $A$ durch $C$, setzt man $\frac{nc + n'\gamma}{C}$. Endlich giebt es auch noch ein zwiefaches $p$; nämlich die Complexionen $B$ und $C$ erfodern im ähnlichen Falle, dass man statt $p$ setze $\frac{bp + \beta p'}{B}$ und $\frac{cp + \gamma p'}{C}$.

Wird nun in den Anfang der Untersuchung zurückgegangen, so zeigt sich, dass die Grundbegriffe überall die nämlichen bleiben, dass aber die Hemmungsgrade da, wo sie verschieden sind, eine Modification herbeiführen, die bei Complexionen mehr zusammengesetzt ausfällt, als bei einfachen Vorstellungen. Hat man nur zwei einfache Vorstellungen, so ist der Hemmungsgrad lediglich für die Hemmungssumme bedeutend; aus dem Hemmungsverhältniss fällt er heraus, weil er auf einerlei Weise zu der Hemmung des $a$ durch $b$, wie des $b$ durch $a$, seine Bestimmung giebt. Sind aber drei Vorstellungen vorhanden, so leidet jede von zweien, und zwar ungleich, wenn die Hemmungsgrade ungleich sind. Giebt es drei Complexionen, so hängt die Wirksamkeit jedes Theils derselben von dem eignen Hemmungsgrade dieses Theils ab; und deshalb wird rückwärts der Einfluss des Hemmungsgrades jedesmal von dem Theile, welchem er angehört, — aber nicht bloss vom *Quantum* dieses Theils bestimmt, sondern von dem *Verhältniss* dieses Theils zum Ganzen. Wo vorhin, bei einfachen Vorstellungen, nur der Hemmungsgrad $m$ stand, da darf auch jetzt, bei Complexionen, nur eine Zahlengrösse vorkommen. Diese Zahlen-

grösse soll jetzt durch $m$ und $m'$ bestimmt werden; aber in wie weit von jeder? Von $m$ nur in so weit, als $a$ ein Theil $A$, von $m'$ in soweit, als $\alpha$ ein Theil von $A$ ist; beides unter der Voraussetzung, $A$ sei wirksam zur Hemmung von $B$; oder: die Hemmung des $B$ rühre von $A$ her. Wenn umgekehrt dem $A$ durch $B$ die Hemmung angethan wird, so müssen $b$ und $\beta$ unterschieden werden, daher nun anstatt $m$ die Zahl $\frac{mb + m'\beta}{B}$. Aus diesem Allen ergiebt sich nun folgende Zusammenstellung.

Hemmung des $B$ durch $A$, $= \frac{(ma + m'\alpha)\, x}{A \,.\, B}$;

des $A$ durch $B$, $= \frac{(mb + m'\beta)\, x}{B \,.\, A}$;

des $C$ durch $A$, $= \frac{(na + n'\alpha)\, x}{A \,.\, C}$;

des $A$ durch $C$, $= \frac{(nc + n'\gamma) \,.\, x}{C \,.\, A}$;

des $B$ durch $C$, $= \frac{(pc + p'\gamma) \,.\, x}{C \,.\, B}$;

des $C$ durch $B$, $= \frac{(pb + p'\beta) \,.\, x}{B \,.\, C}$.

Mithin ist die Verhältnisszahl

des $A$, $= \left(\frac{mb + m'\beta}{B} + \frac{nc + n'\gamma}{C}\right) . \frac{x}{A}$;

des $B$, $= \left(\frac{ma + m'\alpha}{A} + \frac{pc + p'\gamma}{C}\right) . \frac{x}{B}$;

des $C$, $= \left(\frac{na + n'\alpha}{A} + \frac{pb + p'\beta}{B}\right) . \frac{x}{C}$;

wobei immer noch $x$ von der Hemmungssumme abhängt; oder aus den Verhältnisszahlen herausfällt.

Verlangt man nun die Hemmung der einzelnen Theile jeder Complexion, so findet man sie durch die einfache Vertheilungsrechnung.

$$\text{Z. B. } A: \begin{cases} a \\ \alpha \end{cases} = \left(\frac{mb + m'\beta}{B} + \frac{nc + n'\gamma}{C}\right) \frac{x'}{A}$$

$$: \begin{cases} \left(\frac{mb + m'\beta}{B} + \frac{nc + n'\gamma}{C}\right) \frac{x'}{A} \cdot \frac{a}{A} \\[2ex] \left(\frac{mb + m'\beta}{B} + \frac{nc + n'\gamma}{C}\right) \frac{x'}{A} \cdot \frac{\alpha}{A}. \end{cases}$$

Will man die Spannung des $a$ und $\alpha$ wissen, so dividirt man durch diese Grössen ihr Gehemmtes; es ergiebt sich in beiden Fällen

die *gleiche* Spannung $\left(\frac{mb + m'\beta}{B} + \frac{nc + n'\gamma}{C}\right)\frac{x'}{AA}$.

Diese Gleichheit des gewaltsamen Zustandes in allen Theilen ist dem Grundbegriff der vollkommenen Complexionen gemäss; denn in ihnen soll alles Leiden gemeinschaftlich sein, welches eine völlige Gleichförmigkeit des Zustandes hervorbringt. — Wir haben hier $x'$ von $x$ unterschieden, um nicht die ganze Vertheilungsrechnung hersetzen zu müssen. In dem $x'$ ist der Divisor, welchen die Addition der Verhältnisszahlen herbeiführt, mit inbegriffen; desgleichen die Hemmungssumme, die uns hier nicht angeht; und bei Complexionen keine besondere Schwierigkeit macht.

## ERSTER ABSCHNITT.

### VOM STEIGEN UNVERBUNDENER VORSTELLUNGEN.

### ERSTES CAPITEL.

### Vom Steigen bei gleichen Hemmungsgraden.

#### §. 1.

Sind drei entgegengesetzte Vorstellungen $a$, $b$, $c$, im Gedränge wider einander begriffen: so hat jedes Paar derselben, nämlich $ab$, $ac$, $bc$, einen bestimmten Grad des Gegensatzes, den wir mit einem kurzen Worte den Hemmungsgrad nennen, und mit $m, n, p$, bezeichnen. Diese $m, n, p$, sind ächte Brüche, oder höchstens $= 1$, weil höchstens der Grad des Gegensatzes so gross sein kann, dass von zweien Vorstellungen eine *ganz* gehemmt werden müsste, falls die andre ganz ungehemmt bleiben sollte. $m = \frac{1}{2}$ bedeutet dagegen, dass $b$ zur Hälfte gehemmt werden müsste, wenn $a$ ganz ungehemmt bleiben sollte. Zwischen den Paaren $ab$, $ac$, $bc$ können $m$, $n$, $p$, sechsfach versetzt werden.* Hiernach richtet sich nicht bloss die Hemmungssumme; sondern für die nachstehenden Rechnungen macht es einen grossen Unterschied, ob die Hemmungsgrade gleich oder ungleich, und wie sie vertheilt sind. Um nun vom Leichtesten anzufangen, setzen wir Anfangs die mögliche Ungleich-

* Psychologie §. 52.

heit bei Seite, als ob in das Steigen der Vorstellungen nur dadurch ein Unterschied hineinkäme, dass sie von verschiedener Stärke sind, und jede sich gemäss ihrer Stärke unter den übrigen hervordrängt.

Ist nur ein einziges Paar, *ab*, vorhanden, so fällt ohnehin die Ungleichheit der Hemmungsgrade weg, weil in diesem Paare der Hemmungsgrad nur ein einziger sein kann. Für diesen Fall, den leichtesten von allen, wenn keine Nebenumstände hinzutreten, findet man den Anfang der Untersuchung schon in dem grössern Werke, * und es kann daran hier unmittelbar angeknüpft werden.

Der Hemmungsgrad zwischen $a$ und $b$ sei $m$; nach Verlauf der Zeit $t$ seien $\alpha$ und $\beta$, Theile von $a$ und $b$, hervorgetreten. Nun wird $\beta$ kleiner sein als $\alpha$, wenn $b$ schwächer als $a$; demnach ist, nach den Regeln zur Bestimmung der Hemmungssumme, ** die jetzige Hemmungssumme $= m\beta$; eine wachsende Grösse, so lange $\beta$ wächst, d. h. so lange die Vorstellung $b$ mehr hervortritt. Während aber die Hemmungssumme aus diesem Grunde wächst, nimmt sie andrerseits ab, weil sie ihrer Natur nach im beständigen Sinken begriffen ist. Ferner weiss man aus den ersten Vorbegriffen, dass die Hemmungssumme nichts für sich Bestehendes, noch irgend einer Vorstellung insbesondre Angehöriges ist; obgleich also ihre Grösse nach dem Quantum $\beta$ bestimmt wird, so muss dennoch $a$ sowohl als $b$ am Sinken Theil nehmen; und zwar in umgekehrtem Verhältniss der Zahlen, wodurch man die eigne Stärke beider Vorstellungen ausdrückt. Folglich ist $m\beta$ zu theilen in $\frac{bm\beta}{a+b}$, und $\frac{am\beta}{a+b}$; nämlich $\frac{bm\beta}{a+b}$ ist der Antheil am Sinken, welcher auf $a$ fällt, und $\frac{am\beta}{a+b}$ der Antheil des $b$. Endlich erinnere man sich, dass jede Vorstellung, die ihren Zustand ändern muss, dies, in so weit es von ihr allein abhängt, mit derjenigen Geschwindigkeit thut, welche für jeden Augenblick der noch vorhandenen Entfernung von dem zu erreichenden Puncte angemessen ist. Wäre $a$ ganz allein sich selbst überlassen; so würde, nachdem dessen Theil $\alpha$ hervorgetreten, und nur noch die Differenz $a-\alpha$ sich im gehemmten Zustande befände, die

* Psychologie §. 93.

** Daselbst § 42.

Geschwindigkeit $\frac{da}{dt} = a - \alpha$ sein; und man hätte, um $\alpha$ zu berechnen, nur nöthig, $\frac{d\alpha}{a - \alpha} = dt$ zu integriren. Nicht ganz so leicht ist unsre jetzige Aufgabe, von

$$d\alpha = \left(a - \alpha - \frac{bm\beta}{a + b}\right) dt$$

das Integral zu suchen; denn es ist offenbar, dass jener Antheil an der Hemmungssumme, welchen $a$ übernehmen muss, und der zur Verminderung seines Steigens (also zur Verminderung von $d\alpha$) in jedem Zeittheilchen $dt$ beiträgt, von der Grösse $\beta$ abhängt; daher man erst $\beta$ suchen, und alsdann den gefundenen Werth in die eben angezeigte Formel einführen muss.

§. 2.

Wenden wir das eben Bemerkte auf das Steigen von $b$ an: so finden wir den Anfang der jetzt zu führenden Berechnung, wie er in dem frühern Werke schon war angegeben worden.

Nach Verlauf der Zeit $t$ sei das Quantum $\beta$ von $b$ hervorgetreten. Wirkte nun weiter nichts auf $b$: so wäre $d\beta = (b - \beta)\, dt$; d. h. das augenblickliche Steigen des $b$ wäre proportional seinem noch gehemmten Theile. Da aber die Hemmungssumme $m\beta$ vorhanden, und von ihr der auf $b$ fallende Antheil $= \frac{am\beta}{a + b}$ eben jetzt zum Sinken drängt, so ergiebt sich

$$d\beta = \left(b - \beta - \frac{am\beta}{a + b}\right) dt,$$

und $\beta = \frac{b}{k}(1 - e^{-kt})$, wenn $k = 1 + \frac{am}{a + b}$.

Dies ist der Werth von $\beta$, welchen man in die obige Formel für $d\alpha$ einführen muss. Demnach ist zu integriren:

$$d\alpha = \left(a - \alpha - \frac{mb^2}{(a + b)\,k}(1 - e^{-kt})\right) dt,$$

$$\text{oder } d\alpha + \alpha dt = \left(a - \frac{mb^2}{(a + b)\,k} + \frac{mb^2}{(a + b)\,k} \cdot e^{-kt}\right) dt.$$

Nach einer bekannten Rechnungsregel setzt man $\alpha = uT$, demnach $d\alpha = udT + Tdu$; und wenn, um abzukürzen, ferner

$$udT + Tdu + uTdt = Qdt$$

gesetzt worden, desgleichen, um $T$ zu bestimmen, $udT + uTdt = 0$, woraus $\frac{dT}{T} = -dt$, und folglich $T = e^{-t}$, $\alpha = ue^{-t}$, so hat man noch $Tdu = du \cdot e^{-t} = Qdt$, mithin

$$du = Qe^t dt = \left(a - \frac{mb^2}{(a + b)\,k}\right) e^t dt + \frac{mb^2}{(a + b)\,k} \cdot e^{(1-k)\,t}\, dt;$$

$$u = \left(a - \frac{mb^2}{(a+b)k}\right) e^t + \frac{mb^2}{(a+b)k} \cdot \frac{1}{1-k} \cdot e^{(1-k)t} + Const.;$$

$$\alpha = a - \frac{mb^2}{(a+b)k} + \frac{mb^2}{(a+b)k} \cdot \frac{1}{1-k} \cdot e^{-kt} + Const.\ e^{-t};$$

und weil $\alpha = 0$ für $t = 0$, (denn die Zeit $t$ fängt erst an, indem $\alpha$ beginnt zu steigen,) also

$$0 = a - \frac{mb^2}{(a+b)k} + \frac{mb^2}{(a+b)k} \cdot \frac{1}{1-k} + Const.;$$

so ergiebt sich

$$\alpha = \left(a - \frac{mb^2}{(a+b)k}\right)(1 - e^{-t}) + \frac{b^2 m}{(a+b)k} \cdot \frac{1}{1-k} \cdot \left(e^{-kt} - e^{-t}\right),$$

welcher Ausdruck eine bequemere Form bekommen kann.

Zuvörderst ist $\frac{1}{1-k} = -\frac{1}{k-1} = -\frac{a+b}{am}$, daher $\frac{mb^2}{(a+b)k.(1-k)} = -\frac{b^2}{ak}$; um nun $\frac{mb^2}{(a+b)k} . e^{-t}$ und $\frac{b^2}{ak} . e^{-t}$ zusammenzuziehn, woraus der Coëfficient $\frac{b^2}{k} . \left(\frac{m}{a+b} + \frac{1}{a}\right)$ entsteht, bemerke man, dass $\frac{ma+a+b}{a+b} = k$; ferner kann man die Grösse $\frac{b^2}{ak}$ addiren und zugleich subtrahiren; so erhält man

$$\alpha = \left(a - \frac{b^2}{a}\right)(1 - e^{-t}) + \frac{b^2}{ak}(1 - e^{-kt}); \qquad [1]$$

womit zu verbinden, was oben schon angegeben,

$$\beta = \frac{b}{k}(1 - e^{-kt}) \text{ für } k = 1 + \frac{ma}{a+b}. \qquad [2]$$

## §. 3.

Gleich hier lässt sich ein schon erwähnter Satz entwickeln, der zwar zum Behuf der weitern Rechnung noch nicht nöthig, aber sehr geeignet ist, Licht auf den vorliegenden Gegenstand der Untersuchung zu werfen.

Während die Exponentialgrössen $e^{-t}$ und $e^{-kt}$ verschwinden, nähert sich $\alpha$ seiner Erhebungsgrenze $a - \frac{b^2}{a} + \frac{b^2}{ak}$, und $\beta$ der Grenze $\frac{b}{k}$. Die Summe dieser Grössen ziehe man ab von $a + b$, so wird man die Hemmungssumme erhalten.

Denn $\frac{b^2}{ak} - \frac{b^2}{a} = \frac{b^2}{ak}(1-k) = -\frac{b^2 m}{a+b+am}$; hiezu $\frac{b}{k}$, so wird $\frac{b(a+b) - b^2 m}{a+b+am}$ abgezogen von $b$, (indem $a$ sich ohne Weiteres von selbst hebt,) und man findet $\frac{mab+mbb}{a+b+am}$; welches gleich ist der Hemmungssumme $m\beta$, oder $\frac{mb}{k}$.

Dies liess sich voraussehen. Es muss allgemein gelten, *dass die Vorstellungen nicht eher aufhören zu steigen, als bis ihr ferneres Aufstreben gerade gleich ist der Hemmungssumme, die sie ins Bewusstsein gebracht haben*; vorausgesetzt, dass nicht fremdartige Umstände sich einmischen. Das fernere Aufstreben ist zunächst gleich dem noch übrigen Gehemmten; hiemit muss die Hemmungssumme ins Gleichgewicht treten, wenn sie das wirkliche Weitersteigen verhindern soll. Man wird den Satz unmittelbar einleuchtend finden, sobald man überlegt, dass die Hemmungssumme, also das Hinderniss des Steigens, durch das Steigen selbst gewachsen ist; und das Stockung eintreten muss, sobald irgend eine Bewegung sich selbst ein Hinderniss in den Weg legt, welches dem Antriebe zur fernern Bewegung gleich ist.

## §. 4.

Es seien nun drei Vorstellungen $a$, $b$, $c$, worunter $a$ die stärkste und $c$ die schwächste, im freien Steigen begriffen. Man sucht ihre nach Verlauf der Zeit hervorgetretenen Theile $\alpha$, $\beta$, $\gamma$.

Der Hemmungsgrad für alle Paare sei $= m$, so ist die Hemmungssumme $= m\,(\beta+\gamma)$. Die Hemmungsverhältnisse kennt man*; sie sind $\frac{1}{a}, \frac{1}{b}, \frac{1}{c}$, oder $bc$, $ac$, $ab$. Es sei $\frac{bc}{bc+ac+ab} = \pi'$, $\frac{ac}{bc+ac+ab} = \pi''$, $\frac{ab}{bc+ac+ab} = \pi'''$; so hat man, gemäss dem Vorigen, jetzt die drei Gleichungen

$$d\alpha = (a - \alpha - \pi' m\,(\beta+\gamma))\,dt;$$
$$d\beta = (b - \beta - \pi'' m\,(\beta+\gamma))\,dt;$$
$$d\gamma = (c - \gamma - \pi''' m\,(\beta+\gamma))\,dt.$$

Man addire die zweite und dritte Gleichung, so geht hervor $d(\beta+\gamma) = [b + c - (\beta+\gamma) - (\pi''+\pi''')\,m\,(\beta+\gamma)]\,dt$, woraus

$$\beta+\gamma = \frac{b+c}{k}(1 - e^{-kt}),$$

wo $k = 1 + (\pi''+\pi''')\,m = \frac{bc + (1+m)(ac+ab)}{bc+ac+ab}$.

Der Werth von $\beta+\gamma$ muss nun in die drei Gleichungen gesetzt werden. Man findet auf ähnliche Weise wie oben, zuvörderst

$$\alpha = \left(a - \pi' m \,.\, \frac{b+c}{k}\right)(1 - e^{-t}) + \pi' m\,\frac{b+c}{k} \cdot \frac{1}{k-1} \cdot (e^{-t} - e^{-kt}).$$

Um nun diesem Ausdruck eine schicklichere Form zu geben,

* Psychologie §. 44.

hat man wiederum die jetzigen Werthe von $k$, $k-1$, und $\pi'$ zu beachten. Dann wird

$$\frac{\pi' m}{k-1} = \frac{bc}{a\,(b+c)}, \text{ und } \frac{\pi' m}{k-1} \cdot \frac{b+c}{k} = \frac{bc}{ak}.$$

Fasst man ferner $\pi' m\,\frac{b+c}{k} \cdot e^{-t}$ mit $\frac{bc}{ak} \cdot e^{-t}$ zusammen, so wird $bc \cdot \frac{m\,.\,(b+c)\,.\,a + bc + ac + ab}{(bc + ac + ab)\,ak} = \frac{bc}{a}$; und indem man noch $\frac{bc}{ak}$ sowohl addirt als subtrahirt, erhält man

$$\alpha = \left(a - \frac{bc}{a}\right)(1 - e^{-t}) + \frac{bc}{ak}(1 - e^{-kt}). \qquad [3]$$

Bei ähnlicher Rechnung für die beiden andern Formeln verwandelt sich $\frac{\pi'' m}{k-1} \cdot \frac{b+c}{k}$ in $\frac{c}{k}$; und $\frac{\pi''' m}{k-1} \cdot \frac{b+c}{k}$ in $\frac{b}{k}$; daher man, $\frac{c}{k}$ und $\frac{b}{k}$ an den gehörigen Orten addirend und subtrahirend, erhalten wird

$$\beta = (b - c)\,(1 - e^{-t}) + \frac{c}{k}(1 - e^{-kt}); \qquad [4]$$

$$\gamma = (c - b)\,(1 - e^{-t}) + \frac{b}{k}(1 - e^{-kt}). \qquad [5]$$

Der gemeinschaftliche Hemmungsgrad $m$ zeigt sich in diesen Formeln deswegen nicht, weil er in $k$ versteckt liegt, dessen Werth sich nach ihm richtet.

Vor allem weitern Verfahren aber untersuche man, ob die Rechnung auch hier den Satz des §. 3 bestätige.

Wenn die Exponentialgrössen verschwinden, so hat sich

$$a \text{ erhoben bis zu } \alpha = a - \frac{bc}{a} + \frac{bc}{ak},$$
$$b \;\ldots\ldots\; \beta = b - c + \frac{c}{k},$$
$$c \;\ldots\ldots\; \gamma = c - b + \frac{b}{k}.$$

Die Summe dieser Grössen $= a - \frac{bc}{a} + \frac{1}{k} \cdot \left(\frac{bc}{a} + c + b\right)$ ist das nunmehr vorhandene Ganze des wirklichen Vorstellens. Zieht man dies ab von der Gesammtheit der Vorstellungen $a+b+c$, so muss das noch übrige Streben vorzustellen, welches unbefriedigt bleibt, herauskommen. Eben dies Streben nun muss gleich sein derjenigen Hemmungssumme, die als Rechnungsgrösse, nämlich als Bestimmung des gegenseitigen Drucks, in dem wirklich gewordenen Vorstellen enthalten ist; denn nur nach dem Maasse dieses Drucks ist es verhindert, ebenfalls in ein wirkliches Vorstellen überzugehn. Die Hemmungssumme $= m(\beta + \gamma)$ ist aber nach dem Verschwinden der Exponential-

grössen $= m \cdot \frac{b+c}{k}$. Um nun mit Einem Blicke zu übersehen, dass die verlangte Bestätigung des Satzes hier wirklich durch die Rechnung geleistet wird, stelle man die Gleichung so, wie sie dem Satze gemäss ausfallen muss, und sehe dann zu, ob die Gleichheit eintrifft. Es soll also sein

$$b + c + \frac{bc}{a} - \frac{1}{k}\left(\frac{bc}{a} + b + c\right) = m \cdot \frac{b+c}{k},$$

oder $k\,(ab + ac + bc) = bc + ac + ab + m\,(b + c) \cdot a$;

woraus $k = \frac{bc + (1+m)(ac+ab)}{ab + ac + bc}$,

und dies ist eben der Ausdruck, welcher durch $k$ bezeichnet wurde.

## §. 5.

Die Formel [5] enthält ein negatives Glied, indem nach der Voraussetzung $b$ grösser ist als $c$. Es entsteht also die Frage, ob $\gamma$ nicht $= 0$ werden könne? Denn wofern die Formel einen negativen Werth erlangt, so hört ihre Gültigkeit auf, da Vorstellungen nicht negativ werden können. Dasselbe gilt dann von den Formeln [3] und [4]; dergestalt, dass, nachdem $\gamma$ völlig gehemmt ist, die alsdann vorhandene Hemmungssumme auf $a$ und $b$ fallen muss; welches eine neue Rechnung erfordern wird. Hieran nun knüpfen sich die folgenden Untersuchungen.

Zuerst bietet sich die Grenze dar, welcher $\gamma$ sich nähert, indem die Exponentialgrössen verschwinden. Sie ist

$$\gamma = \frac{b}{k} - b + c.$$

Findet man für angenommene Werthe von $a$, $b$, $c$, diese Grösse negativ: so ist für dieselben Werthe die obige Frage bejahend beantwortet; und daraus entsteht die Aufgabe, die Zeit zu berechnen, *wann* $\gamma = 0$ wird. Vorbereitet wird die Auflösung dieser Aufgabe zunächst durch ein paar leichte Bemerkungen.

1) $\gamma$ hat allemal ein Maximum. Denn

$$\frac{d\gamma}{dt} = be^{-kt} - (b-c)e^{-t} = 0 \text{ ergiebt } t = \frac{1}{k-1} \cdot log.\,nat.\,\frac{b}{b-c}; \quad [6]$$

welche Grösse immer möglich ist, da $b > c$.

2) $\gamma$, als Curve gedacht, deren Abscissen die Zeit darstellen, hat allemal einen Wendungspunct. Denn

$$\frac{dd\gamma}{dt^2} = (b-c)\,e^{-t} - kbe^{-kt} = 0 \text{ ergiebt } t = \frac{1}{k-1}\,log.\,\frac{kb}{b-c}. \quad [7]$$

Auch diese Zeit ist allemal möglich.

## §. 6.

Zwischen den Fällen, da der angegebene Grenzwerth positiv und negativ ausfällt, liegt der Fall

$$\frac{b}{k} - b + c \text{ oder } b \cdot \frac{bc + ac + ab}{bc + (1 + m)(ac + ab)} - b + c = 0;$$

$$\text{daher } c = -\tfrac{1}{2} \frac{ab}{b + a(1 + m)}$$

$$+ \sqrt{\tfrac{1}{4} \frac{a^2b^2}{(b + a(1 + m))^2} + \frac{ab^2m}{b + a(1 + m)}}. \qquad [8]$$

Hat $c$ diesen Werth: so wird $\gamma$ nicht früher und nicht später $= 0$, als wenn die Exponentialgrössen völlig verschwinden, d. h. in unendlicher Zeit. Oder mit andern Worten: es wird nie ganz gehemmt; wäre aber $c$ auch nur im geringsten kleiner im Verhältniss gegen $a$ und $b$, so würde sich eine Zeit angeben lassen, in welcher es, von seinem Maximum wieder herabgedrängt, völlig aus dem Bewusstsein verschwände.

Man sieht hier ein Analogon der statischen Schwelle. *

Wenn $m = 1$, so giebt die Formel

für $a = 1,\ b = 1,\ c = \frac{\sqrt{13} - 1}{6} = 0{,}4342\ldots;$

$a = 2,\ b = 1,\ c = \frac{\sqrt{11} - 1}{5} = 0{,}4633\ldots;$

$a = 3,\ b = 1,\ c = \frac{\sqrt{93} - 3}{14} = 0{,}4745\ldots;$

. . . .

. . . .

$a = 10,\ b = 1,\ c = \frac{\sqrt{235} - 5}{21} = 0{,}491;$

$a = \infty,\ b = 1,\ c = \frac{\sqrt{9} - 1}{4} = 0{,}5.$

Wenn $a = b = 1$, so findet sich

für $m = 1,\ c = 0{,}4342$, wie vorhin,

$m = \frac{1}{2},\ c = 0{,}2899,$

$m = \frac{1}{10},\ c = 0{,}08487.$

## §. 7.

Die Gleichung

$$0 = (c - b)(1 - e^{-t}) + \frac{b}{k}(1 - e^{-kt})$$

aufzulösen, und hiemit die Zeit zu bestimmen, wann $\gamma$ aus dem Bewusstsein verschwinde, (vorausgesetzt, dass $c$ unter der an-

* Psychologie §. 47.

gegebenen Schwelle zurückstehe,) kann nicht besonders schwer fallen, ungeachtet diese Gleichung transscendent ist. Denn wo nur Ein Maximum und nur Ein Wendungspunct, wo beides überdies so leicht zu finden ist, als oben gezeigt (§. 5): da orientirt man sich bald, um auch die Wurzel durch eine zweckmässige Annäherung zu entdecken. Indessen bieten sich einige Hülfsmittel dar, die wir nicht übergehen wollen.

Zuerst ist eine allgemeine Methode der Annäherung nöthig, wobei angenommen wird, man habe irgendwie einen minder genäherten, doch auch nicht gar zu fehlerhaften Werth schon gefunden. Dann ist von der Art, einen solchen zu finden, nach Verschiedenheit der Umstände Verschiedenes zu sagen.

1) Man ordne die Gleichung so:

$$b - c - \frac{b}{k} = (b - c)\, e^{-t} - \frac{b}{k}\, e^{-kt},$$

und setze $t = T + t'$, mithin, wenn $A = b - c - \frac{b}{k}$,

$$B = (b - c)\, e^{-T}, \text{ und } C = \frac{b}{k}\, e^{-kT},$$

$$A = Be^{-t'} - Ce^{-kt'},$$

$$= B - Bt' + \tfrac{1}{2} Bt'^2 - \ldots - C + Ckt' - \tfrac{1}{2} Ck^2 t'^2 + \ldots;$$

welche Reihen man verlängern kann. Indessen muss $t'$ schon aus den ersten Gliedern nahe genug gefunden sein, damit man aus dem erlangten Werthe die höhern Potenzen ohne bedeutenden Fehler berechnen, und der bekannten Grösse beifügen könne.

2) Um $T$, denjenigen Werth von $t$, welcher nur noch einer geringen Berichtigung durch $t'$ bedürfen soll, zu finden, wird auf die gegebene Grösse $k$ das Meiste ankommen.

Wir wollen zuvörderst annehmen, diese Grösse, welche allemal zwischen 1 und 2 fallen muss, sei beinahe $= 2$; so ist die Gleichung beinahe quadratisch; demnach sei $k = 2 - u$, auch setze man $e^{-t} = x$, mithin $e^{-kt} = x^k = x^{2-u}$, und

$$0 = \frac{b}{k} - b + c + (b - c)\, x - \frac{b}{k} \,.\, x^2 \,.\, x^{-u}, \text{ oder}$$

$$0 = x^2 \,.\, x^{-u} - \frac{k(b - c)}{b} \,.\, x + \frac{k(b - c)}{b} - 1.$$

Hier ist $x^{-u}$ ein Coëfficient der unbekannten Grösse, mit welchem man die Gleichung dividiren würde, wenn er bekannt wäre. Wofern nun $u$ nicht zu gross, mithin $x^{-u}$ der Einheit nahe ist, so wird man diesen Coëfficienten hinreichend kennen lernen, indem man Anfangs, ohne ihn zu berücksichtigen, die

Gleichung auflöset. Dies macht keine Mühe. Denn die Gleichung hat folgende Form:

$$0 = x^2 - qx + q - 1, \text{ wo } q = \frac{k(b-c)}{b}.$$

Hier ist offenbar eine Wurzel = 1, und unbrauchbar, weil sie von den verschiedenen Werthen, welche $q$ haben mag, nicht abhängt. Die brauchbare Wurzel aber ist $q - 1$, welches ohne weitere Rechnung vor Augen liegt. Man nehme also $q - 1$ für $x$, berechne $x^{-u}$, dividire hiemit die Gleichung, und behandle sie wie jede quadratische behandelt wird. Die weitere Berichtigung bleibt dann der obigen allgemeinen Näherungsmethode überlassen.

3) Die Gleichung wird beinahe kubisch sein, wenn $k$ seinem mittlern Werthe $= \frac{3}{2}$ nahe ist. Man setze alsdann $x = y^2$, und berechne $y$ aus der Gleichung

$$0 = y^3 - \frac{(b-c)k}{b} y^2 + \frac{(b-c)k}{b} - 1.$$

Man hat nämlich $x^k = y^{2k} = y^{2(\frac{3}{2} - u)} = y^{3-2u}$, und der noch unbekannte Coëfficient, durch welchen zu dividiren vorbehalten bleibt, ist nun $y^{-2u}$. Die Form der Gleichung

$$0 = y^3 - qy^2 + q - 1$$

zeigt auch hier, dass 1 eine Wurzel der Gleichung ist. Daher lässt sich mit $y - 1$ ohne Rest dividiren, und diese Division giebt $y^2 + (1-q)y + (1-q)$, wobei zu bemerken, dass nach der Natur der Sache $q > 1$. Man schreibe also

$$y^2 - (q-1)y - (q-1) = 0,$$

$$\text{woraus } y = \tfrac{1}{2}(q-1) + \sqrt{\frac{(q-1)^2}{4} + q - 1}.$$

Ist dies berechnet, so findet sich der Coëfficient $y^{-2u}$, mit welchem die Gleichung muss dividirt werden, um für eine berichtigte kubische gelten zu können; deren brauchbare Wurzel man schon so weit kennt, als nöthig, um die gewöhnliche Annäherung zu unternehmen. Zur letzten Berichtigung wendet man sich wieder an die obige allgemeine Näherungsmethode. — Es versteht sich von selbst, dass $u$ positiv oder negativ zu nehmen ist, jenachdem $k$ entweder $>$ oder $< \frac{3}{2}$.

4) Man gebe der Gleichung folgende Form:

$$\frac{b}{k(b-c)} = \frac{1 - e^{-t}}{1 - e^{-kt}}.$$

Wenn nun die ersten Versuche schon zeigen, dass $e^{-kt}$ gegen

1 gering ausfallen müsse: so wird eine sehr leichte Rechnung hinreichen. Aus dem ersten Werthe von $x=e^{-t}$, der sich darbietet, bestimmt man $e^{-kt}$, multiplicirt dann $\frac{b}{k(b-c)}$ mit $1-e^{-kt}$, berechnet hieraus $e^{-t}$, sucht hieraus von neuem $e^{-kt}$, und setzt dies fort wie zuvor.

5) Wäre keine von den angegebenen Verfahrungsarten bequem genug, so bliebe für solche Fälle immer noch das Hülfsmittel, zuerst den Wendungspunct durch seine Abscisse und Ordinate zu bestimmen; von wo aus die Wurzel sich durch Versuche (mit Hülfe des dortigen Differentialverhältnisses) entdecken lässt.

In folgenden, unter sich vergleichbaren, Beispielen soll zugleich das Maximum berücksichtigt werden.

*Erstes Beispiel.* $a=15$, $b=10$, $c=1$, und $m=1$. So ist $k=1{,}9428$, und $u=0{,}0571$. Daher $q-1=0{,}7485$. Dies für $x$ genommen, giebt nach der Division mit $x^{-u}$ (oder Multiplication mit $x^u$) die berichtigte Gleichung

$$x^2-1{,}7198x+0{,}73623=0,$$

woraus $x=0{,}8033$; und folglich $t=0{,}21904$. Wendet man hierauf die zuerst gezeigte allgemeine Näherung an, so ergiebt sich $t'=0{,}01894$, mithin das gesuchte $t=0{,}23798$. Bis zu dieser Zeit war $\gamma$ im Bewusstsein gegenwärtig, dann verschwand diese Vorstellung. Um die Zeit 0,1123 hatte sie (nach der Formel [6] im §. 5) ihr Maximum gehabt; und während der Zeit 0,1257 war sie von da herabgesunken. Sie sank also ein wenig langsamer, als sie stieg. Ihr Maximum betrug 0,0552 (nach Formel [5] im §. 4, in welche $t=0{,}1123$ zu setzen ist). In diesem Zeitpuncte des Maximum für $\gamma$ war $b$ bis $\beta=1{,}057$, und $a$ bis $\alpha=1{,}59$ gestiegen (nach Formel [3] und [4]). Diese Grössen verhalten sich ziemlich nahe wie $a$ zu $b$. Für den Zeitpunct des Verschwindens von $\gamma$, also für $t=0{,}23798$, ist (ungefähr) $\beta=2{,}1\ldots$ und $\alpha=3{,}2\ldots$

*Zweites Beispiel.* $c=2$; $a$, $b$, $m$, wie vorhin. Man findet $k=1{,}9$; $u=0{,}1$; $q-1=0{,}52$; die berichtigte Gleichung

$$x^2-1{,}4238x+0{,}48708=0,$$

woraus $x=0{,}57154$, und hieraus $t=0{,}55943$; alsdann noch zur Verbesserung $t'=0{,}01529$, also das verbesserte $t=057472$. Die Zeit des Maximums war $=0{,}24794$. So lange dauerte das Steigen; hingegen das darauf folgende Sinken bis zum Null-

puncte brauchte eine Zeit $=0,32678$. Das Maximum, wozu sich $\gamma$ erhob, betrug $0,2207$; ungefähr viermal soviel, als im vorigen Beispiel, obgleich die Vorstellung $c$ selbst nur doppelt so stark angenommen worden; sie hat aber auch mehr als doppelt so lange Zeit zum Steigen gehabt. Indem $\gamma$ dies Maximum erreicht, findet sich $\beta=2,15\ldots$ und $\alpha=3,26\ldots$ Im Moment des Verschwindens von $\gamma$, für $t=0,5747$, ist (ungefähr) $\beta=4,1$; und $\alpha=6,3\ldots$

*Drittes Beispiel.* $c=4$; $a$, $b$, $m$, wie vorhin. Man findet $k=1,840$; $u=0,16$; $q-1=0,104$; welches zuerst für $x$ zu nehmen ist, also für $e^{-t}$. Hier sieht man gleich, dass $e^{-kt}$ gering ausfällt gegen $1$; man kann also von der Form

$$\frac{b}{k(b-c)}=\frac{1-e^{-t}}{1-e^{-kt}}$$

Gebrauch machen, wie oben gezeigt; und findet nach einander $e^{-t}=0,10828$, dann $e^{-t}=0,10936$, hierauf $e^{-t}=0,10965$, woraus $t=2,2104$. Diese Zeit ist mehr als das Dreifache von der im vorigen Beispiele, obgleich der Werth von $c$ nur verdoppelt ist. Die Dauer einer Vorstellung im Bewusstsein gewinnt in weit grösserem Verhältnisse als ihre Stärke. Dasselbe gilt von der Zeit des Steigens bis zum Maximum, welche hier $=0,60812$ gefunden wird; noch mehr von dem Maximum selbst, denn $\gamma$ erhebt sich bis zu $0,9261$. Um eben diese Zeit ist $b$ bis zu $\beta=4,197$ und $a$ bis zu $\alpha=6,595$ hervorgetreten. In jenem Zeitpuncte, worin $\gamma$ verschwindet, ist $\beta=7,48\ldots$ und $\alpha=12,4\ldots$

*Viertes Beispiel.* Hier soll der Hemmungsgrad $m$, der Vergleichung wegen, verändert werden. Es sei demnach $m=\frac{1}{2}$. Man weiss aus §. 6, dass für $c=4$, $\gamma$ nicht zur Schwelle zurückfallen würde; wir nehmen nun $c=2$, zur Vergleichung mit dem zweiten Beispiele; übrigens wie vorhin, $a=15$, $b=10$. Hieraus wird $k=1,45$. Man kann zwar im vorliegenden Falle durch Aufsuchung des Wendungspuncts leicht zum Ziele gelangen; allein derselbe lässt sich auch zu einem Rückblick auf das angezeigte Verfahren mittelst einer kubischen Gleichung benutzen; und dies soll hier geschehen. Nachdem $q-1=0,16$ gefunden worden, hat man $y=0,48792$, und hieraus, nach geschehener Division mit $y^{-0,1}$, die berichtigte Gleichung

$$0=y^3-1,0797\,y^2+0,14892;$$

woraus, nach gewöhnlicher Verbesserung des vorigen Werths, $y=0,5116$, oder $x=0,2617$, oder $t=1,3404$. Wenn jetzt

noch die allgemeine Näherung hinzukommt, so ergiebt sie $t' = 0{,}0044$, also das gesuchte $t = 1{,}3448$. Diese Zeit ist wenig mehr als das Doppelte von jener im zweiten Beispiele. Die Vorstellung $c$ bleibt also ungefähr doppelt so lange im Bewusstsein, weil ihr Hemmungsgrad nur halb so gross ist als zuvor. Ihr Maximum hat sie in dem Zeitpuncte 0,4959, und das Maximum selbst beträgt 0,4087. Im zweiten Beispiel war es 0,2207, also ist es nicht völlig verdoppelt. In eben diesem Zeitpuncte 0,4959 hat $\beta$ den Werth 3,83 .. erreicht, und $\alpha$ ist $= 5{,}814$. Für die Zeit 1,344..., da $\gamma = 0$ wird, ist $\beta = 7{,}063\ldots$ und $\alpha = 10{,}84\ldots$

## §. 8.

Wir richten jetzt unsere Aufmerksamkeit auf die Vorstellungen $a$ und $b$; zuvörderst um zu sehen, welche Veränderung ihrem Aufsteigen dadurch begegnet, dass eine dritte ihnen entgegengesetzte zu gleicher Zeit mit ihnen hervortritt. Das dritte Beispiel kann den Unterschied am auffallendsten machen, weil $c$ dort am grössten angenommen wurde. Die Formeln [1] und [2] des §. 2 müssen zeigen, wie hoch $a$ und $b$ sich zu den im dritten Beispiele angemerkten Zeitpuncten würden erhoben haben, wenn keine dritte Vorstellung vorhanden gewesen wäre.

Wir nehmen also, wie dort, $a = 15$, $b = 10$, $m = 1$. Hieraus $k = 1{,}6$. Man findet

für die Zeit 0,60812, $\alpha = 6{,}388$; $\beta = 3{,}887$;

für die Zeit 2,2104, $\alpha = 11{,}46$; $\beta = 6{,}068$.

Demnach $\alpha$ beidemal fast doppelt so gross als $\beta$. Dies kann nicht befremden, wenn man die Formeln [1] und [2] ansieht. Die Exponentialgrösse $e^{-kt}$ nimmt schneller ab, als $e^{-t}$. Auch ist gleich Anfangs erinnert worden, dass, wenn $a$ oder $b$ einzeln, und gar keiner Hemmung unterworfen, aus dem ganz gehemmten Zustande hervortreten, dann ihre Differentiale sein würden

$$d\alpha = (a - \alpha)\,dt, \text{ und } d\beta = (b - \beta)\,dt$$

$$\text{mithin } \alpha = a(1 - e^{-t}), \text{ und } \beta = b(1 - e^{-t}).$$

Zusammen steigend aber hindern sie einander; und dabei leidet $b$, als die schwächere, am meisten; es wird ihr eine Grenze $= \frac{b}{k}$ gesetzt, der sie sich mit einer Geschwindigkeit $= \frac{d\beta}{dt} = b - k\beta$ annähern muss. Die stärkere Vorstellung leidet weniger; dies zeigt sich in dem ersten Gliede der Formel für $\alpha$; worin noch

die Grösse $1-e^{-t}$ vorkommt, wiewohl nicht mit dem *ganzen* $a$ multiplicirt.

Vergleicht man aber die Beispiele des vorigen §, so fällt sogleich der grosse Unterschied ins Auge. Dort wird die Hemmungssumme zum grössten Theil auf die dritte, schwächste Vorstellung geworfen. Daher sind dort sämmtliche Werthe von $\alpha$ und $\beta$ für die nämlichen Zeiten grösser gefunden; und überdies behält $\beta$ gegen $\alpha$ noch ziemlich nahe das ursprüngliche Verhältniss von $b$ zu $a$, nämlich $10:15=2:3$. Der Vortheil ist also am grössten für $\beta$.

Dies ist nicht so zu verstehen, als ob die stärkern Vorstellungen gegen die schwächern in Verbindung träten; vielmehr werden für jetzt noch die Vorstellungen als völlig unverbunden betrachtet. Sondern es ist die blosse, unmittelbare Folge von der Natur der Hemmungssumme, die aus allen gleichzeitigen Vorstellungen als eine gemeinschaftliche Last für alle hervorgeht, im umgekehrten Verhältnisse des Widerstandes sich vertheilt, und in jedem Augenblicke mit einer, ihrer Grösse proportionalen Geschwindigkeit sinkt.

## §. 9.

Was wird nun geschehen, nachdem $\gamma$ gesunken ist bis auf Null? Die Hemmungssumme, welche eben vorhanden ist, und unmittelbar zuvor noch am meisten gegen $\gamma$ drängte, fällt auf einmal dem $a$ und $b$ zur Last; vorzüglich dem letztern, als dem schwächeren. Aehnliches kommt schon bei sinkenden Vorstellungen vor;* nur ist es hier mehr verwickelt, und die plötzlichen Abänderungen können im Bewusstsein merklicher werden.

In dem Augenblicke, da $\gamma=0$ wird, sei $\beta=B$; und $\alpha=A$. Man lasse von hier eine neue Zeit beginnen; so müssen die Formeln [1] und [2] in Ansehung der Constanten verändert werden. Aus

$$d\beta=\left(b-\beta-\frac{am\beta}{a+b}\right)dt \text{ oder } (b-k\beta)\,dt$$

folgt zwar auch jetzt noch

$$log.\frac{b-k\beta}{Const.}=-kt;$$

aber $Const.=b-kB$, und

$$\beta=\frac{b}{k}(1-e^{-kt})+Be^{-kt}. \qquad [9]$$

* Psychologie §. 75.

Hiernach bekommt die Formel für $\alpha$ einen Zusatz, indem das $Q$ des §. 2 noch ein Glied in sich aufnehmen muss. Die ganze Formel kann übrigens bleiben, wie sie war; man hat nur Folgendes beizufügen:

$$-\frac{Bmb}{(k-1)(a+b)}(e^{-t}-e^{-kt})+Ae^{-t}. \qquad [10]$$

Wenn $a=15$, $b=10$, wie in den vorigen Beispielen, so ist die Erhebungsgrenze des $\beta$ nach Formel [2] nicht höher als $\frac{10 \cdot 5}{8}$ $=6{,}25$. Im dritten Beispiele war aber $\beta$ emporgestiegen bis $7{,}48=B$. Folglich

$$d\beta=(b-Bk)\,e^{-kt}\,dt \qquad [11]$$

ist beim Anfang der neuen Zeit $=-1{,}96dt$. Die Geschwindigkeit$=\frac{d\beta}{dt}$ ist negativ; $b$ muss sinken.

Ferner giebt die Formel [1], in Verbindung mit dem so eben angezeigten Zusatze

$$\frac{d\alpha}{dt}=\left[a-\frac{b^2}{a}-A+\frac{mbB}{(k-1)(a+b)}\right]e^{-t}$$
$$+\left[\frac{b^2}{a}-\frac{k}{(k-1)}\cdot\frac{mbB}{(a+b)}\right]e^{-kt}. \qquad [12]$$

Für die angenommenen Werthe, welchen gemäss $m=1$ und $k=1{,}6$; auch $t=0$, giebt dieser Ausdruck: $-0{,}401$; also ist auch die Geschwindigkeit von $\alpha$ negativ.

Setzt man endlich $a-\frac{b^2}{a}-A+\frac{mbB}{(k-1)(a+b)}=p$,

$$\frac{b^2}{a}-\frac{k}{(k-1)}\cdot\frac{mbB}{(a+b)}=-q,$$

und alsdann $pe^{-t}=qe^{-kt}$, oder $\frac{d\alpha}{dt}=0$,

$$\text{woraus } t=\frac{1}{k-1}\cdot\log.\frac{q}{p}; \qquad [13]$$

so muss um diese Zeit $\alpha$ ein Minimum haben. Im Beispiel findet sich $\alpha=12{,}313$; es war aber in dem Augenblick, da $\gamma$ verschwand, $\alpha=12{,}409$; also ist es um 0,096 gesunken. Die Zeit seines Sinkens beträgt 0,6069. Nach Verlauf dieser Zeit ist $\beta$ von 7,4806 herabgesunken bis auf 6,7159; also hat es 0,7647 verloren; ungefähr 8 mal so viel wie $\alpha$.

Man bemerke noch, dass die Zusätze wegen $A$ und $B$, welche die vorigen Formeln hier bekommen haben, an den Grenzen, denen sich $\alpha$ und $\beta$ annähern, nichts verändern können. Denn sie hängen von Exponentialgrössen ab, die für grössere $t$ bald so gut als völlig unbedeutend werden. Vielmehr sinkt $\beta$ lang-

sam zu seiner Grenze 6,25; nnd $\alpha$ steigt vom Minimum allmälig bis 12,5.

## §. 10.

Vermuthen lässt sich, dass von vier Vorstellungen, $a, b, c, d$, die drei schwächern zuerst sich grossentheils ähnlich jenen bewegen werden; und dass, nachdem $d$ zur Schwelle gesunken, ihm $c$ bald nachstürzen, und dadurch für $a$ und $b$ das vorige Verhalten eintreten werde. Anstatt hierüber weitläuftige Rechnungen anzustellen,* wollen wir die schon geführte Rechnung etwas erweitern.

Gesetzt, es gebe mehrere Vorstellungen von gleicher Stärke $= b$, deren Anzahl $= \mu$, und auch mehrere $= c$, deren Anzahl $= \nu$: so hat man die nämlichen Differentialgleichungen wie im §. 4, allein die zweite und dritte mehrmals. Um zunächst die Grössen $\pi', \pi'', \pi'''$ zu bestimmen: so findet sich

$$\pi' = \frac{bc}{bc + \mu ac + \nu ab}, \quad \pi'' = \frac{ac}{bc + \mu ac + \nu ab}, \quad \pi''' = \frac{ab}{bc + \mu ac + \nu ab}.$$

Ferner
$$d\alpha = [a - \alpha - \pi' m (\mu\beta + \nu\gamma)]\, dt,$$
$$d\beta = [b - \beta - \pi'' m (\mu\beta + \nu\gamma)]\, dt,$$
$$\vdots \qquad \vdots$$
$$d\gamma = [c - \gamma - \pi''' m (\mu\beta + \nu\gamma)]\, dt,$$
$$\vdots \qquad \vdots$$

giebt beim Addiren der $d\beta$ und $d\gamma$

$$d(\mu\beta + \nu\gamma) = [\mu b + \nu c - (\mu\beta + \nu\gamma) - (\mu\pi'' + \nu\pi''')\, m (\mu\beta + \nu\gamma)]\, dt,$$

und $\mu\beta + \nu\gamma = \frac{\mu b + \nu c}{k}(1 - e^{-kt})$,

$$\text{wo } k = 1 + (\mu\pi'' + \nu\pi''') \,.\, m = 1 + m \,.\, \frac{\mu ac + \nu ab}{bc + \mu ac + \nu ab}.$$

Ist hier $m = 1$, so wird für ein kleines $c$ sich $k - 1$ fast ganz $= 1$, oder $k = 2$ setzen lassen. Ueberdem ist dann $\pi'$ sehr gering, d. h. $\alpha$ bewegt sich fast wie wenn keine Hemmung darauf wirkte. Daher wollen wir die Rechnung nur für $\beta$ und $\gamma$ fortsetzen. Wie im §. 2 schreiben wir

$$d\beta + \beta dt = Q dt, \text{ woraus, wie dort, } du \,.\, e^{-t} = Q dt;$$

* Zu bemerken ist, dass man auch bei vier Vorstellungen nicht mehr als zwei Exponentialgrössen, von der Form $(1 - e^{-kt})$ und $(1 - e^{-t})$, finden wird; nur die Coëfficienten sind weit mehr verwickelt.

$$du = Qe^t dt = \left(b - \pi'' . \frac{(\mu b + \nu c)}{k}\right) e^t dt + \pi'' \frac{\mu b + \nu c}{k} . e^{(1-k)t} dt;$$

$$u = \left(b - \pi'' . \frac{\mu b + \nu c}{k}\right) e^t + \pi'' \frac{\mu b + \nu c}{k . (1-k)} . e^{(1-k)t} + Const.;$$

$$\beta = \left(b - \pi'' . \frac{\mu b + \nu c}{k}\right) + \pi'' \frac{\mu b + \nu c}{k . (1-k)} e^{-kt} + Const.\, e^{-t};$$

und weil $\beta = 0$ für $t = 0$,

$0 = \left(b - \pi'' . \frac{\mu b + \nu c}{k}\right) + \pi'' \frac{\mu b + \nu c}{k . (1-k)} + Const.$, so ergiebt sich

$$\beta = \left(b - \pi'' . \frac{\mu b + \nu c}{k}\right) . (1 - e^{-t}) + \pi'' . \frac{\mu b + \nu c}{k . (1-k)} (e^{-kt} - e^{-t}),$$

$$\text{oder } b\,(1 - e^{-t}) - \pi'' . \frac{\mu b + \nu c}{k} (1 - e^{-t})$$

$$+ \pi'' \frac{\mu b + \nu c}{k . (k-1)} (e^{-t} - e^{-kt}). \qquad [14]$$

Falls ohne bedeutenden Fehler $k = 2$ und $k - 1 = 1$ genommen werden kann, ergiebt sich

$$\beta = b(1 - e^{-t}) - \pi'' \frac{\mu b + \nu c}{k} (1 + e^{-kt} - 2e^{-t}); \qquad [15]$$

und eben so

$$\gamma = c(1 - e^{-t}) - \pi''' . \frac{\mu b + \nu c}{k} (1 + e^{-kt} - 2e^{-t}). \qquad [16]$$

Die Berechnung für $\gamma = 0$ ist hier ausserordentlich leicht, da man, die nämliche Abkürzung durch $k = 2$ beibehaltend, schreiben kann

$$0 = c(1 - e^{-t}) - \tfrac{1}{2} \pi''' (\mu b + \nu c) . (1 - e^{-t})^2,$$

oder $0 = c - \tfrac{1}{2} \pi''' (\mu b + \nu c)(1 - e^{-t})$,

also $1 - e^{-t} = \frac{2c}{\pi''' (\mu b + \nu c)}$,

und $log. \frac{\pi''' (\mu b + \nu c)}{\pi''' (\mu b + \nu c) - 2c} = t$.

Dieser Ausdruck lässt sich für manche Fälle noch bedeutend abkürzen. Denn $\pi''' = \frac{ab}{bc + \mu ac + \nu ab}$ wird für ein grosses $\mu a$ oder $\nu a$, indem man $bc$ weglässt, beinahe $= \frac{b}{\mu c - \nu b}$, daher nahe

$$t = log. \frac{b(\mu b + \nu c)}{\mu(b^2 - 2c^2) - \nu bc}.$$

Ist ferner $c$ klein genug, damit vorläufig auch noch $2c^2$ neben $b^2$ weggelassen werden könne, so hat man beinahe

$$t = log. \frac{\mu b + \nu c}{\mu b - \nu c} = log. \frac{1 + \frac{\nu c}{\mu b}}{1 - \frac{\nu c}{\mu b}} = 2\left[\frac{\nu c}{\mu b} + \tfrac{1}{3} \frac{\nu^3 c^3}{\mu^3 b^3} + \ldots\right].$$

Uebrigens lassen sich die Formeln auch nach Analogie der

obigen [3, 4, 5] anordne; um dies an der Formel für $b$ kurz zu zeigen, dient Folgendes.

Anstatt $-\pi''.\frac{\mu b+\nu c}{k}(1-e^{-t})$ schreibe man getrennt $-\pi''.\frac{\mu b+\nu c}{k}+\pi''.\frac{\mu b+\nu c}{k}e^{-t}$, und vereinige den letztern Theil mit $\pi''\frac{\mu b+\nu c}{k.(k-1)}e^{-t}$; so wird wegen $1+\frac{1}{k-1}=\frac{k}{k-1}$ aus beidem $\pi''\frac{(\mu b+\nu c)}{k-1}e^{-t}$. Ferner zerlege man den ersten Theil in zwei Ausdrücke; nämlich $-\pi''.\frac{\mu b+\nu c}{k}=\pi''.\frac{\mu b+\nu c}{k-1}.\frac{1-k}{k}$, oder $\pi''\frac{\mu b+\nu c}{(k-1).k}-\pi''\frac{\mu b+\nu c}{k-1}$. Dieser letztere negative Ausdruck, zusammengefasst mit jenem, der die Grösse $e^{-t}$ mit sich führt, ergiebt $-\pi''\frac{\mu b+\nu c}{k-1}(1-e^{-t})$, welches mit $b(1-e^{-t})$ zu verbinden ist. Eben so lässt sich jenes $\pi''\frac{\mu b+\nu c}{(k-1).k}$ mit demjenigen Theile der Formel verknüpfen, welcher die Exponentialgrösse $e^{-kt}$ enthält; man hat alsdann $\pi''\frac{\mu b+\nu c}{(k-1).k}(1-e^{-kt})$. Die ganze Formel ist nun

$$\beta=\left(b-\pi''\frac{\mu b+\nu c}{k-1}\right)(1-e^{-t})+\pi''\frac{\mu b+\nu c}{(k-1).k}(1-e^{-kt});$$

und eben so

$$\gamma=\left(c-\pi'''\frac{\mu b+\nu c}{k-1}\right)(1-e^{-t})+\frac{\pi'''}{k-1}.\frac{\mu b+\nu c}{k}(1-e^{-kt}).$$

*Beispiel.* $a=15$, $b=10$, $c=1$, $\mu=1$, $\nu=4$. Jedes der vier $\gamma$ hat um die Zeit $=0{,}3533$ das Maximum $=0{,}1488$; und verschwindet aus dem Bewusstsein um die Zeit $=0{,}9044$. Dies Beispiel gestattet eine doppelte Vergleichung. Zuerst mit dem ersten Beispiele des §. 7. Wir stellen also zusammen

| | Maximum, | Zeit des Maximum, | Zeit des Verschwindens. |
|---|---|---|---|
| dort | 0,0552 | 0,1123 | 0,2379 |
| hier | 0,1488 | 0,3533 | 0,9044 |

Der Grund des Unterschiedes ist klar. Der beträchtliche Theil der Hemmungssumme, der aus $\beta$ entspringt, fiel dort meistens auf ein einziges $c$. Hier ist, wie dort, $c=1$ gesetzt, aber es sind solcher $c$ vier angenommen. Diese vermehren zwar die Hemmungssumme; allein weit erheblicher ist der Umstand, dass sie als Träger der gemeinsamen Last dienen; als solche halten sie mehr und länger aus; beinahe dreifach.

Die zweite Vergleichung bietet das dritte Beispiel des §. 7.

Dort war nur ein einziges $c=4$ angenommen; hier ist dieselbe, dem $a$ und $b$ entgegenwirkende Grösse in vier Theile gleichsam zersplittert. Es war

| | Maximum, | Zeit des Maximum, | Zeit des Verschwindens, |
|---|---|---|---|
| dort | 0,9261 | 0,6081 | 2,2104 |
| hier | 0,1488 | 0,3533 | 0,9044 |

wobei besonders auffällt, wieviel länger dort die Zwischenzeit zwischen der des Maximums und des Verschwindens verhältnissmässig dauert, als hier. Dort wird die Zeit des Maximums beinahe vierfach genommen den Zeitpunct des Verschwindens ergeben; hier nicht einmal dreifach. Das Sinken geht viel langsamer, wo eine grössere, das heisst in diesem Falle, eine besser concentrirte Energie sich demselben widersetzt. Am meisten gewinnt das Maximum, welches sich im Beispiele nahe sechsfach vergrössert zeigt, wo der Widerstand als Gesammtkraft wirkt.

Wir haben noch auf $\alpha$ und $\beta$ zu sehen. Wegen $\alpha$ ist schon erinnert worden, dass darauf die Hemmuhg unter den jetzigen Voraussetzungen keinen sehr merklichen Einfluss haben könne. In der That ist $\pi'$ hier nicht vollends $=\frac{1}{82}$, also kann ein so kleiner Theil der Hemmungssumme, neben $\alpha$ selbst, in der Gleichung $d\alpha=[a-\alpha-\pi'(\mu\beta+\nu\gamma)]dt$ kaum in Betracht kommen. Denkt man sich nun $\alpha$ ganz ohne Widerstand steigend, so ist um die Zeit $=0,9044$, $\alpha=a(1-e^{-t})=8,9283$. Beinaho dasselbe könnte man auf $b$ anwenden; denn $\pi''$ ist noch nicht vollends $\frac{1}{41}$; stiege nun $\beta$ ohne Widerstand, so wäre um die nämliche Zeit, $\beta=5,9522$. Bloss um die Geringfügigkeit des Unterschiedes zu zeigen, wollen wir $\beta$ aus der Formel berechnen; mit der Bemerkung, dass der Unterschied hier dennoch bedeutender ist, als bei $\alpha$, weil $\beta$ kleiner ist, und ein grösserer Zusatz daneben weniger darf vernachlässigt werden. Es findet sich nämlich $\beta=5,8927$.

Jetzt erneuern sich die Betrachtungen des §. 9. Es sind $a$ und $b$ fast ohne Widerstand bis zu $\alpha$ und $\beta$ emporgestiegen, so lange die vier gleichen $c$ ihren Druck übernehmen. Plötzlich verschwindet diese Unterstützung; und die beträchtliche Hemmungssumme $=5,8927$ fällt auf $a$ und $b$. So eben noch stieg $\beta$ fast mit der Geschwindigkeit $b-\beta=4,107$; plötzlich tritt die viel geringere Geschwindigkeit, $=0,5716$, an deren Stelle, die sich (nach Formel 11) noch überdies continuirlich vermindert.

Auch die Geschwindigkeit von $\alpha$ muss sich auf einmal vermindern, wie man ohne Rechnung leicht genug übersieht. Zu einem Minimum von $\alpha$ kommt es indessen hier nicht, weil kein Sinken erfolgt, sondern nur ein Stocken, das für $b$ fast einem Stillstande gleicht.

Werden zwei Vorstellungen, jede von der Stärke $=10$, statt, wie zuvor, *einer* solchen, angenommen, das Uebrige wie vorhin: so findet sich jedes $\gamma=0$ für die Zeit 0,43947; um diese Zeit ist jedes $\beta=3{,}502$; und $\alpha=5{,}3343$. Die Formeln [4] und [5] ergeben zur Erhebungsgrenze für jedes $\beta$, $5+\frac{5}{7}$; und zur Grenze von $\alpha$, $12+\frac{1}{7}$; demnach sind beide $b$ und $a$ noch weit von ihrer Grenze, können noch beträchtlich steigen, und ihre Geschwindigkeit wird weniger gestört, indem die sämmtlichen $c$ zur Schwelle zurücksinken. Die Zeit war zu kurz, als dass sich jene schon bedeutend hätten ihrer Grenze nähern können. Hätte man eine grössere Anzahl der $c$ angenommen, so würde die Zeit ihres Zurücksinkens sich verlängert haben, wie aus dem vorigen Beispiele zu ersehen war.

---

## ZWEITES CAPITEL.

## Vom Steigen bei ungleichen Hemmungsgraden.

### §. 11.

Das bisherige Verfahren beruht wesentlich auf der Addition derjenigen Gleichungen, welche zusammen genommen die veränderliche Hemmungssumme ergeben müssen. Dieser Vortheil der Rechnung geht verloren, wenn die Hemmungsgrade ohne Einschränkung ungleich sein sollen; man kann ihn aber noch beibehalten, wenn wenigstens diejenigen Hemmungsgrade gleich sind, die in der Hemmungssumme vorkommen. Um dies kurz zu zeigen, nehmen wir an, in einer Hemmungssumme wie $n\beta+p\gamma$, sei $n=p$.

Es sei nun

$$\pi'=\frac{bc\varepsilon}{bc\varepsilon+ac\eta+ab\vartheta},\ \pi''=\frac{ac\eta}{bc\varepsilon+ac\eta+ab\vartheta},\ \pi'''=\frac{ab\vartheta}{bc\varepsilon+ac\eta+ab\vartheta}\text{*},$$

* Psychologie §. 54, wo die Verhältnisszahlen, (nach denen das Quantum, was gehemmt wird, zu vertheilen ist,) durch $\frac{\varepsilon}{a}$, $\frac{\eta}{b}$, $\frac{\vartheta}{c}$, ausgedrückt sind; indem $\varepsilon$, $\eta$, $\vartheta$, jedesmal solche Summen von Hemmungsgraden, wie $p+n$, oder $p+m$, oder $m+n$ bedeuten, gemäss den verschiedenen Umständen, wie dieselben mit $a$, $b$, $c$, zu verbinden sind.

auch die Hemmungssumme $= n\,(\beta + \gamma)$, und man habe wie vorhin die drei Gleichungen

$$d\alpha = [a - \alpha - \pi' n\,(\beta + \gamma)]\,dt,$$
$$d\beta = [b - \beta - \pi'' n\,(\beta + \gamma)]\,dt,$$
$$d\gamma = [c - \gamma - \pi''' n\,(\beta + \gamma)]\,dt;$$

so ist auch jetzt noch

$$d\,(\beta + \gamma) = [b + c - k\,(\beta + \gamma)]\,dt,$$

wo $k = 1 + n\,(\pi'' + \pi''') = 1 + n \,.\, \frac{ac\eta + ab\vartheta}{bc\epsilon + ac\eta + ab\vartheta}$; und die Rechnung läuft auf bekannten Wege fort bis zu den drei Gleichungen von völlig gleicher Form:

$$\alpha = \left(a - \pi' n \frac{b+c}{k}\right)(1 - e^{-t}) + \pi' n \frac{b+c}{k} \cdot \frac{1}{k-1} \cdot (e^{-t} - e^{-kt}); \quad [17]$$

$$\beta = \left(b - \pi'' n \frac{b+c}{k}\right)(1 - e^{-t}) + \pi'' n \frac{b+c}{k} \cdot \frac{1}{k-1} (e^{-t} - e^{-kt}); \quad [18]$$

$$\gamma = \left(c - \pi''' n \frac{b+c}{k}\right)(1 - e^{-t}) + \pi''' n \frac{b+c}{k} \cdot \frac{1}{k-1} (e^{-t} - e^{-kt}); \quad [19]$$

welche nach Verschiedenheit der $\pi'$, $\pi''$, $\pi'''$, und nach dem Unterschiede der Hemmungssummen und Hemmungsgrade, andre und andre Bedeutungen annehmen werden. Ist die Hemmungssumme $n\ (\alpha + \gamma)$, so addirt man die erste und dritte Gleichung; ist sie $n\,(\alpha + \beta)$, die erste und zweite.

## §. 12.

Für die Rechnung mit drei verschiedenen Hemmungsgraden sollen andre Buchstaben gewählt werden, damit man denselben die vorhin gebrauchten nach Verschiedenheit der Umstände substituiren könne. Hiedurch wird nicht blos den Verwechselungen vorgebeugt, welche sonst bei verschiedenen Hemmungssummen entstehen möchten, sondern die Rechnung wird auch auf mehrere gleich starke Vorstellungen (wie im §. 10) sich erweitern lassen.

Zum Anfange bedarf man nur der beiden Gleichungen, worin diejenigen Vorstellungen sich befinden, von welchen die Hemmungssumme abhängt. Diese beiden Vorstellungen bezeichnen wir ihrer Stärke nach mit $X$ und $Y$, welche Grössen constant sind; ihre veränderlichen Theile mit $x$ und $y$. Zu ihnen gehören zwei Hemmungscoëfficienten, wie die obigen $\pi''$ und $\pi'''$; diese mögen jetzt $\lambda$ und $\lambda'$ heissen. Die Hemmungssumme sei $fx + hy$, wo $f$ und $h$ die darin vorkommenden Hemmungsgrade bedeuten. Alsdann hat man folgende Gleichungen:

$$dx = [X - x - \lambda(fx + hy)]\,dt,$$
$$dy = [Y - y - \lambda'(fx + hy)]\,dt;$$

oder etwas anders geordnet

$$dx + (x + \lambda fx)\,dt = (X - \lambda hy)\,dt,$$
$$dy + (y + \lambda' hy)\,dt = (Y - \lambda' fx)\,dt.$$

Die zweite dieser Gleichungen multiplicire man mit einer noch unbestimmten Grösse, deren Bestimmung vorbehalten bleibt*; dieselbe sei $\vartheta$. Also

$$\vartheta dy + \vartheta y(1 + \lambda' h)\,dt = \vartheta(Y - \lambda' fx)\,dt.$$

Diese Gleichung zur ersten addirt giebt

$$dx + \vartheta dy + [x(1 + \lambda f) + \vartheta y(1 + \lambda' h)]\,dt$$
$$= [X - \lambda hy + \vartheta(Y - \lambda' fx)]\,dt;$$

und geordnet

$$dx + \vartheta dy + \left[x\begin{cases}1 + \lambda f\\ +\lambda' f\vartheta\end{cases} + y\begin{cases}(1 + \lambda' h)\vartheta\\ +\lambda h\end{cases}\right]dt = (X + \vartheta Y)\,dt.$$

Der Integration wegen führen wir eine neue veränderliche Grösse $z$ ein; dergestalt dass

$$x\begin{cases}1 + \lambda f\\ +\lambda' f\vartheta\end{cases} + y\begin{cases}(1 + \lambda' h)\vartheta\\ +\lambda h\end{cases} = (1 + \lambda f + \lambda' f\vartheta)\,z;$$

$$\text{mithin } dx + \frac{\vartheta + \lambda' h\vartheta + \lambda h}{1 + \lambda f + \lambda' f\vartheta}\,dy = dz.$$

Jetzt werde das vorhin angenommene $\vartheta$ so bestimmt, dass

$$\vartheta = \frac{\lambda h + (1 + \lambda' h)\,\vartheta}{1 + \lambda f + \lambda' f\vartheta}.$$

Dies führt auf eine quadratische Gleichung für $\vartheta$. Der grössern Deutlichkeit wegen schreiben wir Anfangs

$$\vartheta = \frac{B + B'\vartheta}{A + A'\vartheta},$$

oder $A\vartheta + A'\vartheta^2 = B + B'\vartheta$, woraus

$$\vartheta = \frac{B' - A}{2A'} \pm \sqrt{\frac{(B' - A)^2 + 4A'B}{4A'^2}}.$$

Da nun $B' - A = 1 + \lambda' h - (1 + \lambda f)$, also $(B' - A)^2 = (\lambda' h)^2 - 2\lambda' h\lambda f + (\lambda f)^2$, und $4A'B = 4\lambda' f\lambda h$, so lässt sich die Quadratwurzel ausziehen; und die Rechnung giebt

$$\vartheta = \frac{\lambda' h - \lambda f}{2\lambda' f} \pm \frac{\lambda' h + \lambda f}{2\lambda' f};$$

also der eine Werth ist $\vartheta = \frac{h}{f}$,

---

* Die Methode lehrt u. a. Lacroix im Traité élém. de calcul. diff. et integr. §. 286.

der andre $\vartheta = -\frac{\lambda}{\lambda'}$.

Ferner hat man für die neu eingeführte veränderliche $z$ die Gleichung

$$dx + \vartheta dy + (1 + \lambda f + \lambda' f\vartheta) z dt = (X + \vartheta Y)\, dt,$$

das heisst $dz + (1 + \lambda f + \lambda' f\vartheta) z dt = (X + \vartheta Y)\, dt$,
weil zuvor $\vartheta$ auf die angegebene Weise war bestimmt worden. In diese Gleichung führe man die beiden berechneten Werthe von $\vartheta$ ein, so hat man

1) $dz + (1 + \lambda f + \lambda' h) z dt = (X + \frac{h}{f} Y)\, dt$,

2) $dz + z dt = (X - \frac{\lambda}{\lambda'} Y)\, dt$.

Beide Gleichungen haben die Form

$$dz + Fz dt = C dt,$$

und ergeben

$$-\frac{1}{F} \cdot \log. \frac{C - Fz}{C} = t;$$

woraus alsdann

$$z = \frac{C}{F}(1 - e^{-Ft}).$$

Das heisst, weil $z = x + \vartheta y$,

1) $z = \frac{fX + hY}{f(1 + \lambda f + \lambda' h)} \cdot (1 - e^{-(1 + \lambda f + \lambda' h)t}) = x + \frac{h}{f} y$;

2) $z = \frac{\lambda' X - \lambda Y}{\lambda'}(1 - e^{-t}) = x - \frac{\lambda}{\lambda'} y$.

Aus diesen beiden Gleichungen ergeben sich $x$ und $y$. Man setze zur Abkürzung $k = 1 + \lambda f + \lambda' h$, so ist

$$\frac{\lambda' f}{\lambda f + \lambda' h} \cdot \frac{fX + hY}{fk} \cdot (1 - e^{-kt}) - \frac{\lambda' f}{\lambda f + \lambda' h} \cdot \frac{\lambda' X - \lambda Y}{\lambda'} \cdot (1 - e^{-t}) = y;$$

$$\frac{\lambda' f}{\lambda f + \lambda' h} \cdot \frac{\lambda}{\lambda'} \cdot \frac{fX + hY}{fk} \cdot (1 - e^{-kt})$$
$$+ \frac{\lambda' f}{\lambda f + \lambda' h} \cdot \frac{h}{f} \cdot \frac{\lambda' X - \lambda Y}{\lambda'}(1 - e^{-t}) = x;$$

oder, etwas mehr symmetrisch und mehr zusammengezogen:

$$\frac{\lambda'(fX + hY)}{(k-1)k}(1 - e^{-kt}) - \frac{f(\lambda' X - \lambda Y)}{k-1}(1 - e^{-t}) = y; \quad [20]$$

$$\frac{\lambda(fX + hY)}{(k-1)k}(1 - e^{-kt}) + \frac{h(\lambda' X - \lambda Y)}{k-1}(1 - e^{-t}) = x. \quad [21]$$

Es bleibt jetzt noch übrig, das Hervortreten der dritten Vorstellung zu bestimmen, welche in den Ausdruck der Hemmungssumme nicht eingeht.

Die Stärke dieser Vorstellung sei $= U$; der veränderliche Theil dieses constanten $U$, welcher Theil allmälig im Bewusst-

sein hervortritt, sei $=u$, der zugehörige Hemmungscoëfficient (den wir sonst mit $\pi'$ bezeichneten) sei $\lambda''$; so hat man

$$du = [U - u - \lambda''\,(fx + hy)]\,dt;\ \text{und}$$
$$dx = [X - x - \lambda\ \,(fx + hy)]\,dt;\ \text{ferner}$$
$$\frac{\lambda}{\lambda''}\,du = \left(\frac{\lambda}{\lambda''}\,(U - u) - \lambda\,(fx + hy)\right) dt;\ \text{woraus}$$
$$d\left(x - \frac{\lambda}{\lambda''}\,u\right) = \left[X - x - \frac{\lambda}{\lambda''}\,(U - u)\right] dt$$
$$= \left[X - \frac{\lambda}{\lambda''}\,U - \left(x - \frac{\lambda}{\lambda''}\,u\right)\right] dt;$$

also $x - \frac{\lambda}{\lambda''}\,u = \left(X - \frac{\lambda}{\lambda''}\,U\right)(1 - e^{-t})$,

und $u = \frac{\lambda''}{\lambda}\,x + \left(U - \frac{\lambda''}{\lambda}\,X\right)(1 - e^{-t})$. [22]

Daher, wenn $x$ berechnet ist, $u$ sehr leicht daraus gefunden wird.

## §. 13.

Zur Probe der vorstehenden Rechnung kann es dienen, auch in dieser Allgemeinheit den Satz des §. 3 nachzuweisen. Zu diesem Behuf stellen wir zuerst die Grenzwerthe von $u$, $x$, $y$, zusammen, wozu, wie bekannt, nöthig ist, die Exponentialgrössen wegzulassen, indem diese beim Verlauf der Zeit verschwinden. Die Grenzen sind folgende:

von $y$, $\frac{\lambda'\,(fX + hY)}{(\lambda f + \lambda' h)\,k} - \frac{f\,(\lambda' X - \lambda Y)}{\lambda f + \lambda' h}$;

von $x$, $\frac{\lambda\,(fX + hY)}{(\lambda f + \lambda' h)\,k} + \frac{h\,(\lambda' X - \lambda Y)}{\lambda f + \lambda' h}$;

von $u$, $\frac{\lambda''\,(fX + hY)}{(\lambda f + \lambda' h)\,k} + \frac{\lambda'' h\,(\lambda' X - \lambda Y)}{\lambda\,(\lambda f + \lambda' h)} - \frac{\lambda''}{\lambda}\,X + U$.

Die Summe dieser Werthe, welche $y$, $x$, $u$, in unendlicher Zeit erreichen würden, heisse $S$; die ganze alsdann vorhandene Hemmungssumme $fx + hy$ heisse $\Sigma$, (worin also $x$ und $y$ nach ihren eben angegebenen Werthen zu nehmen sind,) so ist der Satz dieser:

$$U + X + Y - S = \Sigma,$$
oder $U + X + Y - \Sigma = S$.

Nun ist zuvörderst klar, dass $U$ von selbst wegfällt, denn es ist in $S$ enthalten; und man mag schreiben

$$X + Y - \Sigma = S - U.$$

Ferner hebt sich in $\Sigma$ nach geschehener Multiplication mit $f$ und $h$ sogleich der negative Theil von $y$ gegen den entsprechenden positiven Theil von $x$, und es bleibt nur

$$\Sigma = \frac{fX + hY}{(\lambda f + \lambda' h)\,k} \cdot (h\lambda' + f\lambda) = \frac{fX + hY}{k}.$$

Man hat also auf der einen Seite der Gleichung

$$X-\frac{fX}{k}+Y-\frac{hY}{k}.$$

Jetzt ist zu bemerken, dass $\lambda+\lambda'+\lambda''=1$, daher $1-\lambda=\lambda'+\lambda''$ und $\lambda+\lambda'=1-\lambda''$.

Auf der andern Seite der Gleichung hat man

$$S-U=\frac{fX+hY}{(k-1).k}\cdot(\lambda+\lambda'+\lambda'')+\frac{\lambda'X-\lambda Y}{k-1}\left(h-f+\frac{\lambda''h}{\lambda}\right)-\frac{\lambda''}{\lambda}X.$$

Man fasse erst die Grössen zusammen, welche von $X$ abhängen, dann die, worin $Y$ vorkommt. Jene müssen zusammen $X-\frac{fX}{k}$ ausmachen; diese müssen sich zu $Y-\frac{hY}{k}$ vereinigen.

Von $X$ abhängig ist

$$\frac{fX}{(k-1).k}+\frac{\lambda'X}{k-1}\frac{(h\lambda-f\lambda+\lambda''h)}{\lambda}-\frac{\lambda''}{\lambda}X,\ \text{oder}$$

$$\frac{X}{(k-1).k.\lambda}\cdot[\lambda f+k\lambda'(h\lambda-f\lambda+\lambda''h)-\lambda''(k-1)k].$$

Anstatt $\lambda''(k-1)k$ schreibe man $k.(\lambda''\lambda'h+\lambda''\lambda f)$, so wird die eingeklammerte Grösse

$$=\lambda f+k.[\lambda\lambda'h-f\lambda(\lambda'+\lambda'')]=\lambda f+k[\lambda\lambda'h-f\lambda(1-\lambda)].$$

Aber $\lambda\lambda'h-f\lambda(1-\lambda)=\lambda(\lambda'h+f\lambda-f)$ ist

$$=\lambda(k-1-f);\ \text{ferner}\ \lambda f+k(\lambda\lambda'h-f\lambda(1-\lambda)$$
$$=\lambda[f+k(k-1)-kf]=\lambda.(k-1)(k-f).$$

Nachdem die eingeklammerte Grösse hierauf reducirt ist, zeigt sich sogleich, dass gefunden worden, was vorherzusehen war; denn

$$\frac{X}{(k-1).k.\lambda}\cdot\lambda[k-1(k-f)]=\frac{X(k-f)}{k}=X-\frac{fX}{k}.$$

Von $Y$ abhängig ist die Grösse

$$\frac{hY}{(k-1)k}-\frac{\lambda Y}{k-1}\left(h-f+\frac{\lambda''h}{\lambda}\right);\ \text{oder besser geordnet}$$

$\frac{Y}{k-1}\cdot\left[\frac{h}{k}-\lambda h+\lambda f-\lambda''h\right]$. Anstatt $h(\lambda+\lambda'')$ setze man $h(1-\lambda')$, so verwandelt sich die eingeklammerte Grösse in

$$\frac{h}{k}-h+k-1=\frac{h-hk+k(k-1)}{k}=\frac{(k-1)(k-h)}{k},$$

also die ganze von $Y$ abhängige Grösse ist nunmehr

$$=Y.\frac{k-h}{k}=Y-\frac{Yh}{k};$$

wie verlangt und erwartet.

## §. 14.

In §. 10. wurde angenommen, man habe mehrere Vorstellungen von gleicher Stärke $=b$, deren Anzahl $=\mu$, desgleichen mehrere $c$, deren Anzahl $=\nu$, in Rechnung zu bringen. Was

dort unter Voraussetzung gleicher Hemmungsgrade entwickelt worden, ist nun auf ungleiche Hemmungsgrade zu erweitern. Die Hemmungscoëfficienten sind, ähnlich denen im §. 11,

$$\pi' = \frac{b c \iota}{b c \iota + \mu a c \eta + \nu a b \vartheta}, \quad \pi'' = \frac{a c \eta}{b c \iota + \mu a c \eta + \nu a b \vartheta},$$

$$\pi''' = \frac{a b \vartheta}{b c \iota + \mu a c \eta + \nu a b \vartheta};$$

die gegebenen Gleichungen aber müssen eine Hemmungssumme enthalten, welche durch $\mu b$ und $\nu c$ bestimmt wird, wofern nämlich dieselbe von $b$ und $c$ abhängt; die nöthige Veränderung, falls $a$ darin vorkommt, wird leicht zu finden sein. Ueberdies enthält die Hemmungssumme noch ein paar Hemmungsgrade, wie $m, n, p$, um deren Auswahl wir uns hier nicht bekümmern;* ihre Bezeichnung durch $f$ und $h$ kann für jetzt beibehalten werden. Demnach sei die Hemmungssumme $= f\mu b + h\nu c$; und die gegebenen Gleichungen seien

$$d\alpha = [a - \alpha - \pi'(f\mu\beta + h\nu\gamma)]\,dt,$$
$$d\beta = [b - \beta - \pi''(f\mu\beta + h\nu\gamma)]\,dt,$$
$$\vdots$$
$$d\gamma = [c - \gamma - \pi'''(f\mu\beta + h\nu\gamma)]\,dt;$$
$$\vdots$$

dergestalt, dass die Gleichung für $d\beta$, $\mu$ mal, und die Gleichung für $d\gamma$, $\nu$ mal statt finde. Nun sei $\mu\beta = x$, $\mu b = X$, $\mu\pi'' = \lambda$, $\nu\gamma = y$, $\nu c = Y$, $\nu\pi''' = \lambda'$, so ist

$$\mu d\beta = [\mu b - \mu\beta - \mu\pi''(f\mu\beta + h\nu\gamma)]\,dt,$$
$$\text{und } \nu d\gamma = [\nu c - \nu\gamma - \nu\pi'''(f\mu\beta + h\nu\gamma)]\,dt,$$

ausgedrückt durch

$$dx = [X - x - \lambda(fx + hy)]\,dt,$$
$$\text{und } dy = [Y - y - \lambda'(fx + hy)]\,dt.$$

Hieraus wird man nach §. 12, $x$ und $y$, folglich auch $\beta = \frac{x}{\mu}$ und $\gamma = \frac{y}{\nu}$, berechnen.

Zur Vergleichung mit der frühern, auf ganz anderem Wege geführten Rechnung nehmen wir $f = h = m$; überhaupt die Hemmungsgrade gleich; alsdann ergiebt sich, indem auch noch $m = 1$ gesetzt wird,

* Vergl. Psychologie §. 52.

$$\beta = \frac{\pi''}{k-1} \cdot \frac{\mu b + \nu c}{k}(1 - e^{-kt}) + \frac{\nu \cdot (\pi''' b - \pi'' c)}{k-1}(1 - e^{-t}),$$

welches mit der im §. 10 für $\beta$ gegebenen Formel einerlei sein muss. Um die Einerleiheit nachzuweisen, bemerken wir zuerst, dass $\pi' + \mu\pi'' + \nu\pi''' = 1$; mithin $\nu\pi''' = 1 - \pi' - \mu\pi''$. Aber

$$1 - \pi'' = 1 - \frac{bc}{bc + \mu ac + \nu ab},$$

(denn wegen Gleichheit der Hemmungsgrade sind auch $\varepsilon$, $\eta$, $\vartheta$ gleich, und fallen weg,) also $1 - \pi' = \frac{\mu ac + \nu ab}{bc + \mu ac + \nu ab} = k - 1$,

$$\text{mithin } \frac{\nu\pi'''}{k-1} = 1 - \frac{\mu\pi''}{k-1}, \text{ und}$$

$$\frac{\nu \cdot (\pi''' b - \pi'' c)}{k-1} = b - \frac{\mu\pi'' b}{k-1} - \frac{\nu\pi'' c}{k-1} = b - \frac{\pi''}{k-1}(\mu b + \nu c).$$

Folglich $\beta = \frac{\pi''}{k-1}\frac{\mu b + \nu c}{k}(1 - e^{-kt})$

$$+ \left(b - \pi'' \cdot \frac{\mu b + \nu c}{k-1}\right)(1 - e^{-t});$$

welches mit der Formel am Ende des §. 10 genau übereinstimmt.

## §. 15.

Wenn die Formeln [20] und [21] im §. 12 differentiirt, und die Differentiale $= 0$ gesetzt werden, so ergiebt sich für das Maximum von $Y$,

$$t = \frac{1}{k-1} \log. \frac{\lambda'(fX + hY)}{f(\lambda' X - \lambda)}; \qquad [23]$$

und für das Maximum von $x$,

$$t = \frac{1}{k-1} \log. \frac{\lambda(fX + hY)}{h(\lambda Y - \lambda' X)}; \qquad [24]$$

wo sogleich ins Auge fällt, dass wenn eins davon unmöglich ist (wegen $\lambda' X < \lambda Y$), alsdann das andre möglich wird. Beim Wendungspuncte kommt die nämliche Bedingung der Möglichkeit vor.

In den meisten Fällen enthält die Hemmungssumme die beiden schwächern Vorstellungen $b$ und $c$; also meistens $X = b$ und $Y = c$; auch ist $X > Y$ oder mindestens $X = Y$ zu nehmen; überdies gewöhnlich $\lambda' > \lambda$; Ausnahmen hievon können nur bei einer besondern Stellung der Hemmungsgrade vorkommen. Wir richten daher die Aufmerksamkeit jetzt vorzüglich auf $y$, welches, wenn es, wie gewöhnlich, ein Maximum hat, die Frage veranlasst, ob es nicht auch $= 0$ werden könne?

## §. 16.

Zuvörderst muss, wie im §. 6, die Grenze untersucht werden, welcher sich $y$ nähert, wenn man die Zeit unendlich setzt. Diese

Grenze ist in §. 13 angegeben; wir setzen sie $=0$, und suchen den Werth von $y$, welcher dazu erfordert wird. Also

$$\frac{\lambda'(fX+hY)}{(k-1)k}-\frac{f(\lambda'X-\lambda Y)}{k-1}=0,$$

$$\text{oder } \lambda'(fX+hY)=kf(\lambda'X-\lambda Y).$$

Man schreibe $1+k-1$ für $k$, und lasse weg, was sich aufhebt; mithin

$$\lambda' hY+\lambda fY=(k-1)Y=(k-1)f(\lambda'X-\lambda Y);$$

$$\text{folglich } Y+f\lambda Y=f\lambda' X, \text{ oder } Y=\frac{f\lambda' X}{1+f\lambda}.$$

Hat man also für gegebene Grössen die Hemmungscoëfficienten $\lambda'$ und $\lambda$ berechnet, so findet sich sehr leicht, ob $Y$ grösser ist als $\frac{f\lambda' X}{1+f\lambda}$, das heisst, ob es über der Schwelle bleibt; oder ob es kleiner ist als dieser Ausdruck, wodurch angezeigt wird, dass es in endlicher Zeit aus dem Bewusstsein verschwindet. Will man aber dasjenige $Y$ bestimmen, welches neben den übrigen gegebenen Grössen in *unendlicher* Zeit zur Schwelle sinken würde, so muss die Rechnung noch einen Schritt weiter gehn. Es ist hier nöthig, die Hemmungscoëfficienten $\lambda$ und $\lambda'$ zu entwickeln; zugleich sei nun $Y=c$, $X=b$; während $f$ immer den Hemmungsgrad bezeichnet, der in der Hemmungssumme als Factor von $b$ vorkommt. Da

$\lambda=\frac{ac\eta}{bc\varepsilon+ac\eta+ab\vartheta}$, $\lambda'=\frac{ab\vartheta}{bc\varepsilon+ac\eta+ab\vartheta}$, so ist anstatt $Y=\frac{f\lambda' X}{1+f\lambda}$

nunmehr $c=\frac{fab^2\vartheta}{bc\varepsilon+ac\eta(1+f)+ab\vartheta}$ zu setzen. Bequem ist, $c$ für die Einheit zu nehmen, und dafür $b$ zu bestimmen. Also

$$b(\varepsilon+a\vartheta)+a\eta(1+f)=fab^2\vartheta;$$

$$\text{woraus } b=\frac{\varepsilon+a\vartheta}{2fa\vartheta}+\sqrt{\left(\frac{\varepsilon+a\vartheta}{2fa\vartheta}\right)^2+\frac{\eta}{\vartheta}\cdot\frac{1+f}{f}}.$$

Dies führt auf eine Betrachtung ganz ähnlich jener im §. 55 der Psychologie. Der kleinste Werth von $a$ ist $a=b$, der grösste $a=\infty$. Setzt man $a=b$, so muss die Gleichung etwas anders geordnet werden; man findet nach der Division mit $b$

$$\text{aus } \varepsilon+b\vartheta+\eta(1+f)=fb^2\vartheta,$$

$$b=\frac{1}{2f}+\sqrt{\frac{1}{4f^2}+\frac{\varepsilon+\eta(1+f)}{f\vartheta}};$$

hingegen für $a=\infty$, aus [23]

$$b=\frac{1}{2f}+\sqrt{\frac{1}{4f^2}+\frac{\eta(1+f)}{f\vartheta}};$$

so dass der Unterschied bloss auf der Weglassung von $\varepsilon$ (wel-

ches höchstens $=2$) beruhet. Der Sinn hievon ist, in Worten ausgedrückt, folgender:

Wenn die schwächste der drei Vorstellungen, nämlich $c=1$, durch die zugleich mit ihr frei steigenden $b$ und $a$ nicht mehr und nicht weniger soll gehindert werden, als so, dass sie erst in unendlicher Zeit wieder ganz aus dem Bewusstsein würde verdrängt werden: so ist $b$, die mittlere an Stärke, innerhalb enger Grenzen dergestalt zu wählen, dass, wäre $b$ schwächer als in [25], auch das stärkste $a$ nicht hinreichen würde, um den verlangten Druck gegen $c$ hervorzubringen; wäre aber $b$ stärker als in [24], alsdann $a$ (welches der Voraussetzung nach mindestens $=b$ ist) jedenfalls, wie man es auch annehmen möchte, mehr als den verlangten Druck gegen $c$ ausüben, also $c$ schon in endlicher Zeit aus dem Bewusstsein ganz verdrängen würde. Kurz: eine Veränderung der *mittlern* Grösse $b$ ist hier viel bedeutender als eine gleich grosse Veränderung der *stärksten* sein kann, und dieses gilt, welches auch die Hemmungsgrade sein mögen; obgleich von ihnen die angegebenen Grenzen abhängen.

Setzt man die Hemmungsgrade gleich, also auch $\varepsilon=\eta=\vartheta$, so folgt

$$b=\frac{1+\sqrt{1+8f+4f^2}}{2f},$$

$$\text{und } b=\frac{1+\sqrt{1+4f+4f^2}}{2f};$$

für $f=1$ sind also die Grenzen $\frac{1+\sqrt{13}}{2}$ und 2. Hier schliesst sich die Rechnung an jene im §. 6. Dort war $b=1$ gesetzt, und es ergaben sich für $c$ die Werthe $\frac{\sqrt{13}-1}{6}$ und $\frac{1}{2}$. Es ist aber, da jetzt $c$ zum Maasse der Grössen genommen, oder als Einheit betrachtet wird,

$$1 : \frac{1+\sqrt{13}}{2} = \frac{\sqrt{13}-1}{6} : 1,$$

$$1 : \quad 2 \quad = \quad \tfrac{1}{2} \quad : 1.$$

## §. 17.

Aus dem Vorstehenden wird nun vollends klar, dass die Fälle, in welchen die dritte frei steigende Vorstellung von den beiden stärkern ganz zurückgedrängt wird, zwar mannigfaltig genug, aber doch weit seltener sein müssen, als die andern Fälle, in welchen es bei einigem Zurücksinken vom erreichten

Maximum sein Bewenden hat. Um dies ausführlicher zu betrachten, mag als Gegenstück der frühern Voraussetzung, die Hemmungsgrade seien gleich, nun die Annahme dienen, die Vorstellungen selbst seien von gleicher Stärke, und nur die Hemmungsgrade ungleich. Bevor diese Annahme entwickelt ist, wollen wir die Ausdrücke für die Grenzwerthe von $X$ und $Y$ (§. 13) noch um etwas vereinfachen.

Anstatt $\frac{\lambda'(fX+hY)}{(k-1).k} - \frac{f(\lambda'X-\lambda Y)}{k-1}$ schreibe man

$$\frac{1}{k-1}\left[\frac{\lambda'(fX+hY)-kf(\lambda'X-\lambda Y)}{k}\right],$$

und im Zähler statt $k$ noch $1+k-1$, so ergiebt sich

$$\frac{1}{k-1}\left[\frac{\lambda' fX(1-k)+Y(\lambda' h+\lambda f)+(k-1)\lambda Yf}{k}\right],$$

also, weil $k-1=\lambda' h+\lambda f$, $\frac{Y+\lambda Yf-\lambda' fX}{k}$ als Grenze von $y$ für $t=\infty$; und eben so wird aus

$$\frac{\lambda(fX+hY)}{(k-1).k}+\frac{h(\lambda'X-\lambda Y)}{k-1}$$

nunmehr $\frac{X+h(\lambda'X-\lambda Y)}{k}$ als Grenze von $x$ für $t=\infty$. Dass aus $x$ die stärkste Vorstellung $u$ sehr leicht folgt, ist schon im §. 12 bemerkt.

Wenn nun $X=Y=1$, so sind die Grenzwerthe $\frac{1+(\lambda-\lambda')f}{k}$ für $y$, und $\frac{1+(\lambda'-\lambda)h}{k}$ für $x$ zwar nicht bloss durch die Hemmungsgrade bestimmt, denn die Hemmungscoëfficienten $\lambda$ und $\lambda'$ hängen noch von $U$ ab; allein wir können auch dies $=1$ setzen, und alsdann beispielsweise die Hemmungsgrade recht ungleich nehmen, damit sich zeige, wie viel Einfluss diese Ungleichheit auf das Steigen der Vorstellungen ausübe.

Es seien nun die Vorstellungen $a$, $b$, $c$, sämmtlich $=1$; die drei Hemmungsgrade $m$, $n$, $p$, mag man so gestellt denken, dass $m=1$ zwischen $a$ und $c$, $n=\frac{2}{3}$ zwischen $a$ und $b$, endlich $p=\frac{1}{2}$ zwischen $b$ und $c$ statt finde. Die Hemmungssumme hängt nun von $a$ und $c$ ab, weil diese den stärksten Druck erleiden; sie ist $=na+pc=1$, (bei jeder andern Voraussetzung wäre sie grösser, und deshalb unrichtig angenommen,) also für die veränderlichen $\alpha$ und $\gamma$ ist sie $n\alpha+p\gamma$, und weil $\alpha$ noch mehr gedrückt wird, als $c$, so ist das obige $y$ hier $=\alpha$, mithin $h=n=\frac{2}{3}$, $x$ dagegen ist hier $=\gamma$, mithin $f=p=\frac{1}{2}$. Auch

ist $\varepsilon = n + m = \frac{5}{3}$; $\eta = n + p = 1$; $\vartheta = m + p = \frac{4}{3}$. Ferner $\lambda$, der Hemmungscoëfficient für $x$, oder hier $\gamma$, wird $\frac{ab\vartheta}{bc\varepsilon + ac\eta + ab\vartheta}$ $= \frac{\vartheta}{\varepsilon + \eta + \vartheta} = \frac{1}{3}$; und eben so $\lambda'$, der Hemmungscoëfficient für $a$, wird $\frac{bc\varepsilon}{bc\varepsilon + ac\eta + ab\vartheta} = \frac{\varepsilon}{\varepsilon + \eta + \vartheta} = \frac{5}{12}$, mithin $\lambda - \lambda' = -\frac{1}{12}$, also, da $k = 1 + \lambda f + h\lambda' = 1 + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} + \frac{2}{3} \cdot \frac{5}{12} = \frac{25}{18}$, der Grenzwerth für $a = \frac{1 + (\lambda - \lambda')f}{k} = \frac{35}{36} \cdot \frac{18}{25} = 0{,}7$; und der Grenzwerth für $c = \frac{1 + (\lambda' - \lambda)h}{k} = \frac{19}{18} \cdot \frac{18}{25} = 0{,}76$; endlich der Grenzwerth für $u$, hier $b$, ist $b - \frac{\lambda''}{\lambda}(c - \gamma)$, wo $\lambda'' = \frac{ac\eta}{bc\varepsilon + ac\eta + ab\vartheta}$ $= \frac{\eta}{\varepsilon + \eta + \vartheta} = \frac{1}{4}$, also $\frac{\lambda''}{\lambda} = \frac{3}{4}$, $\frac{\lambda''}{\lambda}(c - \gamma) = \frac{3}{4}(1 - 0{,}76) = 0{,}18$; mithin der Grenzwerth für $b$ in Zahlen $= 0{,}82$. Man sieht, dass die drei Grenzwerthe 0,7; 0,76; 0,82 ungeachtet der grossen Verschiedenheit der angenommenen Hemmungsgrade doch nur wenig von einander abweichen. Ueberdies tritt die Abweichung nur allmälig ein. Das Maximum für $a$ fällt in die Zeit 6,9635; es beträgt 0,70006; kaum zu unterscheiden von dem Grenzwerthe 0,7. Die Exponentialgrössen sind um diese Zeit beinahe verschwunden, also auch die andern beiden Vorstellungen ihren Grenzen schon so nahe, dass sie für stationär gelten können. Schätzen wir die Einheit der Zeit auf zwei Secunden, so ist das ganze Steigen ungefähr nach einer Viertelminute so gut als vollendet. Und diese Zeit ist lang im Vergleich gegen jene in den Beispielen des §. 7.

---

## ZWEITER ABSCHNITT.

### VOM MITWIRKEN DER HÜLFEN.

---

### ERSTES CAPITEL.

### Von Hülfen bei freisteigenden Vorstellungen von gleicher Stärke.

#### §. 18.

Damit zuvörderst die Fragepuncte ins Licht treten, beginnen wir, wie zuvor, bei der leichtesten Voraussetzung. Die Stärke

der Vorstellungen lässt sich nicht ganz bei Seite setzen; es ist aber am einfachsten, sie als gleich stark anzunehmen.

Von $a$ sei ein Theil $a'$ mit $b$ verbunden; gleichviel zunächst, ob complicirt oder verschmolzen: so kann man fragen, ob diese Verbindung irgend einen Einfluss auf das Steigen des $a$ oder des $b$ haben werde? Ganz allgemein nun sieht man, dass hier, wo immer nur vom *freien* Steigen die Rede ist, die Verbindung nicht anders wirken kann, als in dem Falle, wo das freie Steigen langsamer geschehn würde, wenn es sich allein überlassen bliebe; die Frage ist also, ob die Hülfe eine grössere Geschwindigkeit bewirken könne. Hiemit beschränkt sich die Allgemeinheit der jetzigen Frage; sie passt nicht auf Complicationen, sondern nur auf Verschmelzungen. Denn da wir $a$ und $b$ gleich stark annehmen, so leuchtet ein, dass ein Theil von $a$ nicht im Stande ist eine grössere Geschwindigkeit zu vermitteln, als die, welche die ganzen Vorstellungen schon von selbst haben; es sei denn, dass wenigstens irgend ein Hinderniss zu überwinden vorkomme. Ein solches liegt nicht in der Complication disparater, wohl aber in der Hemmung entgegengesetzter Vorstellungen. Dies einheimische Hinderniss, auch bei übrigens freiem Steigen, haben wir in der vorstehenden Untersuchung schon überall vorausgesetzt, an die ohne eine Hemmungssumme nicht zu denken war.

Damals nun, als $a$ und $b$ zuerst in Verbindung traten, musste ihr Gegensatz diese Verbindung beschränken. War nun der Theil $a'$ von $a$ im Bewusstsein gegenwärtig, als das ganze $b$ sich mit ihm ins Gleichgewicht setzte, so konnte auch nur von $a'$ die Hemmungs*summe* abhängen, während das *Verhältniss* der Hemmung durch die ganze, ursprüngliche Stärke von $a$ und $b$ bestimmt wurde. Das ganze $b$ wäre ungehemmt geblieben: bei *voller* Hemmnng, wenn $a'$, oder bei dem *Hemmungsgrade* $m$, wenn $ma'$ gehemmt wäre. Demnach ist, nach bekannten Grundsätzen, $ma'$ die Hemmungssumme, wo übrigens $m$ auch $= 1$ sein kann. Diese Summe aber musste sich vertheilen in $\frac{ma'b}{a+b}$ für $a$, und $\frac{ma'a}{a+b}$ für $b$; das erste Quantum abgezogen von $a'$ gab den Rest $a' - \frac{ma'b}{a+b}$, das zweite den Rest $b - \frac{ma'a}{a+b}$. Hieraus die Verschmelzungshülfe *

* Psychologie §. 63 und 69.

$$\frac{a'\left(1-\frac{mb}{a+b}\right)\cdot\left(b-\frac{ma'a}{a+b}\right)}{a} \text{ für } a,$$

$$\text{und } \frac{a'\left(1-\frac{mb}{a+b}\right)\cdot\left(b-\frac{ma'a}{a+b}\right)}{b} \text{ für } b.$$

Allein der Unterschied der Buchstaben $a$ und $b$ erinnert hier nur an die Vorstellungen einzeln genommen. Ihre Stärke haben wir gleich gesetzt; wird also bloss auf das Quantum gesehen, so verwandeln sich beide Ausdrücke in folgenden:

$$\frac{a'}{a}\cdot(1-\tfrac{1}{2}m)\cdot(a-\tfrac{1}{2}ma').$$

Jede Verschmelzungshülfe wirkt nur bis zum Verschmelzungspuncte *. Also $a$ kann von $b$ nur gehoben werden bis $a'-\frac{ma'b}{a+b}=a'(1-\frac{1}{2}m)$, hingegen $b$ von $a$ bis $b-\frac{ma'a}{a+b}=a-\frac{1}{2}ma'$, wo der Unterschied zwischen $a$ und $a'$ ergiebt, dass $b$ höher von $a$, als $a$ von $b$ gehoben werden kann, obgleich die Stärke der Hülfe an sich gleich ist.

Wenn nun die Hülfen zur Wirksamkeit gelangen, so ist nach den Grundsätzen der Mechanik des Geistes, ähnlich der Formel $\frac{r\varrho}{\Pi}\cdot\frac{\varrho-\omega}{\varrho}\cdot dt=d\omega$, wo sich $\varrho$ im Nenner und Zähler hebt, hier

$$\frac{d\alpha}{dt}=\frac{1}{a}\cdot\left(b-\frac{ma'a}{a+b}\right)\left(a'-\frac{ma'b}{a+b}-\alpha\right)$$

$$=\frac{1}{a}\,(a-\tfrac{1}{2}ma')(a'-\tfrac{1}{2}ma'-\alpha); \qquad [25]$$

$$\frac{d\beta}{dt}=\frac{1}{b}\cdot\left(a'-\frac{ma'b}{a+b}\right)\left(b-\frac{ma'a}{a+b}-\beta\right)$$

$$=\frac{a'}{a}\,(1-\tfrac{1}{2}m)(a-\tfrac{1}{2}ma'-\beta); \qquad [26]$$

wobei sogleich mag bemerkt werden, dass, weil für $t=0$ auch $\alpha$ und $\beta=0$ sind, im ersten Beginnen der Hebung, falls dieselbe wirklich durch die Hülfen geschähe, $d\alpha$ und $d\beta$ gleich sein würden; hingegen weiterhin ist $d\beta$ allemal grösser, indem der Factor $a'-\frac{1}{2}ma'-\alpha$ sich der Null schneller nähert, als $a-\frac{1}{2}ma'-\beta$, weil $a'<a$.

Nach der Anwendbarkeit der so eben aufgestellten Gleichungen wird nun gefragt, und es sollen deren Grenzen und Bedingungen entwickelt werden.

---

* Psychologie §. 86.

## §. 19.

Vor weiterm Eingehen in die bevorstehende Untersuchung mag hier eine Nebenbemerkung Platz finden, die sich zwar eigentlich von selbst versteht, aber doch das Folgende erleichtern kann.

Ohne alle Formeln weiss man im allgemeinen, dass die Verschmelzung desto mehr Wirksamkeit erwarten lässt, je grösser das Verbindungsglied $a'$, und je kleiner der trennende Hemmungsgrad $m$ genommen wird. Indessen wird dies doch durch die Formel etwas beschränkt. Betrachtet man die Verschmelzungshülfe als abhängig von $a'$, so kann man sie füglich so schreiben:

$$\frac{1}{a} \cdot (1 - \tfrac{1}{2} m)(aa' - \tfrac{1}{2} ma'a'),$$

und ihr Differential wird

$$\frac{1}{a} \cdot (1 - \tfrac{1}{2} m)(a - ma')\, da'.$$

Sieht man $m$ als veränderlich an, so hat man aus

$$\frac{a'}{a} \cdot [a - \tfrac{1}{2} m (a + a') + \tfrac{1}{4} m^2 a']$$

das Differential

$$-\frac{a'}{2a} [a + a'(1 - m)]\, dm.$$

Also was man im allgemeinen erwartete, ist der Wahrheit um desto mehr gemäss, je kleiner $a'$ und $m$; aber es passt weniger auf grössere $a'$ und $m$. Ein grösseres $a'$ giebt zwar mehr Verbindung, aber auch eine grössere Hemmungssumme. Ein kleineres $m$ giebt eine geringere Hemmungssumme; aber auch im Product der Reste ein Glied, worin $m^2$ mit dem positiven Zeichen vorkommt, und dies wächst mit $m$.

## §. 20.

Die Bewegung des Steigens geschieht, wenn mehrere Gründe dafür zusammentreffen, immer nach dem Rhythmus desjenigen Grundes, der die grösste Geschwindigkeit hervorbringt. * Die übrigen Gründe können gegen Hindernisse mitwirken, aber nicht beschleunigen. Folglich wird in unserm Falle die Verschmelzung nicht eher helfen, als bis etwa das freie Steigen jeder Vorstellung durch sich selbst seinem Zielpunct so nahe gekommen ist, dass es langsamer wird als diejenige Bewegung,

* Psychologie §. 87.

welche von der Hülfe kann bewirkt werden. Ob ein solches Nachlassen des freien Steigens, und ein Uebertreffen des letztern durch die Hülfe möglich sei, muss nun untersucht werden.

Zu diesem Zwecke sehen wir nach, was herauskomme, wenn man beide Geschwindigkeiten, die des freien Steigens und die von der Hülfe bewirkte, einander gleich setzt? Dabei wird sich ein Unterschied für $a$ und $b$ ergeben.

1) Wir haben aus §. 1 für das Steigen von $a$ die Gleichung

$$d\alpha = \left(a - \alpha - \frac{bm\beta}{a+b}\right) dt,$$

oder, da $a = b$, $d\alpha = [a - (1 + \frac{1}{2} m)\alpha]\, dt$, weil für gleiche $a$ und $b$ auch $\alpha = \beta$ sein muss.

Hiemit verbinden wir die Formel [25] im §. 22; und versuchen, ob folgende Gleichsetzung der Geschwindigkeiten bestehen könne:

$$\frac{d\alpha}{dt} = a - (1 + \tfrac{1}{2} m)\,\alpha = \frac{1}{a} \cdot \left(a - \frac{ma'}{2}\right) \cdot \left(a' - \frac{ma'}{2} - \alpha\right).$$

Nun leuchtet auf den ersten Blick ein, dass wenigstens der Anfang des Steigens nicht von der Hülfe beginnen könne. Denn für $\alpha = 0$ ist $d\alpha = a dt$ vermöge des freien Steigens, während die Hülfe mit der sehr viel geringern Geschwindigkeit $a'(1 - \frac{1}{2} m)\left(1 - \frac{ma'}{2a}\right)$ beginnen würde. Die Frage ist nur, ob das freie Steigen, was freilich allmälig nachlassen wird, irgend einmal so sehr langsam werde, dass ein späterer Werth von $\alpha$ in die versuchte Gleichsetzung passe? Es findet sich nämlich

$$a - a'(1 - \tfrac{1}{2} m)\left(1 - \frac{ma'}{2a}\right) = \alpha \cdot \tfrac{1}{2} m \cdot \left(1 + \frac{a'}{a}\right).$$

Also je grösser $a$, desto grösser müsste $\alpha$ erst im freien Steigen geworden sein, bevor die Hülfe eingreifen könnte. Nehmen wir $a$ so klein als möglich, damit $\alpha$ sich hinreichend erheben möge: so ist doch mindestens $a = a'$; das Ganze gleich seinem Theile. Aber dann kommt $\alpha = a'(1 - \frac{1}{4} m)$ oder $a(1 - \frac{1}{4} m)$. Diese Höhe kann die Hülfe überall nicht erreichen. Sie reicht nur (wie schon im §. 22 erinnert) bis $a'(1 - \frac{1}{2} m)$. Also findet die versuchte Gleichsetzung nicht statt.

2) Wir haben für $\beta$ die Gleichung

$$d\beta = \left(b - \beta - \frac{am\beta}{a+b}\right) dt,$$

oder für $a = b$, $d\beta = [b - (1 + \frac{1}{2} m)\beta]\, dt$.

Wir versuchen nun die Gleichsetzung nach Formel [26]

$$\frac{d\beta}{dt} = b - (1 + \tfrac{1}{2}m)\,\beta = \frac{a'}{a}(1 - \tfrac{1}{2}m)(a - \tfrac{1}{2}ma' - \beta)$$

demnach

$$\beta\Big[(1 + \tfrac{1}{2}m) - \frac{a'}{a}(1 - \tfrac{1}{2}m)\Big] = b - \frac{a'}{a}(1 - \tfrac{1}{2}m)(a - \tfrac{1}{2}ma'). \quad [27]$$

Gesetzt nun, es wäre $b = (1 + \frac{1}{2}m).(a - \frac{1}{2}ma')$, so liesse sich diese Gleichung durch den Coëfficienten von $\beta$, nämlich durch $1 + \frac{1}{2}m - \frac{a'}{a}(1 - \frac{1}{2}m)$ dividiren; man behielte nur $\beta = a - \frac{1}{2}ma'$; dies aber ist gerade die Höhe, wohin $b$ von $a$ kann gehoben werden (§. 22). Unter dieser Voraussetzung würde freilich diejenige Geschwindigkeit, welche dem frei steigenden $b$ schon für sich allein zukommt, von der Hülfe gerade erst in dem Puncte erreicht, über welchen hinaus die Wirkung der Hülfe nicht geht. Aber es sei $b$ kleiner als $(1 + \frac{1}{2}m).(a - \frac{1}{2}ma')$, so gehört zu einerlei $\beta$ ein schwächeres $\frac{d\beta}{dt}$ im freien Steigen ohne Hülfe: und dieser geringeren Geschwindigkeit des freien Steigens kann eine Geschwindigkeit der Hülfe gleich kommen, noch ehe letztere das Ziel erreicht findet, wohin sie zu heben im Stande ist. Ist sie erst derselben gleich, so wird sie weiterhin dieselbe übertreffen; welches die Rechnung darzuthun hat.

## §. 21.

Aus $b = a < (1 + \frac{1}{2}m) . (a - \frac{1}{2}ma')$ folgt $a - a' > \frac{1}{2}ma'$,

mithin $2\left(\frac{a}{a'} - 1\right) > m$,

oder $\frac{2a}{2 + m} > a'$.

Dies ist die Bedingung der jetzt folgenden Rechnung, welcher gemäss die Beispiele zu wählen sein werden.

Aus den beiden Gleichungen

$$d\beta = [b - (1 + \tfrac{1}{2}m)\,\beta]\,dt,$$

und $$d\beta = \frac{a'}{a}(1 - \tfrac{1}{2}m)(a - \tfrac{1}{2}ma' - \beta)\,dt,$$

hat man $$\beta = \frac{2b}{2 + m}(1 - e^{-(1+\frac{1}{2}m)t}); \quad [A]$$

und $$\beta = (a - \tfrac{1}{2}ma')(1 - e^{-\frac{a'}{a}(1-\frac{1}{2}m)t}); \quad [B] \quad [28]$$

welche beide Formeln nur für den einzigen Werth von $\beta$ zusammen stimmen sollen, welcher einer gleichen Geschwindigkeit, oder einem gleichen $\frac{d\beta}{dt}$ angehört.

Wir betrachten zuerst die Erhebungsgrenzen. Statt $\frac{2b}{2 + m}$

setzen wir $\frac{2a}{2+m}$ wegen $b = a$. Nun soll $\frac{2a}{2+m} > a'$ sein. Setzen wir dennoch $a' = \frac{2a}{2+m}$ in $a - \frac{1}{2}ma'$, so giebt dies $\frac{2a}{2+m}$, d. h. die Erhebungsgrenzen erscheinen gleich, weil wir die in Formel [B] zu klein gemacht haben. Also ist der Wahrheit nach die Erhebungsgrenze der Formel [B] höher als die der Formel [A]; d. h. die Hülfe hebt höher, als $\beta$ für sich allein würde gestiegen sein.

Ferner: $\frac{a'}{a}$ ist ein ächter Bruch, und $\frac{a'}{a}(1 - \frac{1}{2}m)$ ist kleiner als $1 + \frac{1}{2}m$. Daher verschwindet die Exponentialgrösse in der Formel [B] langsamer, als in der Formel [A]; d. h. die Hülfe wirkt anhaltender, als $\beta$ für sich allein würde gestiegen sein; ihre Geschwindigkeit lässt weniger nach, als die eigene Geschwindigkeit von $\beta$, nachdem sie dieselbe einmal erreicht hat.

Demnach: bis derjenige Werth von $\beta$ erreicht ist, welcher nach beiden Formeln dem nämlichen $\frac{d\beta}{dt}$ angehört, steigt $\beta$ mit der ihm eignen Geschwindigkeit, welche bis dahin die grössere ist. Sobald aber dieser Werth eintritt, folgt nunmehr $\beta$ der Hülfe, weil von jetzt an deren Geschwindigkeit die grössere ist; und wird zu der ihr angehörigen Höhe gehoben.

Zu den beiden Formeln [A] und [B] gehören nun noch die, welche die Zeit bestimmen sollen. Um dieselben zweckmässig einzurichten, muss die erste mit einer Constante für $t = 0$ und und $\beta = 0$, die andre aber mit einer Constante für $t = T$ und $\beta = B$ versehen sein, dergestalt, dass man zu dem aus [27] gefundenen $\beta = B$ zuvörderst aus der ersten Formel $t = T$ bestimme, und dieses sammt $B$ alsdann in die zweite Formel setze, um die fernere Erhebung durch die Hülfe verfolgen zu können.

Zu [A] gehört $t = \frac{2}{2+m} \cdot \log. \frac{b}{b - (1 + \frac{1}{2}m)\beta}$; [A] [29]

zu [B] gehört zunächst

$$\log. Const. - \log. (a - \tfrac{1}{2}ma' - \beta) = \frac{a'}{a}(1 - \tfrac{1}{2}m)\, t.$$

Wenn nun $t = T$ für $\beta = B$, so kommt

$$T + \frac{2a}{(2-m)a'} \cdot \log. \frac{a - \frac{1}{2}ma' - B}{a - \frac{1}{2}ma' - \beta} = t; \qquad \text{[B] [29]}$$

woraus endlich, wenn $(2 - m) \cdot \frac{a'}{2a} \cdot (t - T) = q$,

$$(a - \tfrac{1}{2}ma')(1 - e^{-q}) + Be^{-q} = \beta. \qquad [30]$$

## §. 22.

Noch ein Schritt ist nöthig, bevor wir zu Beispielen füglich übergehen können. Nämlich $\beta$ ist als eine Function von $a'$ zu betrachten, und lässt sich als solche differentiiren. Setzt man alsdann $d\beta = 0$, so findet man ein Minimum von $\beta$ für

$$\frac{a'}{a} = \frac{1 + \frac{1}{2}m - \sqrt{\frac{3}{2}m + \frac{1}{4}m^2}}{1 - \frac{1}{2}m}. \qquad [31]$$

Natürlich ist hier die Rede von demjenigen $\beta$, bei welchem die vorerwähnten Geschwindigkeiten gleich werden; und welches aus der Formel [27] gefunden wird. Also von dem Puncte sprechen wir, bei welchem das fernere Steigen anfängt von der Hülfe beschleunigt zu werden, in so fern als die Hülfe schneller wirkt, als das freie Steigen. Diesen Punct findet man für das angegebene $\frac{a'}{a}$ niedriger als für jedes grössere oder kleinere $\frac{a'}{a}$. Sind also viele $b$ mit verschiedenen $a'$, das heisst, kleinern und grössern Theilen von $a$ verbunden, so entsteht hier eine bestimmte Ordnung, in welcher die von $a$ ausgehenden Hülfen auf die verschiedenen $b$ wirken um ihr Steigen zu fördern. Man begreift ohne Zweifel, dass davon die *Gestaltung* bei frei steigenden Vorstellungen abhängen müsse.

Wenn $m = 1$, so ist aus [31] $\frac{a'}{a} = 3 - \sqrt{7} = 0{,}35425$;

$m = \frac{3}{4}$ . . . . . . . . . . . . $\frac{2}{5}$ . . . . $= 0{,}4$;

$m = \frac{1}{2}$ . . . . . . . . . . . . $\frac{5 - \sqrt{13}}{3} = 0{,}46481$;

$m = \frac{1}{4}$ . . . . . . . . . . . . $\frac{4}{7}$ . . . . $= 0{,}57143$;

$m = \frac{1}{10}$ . . . . . . . . . . $\frac{21 - \sqrt{61}}{19} = 0{,}69419$.

## §. 23.

*Beispiel.* $m = \frac{3}{4}$, $a = b = 1$, $a' = \frac{2}{5}$. Aus der Formel [27] wird $\beta = \frac{7}{10}$. Um so weit aus eigner Kraft zu steigen, brauchte $\beta$ die Zeit $= 2{,}3879$ nach Formel [29, A]. Bliebe es nun seinem eignen Steigen überlassen, so käme es nach Formel [28, A] in der Zeit $= 3$ bis zu den Werthe $0{,}71550$. Es steigt aber vermöge der Hülfe in der Zeit $t - T = 3 - 2{,}3879 = 0{,}6120$, geschwinder; so dass um die Zeit $= 3$, $\beta = 0{,}72127$ nach Formel [30] geworden ist. Die Erhebungsgrenze der Hülfe ist $= 0{,}85$; sich selbst überlassen hätte $\beta$ nur die Grenze $= 0{,}727$ erreicht.

*Zweites Beispiel, zur Vergleichung mit dem vorigen.* Wie vor-

hin $m = \frac{3}{4}$, $a = b = 1$, aber $a' = \frac{1}{2}$. Aus [27] $\beta = 0{,}7022$; soweit zu steigen braucht $\beta$ die Zeit $= 2{,}4507$. Also $T = 2{,}4507$, und $t - T = 0{,}5493$, wenn, wie vorhin, $t = 3$. Um diese Zeit $= 3$ wird $\beta$ von der Hülfe gehoben bis zu dem Werthe $= 0{,}71958$. Die Erhebungsgrenze der Hülfe ist $= 0{,}8125$. Beide zuletzt gefundenen Werthe sind geringer als im vorigen Beispiele. Die Formel hat $a'$ mit dem negativen Zeichen in dem Factor $a - \frac{1}{2}ma'$. Dass der Anfangspunct der Einwirkung der Hülfe später kommen, und erst bei einem grössern $\beta$ zu finden sein würde als im vorigen Falle, dies wusste man voraus; da für $a' = \frac{2}{3}$ ein Minimum statt finden sollte.

*Drittes Beispiel, zu vergleichen mit beiden vorigen.* Wir wollen jetzt $a' < \frac{2}{3}$ nehmen. Es sei wie vorhin $m = \frac{3}{4}$, $a = b = 1$, aber $a' = \frac{1}{3}$. Aus [27] $\beta = 0{,}7009$. Dazu die Zeit des Steigens $= 2{,}4119$. Wenn nun, wie vorhin, für $t = 3$ gesucht wird, wie hoch die Hülfe, die bei dem eben angegebenen $\beta$ eintrat, dasselbe heben muss, so ist $t - T = 0{,}5881$; und um die Zeit $= 3$ findet man $\beta = 0{,}72097$. Die Erhebungsgrenze ist $= 0{,}875$.

Es bedarf keiner weitern Beispiele. Man lasse nur $a'$ abnehmen bis auf 0, so wird in [27] $\beta(1 + \frac{1}{2}m) = b$, aber für diesen Werth ist $\frac{d\beta}{dt} = 0$, d. h. die Geschwindigkeit hat aufgehört; und in Formel [29, A] wird $t$ unendlich, d. h. die Zeit kommt nie. Die Erhebungsgrenze, wenn es eine solche gäbe, wäre $= a$ nach [30]; d. h. wenn $a'$ sehr klein, nur nicht völlig Null ist, dann hebt die Hülfe bis zum höchsten Puncte; sie fängt aber auch immer später an, zu wirken, je kleiner $a'$ ist.

Umgekehrt lasse man $a'$ wachsen: so stösst man nach §. 21 an die Bedingung $a' < \frac{2a}{2+m}$; in unseren Beispielen $a' < \frac{8}{11}$. Bis dahin findet man die Hülfe immer mehr verspätet, und die Erhebungsgrenze $a - \frac{1}{2}ma'$ immer abnehmend.

## §. 24.

Im ersten und dritten Beispiele lässt sich, indem man sie vergleicht, bemerken, dass die Hülfe des $a' = \frac{1}{3}$, später begonnen, jene des $a' = \frac{2}{3}$ bald einholen und übertreffen muss. Schon um die Zeit $= 3$ ist das Einholen sehr nahe; der Unterschied zwischen 0,72127 und 0,72097 ist gering; die Erhebungsgrenze des kleinen $a'$ liegt aber höher, als die des grössern.

Solches Einholen kommt bei den Hülfen durch grössere $a'$ jenseits des Miuimums nicht vor; wohl aber bei denen durch

kleinere $a'$, welche durchgehends später beginnen und höher führen.

Man kann fragen, wie der Zeitpunct des Einholens zu berechnen sein möchte? Das Einholen setzt einerlei $\beta$ und einerlei $t$ voraus, welche durch zwei verschiedene Gleichungen, beide von der Form wie [30], bestimmt sein müssen. Wie oben für die Zeit $= 3$, nach [30], $\beta = 0{,}72127$ aus $a' = \frac{2}{5}$ und $T = 2{,}3879$ gefunden worden, desgleichen aus derselben Formel [30] $\beta = 0{,}72097$, aber mit verändertem $a'$ und $T$, nämlich $a' = \frac{1}{3}$ und $T = 2{,}4119$, eben so soll für eine noch unbekannte Zeit, die man suchen wird, aus der Formel [30], aber mit zweierlei $a'$ und $T$, einerlei $\beta$ hervorgehn, welches gleichfalls unbekannt ist. Welches nun auch dies $\beta$ sein möge; die Einerleiheit desselben ist der Punct, worauf es ankommt. Wir schreiben also:
$(a - \frac{1}{2}ma')(1 - e^{-q'}) + B'e^{-q'} = \beta = (a - \frac{1}{2}ma'')(1 - e^{-q''}) + B''e^{-q''}$;
oder abkürzend, wenn $a - \frac{1}{2}ma' = A'$, und $a - \frac{1}{2}ma'' = A''$,

$$A'(1 - e^{-q'}) + B'e^{-q'} = A''(1 - e^{-q''}) + B''e^{-q''};$$

wo $q' = \frac{2-m}{2a} \cdot a' \cdot (t - T')$, und $q'' = \frac{2-m}{2a} \cdot a'' \cdot (t - T'')$.

Hier sind $q'$ und $q''$ beide unbekannt, so lange $t$ noch gesucht wird.

Für jene Beispiele hat man

| | | |
|---|---|---|
| $A' = 0{,}85$ | $A'' = 0{,}875$ | $m = \frac{3}{4}$ |
| $B' = 0{,}7$ | $B'' = 0{,}7009$ | $a = 1$ |
| $a' = \frac{2}{5}$ | $a'' = \frac{1}{3}$ | |
| $T' = 2{,}3879$ | $T'' = 2{,}4119$ | |

Bekannt ist, dass die gesuchte Zeit etwas grösser sein muss als 3. Es sei $t = 3 + x$, also $t - T' = 0{,}6121 + x$; $t - T'' = 0{,}5881 + x$; $q' = 0{,}1530 + \frac{1}{4}x$; $q'' = 0{,}1225 + \frac{5}{24}x$; daher wird die Gleichung

$$A' - (A' - B')e^{-q'} = A'' - (A'' - B'')e^{-q''} \text{ nun}$$

$$0{,}85 - 0{,}15e^{-0{,}153 - \frac{1}{4}x} = 0{,}875 - 0{,}1741e^{-0{,}1225 - \frac{5}{24}x}.$$

Das ist $-0{,}12872e^{-\frac{1}{4}x} = 0{,}025 - 0{,}15403e^{-\frac{5}{24}x}$,

oder $12872e^{-\frac{1}{4}x} = 15403e^{-\frac{5}{24}x} - 2500$,

oder $2500e^{\frac{1}{4}x} = 15403e^{\frac{1}{24}x} - 12872$,

oder endlich, wenn $\frac{1}{4}x = y$,

$$2500e^{y} = 15403e^{\frac{1}{6}y} - 12872.$$

Wir lösen die beiden Exponentialgrössen auf bis zur dritten Potenz; also

$$2500\,[1 + y + \tfrac{1}{2}y^2 + \tfrac{1}{6}y^3]$$
$$= 15403\,[1 + \tfrac{1}{6}y + \tfrac{1}{72}y^2 + \tfrac{1}{1296}y^3] - 12872,$$

daher $404{,}7y^3 + 1036y^2 = 67{,}1y + 31$.

Da vorherzusehen ist, das $y$ ein kleiner Bruch sein muss, so kann diese Gleichung mit vorläufiger Weglassung des höchsten Gliedes, wie eine quadratische behandelt werden. Demnach

$$y^2 - 0{,}06477\, y = 0{,}02992,$$

woraus $y = 0{,}20836$.

Wird dieser Werth in das zuvor weggelassene Glied gesetzt, so ergiebt sich verbessert $y = 0{,}19803$. Folglich $x = 0{,}79212$; und die gesuchte Zeit $= 3{,}79212$. Dass man die Auflösung der Exponentialgrössen noch weiter treiben, und zu grösserer Genauigkeit benutzen könnte, bedarf kaum einer Erinnerung.

§. 25.

Was hier von der Hülfe des $a' = \frac{1}{3}$ gezeigt worden, das *gilt* nach §. 23 von allen $a'$, welche kleiner sind als $a' = \frac{2}{5}$, d. h. kleiner als dasjenige, welches für den Hemmungsgrad $m = \frac{3}{4}$ zuerst auf das mit ihm verbundene $b$ erhebend wirkt. Sie alle holen dies $b$, oder das wachsende $\beta$ wieder ein, obgleich sie später anfingen.

Ein ähnliches System von Vorstellungen, wie diese $b$, welche von $a$ gleichsam *entfaltet* werden, kann es nun für jeden andern Hemmungsgrad auch geben; es giebt also für ein einziges $a$ unendlich viele solche Systeme unendlich vieler $b$; ohne dass wir noch die anfängliche Beschränkung auf $a = b$ zurückgenommen hätten.

Nur um der Betrachtung hierüber noch einige Stützpuncte mehr zu geben, suchen wir die kleinsten $\beta$ des §. 22 auch noch für die andern dortigen $m$.

| | | | |
|---|---|---|---|
| für $m = 1$ und $\frac{a'}{a}$ | $= 0{,}35425$ | ist das kleinste | $\beta = 0{,}64576$; |
| $m = \frac{3}{4}$ ..... | $0{,}4$ | bekanntlich .... | $0{,}7$; |
| $m = \frac{1}{2}$ ..... | $0{,}46481$ | ........... | $0{,}76760$; |
| $m = \frac{1}{4}$ ..... | $0{,}57143$ | ........... | $0{,}85714$; |
| $m = \frac{1}{10}$ ..... | $0{,}69419$ | ........... | $0{,}93060$. |

Hiebei aber muss man sich die Grenze gegenwärtig erhalten, welche $\frac{a'}{a}$ nicht überschreiten darf (§. 21). Nämlich $\frac{a'}{a} < \frac{2}{2+m}$;

$$\text{also für } m = 1,\ \frac{a'}{a} < \tfrac{2}{3} = 0{,}6666;$$
$$m = \tfrac{3}{4},\ \frac{a'}{a} < \tfrac{8}{11} = 0{,}7272;$$
$$m = \tfrac{1}{2},\ \frac{a'}{a} < \tfrac{8}{10} = 0{,}8;$$
$$m = \tfrac{1}{4},\ \frac{a'}{a} < \tfrac{8}{9} = 0{,}8888;$$
$$m = \tfrac{1}{10},\ \frac{a'}{a} < \tfrac{20}{21} = 0{,}9524.$$

Das System von Vorstellungen also, welches in Folge eines bestimmten Hemmungsgrades von einer einzigen Vorstellung kann gestattet werden, ist bei grössern Hemmungsgraden vorzüglich dadurch beschränkt, dass der helfende Theil dieser Vorstellung nicht zu gross darf genommen werden, (weil er sonst die Hemmungssumme allzusehr vergrössert;) bei kleinern Hemmungsgraden aber beginnt die Hülfe später, und wirkt erst dann, wann die Vorstellungen schon von selbst ihrer Erhebungsgrenze nahe kamen.

## §. 26.

Um nun das Resultat der Untersuchung noch augenfälliger zu machen, kehren wir in den §. 23 zurück, und fügen demselben einige Erhebungsgrenzen bei. Es sei also wiederum $m = \frac{3}{4}$, so sind die Erhebungsgrenzen folgende:

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| für $a' = \frac{8}{11}$ | | $\frac{4}{5}$ | $\frac{3}{5}$ | $\frac{1}{2}$ | $\frac{2}{5}$ | $\frac{1}{3}$ | $\frac{1}{5}$ |
| *Grenze:* | 0,7272 | 0,7 | 0,775 | 0,812 | 0,85 | 0,875 | 0,925 |
| Dahin kommt $\beta$ von selbst | | | | | | | |
| *Anfänge der Erhebung:* | | grössere $\beta$ | | 0,7022 | 0,7 kleinstes | 0,7009 | grössere $\beta$ |

Man bemerke, dass die Erhebungsgrenzen gleichsam eine gerade Linie bilden; wie natürlich nach der Formel $a - \frac{1}{2}ma'$, wo nur $a'$ als veränderlich angenommen wird. Auch versteht sich von selbst, dass für grössere $\beta$ die Anfänge der Erhebung (nämlich durch die Hülfe) später kommen; weil, um bis dahin zu gelangen, $b$ länger aus eigner Kraft hat steigen müssen.

Wenn $m = 1$, so findet man

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| für $a' = \frac{4}{5}$ | | $\frac{3}{5}$ | $\frac{2}{5}$ | 0,354.. | $\frac{1}{5}$ |
| *Grenzen:* | keine, | 0,7 | 0,8 | 0,822 | 0,9 |
| *Anfänge:* | grössere $\beta$ | | | 0,645 kleinstes | grössere $\beta$ |

Denkt man sich die gleichen Erhebungen vieler gleichen $b$, wie sie unverbunden von selbst steigen, als Annäherungen an eine wagrechte Linie: so erhebt dagegen das System der von $a$ ausgehenden Hülfen sie alle zu einer schrägen Linie, welche mehr oder weniger schräg liegt, je nachdem der Hemmungsgrad grösser oder kleiner angenommen wird. Diese Linie macht gegen jene einen Winkel in dem Puncte, wo die Erhebungsgrenze der Hülfen in die der unverbundenen $b$ hineinfällt. Die nämliche Linie bildet sich aber im Laufe der Zeit nur allmälig aus. Ihre erste Spur zeigt sich in dem Puncte des vor-

erwähnten kleinsten $\beta$; von da erhebt sie sich zu beiden Seiten. Deutlicher möchte sich das, was die Formeln gelehrt haben, schwerlich in Worten aussprechen lassen.

Nimmt man noch hinzu, dass die verschiedenen *b* auch unter einander ihre Hemmungsgrade haben können; so wird das eben Beschriebene zwar nicht genau so zur Ausführung gelangen: dann ist aber dagegen ein *Bestreben* im Bewusstsein, es zu Stande zu bringen, welches Bestreben in der Vorstellung *a* seinen Sitz hat, sofern man bei der bisherigen Voraussetzung bleibt, die verschiedenen *b* seien *unter einander* nicht verbunden. Viel mannigfaltiger wird Alles, wenn auch die *b* auf einander gegenseitig wirken. Allein auf die Verwickelungen vieler Vorstellungen wollen wir nicht eingehn; wir kehren zurück zu zweien.

---

## ZWEITES CAPITEL.

## Von Hülfen bei freisteigenden Vorstellungen von ungleicher Stärke.

### §. 27.

Es sei immer *a* die stärkere Vorstellung. Diese nun kommt entweder mit ihrem Theile $a'$ in Verbindung mit *b*; oder umgekehrt, ein Theil $b'$ von *b* ist mit *a* verbunden. Den Fall, wo nur Theile von beiden in Verbindung getreten wären, lassen wir unberührt. In der ersten Voraussetzung aber ist noch etwas zu unterscheiden. Der Theil $a'$ ist entweder kleiner als $b'$ oder grösser.

### I.

### §. 28.

$a'$ sei kleiner als *b*. Wobei hinzugedacht werden mag, dass etwan das im Sinken begriffene *a* bis auf den Theil $a'$ aus dem Bewusstsein verschwunden war, als *b* gegeben wurde. Die Hemmungssumme wird nun $= ma'$, wie oben §. 18; wo auch schon die Verschmelzungshülfe für *b* ist angegeben worden, nämlich

$$\frac{a'}{b}\cdot\left(1-\frac{mb}{a+b}\right)\cdot\left(b-\frac{ma'a}{a+b}\right).$$

Soll nun für irgend einen Werth von $\beta$ die Wirkung der Hülfe gleich werden der Geschwindigkeit, womit *b* von selbst steigt, so muss sein

$\frac{d\beta}{dt} = \frac{a'}{b} \cdot \left(1 - \frac{mb}{a+b}\right) \cdot \left(b - \frac{ma'a}{a+b} - \beta\right) = b - \left(1 + \frac{am}{a+b}\right)\beta;$
nach §. 20.

Daher $\beta \left[1 + \frac{am}{a+b} - \frac{a'}{b} \cdot \left(1 - \frac{mb}{a+b}\right)\right]$

$$= b - \frac{a'}{b} \cdot \left(1 - \frac{mb}{a+b}\right) \cdot \left(b - \frac{ma'a}{a+b}\right). \qquad [32]$$

Wäre nun $b = \left(1 + \frac{am}{a+b}\right) \cdot \left(b - \frac{ma'a}{a+b}\right)$, so liesse sich durch den Coëfficienten von $\beta$ dividiren, und man hätte $\beta = b - \frac{ma'a}{a+b}$, folglich $\frac{d\beta}{dt} = 0$. Also muss $b$ kleiner sein, d. h.

$$(a+b)^2 \cdot b < (a+b+am) \cdot (ab + bb - ma'a),$$

$$\text{oder } \frac{maa'}{a+b} < b - a',$$

$$\text{mithin } m < \frac{(b-a')(a+b)}{a'a},$$

$$\text{und } a' < \frac{b(a+b)}{a+b+ma}.$$

Sei $a = 2$, $b = 1$, so ist zuvörderst $m < \frac{1-a'}{a'} \cdot \frac{3}{2}$.

Man nehme $m = 1$, so ist $a' < \frac{3}{5}$,
$m = \frac{1}{2}$, $a' < \frac{3}{4}$,
$m = \frac{1}{10}$, $a < \frac{15}{16}$.

Sei $a = 5$, $b = 1$, so ist $m < \frac{1-a'}{a'} \cdot \frac{6}{5}$.

Man nehme $m = 1$, so ist $a' < \frac{6}{11}$,
$m = \frac{1}{2}$, $a' < \frac{12}{17}$,
$m = \frac{1}{10}$, $a' < \frac{12}{13}$.

Wäre $a$ sehr gross, und könnte man $b$ daneben vernachlässigen, so näherten sich jene Ausdrücke den folgenden:

$$m < \frac{b-a'}{a'},$$

$$\text{und } a' < \frac{b}{1+m},$$

für $m = 1$ hieraus $a' < \frac{1}{2}$,
$m = \frac{1}{2}$ $a' < \frac{2}{3}$,
$m = \frac{1}{10}$ $a' < \frac{10}{11}$.

Dies, verglichen mit §. 25, zeigt schon, dass hier alles, was im vorigen Capitel betrachtet worden, wiederkehrt; mit der geringen Veränderung, dass für grössere $a$ sich die Schranken, welche dort gesetzt waren, um etwas Weniges enger zusammenziehn.

§. 29.

Differentiirt man dasjenige $\beta$, welches der vorhergehende § ergiebt, nach $a'$, so wie im §. 22 gesehen war, so erhält man für $d\beta=0$ folgenden Ausdruck für $a'$,

$$a'=\frac{b}{a+b-bm}.[a+b+am-\sqrt{(a+b).(2a+b).m+m^2a^2}]; \quad [33]$$

welcher für $a=b$ sich in jenen des §. 22 verwandelt. Hingegen für ein grosses $a$ nähert sich derselbe nachstehendem Werthe:

$$a'=b(1+m-\sqrt{2m+m^2}).$$

Es mag nun genügen, einige wenige berechnete Werthe anzugeben.

Für $a=5$, $b=1$, sei zugleich $m=1$. Das Minimum von $\beta$, welches alsdann von der Verschmelzungshülfe kann erreicht, und zum schnellern Steigen gebracht werden, findet nach der so eben angegebenen Formel statt für $a'=0{,}2921$. Das Minimum selbst beträgt $\beta=0{,}51313$. Dazu gehört die Erhebungsgrenze 0,7565. Setzen wir einen grössern Werth von $a'$, so muss $\beta$ schon höher steigen, um von der Hülfe weiter gefördert zu werden. Ist $a'=\frac{1}{2}$, so gehört dazu $\beta=0{,}53432$, und die Erhebungsgrenze ist niedriger als vorhin; nämlich $=0{,}58333$. Ein kleineres $a'$ erfordert auch ein grösseres $\beta$; aber die Erhebungsgrenze liegt nun höher. Für $a'=\frac{1}{10}$ findet sich $\beta=0{,}52778$, aber die Erhebungsgrenze ist $=0{,}91667$.

Aehnliches zeigt sich für kleinere $m$. Man nehme wie zuvor $a=5$, $b=1$, aber $m=\frac{1}{4}$. Das kleinste $\beta$ gehört nun für $a'=0{,}52174$. Das kleinste selbst ist $\beta=0{,}78261$; und hiezu die Erhebungsgrenze $=0{,}8913$. Dagegen giebt $a'=\frac{4}{5}$ den Anfang der Beförderung für $\beta=0{,}81762$. Die Erhebungsgrenze $=0{,}8333$. Und $a'=\frac{1}{10}$ giebt $\beta=0{,}81452$; die Grenze $=0{,}97916$.

Die Voraussetzung $a'<b$ scheint demzufolge wenig Mannigfaltiges darzubieten. Wir schreiten fort zur zweiten Voraussetzung.

II.

§. 30.

Der Theil $a'$ sei grösser als $b$. Hiemit ändert sich schon die Hemmungssumme, welche jetzt nicht mehr von $a'$, sondern von $b$ der Grösse nach bestimmt wird, weil $mb<ma'$. Die Verschmelzungshülfe für $b$ ist daher

$$\frac{1}{b} \cdot \left(a' - \frac{mbb}{a+b}\right) \cdot \left(b - \frac{mab}{a+b}\right),$$

und die Geschwindigkeit der Erhebung, falls diese von der Verschmelzungshülfe abhängt,

$$\frac{d\beta}{dt} = \frac{1}{b} \cdot \left(a' - \frac{mb^2}{a+b}\right) \cdot \left(b - \frac{mab}{a+b} - \beta\right).$$

Die Frage ist, ob eine Geschwindigkeit der Hülfe für irgend einen Werth von $\beta$ gleich sein könne der eignen Geschwindigkeit des Steigens ohne Hülfe; ob demnach von dem Puncte dieser Gleichheit an, wie im Vorigen, ein solcher Wechsel stattfinden könne, vermöge dessen *eine* der beiden Geschwindigkeiten von der *andern* übertroffen werde? So allgemein fassen wir die Frage, weil noch unentschieden ist, ob die Geschwindigkeit des freien Steigens sich von der Hülfe übertreffen lasse, oder umgekehrt diese von jener.

Wir setzen demnach wiederum versuchsweise

$$\frac{d\beta}{dt} = \left(\frac{a'}{b} - \frac{mb}{a+b}\right) \cdot \left(b - \frac{mab}{a+b} - \beta\right) = b - \left(1 + \frac{am}{a+b}\right)\beta,$$

$$\text{woraus } \beta\left[1 + \frac{am}{a+b} - \left(\frac{a'}{b} - \frac{mb}{a+b}\right)\right]$$

$$= b - \left(\frac{a'}{b} - \frac{mb}{a+b}\right)\left(b - \frac{mab}{a+b}\right). \qquad [34]$$

Hier kann man freilich nicht, der Analogie mit den frühern Fällen nachgehend, schreiben

$$b = \left(1 + \frac{am}{a+b}\right) \cdot \left(1 - \frac{am}{a+b}\right) \cdot b.$$

Denn gewiss ist $b$ grösser als sein Theil $\left(1 - \frac{a^2m^2}{(a+b)^2}\right) b$; allein eben darum setzen wir

$b = \left(1 + \frac{am}{a+b}\right) \cdot \left(b - \frac{mab}{a+b}\right) + \frac{a^2m^2}{(a+b)^2} \cdot b$; so findet sich in Folge der Division mit dem Coëfficienten von $\beta$

$$\beta = b - \frac{mab}{a+b} + \frac{a^2m^2b}{(a+b)^2 \cdot \left[1 + \frac{am}{a+b} - \left(\frac{a'}{b} - \frac{mb}{a+b}\right)\right]};$$

wobei offenbar das letzte Glied sich mehr zusammenzieht, so dass herauskommt

$$\beta = b \cdot \left[1 - \frac{am}{a+b} - \frac{a^2m^2b}{(a+b)^2 \cdot (a' - (1+m)\,b)}\right].$$

Sollte es Verdacht erregen, dass dieser Ausdruck sich nicht von selbst auf dem gewöhnlichen Wege des Calculs darbietet, so mag es nützlich sein, denselben noch durch folgende, freilich viel weitläufigere Rechnung zu erweisen.

Mit dem Coëfficienten von $\beta$ dividirend haben wir unmittelbar

$$\beta = \frac{b - \left(\frac{a'}{b} - \frac{mb}{a+b}\right)\left(b - \frac{mab}{a+b}\right)}{1 + m - \frac{a'}{b}}, \text{ oder}$$

$$\beta \,.\, \frac{(a+b)^2\, b - [(a+b)\, a' - mb^2] \,.\, (a+b-am)}{(a+b)^2 \,.\, (b - a' + mb)}.$$

Der Zähler hievon wird sich in fünf Glieder entwickeln. Bevor wir sie hersetzen, ist anzuzeigen, dass wir erstlich die Grösse $(a+b)\, mab$ addirend und subtrahirend beifügen werden; zweitens desgleichen noch $am(a+b)\, mb$ addiren und subtrahiren; endlich drittens das addirte $am(a+b)mb$ auflösen werden in $a^2m^2b$ und in $am^2b^2$.

Jetzt schreiben wir die Glieder, worin sich der Zähler entwickelt, in einer verticalen Reihe unter einander, und bemerken das Beizufügende.

$$\begin{array}{l} (a+b)^2 b \\ -(a+b)^2 a' \\ +(a+b)a' \,.\, am - (a+b)mab - am(a+b)mb \\ +(a+b)mb^2 + (a+b)mab \; [= mb(a+b)^2] \\ -am^2b^2 \qquad\qquad + am^2b^2 \; (=0) \\ \qquad\qquad\qquad\quad + a^2m^2b. \end{array}$$

Man fasse die Glieder zusammen, welche $(a+b)^2$ enthalten, desgleichen die, welche $am\,(a+b)$ enthalten, so ergiebt sich der obige Ausdruck für $\beta$; nämlich

$$\beta = b \,.\, \left[1 - \frac{am}{a+b} - \frac{a^2m^2b}{(a+b)^2 \,.\, (a' - (1+m)\, b)}\right]. \qquad [35]$$

Hier leuchtet sogleich ein, dass $\beta$ kleiner als $b$ sein muss; aber auch

$$1 > \frac{am}{a+b} + \frac{a^2m^2b}{(a+b)^2 \,.\, (a' - (1+m)\, b)},$$

indem $\beta$ nicht negativ sein kann. Ferner ist $a'$ grösser zu nehmen nicht bloss als $b$, sondern auch, wie aus dem Vorigen unmittelbar folgt,

$$\frac{a^2m^2b}{(a+b)^2 - (a+b)\, am} + (1+m)\, b < a'. \qquad [36]$$

Ueberdies ist $a'$ höchstens $= a$. Dies vorausgesetzt, so folgt eine Bestimmung für $m$. Nämlich

$$\text{aus } \frac{a^2m^2b}{(a+b)^2 - (a+b)\, am} + (1+m)\, b = a \text{ wird}$$

$$m^2 - \frac{(a+b) \,.\, (a^2+b^2)}{ab^2} \,.\, m = -\frac{(a-b) \,.\, (a+b^2)}{ab^2}; \qquad [37]$$

wo sogleich klar ist, dass man nicht $a = b$ setzen darf, (was ohnehin gegen die jetzige Voraussetzung wäre,) weil sonst

$m > 1$ würde, oder vielmehr $= 0$, indem man das negative Zeichen vor der Wurzelgrösse wird nehmen müssen. Allein bei der Auflösung der Gleichung zeigt sich auch, dass für grosse $a$ wiederum $m$ sich der Null nähert. Es mag genügen, hier einige obenhin berechnete Werthe von $m$ anzugeben, welche den Gang dieser Grösse hinreichend bezeichnen.

| | | | |
|---|---|---|---|
| für $b = 1$, | $a = 2$, ist | $m = 0{,}65$ | höchstens. |
| | $a = 3$ | $m = 0{,}85$ | — |
| | $a = 4$ | $m = 0{,}925$ | — |
| | $a = 5$ | $m = 0{,}951$ | — |
| | $a = 10$ | $m = 0{,}99$ | — |

Grössere Genauigkeit ist hier nicht nöthig, weil man $a'$ nicht völlig $= a$ nehmen wird.

## §. 31.

Es wird sich nun leicht darthun lassen, dass in vielen Fällen nicht bloss ein Werth von $\beta$ statt findet, welchem gleiche Geschwindigkeit der Hülfe und des eignen freien Steigens angehört, sondern dass auch, gerade entgegen den bisher betrachteten Fällen, alsdann die Geschwindigkeit gleich Anfangs von der Hülfe bestimmt wird; daher der so eben erwähnte Werth von $\beta$ hier zu erkennen giebt, dass mit ihm die Hülfe *nicht erst anfängt*, sondern schon *aufhört*, das weitere Steigen zu bestimmen, welches von diesem Puncte an sich selbst überlassen bleibt.

Für den Anfang, also für $\beta = 0$, ist die Geschwindigkeit des freien Steigens $\frac{d\beta}{dt} = b$. Die der Hülfe dagegen ist nach §. 30

$$\frac{d\beta}{dt} = \left(\frac{a'}{b} - \frac{mb}{a+b}\right)\left(1 - \frac{ma}{a+b}\right) . b.$$

Man setze sie gleich, also

$$\left(\frac{a'}{b} - \frac{mb}{a+b}\right)\left(1 - \frac{ma}{a+b}\right) = 1.$$

Nun ist im vorigen § gefunden, $a'$ sei grösser als $(1+m)\, b$. Also $\frac{a'}{b} > 1 + m$. Demnach sei $\frac{a'}{b} = 1 + mx$, und man schreibe nun

$$\left(1 + mx - \frac{mb}{a+b}\right) . \left(1 - \frac{ma}{a+b}\right) = 1,$$

$$\text{daher } x = \frac{(a+b)^2 - mab}{(a+b)^2 - ma(a+b)}. \qquad [38]$$

Wäre dies der Werth von $x$ in der Bestimmung $1 + mx = \frac{a'}{b}$, so hätte im Anfange die Hülfe gerade die Geschwindigkeit des

freien Steigens. Nimmt man $x$ grösser, und demzufolge auch $a'$ grösser, so ist gleich Anfangs die Hülfe geschwinder; also lässt sich die Vorstellung $b$ dann gefallen, eine Zeitlang von $a$ empor getragen zu werden; und dies dauert bis zu dem Werthe von $\beta$, welchen die Formel [35] anzeigt.

Die Formel [38] ist wesentlich die nämliche, wie jene [36], nur etwas transformirt und auf einem andern Wege der Betrachtung gefunden, wodurch die Sache klärer wird.

Aus §. 30 hat man nun ferner

$$\frac{d\beta}{dt} = \left(\frac{a'}{b} - \frac{mb}{a+b}\right)\left(b - \frac{mab}{a+b} - \beta\right), \text{ und hieraus}$$

$$\beta = \left(b - \frac{mab}{a+b}\right)\left(1 - e^{-\left(\frac{a'}{b} - \frac{mb}{a+b}\right)\cdot t}\right), \qquad [39]$$

und $t = \frac{b(a+b)}{a'(a+b) - mbb} \log. \frac{bb + ab(1-m)}{bb + ab(1-m) - \beta(a+b)}$. [40]

Hat aber nach [39] $\beta$ den Werth erreicht, welchen [35] anzeigt, so sei dieser Werth $= B$, für eine Zeit $= T$: man setze beide in das Integral von

$$d\beta = \left[b - \left(1 + \frac{am}{a+b}\right)\beta\right] dt$$

$$= (b - k\beta)\, dt, \text{ wenn } 1 + \frac{am}{a+b} = k,$$

so erhält man für den Fortgang des nunmehr freien Steigens

$$\beta = \frac{b}{k}\left(1 - e^{k(T-t)}\right) + Be^{k(T-t)}. \qquad [41]$$

## §. 32.

*Beispiel.* $a = 5$, $b = 1$. Hier müssen wir uns zuerst nach der Begrenzung von $m$ umsehn. Es darf nach §. 30 nicht $= 1$ gesetzt werden, sondern $< 0{,}951$. Demnach sei $m = 0{,}9$. Um nunmehr vor einer unpassenden Wahl von $a'$ gesichert zu sein, wenden wir uns an die Formel [38]. Das dortige $x$ wird hier $\frac{36 - 4{,}5}{36 - 27} = \frac{31{,}5}{9}$; daher $a' > 4{,}15$; alsdann ist gleich im Anfange das Steigen nicht frei, sondern empfängt eine grössere Geschwindigkeit durch die Hülfe. (Für eben dieses $a'$ kann man sich auch der Formel [36] bedienen, welche mit jener gleichgeltend ist.) Es sei nun $a' = 4{,}5$. Jetzt muss die Formel [35] den Werth von $\beta$ angeben, bei welchem die Geschwindigkeiten gleich werden. Er ist $= 0{,}10864$.

Fragt man nach der Anfangsgeschwindigkeit des Steigens: so hat man für $\beta = 0$,

$$\frac{d\beta}{dt} = \left(\frac{a'}{b} - \frac{mb}{a+b}\right)\left(b - \frac{mab}{a+b}\right), \text{ hier } = 1{,}0875.$$

Das heisst, die Anfangsgeschwindigkeit vermöge der Hülfe ist 1,0875 mal so gross, als sie durch freies Steigen gewesen wäre, denn für letzteres hätte man hier $\frac{d\beta}{dt}=b=1$.

Nun nimmt die Geschwindigkeit schnell ab; wie die Exponentialgrösse in [39] anzeigt, deren Exponent $=4,35$ ist; und es lohnt nicht, für dieses Beispiel die kurze Zeit zu berechnen, bis $\beta=0,10864$ wird, von wo das freie Steigen beginnt. Doch ist $\beta$ zu diesem Werthe etwas früher gelangt, als durch freies Steigen geschehen wäre; und dies *Verfrühen* trifft alle Zeitpuncte für die Werthe, die es nach einander erlangt.

Absichtlich haben wir ein Beispiel gewählt, bei welchem die Hülfe nur wenig Einfluss auf das Steigen hat; nämlich um bemerklich zu machen, wie sehr ein grosser Hemmungsgrad diesen Einfluss vermindert. Denn indem $m=0,9$ angenommen war, blieb für $a'$ nur eine Wahl zwischen den Grenzen 4,15 und 5; auch konnte die Formel [35] nur ein geringes $\beta$ anzeigen.

*Zweites Beispiel.* $a=5$, $b=1$, $m=\frac{1}{4}$. Die Grenze für $a'$ ist $=1,3048$. Jetzt lässt sich eine Reihe von Werthen für $a'$ annehmen, nebst zugehörigen Anfangsgeschwindigkeiten; desgleichen den Werthen von $\beta$, bei welchen die Hülfe dem freien Steigen Platz macht; und den Zeitpuncten bis zur Erreichung dieser Werthe. So ergiebt sich folgende Zusammenstellung:

| | Anfangsgeschwindigkeit. | Aufhören der Hülfe. | Zeit des Aufhörens. |
|---|---|---|---|
| $a'=1,4$ | $\frac{d\beta}{dt}=1,0753$ | bei $\beta=0,50231$ | $t=0,74097$ |
| 1,5 | 1,1545 | 0,61805 | 1,0405 |
| 2 | 1,5503 | 0,73379 | 1,3357 |
| 3 | 2,3420 | 0,76686 | 1,1706 |
| 4 | 3,1337 | 0,77588 | 0,98908 |

Am auffallendsten ist hier das Zu- und Abnehmen der Zeit. Indessen sieht man aus [40] wie dies zusammenhängt. Aendert sich $a'$ wenig, $\beta$ mehr, so wächst $t$ mit den Logarithmen in jener Formel; ändert sich $\beta$ wenig, und $a'$ mehr, so nimmt der Coëfficient des Logarithmen ab, indem $a'$ zunimmt. Starke Hülfen wirken nicht lange; aber sie bringen die Vorstellungen viel früher auf die Standpuncte, welche bei freiem Steigen später wären erreicht worden.

## §. 33.

Im §. 30 haben wir gefunden, $a'$ sei grösser als $(1+m)b$, während sich doch recht gut Fälle denken lassen, in welchen zwar die Bedingung $a' > b$ erfüllt, aber zugleich $a' < (1+m)b$ sein würde. Es ist nun leicht einzusehen, dass diese Fälle aus der jetzigen Untersuchung ausgeschlossen sind, indem sie gar keinen Einfluss der Hülfe herbeiführen, sondern das freie Steigen ganz ungeändert lassen. Durch eine grössere Anfangsgeschwindigkeit kann es in Folge der gefundenen Grenzbestimmung nicht verändert werden; aber auch nicht später, nachdem das freie Steigen schon im Gange ist, kann die Hülfe eingreifen. Denn wir wissen aus §. 29, dass solches Eingreifen nur möglich ist, wenn $a'$ um eine bestimmte Grösse kleiner ist als $b$. Zwischen den Fällen, die wir beobachtet haben, in welchen die Hülfe entweder Anfangs oder später die Geschwindigkeit bestimmt, liegt der mittlere Fall, dass im freien Steigen nichts verändert wird; und zwar dergestalt, dass die Sphäre dieses mittleren Falles gleichsam zu beiden Seiten in der Nähe der Voraussetzung $a' = b$ eine gewisse Breite hat. So klar nun dies aus dem Vorigen schon ist, so kann man doch sehr leicht den Fragepunct, wenn es ein solcher wäre, der Rechnung unterwerfen.

Die Formel [35], nämlich

$$\beta = b \,.\left[1 - \frac{am}{a+b} - \frac{a^2m^2b}{(a+b)^2\,.\,(a'-(1+m)\,.\,b)}\right]$$

kann für $a' < (1+m)\,b$ auch füglich so geschrieben werden:

$$\beta = b \,.\left[1 - \frac{am}{a+b} + \frac{a^2m^2b}{(a+b)^2\,.\,[(1+m)\,b - a']}\right].$$

Nun darf zwar $\beta$ nicht negativ, und auch nicht grösser als $b$ sein. Man könnte aber als Grenze den Fall so stellen, dass gerade $\beta = b$ wäre, mithin

$$\frac{am}{a+b} = \frac{a^2m^2b}{(a+b)^2\,.\,[(1+m)\,b - a']}, \text{ oder}$$

$$1 = \frac{amb}{(a+b)\,.\,[(1+m)\,b - a']}, \text{ und}$$

$$a' = (1+m)\,b - \frac{amb}{a+b} = b + \frac{mb^2}{a+b}.$$

Setzt man diesen, oder einen kleinern Werth (denn grösser darf er nicht sein, damit nicht $\beta > b$,) in

$$\frac{d\beta}{dt} = \left(\frac{a'}{b} - \frac{mb}{a+b}\right)\left(1 - \frac{ma}{a+b}\right)\,.\,b,$$

so wird $\frac{d\beta}{dt} \leqq \left(1 - \frac{ma}{a+b}\right)\,.\,b < b$; also kann davon die An-

fangsgeschwindigkeit nicht bestimmt werden; und setzt man denselben Werth in [39], so findet man dort die Erhebungsgrenze $b - \frac{mab}{a+b}$, welche niedriger liegt als dasjenige $\beta$, welches sollte erhoben werden. Mithin kann weder Anfangs noch später, als ob die Geschwindigkeiten gleich geworden wären, die Hülfe wirksam eintreten.

III.

§. 34.

Ein Theil $b'$ von $b$ sei in Verbindung mit $a$. Bevor die Verbindung sich ausbildete, musste die Hemmungssumme $mb'$ vertheilt werden; von $b'$ wurde gehemmt $\frac{mab'}{a+b}$; es blieb der Rest $= b' - \frac{mab'}{a+b}$; die Verschmelzungshülfe für $b$ wurde

$$= \frac{1}{b} \cdot \left(a - \frac{mbb'}{a+b}\right) \left(b' - \frac{mab'}{a+b}\right);$$

die Frage ist jetzt, ob

$$\frac{d\beta}{dt} = b - \left(1 + \frac{am}{a+b}\right)\beta = \frac{1}{b} \cdot \left(a - \frac{mbb'}{a+b}\right) \cdot \left(b' - \frac{mab'}{a+b} - \beta\right)$$

sein könne? so dass

$$\beta\left[1 + \frac{am}{a+b} - \left(\frac{a}{b} - \frac{mb'}{a+b}\right)\right]$$
$$= b - \left(\frac{a}{b} - \frac{mb'}{a+b}\right) \cdot \left(b' - \frac{mab'}{a+b}\right). \quad [42]$$

Man bemerkt leicht, dass im vorliegenden Falle $\beta$ nicht weit zu steigen habe, wofern dies auf die Hülfe ankommt. Denn $a$ soll grösser sein als $b$; $b$ wiederum grösser, als sein Theil $b'$; wird nun $\beta$ von der Hülfe abhängig, so fände es seine Grenze bei $b' - \frac{mab'}{a+b}$, wenn es nicht zum freien Steigen übergehn könnte. Indessen wird doch für ein grosses $a$ die Hülfe beträchtlich; dann ist zu vermuthen, dass sie gleich Anfangs wirksam sein werde. Wir untersuchen daher zuvörderst die Bestimmungen, welche bei der Anfangsgeschwindigkeit vorkommen können.

Für $\beta = 0$ haben wir

$$b = \left(\frac{a}{b} - \frac{mb'}{a+b}\right) \cdot \left(b' - \frac{mab'}{a+b}\right), \text{ oder}$$
$$\frac{b}{a} = \left(\frac{a}{b} - \frac{mb'}{a+b}\right) \cdot \left(\frac{b'}{a} - \frac{mb'}{a+b}\right).$$

Da es auf die Bestimmung von $m$ und $b'$ ankommt, und $\frac{mb'}{a+b}$ eine kleine Grösse sein kann, so setzen wir $\frac{mb'}{a+b} = x$, und

$$\frac{b}{a} = \left(\frac{a}{b} - x\right)\left(\frac{b'}{a} - x\right),$$

woraus $x = \frac{1}{2} \cdot \frac{a^2 + bb'}{ab} - \sqrt{\frac{1}{4}\left(\frac{a^2 + bb'}{ab}\right)^2 + \frac{b}{a} - \frac{b'}{b}}$.

Die Wurzelgrösse verträgt hier nur das negative Zeichen. Denn $x$ ist ein ächter Bruch; $\frac{1}{2} \cdot \frac{a^2 + bb'}{ab}$ aber ist $> \frac{1}{2}$. Nun darf aber $x$ auch nicht negativ sein; also muss die Wurzelgrösse kleiner sein als $\frac{1}{2} \cdot \frac{a^2 + bb'}{ab}$; mithin $\frac{b}{a} < \frac{b'}{b}$. Hat man diese Bedingung in der Annahme von $b'$ neben $a$ und $b$ erfüllt, so ist das dazu gehörige $m = \frac{x(a+b)}{b'}$.

Hiebei kann noch erinnert werden, dass $x^2$ in manchen Fällen klein genug sein mag, um vernachlässigt zu werden; dann hat man näherungsweise, oder zur vorläufigen Uebersicht, $x = \frac{ab' - b^2}{a^2 + bb'}$.

Dies Alles unter der Voraussetzung $\beta = 0$, d. h. wenn die gesuchte Gleichheit der Geschwindigkeiten in den Anfang des Steigens fällt. Ist aber $x = \frac{mb'}{a+b}$ kleiner als nach diesen Angaben, so ist die Geschwindigkeit der Hülfe gleich Anfangs die grössere, und $\beta$ folgt zunächst der Formel

$$\beta = b'\left(1 - \frac{ma}{a+b}\right) \cdot \left(1 - e^{-\left(\frac{a}{b} - \frac{mb'}{a+b}\right)t}\right); \qquad [43]$$

wozu gehört

$$t = \frac{(a+b)\,b}{a^2 + b\,(a - mb')} \cdot \log. \frac{bb' + ab'\,(1-m)}{bb' + ab'\,(1-m) - \beta\,(a+b)}. \qquad [44]$$

## §. 35.

Zur weitern Auseinandersetzung wird es dienen, wenn wir $b = 1$ nehmend der Forderung $\frac{1}{a} < b'$ nachgehen, und für eine Reihe von $a$ einen der kleinsten und einen der grössten Werthe von $b'$ wählen, um dafür $x$ und hiemit $m$ zu bestimmen. Da wir uns der Kürze wegen hiebei der Formel $x = \frac{ab' - 1}{a^2 + b'}$ bedienen wollen, so ist noch in Ansehung der Correctur, die man vermissen könnte, etwas zu erinnern.

Aus $\frac{b}{a} = \left(\frac{a}{b} - x\right)\left(\frac{b'}{a} - x\right)$ folgt nämlich

$$x^2 - x \cdot \frac{a^2 + bb'}{ab} = \frac{b^2 - ab'}{ab}.$$

Gesetzt nun, man habe einen Werth von $x$ gefunden, welcher der Wahrheit nahe kommend zugleich ein kleiner ächter Bruch ist, so wird man diesen quadrirt für $x^2$ setzen, und, wenn wir ihn mit $u$ bezeichnen, folgendermaassen weiter rechnen:

$$u^2 - \frac{b^2 - ab'}{ab} = x \cdot \frac{a^2 + bb'}{ab},$$

$$\text{daher } \frac{u^2 \cdot ab}{a^2 + bb'} + \frac{ab' - b^2}{a^2 + bb'} = x,$$

oder $\frac{au^2}{a^2 + b'} + \frac{ab' - 1}{a^2 + b'} = x$, weil $b = 1$. Wenn nun $b'$ ein geringer Bruch ist, so beträgt dic Correctur nicht völlig $\frac{u^2}{a}$; und lässt sich hiemit schätzen, auch wenn man sie nicht berechnen will.

Folgende Zusammenstellung mag nun die Uebersicht gewähren, deren die fernere Betrachtung bedarf. Bei den drei grössern Werthen von $b'$ für $a = 2$, 3, 5, ist die Correctur $\frac{au^2}{a^2 + b'}$ benutzt worden.

| | | | |
|---|---|---|---|
| für $a = 2$ und | $b' = 0{,}6$ wird | $x = \frac{1}{23}$; | daher $m = \frac{5}{23}$; |
| | $b' = 0{,}9$ . . . . . | 0,1741; . . . . . | 0,5805; |
| für $a = 3$ und | $b' = 0{,}4$ . . . . . | $\frac{1}{47}$; . . . . . . . . | $\frac{10}{47}$; |
| | $b' = 0{,}9$ . . . . . | 0,1806; . . . . . | 0,8028; |
| für $a = 5$ und | $b' = 0{,}3$ . . . . . | $\frac{5}{253}$; . . . . . . . . | $\frac{100}{253}$; |
| | $b' = 0{,}9$ . . . . . | 0,1386; . . . . . | 0,9244; |
| für $a = 10$ und | $b' = 0{,}2$ . . | weniger als $\frac{1}{100}$; . . . . . | $\frac{55}{100}$; |
| | $b' = 0{,}9$ . . . . . | 0,08; . . . . . . | $\frac{88}{90}$. |

## §. 36.

Es ist nun leicht, passende Beispiele zu wählen.

Für $a = 2$, $b = 1$, sei $b' = 0{,}7$; $m = \frac{1}{5}$. Man findet die Anfangsgeschwindigkeit, welche von der Hülfe herrührt, $= 1{,}3607$; dasjenige $\beta$, worin die Geschwindigkeiten gleich werden, so dass die Fortsetzung des Steigens von $b$ selbst abhängt, $= 0{,}4398$.

Für $a = 3$, $b = 1$, sei $b' = 0{,}7$; $m = \frac{1}{5}$. Die Anfangsgeschwindigkeit ist grösser, nämlich $= 1{,}7642$. Hingegen das vorerwähnte $\beta = 0{,}42105$ ist sogar kleiner. Die Exponentialgrösse in [43] verschwindet hier schneller.

Etwas vollständiger wollen wir dic Voraussetzung $a = 5$, $b = 1$, $m = \frac{1}{4}$, durchführen. Es sei nun

| | Anfangsgeschwindigkeit, | Aufhören der Hülfe, | Zeit des Aufhörens. |
|---|---|---|---|
| $b' = 0,3$; | $\frac{d\beta}{dt} = 1,1845$ | für $\beta = 0,04882$ | $t = 0,04613$ |
| $b' = 0,5$; | 1,9709 | 0,25747 | 0,2111 |
| $b' = 0,7$; | 2,7547 | 0,46637 | 0,37064 |
| $b' = 0,9$; | 3,5358 | 0,67546 | 0,59601. |

## DRITTER ABSCHNITT.

### VON STEIGENDEN COMPLEXIONEN.

#### §. 37.

Bei Complexionen, deren Wesen, wenn sie vollkommen sind, darin besteht, dass die verbundenen Vorstellungen stets in gleichem Zustande der Spannung sein müssen, liegt es schon in diesem Begriffe, dass jede Hemmung sich unter den verbundenen gleichmässig vertheilt. Ist hier der Hemmungsgrad zwischen $a$ und $b$ grösser als zwischen den mit ihnen complicirten $\alpha$ und $\beta$, so überträgt sich die stärkere Hemmung des ersten Paares auf das letztere; und es kann das paradoxe Resultat herauskommen, dass von einer starken Complexion ein weit grösseres Quantum gehemmt wird, als von einer schwachen, weil umgekehrt von einer schwachen Vorstellung weniger gehemmt wird, als von einer starken. Davon ist am gehörigen Orte * ein Beispiel gegeben, welches eine nähere Beleuchtung veranlassen kann.

Die Vorstellung eines Farbigten sei $= 3$, die eines andern Farbigten $= 1$. Wenn diese beiden allein unter sich in Hemmung träten, so würde für den Hemmungsgrad $= 1$, die Hemmungssumme $= 1$ sich so vertheilen, dass ein Viertel von 3, und drei Viertel von 1 zu hemmen wären. Der hieraus entspringende gewaltsame Zustand, oder die Spannung, wäre nun in der schwächern Vorstellung neunmal so gross als in der stärkern; weil die dreifach schwächere dreimal soviel verliert. Dies kann verhindert werden, wenn eine dritte Vorstellung mit

* Psychologie §. 60.

jener schwächern complicirt ist; denn alsdann überträgt sich das Leiden der schwächern auf die dritte; wie stark aber auch die dritte sein möge, sie wird ganz in dies Leiden hereingezogen, und ihre Wirksamkeit besteht alsdann nicht bloss darin, der Hemmung jener schwächern eine Grenze zu setzen, sondern sie strebt auch, ihr eignes Gehemmtes wieder ins Bewusstsein zu bringen. Im Beispiel ist angenommen, die dritte sei $= 11$, eine Gefühlsvorstellung; während noch eine vierte $= 1$, ein Klang, mit jener $= 3$ complicirt sei. Zwischen einem Gefühl (etwa eines Stosses oder der Wärme) und einem Klange ist kein Gegensatz; und diese beiden können nur mittelbar, durch die Farben, in Gegenwirkung treten. Hiebei ist ein offenbarer Nachtheil für die Vorstellung $= 11$, da sie nur durch die schwache $= 1$ mit den andern in Verbindung gesetzt wird. Wäre statt dieser schwachen $= 1$ vielmehr eine $= 2$ vorhanden, so würde die $= 11$ jener $= 3$ besser entgegenwirken können. Dies übersieht man ohne Rechnung; wir wollen aber jetzt die Grössen allgemein bezeichnen. Statt des obigen 3 und 1 setzen wir $a$ und $b$; statt 11 nun $\beta$; jenes 1, welches mit 3 complicirt ist, hiesse $\alpha$. Die Hemmungsumme sei $= S$. Diese vertheilt zwischen $a$ und $b$ giebt die Theile $\frac{bS}{a+b}$ und $\frac{aS}{a+b}$; und daran kann die Complication nichts ändern, weil $\alpha$ und $\beta$ nur dem Druck unterworfen sind, der ihnen mitgetheilt wird, und nur in dem Maasse wirksam sein können, als sie von diesem Drucke getroffen werden. Je grösser nun $\beta$, um desto weniger geräth es durch einen Druck von einmal gegebener Grösse in Spannung; man darf also nicht erwarten, dass es besonders stark zurückwirken werde. Vielmehr, die Hemmung $\frac{aS}{a+b}$ zerfällt in zwei Theile nach dem Verhältnisse der complicirten $b$ und $\beta$; eben so die Hemmung $\frac{bS}{a+b}$ in zwei Theile nach dem Verhältnisse der complicirten $a$ und $\alpha$; die vier Theile sind:

für $a$, $\frac{abS}{(a+b)(a+\alpha)}$; für $b$, $\frac{baS}{(a+b)(b+\beta)}$;

für $\alpha$, $\frac{abS}{(a+b)(a+\alpha)}$; für $\beta$, $\frac{\beta aS}{(a+b)(b+\beta)}$;

woraus man die Spannung einer jeden Vorstellung sogleich findet, indem man ihr Gehemmtes durch ihre eigne Grösse dividirt. Das Verhältniss der Spannungen von $a$ und $b$ ist nun

$\frac{b}{a+\alpha}:\frac{a}{b+\beta}=b(b+\beta):a(a+\alpha)$; im obigen Zahlenbeispiele demnach wie **1 : 1**, während es ohne Complication, also für $\beta=0$, $\alpha=0$, sein würde, wie $b^2:a^2$; in jenen Zahlen, wie **1 : 9**. Das Gehemmte von $b$ in Zahlen ist nur $\frac{1}{16}$; anstatt ohne Complication $\frac{3}{4}=\frac{12}{16}$. Der Erfolg der Complication ist also für das schwache $b=1$ sehr bedeutend; aber er wird damit erkauft, dass von $\beta=11$ das Gehemmte nicht weniger als $\frac{11}{16}$ beträgt; und dass diese stärkste Vorstellung gleich stark, wie das schwache $\alpha$ in Spannung geräth. Nähme man $\beta$ noch grösser, so würde zwar seine Spannung geringer, aber sein Antheil an der Hemmung würde wachsen.

Wir haben hier den äussersten Fall der Verschiedenheit beider Hemmungsgrade ($p=1$, $\pi=0$) angenommen, andere Fälle mag man danach schätzen.

Ferner ist das Zahlenbeispiel so gewählt, dass es den Nachtheil zeige, worin sich $\beta$ wegen des geringen $b$ (ähnlich einem Gewicht an einem kurzen Hebelarme) befindet. Wäre $b=2$, die andern Zahlen wie vorhin, so ergäbe sich das Verhältniss der Spannungen wie **26 : 12 = 13 : 6**.

In solchen Fällen, wie der vorliegende, hat man zwar keine Hoffnung, das Resultat der Rechnung pünktlich mit Erfahrungen vergleichen zu können. Fragt man sich aber, woher die so häufig bemerkbare Empfindlichkeit in Kleinigkeiten kommen möge, z. B. die Empfindlichkeit gegen Sprachfehler, verzogene Mienen, geringe Abänderungen der gewohnten Kleidung u. *dgl.*: so sieht man sogleich, dass an sich das Schwache nicht Grund einer starken Empfindung ist, sondern dass es auf die Gewohnheit, d. h. auf die Complication starker mit schwachen Vorstellungen ankommt. Hiebei ist zu überlegen, in welchem Zustande sich das obige $b$ befinden muss. Wiewohl sein Gehemmtes im Beispiele nur $\frac{1}{16}$ beträgt, — den zwölften Theil dessen, was es ohne die Hülfe der Complication betragen würde, — so ist es doch darum nicht befreit von dem Drucke des stärkeren $a$, sondern dieser Druck wird nur aufgehoben, indem *durch b hindurch* wirkend das noch stärkere $\beta$ sich dem Sinken des $b$ entgegensetzt; daher $b$ gerade in wiefern es nicht sinken kann, sondern im Bewusstsein gehalten wird, von beiden Seiten Gewalt leidet; und dies ist die, sich von selbst darbietende Erklärung jener Empfindlichkeit, deren Sitz gerade dann schwache

Vorstellungen sind, wann sie mit starken in angewohnter Verbindung stehen. Doch darüber ist schon anderwärts gesprochen worden.

§. 38.

Nach diesen Vorerinnerungen mag nun die Betrachtung zweier zugleich steigender Complexionen folgen. Hier bietet sich gleich eine Verschiedenheit dar, welche auf die Rechnung Einfluss hat. Die Hemmungssumme für die Complexionen $a+\alpha$ und $b+\beta$ richtet sich nach den Hemmungsgraden $p$ zwischen $a$ und $b$, und $\pi$ zwischen $\alpha$ und $\beta$. Ist $a>b$, so braucht zwischen beiden nur $pb$ gehemmt zu werden. Ist $\alpha>\beta$, so ist hier $\pi\beta$ zu hemmen; allein während $a>b$, kann $\alpha<\beta$ sein; alsdann ist für dieses Paar $\pi\alpha$ zu hemmen; daher wird die ganze Summe, die sich aus den beiden Paaren ergiebt, entweder $pb+\pi\beta$ oder $pb+\pi\alpha$. Man denke sich etwa ein paar Gegenstände, die zugleich dem Gesicht und dem Gehör, oder dem Gesicht und dem Geruch oder Geschmack ihre Merkmale liefern, — wie Rose und Lilie, Nelke und Tuberose, Wasser und Wein; jeder solche Gegenstand ist für uns eine Complexion seiner Merkmale; aber es giebt zwischen solchen eine mehrfache Hemmung, indem ein paar Merkmale fürs Gesicht, ein anderes Paar für einen andern Sinn einen Gegensatz bilden. Nennen wir* die ganzen Complexionen $a+\alpha=A$, und $b+\beta=B$, ihre im Verlauf der Zeit $t$ hervorgetretenen Theile $A'$ und $B'$, die bereits vorhandene Hemmungssumme $S'$, die Hemmungscoëfficienten, welche das Verhältniss der Hemmung anzeigen, $\pi'$ und $\pi''$: so strebt im Zeittheilchen $dt$, $A-A'$ und $B-B'$ hervorzutreten, zugleich aber sinken $\pi'S'dt$ und $\pi''S'dt$; also allgemein:

$$dA'=[A-A'-\pi'S']\,dt,$$
$$dB'=[B-B'-\pi''S']\,dt.$$

Die Rechnung erfodert nun, dass man für $S'$ seinen Werth setze; das Gleiche kann geschehn für $A'$ und $B'$. Also entweder

1) $da'+d\alpha'=[A-(a'+\alpha')-\pi'(pb'+\pi\beta')]\,dt,$

$db'+d\beta'=[B-(b'+\beta')-\pi''(pb'+\pi\beta')]\,dt;$

oder 2) $da'+d\alpha'=[A-(a'+\alpha')-\pi'(pb'+\pi\alpha')]\,dt,$

$db'+d\beta'=[B-(b'+\beta')-\pi''(pb'+\pi\alpha')]\,dt.$

Im ersten Falle ist die Gleichung für $db'+d\beta'$ eine Summe zweier Gleichungen, nämlich

* Psychologie §. 58—60.

$$db' = [b - b' - \pi'' pb']\,dt, \text{ und}$$
$$d\beta' = [\beta - \beta' - \pi''\pi\beta']\,dt, \text{ woraus}$$
$$b' = \frac{1}{1+\pi''p} \cdot b\,(1 - e^{-(1+\pi''p)\,t}),$$
$$\beta' = \frac{1}{1+\pi''\pi} \cdot \beta\,(1 - e^{-(1+\pi''\pi)t}).$$

Hieraus würde sich $B' = b' + \beta'$ ergeben, wenn die Theile der Hemmungssumme abgesondert wirkten, und keine andre Bedingung zu erfüllen wäre. Allein nach der Natur der Complexionen soll ein Theil nur in so fern steigen, als der andre in gleichem Verhältniss folgen kann. Es sollen also die veränderlichen $b'$ und $\beta'$ immer das ursprüngliche Verhältniss $b:\beta$ beibehalten; mithin $b' : (b' + \beta') = b : (b + \beta)$, oder $b' : B' = b : B$; ein constantes Verhältniss; eben so $\beta' : (b' + \beta') = \beta : (b + \beta)$, oder $\beta' : B' = \beta : B$; auch $pb' : \pi\beta' = pb : \pi\beta$; und wenn $pb' = h'B'$, desgleichen $\pi\beta' = h''B'$, so ist auch $h' : h'' = pb : \pi\beta$, ein constantes und gegebenes Verhältniss.

Nun sei $h = h' + h'' = \frac{pb}{B} + \frac{\pi\beta}{B} = \frac{pb + \pi\beta}{b + \beta}$, so kann man statt $pb' + \pi\beta'$ setzen $hB'$, und aus

$$dB' = (B - B' - \pi''hB')\,dt \text{ wird}$$
$$B' = \frac{B}{1+\pi''h}(1 - e^{-(1+\pi''h)\,t}).$$

Der Unterschied gegen die vorige Rechnung ist klar genug. Denn $h$ ist weder $= p$ noch $= \pi$, sondern enthält einen Bruchtheil von beiden, daher kann weder die Exponentialgrösse genau so verschwinden, noch die Erhebungsgrenze die gleiche sein wie oben.

Der gefundene Werth von $B'$, und hiermit von $hB'$, ist nun anstatt $pb' + \pi\beta'$ in die Gleichung für $dA'$ zu setzen.

$$dA' = [A - A' - \frac{\pi'h}{1+\pi''h} \cdot B\,(1 - e^{-(1+\pi''h)\,t})]\,dt;$$

also

$$A' = \left(A - \frac{\pi'hB}{1+\pi''h}\right)(1 - e^{-t}) + \frac{\pi'hB}{(1+\pi''h)} \cdot \frac{1}{\pi''h}(e^{-t} - e^{-(1+\pi''h)\,t}).$$

Die Erhebungsgrenzen sind

für $B$, $\frac{B}{1+\pi''h}$;

für $A$, $A - \frac{\pi'hB}{1+\pi''h}$.

Deren Summe, $A + \frac{B}{1+\pi''h}(1 - \pi'h)$, abgezogen von $A + B$ lässt

$$B\left(1 - \frac{1-\pi'h}{1+\pi''h}\right) = \frac{(\pi''+\pi')\,hB}{1+\pi''h} = \frac{hB}{1+\pi''h},$$

weil die Hemmungscoëfficienten $\pi''$ und $\pi'$ zusammen der Einheit gleich sind. Die zuletzt hervorgetretene Hemmungssumme ist ebenfalls $\frac{hB}{1+\pi''h}$, wie gehörig, weil sie mit dem noch übrigen Streben der Vorstellungen im Gleichgewichte stehen muss, wie mehrmals erinnert worden.

Die Hemmungscoëfficienten sind bekanntlich (wie a. a. O. gezeigt), $\pi' = \frac{bp+\beta\pi}{(a+b)p+(\alpha+\beta)\pi}$, und $\pi'' = \frac{ap+\alpha\pi}{(a+b)p+(\alpha+\beta)\pi}$.

Zu dem jetzt berechneten ersten Falle gehören unter andern die *ähnlichen* Complexionen, für welche $a : \alpha = b : \beta$, oder $a : b = \alpha : \beta$; denn wenn hier $b$ kleiner als $a$, so ist auch $\beta$ kleiner als $\alpha$, daher dann durch $b$ und $\beta$ die Hemmungssumme bestimmt wird.

Wir gehen über zum zweiten Falle, wo $\alpha < \beta$, daher die Hemmungssumme $= pb + \pi\alpha$. Hier setze man, wie zuvor, $pb' = hB'$, und diesem ähnlich, $\pi\alpha' = iA'$, so kommt

$$dA' = [A - A' - \pi'(hB' + iA')]\,dt,$$
$$dB' = [B - B' - \pi''(hB' + iA')]\,dt,$$

oder
$$dA' + A'(1+\pi'i)\,dt = (A - \pi'hB')\,dt,$$
$$dB' + B'(1+\pi''h)\,dt = (B - \pi''iA')\,dt.$$

Die erste Gleichung multiplicirt mit $\vartheta$, und zur zweiten addirt, giebt

$$dB' + \vartheta\,dA' + \left[B'\begin{Bmatrix}1+\pi''h\\+\vartheta\pi'h\end{Bmatrix} + A'\begin{Bmatrix}\vartheta(1+\pi'i)\\+\pi''i\end{Bmatrix}\right]dt = (B+\vartheta A)\,dt.$$

Man setze $B' + \vartheta A' = z = B' + \frac{\pi''i + (1+\pi'i)\vartheta}{1+\pi''h+\pi'h\vartheta}\,.\,A'$;

$$\text{also } \vartheta = \frac{\pi''i + (1+\pi'i)\vartheta}{1+\pi''h+\pi'h\vartheta}$$
$$= \frac{\pi'i - \pi''h}{2\pi'h} \pm \sqrt{\left(\frac{\pi'i-\pi''h}{2\pi'h}\right)^2 + \frac{\pi''i}{\pi'h}}$$
$$= \frac{\pi'i - \pi''h}{2\pi'h} \pm \frac{\pi'i + \pi''h}{2\pi'h},$$

das heisst, $\vartheta$ ist entweder $= \frac{i}{h}$, oder $= -\frac{\pi''}{\pi}$.

Wenn ferner $dz + Fzdt = Cdt$, woraus

$$z = \frac{C}{F}(1 - e^{-Ft}),$$

so ist hier $C = B + \vartheta A$, und $F = 1 + \pi''h + \pi'h\vartheta$,

also wegen des doppelten Werths von $\vartheta$ kommt ein zwiefaches $z$, nämlich

$$z' = B' + \frac{i}{h}A' = \frac{hB+iA}{h(1+\pi''h+\pi'i)}\left(1 - e^{-(1+\pi''h+\pi'i)t}\right),$$
$$z'' = B' - \frac{\pi''}{\pi'}A' = \frac{\pi'B - \pi''A}{\pi'}(1 - e^{-t}).$$

Jetzt sei $k = 1 + \pi''h + \pi'i$, so findet sich

$$\left(\frac{i}{h} + \frac{\pi''}{\pi'}\right) A' = \frac{k-1}{h\pi'} A' = \frac{hB + iA}{hk}(1 - e^{-kt}) - \frac{\pi'B - \pi''A}{\pi'}(1 - e^{-t});$$

also $A' = \frac{\pi'(hB + iA)}{(k-1) \cdot k}(1 - e^{-kt}) - \frac{h(\pi'B - \pi''A)}{k-1}(1 - e^{-t})$,

und $B' = \frac{\pi''(hB + iA)}{(k-1) \cdot k}(1 - e^{-kt}) + \frac{i(\pi'B - \pi''A)}{k-1}(1 - e^{-t})$.

Nach verschwundenen Exponentialgrössen ist die letzte Hemmungssumme $hB' + iA' = \frac{hB + iA}{k}$, weil $i\pi' + h\pi'' = k - 1$. Um zu zeigen, dass auch hier die letzte Hemmungssumme im Gleichgewichte steht mit dem noch übrigen Aufstreben der Vorstellungen, muss man in den Grenzwerthen von $A'$ und $B'$ die Theile, welche von $A$, und die, welche von $B$ abhängen, zusammenfassen; und sie dann abziehen von $A$ und von $B$. Man hat nämlich

$$A - A' = A\left(1 - \frac{1}{k-1} \cdot \frac{\pi'i + kh\pi''}{k}\right) + B \cdot \frac{h\pi'}{k-1}\left(1 - \frac{1}{k}\right),$$

$$B - B' = B\left(1 - \frac{1}{k-1} \cdot \frac{\pi''h + ki\pi'}{k}\right) + A \cdot \frac{i\pi''}{k-1} \cdot \left(1 - \frac{1}{k}\right).$$

Da $k = 1 + k - 1$, so wird $\pi'i + kh\pi'' = (k-1)(1 + h\pi'')$ und $\pi''h + ki\pi'$ wird $(k-1)(1 + i\pi')$. Daher nun

$$A - A' = A\left(1 - \frac{1 + h\pi''}{k}\right) + B \cdot \frac{h\pi'}{k},$$

$$B - B' = B\left(1 - \frac{1 + i\pi'}{k}\right) + A \cdot \frac{i\pi''}{k}.$$

Es ist aber $k - (1 + h\pi'') = i\pi'$, und $k - (1 + i\pi') = \pi''h$, also $A + B - (A' + B') = \frac{A}{k}(i\pi' + i\pi'') + \frac{B}{k}(h\pi' + h\pi'')$; wobei nur noch zu erinnern, dass die Hemmungscoëfficienten $\pi' + \pi'' = 1$, so findet sich $\frac{iA + hB}{k}$, wie gefodert war.

Man bemerke hier die bequemern Ausdrücke für die Grenzwerthe. Es ist nämlich

von $A'$ der Grenzwerth $= \frac{A(1 + h\pi'') - \pi'hB}{k}$ und

von $B'$ der Grenzwerth $= \frac{B(1 + i\pi') - i\pi''A}{k}$.

Es sind nun die Maxima zu bestimmen. Man findet

$$\frac{dA'}{dt} = \frac{\pi'(hB + iA)}{k-1} e^{-kt} - \frac{h(\pi'B - \pi''A)}{k-1} \cdot e^{-t},$$

und $$\frac{dB'}{dt} = \frac{\pi''(hB + iA)}{k-1} e^{-kt} + \frac{i(\pi'B - \pi''A)}{k-1} e^{-t}.$$

Daher fürs Maximum von $A'$

$$t = \frac{1}{k-1} \log. \frac{\pi'(hB + iA)}{h(\pi'B - \pi''A)},$$

und fürs Maximum von $B'$

$$t = \frac{1}{k-1} \log. \frac{\pi''(hB + iA)}{i(\pi''A - \pi'B)}.$$

Die Nenner zeigen, dass die Logarithmen für $B$ möglich sind, wenn unmöglich für $A$, und umgekehrt. Ueber das Maximum sogleich ein Mehreres.

Es tritt hier ein Unterschied hervor zwischen dem ersten und zweiten Falle. Denn im ersten Fall zeigt die Formel für $B'$ auf den ersten Blick, dass kein Maximum von $B'$ möglich ist; vielweniger von dem grösseren $A'$, sondern beide Vorstellungen eilen zu ihrer Erhebungsgrenze. Hingegen im zweiten Fall muss es für eine der beiden Complexionen ein Maximum geben; ausser von $\pi''A = \pi'B$; denn alsdann wird die Zeit dafür unendlich. Diesen Umstand müssen wir zuerst ins Auge fassen.

Aus den, nur kurz vorhin erwähnten, Werthen von $\pi'$ und $\pi''$ ergiebt sich, dass $\pi''A = \pi'B$ nach Weglassung der gleichen Nenner von $\pi'$ und $\pi''$, soviel heisst als

$$(ap + \alpha\pi)A = (bp + \beta\pi)B.$$

Wenn dies wirklich stattfindet, so folgt

$$\alpha\pi A - \beta\pi B = bpB - apA,$$

$$\text{oder } \frac{\alpha A - \beta B}{bB - aA} = \frac{p}{\pi};$$

welcher Bruch ein ächter oder ein unächter sein wird, je nachdem $\pi$ oder $p$ der grössere Hemmungsgrad ist. Es muss aber $\frac{p}{\pi}$ eine positive Grösse sein. Da nun vorausgesetzt wird, $A$ sei grösser als $B$, so muss, wenn $\alpha < \beta$, (wie der hier angenommene Fall es mit sich bringt,) nothwendig $a > b$ sein; folglich $bB < aA$. Deshalb schreiben wir $\frac{p}{\pi} = \frac{\beta B - \alpha A}{aA - bB}$. Nun kann man $\alpha$ klein genug nehmen, damit diese Bedingung sich erfülle. Nimmt man es noch kleiner, so wird $\pi''A < \pi'B$, das heisst, die Complexion $A$ bekommt ein Maximum. Doch wird dies natürlich der seltenere Fall sein; auch ist zu erinnern, dass der Logarithme, welcher die Zeit anzeigt, nicht bloss möglich sein muss, sondern auch nicht negativ sein darf.

Hieran knüpft sich die weitere Frage, ob $A$ oder $B$ könne auf die Schwelle gedrängt werden? Um dies zu beantworten, muss der Grenzwerth, etwa der von $B'$, $=0$ gesetzt werden; ergiebt sich daraus ein brauchbarer Werth, so folgt, dass ein noch kleineres $B$ in endlicher Zeit verschwinden kann.

Der Grenzwerth ist

$$B' = \frac{\pi''(hB + iA)}{(k-1)k} + \frac{i(\pi''B - \pi'A)}{k-1}.$$

Dies $=0$ gesetzt giebt zunächst

$$(\pi'' h + k i \pi') B = i \pi'' A (k-1),$$

und weil $k = 1 + k - 1$, auch $k = 1 + \pi'' h + \pi' i$,

$$(1 + i\pi') B = i\pi'' A,$$

$$B = \frac{i\pi'' A}{1 + i\pi'} = \frac{\pi'' \cdot \pi a}{1 + i\pi'}, \text{ wegen } iA = \pi a.$$

Da $\pi''$ und $\pi$ ächte Brüche, so ist dieser Werth von $B$ gegen die Bedingung $\alpha < \beta$, also auch $a < B$. Das heisst, $B$ darf nicht so klein angenommen werden, dass der Grenzwerth von $B'$ könnte $=0$ werden.

Da gleichwohl ein Maximum stattfindet, so kann man vermuthen, dass die Zeit für dies Maximum durchgehends viel später als bei gemeinsamem Steigen dreier einfacher Vorstellungen, eintreten, und alsdann bald der Wendungspunct folgen wird, von welchem an das Sinken äusserst langsam fortgeht, und die sinkende Complexion beinahe als stehend zu betrachten ist. Einige Beispiele werden dies bestätigen. Zuvor ist nur noch die Formel für die Zeit des Wendepuncts anzugeben; sie ist

$$t = \frac{1}{k-1} \log. \frac{k\pi''(hB + iA)}{i(\pi'' A - \pi' B)}.$$

Hier mag nun auch daran erinnert werden, dass bloss der Rechnung wegen der Ausdruck $hB' + iA'$ anstatt $pb' + \pi' a$, also $hB + iA$ statt $pb + \pi a$, eingeführt wurde.

Will man Beispiele berechnen, so ist die Grösse $k$ beschwerlich, denn $k = 1 + \pi'' h + \pi' i$ bedeutet

$$k = 1 + \frac{ap + \alpha\pi}{(a+b)p + (\alpha+\beta)\pi} \cdot \frac{pb}{B} + \frac{bp + \beta\pi}{(a+b)p + (\alpha+\beta)\pi} \cdot \frac{\pi a}{A}.$$

Anstatt aber aus angenommenen $a$, $b$, $\alpha$, $\beta$, $p$, $\pi$, dieses $k$ zu berechnen, wird man, wo es nur um Beispiele zu thun ist, bequemer $\pi'$ und $\pi''$ annehmen (mit der Bedingung $\pi' + \pi'' = 1$) und hiernach insbesondere für die übrigen Annahmen den Hemmungsgrad $\pi$ bestimmen. Wir wollen für nachstehende Beispiele $p = 1$ setzen, damit der Einfluss der Hemmung deutlich hervortrete; ferner sei $\alpha = \lambda b$, und $\pi'' > \pi'$, auch $\pi'' : \pi' = m : n$, daher $\pi'' = \frac{m}{m+n}$ und $\pi' = \frac{n}{m+n}$. Alsdann ist auch

$(ap + \alpha\pi) : (bp + \beta\pi) = m : n$; oder, da $p = 1$,

$$n(a + \lambda b\pi) = m \cdot (b + \beta\pi),$$

$$\text{und } \pi = \frac{na - mb}{m\beta - n\lambda b}.$$

Für die nächsten Beispiele mag $\lambda = 1$, d. h. $\alpha = b$ sein.

*Erstes Beispiel.* $a = 10$, $b = 2$, $\alpha = 2$, $\beta = 10$, $p = 1$, $\pi'' = \frac{2}{3}$, $\pi' = \frac{1}{3}$, also $m = 2$, $n = 1$. Hieraus $\frac{10-4}{20-2} = \pi = \frac{1}{3}$. Nun kann das Beispiel der bequemen Uebersicht wegen so gestellt werden:

$$\begin{array}{ccccc} & a & p = 1 & b & \\ & \| & & \| & \\ A = & \left\{\begin{matrix}10\\2\end{matrix}\right. & & \left.\begin{matrix}2\\10\end{matrix}\right\} & = B \\ & \| & & \| & \\ & \alpha & \pi = \frac{1}{3} & \beta & \end{array}$$

Man hat vor Augen, dass die Complexion *B*, wiewohl an sich gleich stark mit *A*, doch stärkern Druck von *A* erfährt, als sie zurückgeben kann; weil $\alpha$ und $\beta$ einander weniger drängen, als $a$ und $b$, und $b$ weit mehr von $a$ angegriffen wird, als umgekehrt. Indem *A* und *B* zugleich steigen, lehnt sich die wachsende Hemmungssumme immer mehr gegen *B* wegen der Schwäche von $b$, und dies kann nicht durch einen gleichen Druck des $\beta$ gegen $\alpha$ aufgewogen werden; denn diese beiden erzeugen den geringern Theil der Hemmungssumme, und der stärkere Druck, den $\beta$ erfährt, rührt her von seiner Verbindung mit $b$. Man findet nun $h = \frac{pb}{B} = \frac{1}{6}$, $i = \frac{\pi\alpha}{A} = \frac{1}{18}$, mithin $k = 1 + \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{6} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{18}$ oder $k = 1 + \frac{7}{54}$; ferner $\pi''(hB + iA)$ oder $\pi''(pb + \pi\alpha) = \frac{16}{9}$, und $i(\pi''A - \pi'B) = \frac{2}{9}$; daher endlich fürs Maximum von *B* die Zeit $t = \frac{54}{7}$ *log. nat.* $\frac{16}{9} \cdot \frac{9}{2} = 16{,}04$; und für den Wendepunct $t = \frac{54}{7}$ *log.* $\frac{64}{54} \cdot \frac{16}{9} \cdot \frac{9}{2} = 16{,}98$.

Schätzt man die Einheit der Zeit auf zwei Secunden, so verfliesst bis zum Maximum ungefähr eine halbe Minute, und ein paar Secunden später erfolgt der Wendepunct, von welchem an das Sinken so gut als aufhört.

*Zweites Beispiel.* $\alpha = b = 4$; das Uebrige wie vorhin. Man findet $\pi = \frac{1}{8}$, und das Beispiel steht so:

$$\begin{array}{ccccc} & a & p = 1 & b & \\ & \| & & \| & \\ A = & \left\{\begin{matrix}10\\4\end{matrix}\right. & & \left.\begin{matrix}4\\10\end{matrix}\right\} & = B \\ & \| & & \| & \\ & \alpha & \pi = \frac{1}{8} & \beta & \end{array}$$

Hier wird $k = 1 + \frac{17}{84}$, und die Zeit des Maximum

$$t = \frac{84}{11} \textit{ log. nat. } \frac{2}{3} \cdot \frac{9}{2} \cdot 3 \cdot 2 = 14{,}28,$$

etwas kürzer wie vorhin, da die Hemmungssumme verhältniss-

mässig grösser ist, wie zuvor. Dass auch hier der Wendungspunct bald folgen muss, zeigt der Werth von $k$, der wiederum nicht viel über 1 beträgt.

Maximum und Wendepunkt sind aber in Beispielen solcher Art kaum zu unterscheiden von Erhebungsgrenzen. Denn wenn schon Werthe wie $t = 14$ oder $t = 16$ hervorgehn, so sind Grössen wie $1 - e^{-t}$ oder $1 - e^{-kt}$ für $= 1$ zu nehmen, da $e^{-10}$ schon weniger ist als $\frac{1}{22000}$.

*Drittes Beispiel.* Es sei $\pi'' = 0{,}9$; $\pi' = 0{,}1$. Also $m = 9$, $n = 1$; ferner $\lambda = 2$, $a = 10$, $b = 1$, $\alpha = 2$, $\beta = 3$. Man findet $\pi = \frac{1}{75}$, $k = 1 + \frac{677}{3000}$, und am Ende $t = 11{,}7$; also wiederum die Exponentialgrössen so gut als verschwunden, daher das Maximum auch hier anstatt einer Erhebungsgrenze kann genommen werden.

Gleichwohl ist der Unterschied des zweiten Falles vom ersten, der kein Maximum mit sich bringt, nicht unerheblich. Denn ein sehr geringer Druck, eine fremdartige Hemmung aus andern Ursachen, kann leicht das Maximum verfrühen und erniedrigen, da schon einige Zeit vorher die Geschwindigkeit des Steigens fast verschwunden sein musste.

Das dritte Beispiel erinnert daran, dass der Hemmungsgrad $\pi$ sehr klein sein muss, wenn in dem Hemmungsverhältnisse $m : n$ eine bedeutende Ungleichheit vorkommen soll. Der Vortheil, durch welchen die stärkere Complexion $A$ der andern so weit überlegen ist, beruht darauf, dass ihr schwächerer Theil wenig Widerstand findet, während ihr starker Theil gegen den schwachen der andern Complexion mit starker Hemmung vordringt.

Noch ein Beispiel, worin $\pi > p$, und welches auf ein Maximum für die stärkere Complexion hinweiset.

$$\begin{array}{ccccc} & a & p = \frac{1}{10} & b & \\ & \| & & \| & \\ A = & \left\{\begin{array}{l} 7 \\ 1 \end{array}\right. & & \left.\begin{array}{r} 2 \\ 3 \end{array}\right\} & = B \\ & \| & & \| & \\ & \alpha & \pi = 1 & \beta & \end{array}$$

Man findet hier $\pi' = \frac{32}{49}$, $\pi'' = \frac{17}{49}$, $k = \frac{117}{1225}$, $\pi' B - \pi'' A = \frac{24}{49}$, und fürs Maximum $t = \frac{1225}{117} \cdot 3{,}6889$, grösser als 36, über eine Minute, so dass längst zuvor die Exponentialgrössen als verschwunden gelten müssen. Merkwürdig ist hier dennoch die Wirkung der Complication, indem $A$ bedeutend grösser ist, als $B$.

Im vorliegenden Fall kann der starke Theil von $A$, wegen des geringen $p$, das nicht zurückweisen, was er um des schwachen Theils willen zu leiden hat.

Hier ein Rückblick auf die Differentialquotienten. Wie $A'$ und $B'$ selbst, so hängen auch diese von zwei Exponentialgrössen, aber nicht beide auf gleiche Weise ab. Dasjenige Glied, worin $e^{-t}$ vorkommt, ist negativ für die Complexion, welche ein Maximum hat; hingegen positiv für die andre. Jene steigt nur in so fern, als sie zugleich von der Exponentialgrösse $e^{-kt}$ bestimmt wird.

Noch ist zu zeigen, dass es auch Beispiele geben kann, worin die Zeit fürs Maximum kurz genug ausfällt, damit noch nach demselben die Vorstellungen eine merkliche Bewegung behalten. Um dies zu finden, muss ein grosses $a$, hingegen zwischen $\alpha$, $\beta$, $b$, wenig Verschiedenheit angenommen werden.

Es sei $a = 990$, $\alpha = 10$, $A = 1000$; ferner $b = 12$, $\beta = 11$, $B = 23$; auch $p = \pi = 1$. Demnach $\pi' = \frac{B}{A+B} = \frac{23}{1023}$, $\pi'' = \frac{A}{A+B} = \frac{1000}{1023}$; $h = \frac{b}{B} = \frac{12}{23}$, $i = \frac{\alpha}{A} = \frac{10}{1000}$, $k - 1 = \pi''h + \pi'i = 0,51024$; und $k = 1,51024$. Hieraus $t = 1,5462$ fürs Maximum; das heisst, ungefähr drei Secunden. Für diesen Werth von $t$ sind die Exponentialgrössen noch keineswegs als verschwunden anzusehn, und die Complexionen sind noch ziemlich weit von ihren Grenzwerthen entfernt.

## §. 39.

Wir gehen über zu drei zugleich steigenden Complexionen. Dieselben seien $A = a + \alpha$, $B = b + \beta$, $C = c + \gamma$. Hierzu gehören sechs Hemmungsgrade; nämlich

$p$ zwischen $a$ und $b$,
$n$ . . . . . $a$ . . . $c$,
$m$ . . . . . $b$ . . . $c$,
$\pi$ . . . . . $\alpha$ . . . $\beta$,
$\nu$ . . . . . $\alpha$ . . . $\gamma$,
$\mu$ . . . . . $\beta$ . . . $\gamma$.

Wie die Hemmungssumme zwischen $a$, $b$, $c$, zu bestimmen sei, desgleichen zwischen $\alpha$, $\beta$, $\gamma$, wird als bekannt vorausgesetzt *. Für die folgende Rechnung aber das obige Verfahren beobachtend, werden wir die Grössen $a$, $b$, $c$, $\alpha$, $\beta$, $\gamma$, sofern davon

* Psychologie §. 52.

einige oder andere in die Hemmungssumme eingehn, auf $A$, $B$, $C$ zurückführen. Daher muss jetzt ausser der obigen $hB$ und $iA$ noch eine Grösse $gC$ vorkommen, wobei $g$, so wie vorhin $h$ und $i$, zu bestimmen ist. Wäre z. B. die Hemmungssumme $= mc' + pb' + na' + r\gamma'$, so hätte man $pb' = hB$, $na' = iA'$, und $mc' + r\gamma' = gC'$, daher auch $mc + r\gamma = gC$, und $g = \frac{mc + r\gamma}{C}$. Jedenfalls sind die drei Gleichungen folgende:

$$dA' = [A - A' - \pi'(iA' + hB' + gC')]\,dt,$$
$$dB' = [B - B' - \pi''(iA' + hB' + gC')]\,dt,$$
$$dC = [C - C' - \pi'''(iA' + hB' + gC')]\,dt,$$

wo $\pi'$, $\pi''$, $\pi'''$ wiederum die Vertheilung der jedesmaligen Hemmungssumme (welche bekanntlich im Wachsen begriffen ist) bedeuten; daher $\pi' + \pi'' + \pi''' = 1$.

Man multiplicire die zweite Gleichung mit $\vartheta$, die dritte mit $\vartheta'$, und addire alle drei Gleichungen. Also

$$\begin{aligned} dA' + \vartheta dB' + \vartheta' dC' + A'.[1 + \pi' i + \pi'' i\vartheta + \pi''' i\vartheta']\,dt \\ + B'.[(1+\pi''h)\vartheta + \pi' h + \pi''' h\vartheta']\,dt \\ + C'.[(1+\pi'''g)\vartheta' + \pi' g + \pi'' g\vartheta]\,dt \\ = (A + \vartheta B + \vartheta' C).dt. \end{aligned}$$

Jetzt sei $\vartheta = \frac{\pi' h + (1 + \pi'' h)\vartheta + \pi''' h\vartheta'}{1 + \pi' i + \pi'' i\vartheta + \pi''' i\vartheta'}$

und $\vartheta' = \frac{\pi' g + \pi'' g\vartheta + (1 + \pi''' g)\vartheta'}{1 + \pi' i + \pi'' i\vartheta + \pi''' i\vartheta'}$;

so folgt $\vartheta : \vartheta' = [\pi' h + (1 + \pi'' h)\vartheta + \pi''' h\vartheta']$
$: [\pi' g + \pi'' g\vartheta + (1 + \pi''' g)\vartheta']$,

oder $h\vartheta'(\pi' + \pi''\vartheta + \pi'''\vartheta') = g\vartheta(\pi' + \pi''\vartheta + \pi'''\vartheta')$,

oder kurz $\vartheta' = \frac{g}{h}\vartheta$.

Dies für $\vartheta'$ in den Werth von $\vartheta$ substituirend, findet man aus

$$\vartheta(1 + \pi' i + \pi'' i\vartheta + \pi''' i\vartheta') = \pi' h + (1 + \pi'' h)\vartheta + \pi''' h\vartheta'$$

zuvörderst

$$i(\pi'' h + \pi''' g)\vartheta^2 + h(\pi' i - \pi'' h - \pi''' g)\vartheta = \pi' h^2,$$

und nach der Auflösung der Gleichung ergeben sich die beiden Werthe:

$$1)\ \vartheta = +\frac{h}{i},$$
$$2)\ \vartheta = -\frac{h\pi'}{\pi'' h + \pi''' g},$$

wozu noch gehören die beiden Werthe von $\vartheta'$

$$1)\ \vartheta' = +\frac{g}{i},$$
$$2)\ \vartheta' = -\frac{g\pi'}{\pi'' h + \pi''' g}.$$

Man hat nun wie oben

$$dz + Fzdt = Const.\, dt,$$

und hieraus $z = \frac{Const.}{F} \cdot (1 - e^{-Ft})$.

Aber in jetziger Rechnung ist

$$F = 1 + \pi' i + \pi'' i\vartheta + \pi''' i\vartheta',$$

und $Const. = A + \vartheta B + \vartheta' C$,

welche Grössen wegen $\vartheta$ und $\vartheta'$ zwei Werthe haben, nämlich

1) $F = 1 + \pi' i + \pi'' h + \pi''' g$,

$Const. = A + \frac{hB + gC}{i}$.

2) $F = 1$,

$Const. = A - \frac{Bh\pi'}{\pi'' h + \pi''' g} - \frac{Cg\pi'}{\pi'' h + \pi''' g}$.

Demnach

$$\frac{iA + hB + gC}{i(1 + \pi' i + \pi'' h + \pi''' g)} \cdot (1 - e^{-(1+\pi' i + \pi'' h + \pi''' g)t})$$
$$= A' + \frac{h}{i} B' + \frac{g}{i} C'$$

und $\left(A - \pi' \cdot \frac{hB + gC}{\pi'' h + \pi''' g}\right)(1 - e^{-t}) = A' - \frac{h\pi' B' + g\pi' C'}{\pi'' h + \pi''' g}$ *

Um hieraus $A'$, $B'$ und $C'$ zu finden, muss man zu den gegebenen Gleichungen zurückgehn. Aus

$$dA' = [A - A' - \pi' (iA' + hB' + gC')]\, dt,$$
$$dB' = [B - B' - \pi'' (iA' + hB' + gC')]\, dt,$$

wird durch Multiplication der zweiten mit $\frac{\pi'}{\pi''}$, und Subtraction von der ersten,

$$dA' - \frac{\pi'}{\pi''} dB' = \left[A - \frac{\pi'}{\pi''} B - (A' - \frac{\pi'}{\pi''} B')\right] dt,$$

also $\left(A - \frac{\pi'}{\pi''} B\right)(1 - e^{-t}) = A' - \frac{\pi'}{\pi''} B'$,

und $B' = \frac{\pi''}{\pi'} A' - \left(\frac{\pi''}{\pi'} A - B\right) \cdot (1 - e^{-t})$.

Man kann diesen Werth von $B'$ substituiren; es ergiebt sich, wie zu erwarten,

$$C' = \frac{\pi'''}{\pi'} A' - \left(\frac{\pi'''}{\pi'} A - C\right) \cdot (1 - e^{-t}).$$

Also $\frac{h}{i} B' + \frac{g}{i} C'$

$$= \frac{h\pi'' + \pi''' g}{\pi' i} A' - \left(\frac{h\pi'' + g\pi'''}{\pi' i} A - \frac{hB + gC}{i}\right)(1 - e^{-t}).$$

* Diese Gleichung ist eigentlich ein Inbegriff zweier andern, welche, wie sogleich folgt, durch Elimination gefunden werden. Um dies zu bemerken, mag man entweder $h$ oder $g = 0$ setzen.

Man setze $1+\pi' i+\pi'' h+\pi''' g=k$; so ist

$$\frac{iA+hB+gC}{ik}\cdot(1-e^{-kt})=A'+\frac{h\pi''+g\pi'''}{\pi' i}A'$$
$$-\left(\frac{h\pi''+g\pi'''}{\pi' i}A-\frac{hB+gC}{i}\right)(1-e^{-t});$$

$$\text{oder } \pi'\cdot\left(\frac{iA+hB+gC}{k}\right)(1-e^{-kt})=(k-1)A'$$
$$-[(h\pi''+g\pi''')A-\pi'(hB+gC)](1-e^{-t})$$

mithin endlich

$$A'=\frac{\pi'\cdot(iA+hB+gC)}{k\cdot(k-1)}(1-e^{-kt})$$
$$+\frac{(h\pi''+g\pi''')A-\pi'(hB+gC)}{k-1}(1-e^{-t});$$
$$B'=\frac{\pi''(iA+hB+gC)}{k\cdot(k-1)}(1-e^{-kt})$$
$$+\frac{(\pi' i+\pi''' g)B-\pi''(iA+gC)}{k-1}(1-e^{-t});$$
$$C=\frac{\pi'''(iA+hB+gC)}{k\cdot(k-1)}(1-e^{-kt})$$
$$+\frac{(\pi' i+\pi'' h)C-\pi'''(iA+hB)}{k-1}(1-e^{-t}).$$

Nach verschwundenen Exponentialgrössen ist die letzte Hemmungssumme $iA'+hB'+gC'=\frac{iA+hB+gC}{k}$, indem die mit $(1-e^{-t})$ multiplicirten Grössen sich aufheben, und $i\pi+h\pi''+g\pi'''=k-1$. Zur Rechnungsprobe dient nun, dass die letzte Hemmungssumme hier, wie immer, dem noch nicht hervorgebrachten Vorstellen gleich sein muss; also nach verschwundenen Exponentialgrössen

$$A-A'+B-B'+C-C'=\frac{iA+hB+gC}{k}.$$

Auf ganz ähnlichem Wege, wie dies oben für zwei Complexionen gezeigt worden, wird man finden

$$A-A'=A\left(1-\frac{1+\pi'' h+\pi''' g}{k}\right)+\frac{\pi' hB+\pi' gC}{k};$$
$$B-B'=B\left(1-\frac{1+\pi' i+\pi''' g}{k}\right)+\frac{\pi'' iA+\pi'' gC}{k};$$
$$C-C'=C\left(1-\frac{1+\pi' i+\pi'' h}{k}\right)+\frac{\pi''' iA+\pi''' hB}{k}.$$

Nun ist $1-\frac{1+\pi'' h+\pi''' g}{k}=\frac{\pi' i}{k}$; $1-\frac{1+\pi' i+\pi''' g}{k}=\frac{\pi'' h}{k}$; $1-\frac{1+\pi' i+\pi'' h}{k}=\frac{\pi''' g}{k}$. Also die Summe jener Grössen $A+B+C-A'-B'-C'=(\pi'+\pi''+\pi''')\frac{iA+hB+gC}{k}$, und $\pi'+\pi''+\pi'''=1$; daher das Resultat wie voraus gesehen war

Bei Vergleichung der jetzigen Rechnung für drei Complexionen mit jener für zwei dergleichen, ergiebt sich in den gefundenen Gleichungen eine so deutliche Analogie, dass man für vier und mehrere Complexionen ohne vorgängige Berechnungen die Formeln leicht treffen könnte. Dann würde auch der Gang des Beweises für das Zusammentreffen der Formeln mit dem Satze von der Gleichheit der Hemmungssumme und des noch zurückgehaltenen Vorstellens eben so leicht gefunden werden.

Die Hauptsache ist, dass sich die Anzahl der Exponentialgrössen nicht vermehrt, und dass die Abänderung des Werths der Grösse $k$ ebenfalls vor Augen liegt. Die Bewegung der Vorstellungen bleibt also wesentlich die nämliche, wie gross auch die Anzahl der zugleich steigenden Complexionen sein möchte.

Die Mannigfaltigkeit der Bedeutungen, welche man den gefundenen Formeln geben kann, ist sehr gross; und soll hier nicht ins Einzelne verfolgt werden. Es muss genügen, etwas Specielles herauszuheben.

Es sei $b=c$, $\beta=\gamma$, also $B=C$. Ferner $p=n$, $\pi=\nu$; um nun zuvörderst die Hemmungscoëfficienten $\pi'$, $\pi''$, $\pi'''$ zu bestimmen, muss man zu den Hemmungsverhältnissen für vollkommne Complexionen zurückgehn. Diese sind * im allgemeinen

$$\text{für } A : \left(\frac{bp+\beta\pi}{B} \quad \frac{cn+\gamma\nu}{C}\right) \cdot \frac{1}{A},$$
$$\text{für } B : \left(\frac{ap+\alpha\pi}{A} \quad \frac{cm+\gamma\mu}{C}\right) \cdot \frac{1}{B},$$
$$\text{für } C : \left(\frac{an+\alpha\nu}{A} \quad \frac{bm+\beta\mu}{B}\right) \cdot \frac{1}{C}.$$

Sie vereinfachen sich unter den gemachten Voraussetzungen dergestalt, dass herauskommt

für $A$: $2(bp+\beta\pi)B$,

für $B$: $B(ap+\alpha\pi)+A(bm+\beta\mu)$,

auch für $C$: $B(ap+\alpha\pi)+A(bm+\beta\mu)$.

Auch so noch würden $\pi'$, $\pi''$, $\pi'''$ ziemlich verwickelt ausfallen. Wir vereinfachen weiter durch die Annahme $p=\pi$, $m=\mu$; auch kann man noch $m=\mu=qp$ setzen, wo jedoch $q$ nicht grösser als $=2$ sein darf, weil der grösste Hemmungs-

* Psychologie §. 59, und im vorliegenden Hefte S. 56. [S. oben S. 403].

grad nicht grösser als höchstens die Summe der beiden kleinen sein kann. Jetzt ergeben sich folgende Verhältnisszahlen:

für $A$, $2B$,

für $B$ und $C$, $(1+q)A$.

Also $\pi' = \frac{B}{B+(1+q)A}$, $\pi'' = \pi''' = \frac{(1+q)A}{2[B+(1+q)A]}$, und $\pi' + \pi'' + \pi''' = 1$ wie gehörig.

Ferner, wenn $a > b$ und $c$, $\alpha > \beta$ und $\gamma$, so ist die Hemmungssumme für $a$, $b$, $c$ gleich $pb + pc$, und für $\alpha$, $\beta$, $\gamma$ gleich $p\beta + p\gamma$, also die ganze Hemmungssumme $= 2p(b+\beta) = 2pB$. Es kann nun kein Theil von ihr durch $A$ ausgedrückt werden, folglich ist $i = 0$; hingegen $hB = p(b+\beta)$, also $h = p$, und $gC = p(c+\gamma) = p(b+\beta)$, also $g = p$. Mithin $k = 1 + p\frac{(1+q)A}{B+(1+q)A}$. Setzt man nun diese Werthe in die Formel für $B'$ oder $C'$, so zeigt sich gleich, dass derjenige Theil, welcher $1 - e^{-t}$ enthält, Null wird; daher können $B'$ und $C'$ kein Maximum haben; sie nähern sich vielmehr einer Erhebungsgrenze um desto geschwinder, je grösser $k$, das heisst, je grösser $p$ und je kleiner $B$. Dies ist analog dem ersten Falle bei zwei Complexionen.

Jetzt sei $a > b$ und $0$, aber $\alpha < \beta$ und $\gamma$. Die Hemmungssumme für $a$, $b$, $c$ bleibe demnach $= pb + pc$, aber für $\alpha$, $\beta$, $\gamma$ sei dieselbe $= p\alpha + m\gamma$ oder $= p\alpha + pq\beta$. Hiemit $p\alpha = iA$, also $i = \frac{p\alpha}{A}$, ferner $pb + qp\beta = hB$, also $h = \frac{pb + qp\beta}{B}$, und $pc = gC$, also $g = \frac{pc}{C} = \frac{pb}{B}$. Es ist hier eine Zweideutigkeit, die aber nicht schadet; man könnte nämlich wegen $\beta = \gamma$ den Theil $qp\beta$ auch auf $C$ zurückführen; allein in der Formel entsteht bei $k$ und bei $hB + gC$ die gleiche Summe, und in dem Theile, welcher $1 - e^{-t}$ enthält, heben sich wegen $\pi'' = \pi'''$ und $B = C$ die Grössen, worin $g$ und $h$ vorkommen. Nun wird

$$k = 1 + \frac{B}{B+(1+q)A}\cdot\frac{p\alpha}{A} + \frac{(1+q)A}{2[B+(1+q)A]}\cdot\left(\frac{pb+qp\beta}{B} + \frac{pb}{B}\right)$$
$$= 1 + \frac{p}{B+(1+q)A}\cdot\left[\frac{B\alpha}{A} + \frac{(1+q)A\,.\,(2b+q\beta)}{2B}\right],$$

und mit Weglassung der Grössen, die, wie so eben bemerkt, sich aufheben; überdies mit Beachtung, dass $\pi' = \pi''\,.\,\frac{2B}{(1+q)A}$,

$$B' = C' = \frac{p\,.\,(1+q)A}{2[B+(1+q)A]}\left[\frac{\alpha+2b+q\beta}{k\,.\,(k-1)}(1-e^{-kt}) + \frac{\alpha}{k-1}\left(\frac{2B^2}{(1+q)A^2} - 1\right)(1-e^{-t})\right];$$

woraus

$$\frac{dB'}{dt}=\frac{dC'}{dt}=\frac{p\,.\,(1+q)\,A}{2\,[B+(1+q)\,A]}\left[\frac{\alpha+2b+q\beta}{k-1}\,e^{-kt}\right.$$
$$\left.+\frac{\alpha}{k-1}\left(\frac{2B^2}{(1+q)\,A^2}-1\right)e^{-t}\right];$$

und nachdem dies $=0$ gesetzt worden, fürs Maximum

$$t=\frac{1}{k-1}\,.\,log.\;\frac{(1+q)\,A^2\,.\,(\alpha+2b+q\beta)}{\alpha\,[(1+q)\,A^2-2B^2]}.$$

Wäre $a=\infty$, also auch $A=\infty$, so würde in $k-1$ sowohl $B$ neben $(1+q)\,A$, als auch $\frac{B\alpha}{A}$ verschwinden; demnach wäre $k-1=\frac{p\,(2b+q\beta)}{2B}$, und $t=\frac{2B}{p\,(2b+q\beta)}\,.\,log.\left(1+\frac{2b+q\beta}{\alpha}\right)$, welches für $q=2$ sich verwandelt in

$$t=\frac{1}{p}\;log.\left(1+\frac{2B}{\alpha}\right).$$

Gesetzt nun, $p$ wäre $=\frac{1}{2}$, $B=2$, $\alpha=1$, so hätte man $t=2$ *log. nat.* $5=3{,}21\ldots$ Wiewohl nun dies nur eine Grenzbestimmung ist, so sieht man doch hinreichend, dass auch zwei schwächere Complexionen neben einer stärkern in ziemlich kurzer Zeit zu einem Maximum können gebracht werden, von wo sie wieder herabsinken müssen.

Dass neben zwei stärkern Complexionen eine dritte schwächere, nachdem sie vom Maximum herabsank, auch ganz aus dem Bewusstsein könne verdrängt werden, ist nicht zu bezweifeln. Hieher gehört Folgendes.

Zuerst muss der Grenzwerth für $C'$ einfacher ausgedrückt werden, ohne ihn zu beschränken. Derselbe ist nach dem Vorhergehenden, indem wir die Exponentialgrössen weglassen:

$$C'=\frac{\pi'''\,(iA+hB+gC)}{k\,.\,(k-1)}+\frac{(\pi'i+\pi''h)\,C-\pi'''\,(iA+hB)}{k-1}.$$

Man multiplicire das zweite Glied im Zähler und Nenner mit $k$, und setze $k=1+k-1$, so kommt, da $k-1=\pi'i+\pi''h+\pi'''g$,

$$C'=\frac{(k-1)\,C+(k-1)\,[(\pi'i+\pi''h)\,C-\pi'''\,(iA+hB)]}{k\,.\,(k-1)}$$
$$=\frac{C\,(1+\pi'i+\pi''h)-\pi'''\,(iA+hB)}{k}.$$

Soll nun dieser Grenzwerth Null sein, das heisst, soll $C$ in unendlicher Zeit aus dem Bewusstsein verschwinden, — so dass, wenn es noch kleiner ist, als nach dieser Bestimmung, es in endlicher Zeit verschwindet, — so hat man

$$C(1+\pi'i+\pi''h)=\pi'''(iA+hB).$$

Hieraus $C$ zu finden, kann wegen der Verwickelung in $\pi'$, $\pi''$,

$\pi'''$, beschwerliche Rechnungen veranlassen; es genügt für jetzt, die sämmtlichen sechs Hemmungsgrade $p=n=m=\pi=\nu=\mu=1$ zu setzen. Dadurch werden die Hemmungsverhältnisse, wie $\frac{1}{A}:\frac{1}{B}:\frac{1}{C}$, also

$$\pi=\frac{BC}{BC+AC+AB},\ \pi''=\frac{AC}{BC+AC+AB},\ \pi'''=\frac{AB}{BC+AC+AB},$$

mithin

$$C(BC+AC+AB+BCi+ACh)=AB(iA+hB).$$

Hier muss bemerkt werden, dass $i$ und $h$ sich in ihren Bedeutungen nach der jedesmaligen Hemmungssumme richten; da $iA$ und $hB$ jedesmal aus $a$ oder $\alpha$, und $b$ oder $\beta$ entstanden sind. Kommt weder $a$ noch $\alpha$ in der Hemmungssumme vor, so ist $i=0$; kommt weder $b$ noch $\beta$ darin vor, so ist $h=0$; kommen $b$ und $\beta$ beide in der Hemmungssumme vor, so liegen beide in $h$, welches immer das Quotum von $B$ bezeichnen muss, was in die Bestimmung jener Summe eingeht. Dies vorausgesetzt, so hat die Auflösung der Gleichung keine Schwierigkeit; denn aus

$$C^2[B(1+i)+A(1+h)]+ABC=AB(iA+hB)$$

wird, falls $i=\frac{\alpha}{A}$, und $h=\frac{b}{B}$,

$$C^2+\frac{A^2B^2}{B^2(A+\alpha)+A^2(B+b)}\cdot C=\frac{A^2B^2(\alpha+b)}{B^2(A+\alpha)+A^2(B+b)}.$$

Falls aber nichts von $A$ in der Hemmungssumme vorkommt, dagegen sowohl $b$ als $\beta$, so fällt $i$ weg; und für unsere jetzige Annahme, dass alle Hemmungsgrade $=1$, wird auch $h=1$, indem das *ganze* $B$ in die Bestimmung der Hemmungssumme eingeht. Dann hat man

$$C^2(B+2A)+ABC=AB^2.$$

*Beispiel.* $\alpha=1 \quad \beta=3$
$a=9 \quad b=2$
$A=10 \quad B=5.$

Da $C$ unbekannt, so kennt man auch seine Theile $c$ und $\gamma$ nicht; und die Rechnung, welche nur das ganze $C$ ergeben wird, lässt die Annahme frei, dass weder $c$ noch $\gamma$ gross genug sei, um aus der Bestimmung der Hemmungssumme wegzubleiben. Demnach wird

zwischen $a$, $b$, $c$ die Hemmungssumme $2+c$,
zwischen $\alpha$, $\beta$, $\gamma$ . . . . . . . . $1+\gamma$,

also ist $iA=1$ und $hB=2$; hiemit $i=\frac{1}{10}$ und $h=\frac{2}{5}$ und daher giebt die Rechnung $C=1,77\ldots$ Wie man dieses $C$ auch theilen möchte,

weder $c$ noch $\gamma$ kann gross genug sein, um aus der Hemmungssumme wegzubleiben; die Theile $c$ und $\gamma$ bleiben demnach unbestimmt.

*Zweites Beispiel*, vergleichbar mit dem vorigen.

$$\alpha = 5 \qquad \beta = 3$$
$$a = 5 \qquad b = 2$$
$$A = 10 \qquad B = 5.$$

Hier ist zwischen $a$, $b$, $c$ die Hemmungssumme $= 2 + c$,
zwischen $\alpha$, $\beta$, $\gamma$ . . . . . . . . $= 3 + \gamma$,
also $i = 0$, $h = 1$; und man muss die zweite Formel brauchen; woraus $C = 2{,}3166$; grösser als vorhin, obgleich $A$ und $B$ unverändert blieben. Der Grund liegt vor Augen; die Hemmungssumme ist grösser, indem nicht $\alpha$, sondern $\beta$ in sie eingeht. Die Theile $c$ und $\gamma$ sind auch hier unbestimmt.

## §. 40.

Es ist noch übrig, von den unvollkommenen Complexionen das Nöthigste zu sagen. Zuerst muss in Ansehung der sinkenden dasjenige ergänzt werden, was im grössern Werke nur obenhin und nicht ganz richtig angedeutet war; doch werden wir wegen der Verwickelung, die in dem Gegenstande liegt, uns auf zwei Complexionen beschränken; schon diese erfordern nicht weniger als zehn von einander unabhängige Grössen. Zur Vorbereitung dient

Erstlich folgendes Schema:

$$\begin{array}{cccc} a & r & \varrho & \alpha \\ p & & & \pi \\ b & r' & \varrho' & \beta \end{array}$$

$a$ und $\alpha$ sind complicirt, jedoch nicht vollkommen, sondern nur deren Reste $r$ und $\varrho$ sind in die Verbindung eingegangen. Eben so $r'$ und $\varrho'$, die Reste von $b$ und $\beta$. Zwischen $a$ und $b$ ist $p$ der Hemmungsgrad; desgleichen $\pi$ zwischen $\alpha$ und $\beta$.

Zweitens folgende Abkürzungen. Man setze

$$\frac{a^2}{a^2 + r\varrho} = (a), \qquad \frac{b^2}{b^2 + r'\varrho'} = (b),$$
$$\frac{\alpha^2}{\alpha^2 + r\varrho} = (\alpha), \qquad \frac{\beta^2}{\beta^2 + r'\varrho'} = (\beta).$$

Daher auch

$$\frac{r\varrho}{a^2 + r\varrho} = 1 - (a), \qquad \frac{r'\varrho'}{b^2 + r'\varrho'} = 1 - (b),$$
$$\frac{r\varrho}{\alpha^2 + r\varrho} = 1 - (\alpha), \qquad \frac{r'\varrho'}{\beta^2 + r'\varrho'} = 1 - (\beta).$$

Die Entwickelung der Sache lässt sich nun ganz an die Betrachtung der vollkommnen Complexionen knüpfen. Wie dort, ist die Hemmungssumme der Inbegriff zweier Hemmungssummen, nämlich zwischen $a$ und $b$, und zwischen $\alpha$ und $\beta$. Nur das Hemmungsverhältniss ist verwickelt.

Die Einleitung zu gegenwärtiger Abhandlung schloss mit folgender Angabe der

Hemmung des $B$ durch $A$, $= \frac{(ma + m'\alpha)\,x}{A\,.\,B}$,

des $A$ durch $B$, $= \frac{(mb + m'\beta)\,x}{B\,.\,A}$.

Anstatt $m$ und $m'$ wollen wir die sonst gebrauchten Buchstaben $p$ und $\pi$ zurückführen; zugleich ist zu erinnern, dass (wie die Einleitung zeigte) der Ausdruck $\frac{am + \alpha m'}{A}$ an die Stelle des Hemmungsgrades $m$ getreten war, wo die, *von der Complexion* $A = a + \alpha$ *ausgehende*, Hemmung des $B$ sollte bezeichnet werden; eben so $bm + \beta m'$, wo $B$ das Hemmende, $A$ das Gehemmte ist. Anstatt des ersten dieser Ausdrücke schreibe man nun

$$\left(\frac{ap}{A} + \frac{\alpha\pi}{A}\right) \cdot \frac{1}{B}, \text{ und statt des zweiten}$$

$$\left(\frac{bp}{B} + \frac{\beta\pi}{B}\right) \cdot \frac{1}{A}.$$

Für vollkommene Complexionen $A$ und $B$ verhält es sich so; allein diese Verhältnisszahlen müssen für unvollkommene Complexionen eine Abänderung erleiden. Denn wo sonst $A = a + \alpha$ stand, da ist jetzt $a$ nicht mehr mit dem ganzen $\alpha$ verbunden, sondern ihm gehört von $\alpha$ nur noch der Rest $\varrho$, beschränkt durch die Aneignung im Verhältnisse $r : a$; oder kurz; die Complicationshülfe $\frac{r\varrho}{a}$. Ebenso: wo sonst $B$ stand, da gehört dem $b$ nur noch die Hülfe $\frac{r'\varrho'}{b}$. Aehnliches gilt von $\alpha$ und $\beta$. Um dies desto sicherer zu verstehen, überlege man, dass man anstatt $A$ auch sagen kann: $a$, *welches* verbunden ist mit $\alpha$, oder: $\alpha$, *welches* verbunden ist mit $a$. Beides ist vollkommen gleichbedeutend, wenn eins mit dem andern *ganz* verbunden ist; aber es bleibt nicht gleichbedeutend, sondern spaltet sich in zwei Bedeutungen, wofern $\alpha$ nur theilweise mit $a$, und $a$ nur theilweise mit $\alpha$ verbunden ist. $A$ ist vermindert; aber auf zweierlei verschiedene Weise; und nun ist $a$, *sofern* es verbunden ist mit $\alpha$, $= a + \frac{r\varrho}{a}$, und $\alpha$, *sofern* es verbunden ist mit $a$, $= \alpha + \frac{r\varrho}{\alpha}$.

Der Bruch $\frac{a}{A}$ ist nun $\frac{a^2}{a^2+r\varrho}$; hingegen $\frac{\alpha}{A}$ ist nun so viel als $\frac{\alpha^2}{\alpha^2+r\varrho}$; denn $A$ muss im erstern Falle dem $a$, im zweiten Falle dem $\alpha$ entsprechen. Also

$$\text{anstatt } \frac{ap}{A} \text{ setze man } \frac{ap}{a+\frac{r\varrho}{a}} = \frac{a^2p}{a^2+r\varrho} = p(a),$$

$$\ldots \frac{\alpha\pi}{A} \ldots \frac{\alpha\pi}{\alpha+\frac{r\varrho}{\alpha}} = \frac{\alpha^2\pi}{\alpha^2+r\varrho} = \pi(\alpha),$$

$$\ldots \frac{bp}{B} \ldots \frac{bp}{b+\frac{r'\varrho'}{b}} = \frac{b^2p}{b^2+r'\varrho'} = p(b),$$

$$\ldots \frac{\beta\pi}{B} \ldots \frac{\beta\pi}{\beta+\frac{r'\varrho'}{\beta}} = \frac{\beta^2\pi}{\beta^2+r'\varrho'} = \pi(\beta).$$

Nun fällt der Druck $p(a)$ von $a$, und $\pi(\alpha)$ von $\alpha$, zwar auf $B$, aber $B$ selbst ist zerfallen, und es giebt statt dessen zwei unvollkommene Verbindungen $b+\frac{r'\varrho'}{b}$ und $\beta+\frac{r'\varrho'}{\beta}$. Dies hat eine doppelte Folge.

Erstlich: der Druck $p(a)$ trifft unmittelbar $b$, und durch dieses auch dessen Complicationshülfe $\frac{r'\varrho'}{b}$. Also der Druck vertheilt sich in dem Verhältniss $b : \frac{r'\varrho'}{b}$, das ist $b^2 : r'\varrho'$; daher die Vertheilungsrechnung

$$(b^2+r'\varrho') : \begin{cases} b^2 \\ r'\varrho' \end{cases} = p(a) : \begin{cases} p(a)\,\frac{b^2}{b^2+r'\varrho'} = p(a).(b) \\ p(a)\,\frac{r'\varrho'}{b^2+r'\varrho'} = p(a).[1-(b)]. \end{cases}$$

Ebenso geschieht die Vertheilung der Drucke $\pi(\alpha)$, $p(b)$, $\pi(\beta)$; demnach

$p(a)$ theilt sich in $p(a).(b)$ und $p(a).[1-(b)]$,
$\pi(\alpha)$ . . . . . . . . $\pi(\alpha).(\beta)$ . . $\pi(\alpha).[1-(\beta)]$,
$p(b)$ . . . . . . . . $p(b).(a)$ . . $p(b).[1-(a)]$,
$\pi(\beta)$ . . . . . . . . $\pi(\beta).(\alpha)$ . . $\pi(\beta).[1-(\alpha)]$.

Zweitens: um nun zu bestimmen, in welchen Verhältnissen $a$, $b$, $\alpha$, $\beta$ von der Hemmung leiden, muss man auch die Divisoren $\frac{1}{B}$ und $\frac{1}{A}$ gehörig abändern. Diese Divisoren bezeichnen den Satz: jede Vorstellung widersteht der Hemmung im umgekehrten Verhältniss ihrer Stärke. Das galt auch von $B$ und $A$ als vollkommnen Complexionen; jetzt gilt es von jeder einzelnen Vorstellung, sofern dieselbe mit ihrer Complications-

hülfe eine Gesammtkraft ausmacht und als solche Widerstand leistet. Also hat man

$$\text{für } a \text{ den Divisor } \frac{1}{a+\frac{r\varrho}{a}} = \frac{a}{a^2+r\varrho} = \frac{(a)}{a},$$

$$\text{für } b \ldots\ldots\ldots \frac{1}{b+\frac{r'\varrho'}{b}} = \frac{(b)}{b},$$

$$\text{für } \alpha \ldots\ldots\ldots \frac{1}{\alpha+\frac{r\varrho}{\alpha}} = \frac{(\alpha)}{\alpha},$$

$$\text{für } \beta \ldots\ldots\ldots \frac{1}{\beta+\frac{r'\varrho'}{\beta}} = \frac{(\beta)}{\beta}.$$

Jetzt lässt sich Alles zusammenstellen. Man überlege, dass $a$ einestheils unmittelbar den Druck von $b$, und anderntheils mittelbar wegen seines Restes $r$, der zur Complicationshülfe für $\alpha$ gehört, einen Druck von $\beta$ leidet. Der erste ist $=p(b)(a)$; der zweite ist $\pi(\beta)[1-(a)]$. Ebenso leidet jede andere Vorstellung gleichfalls einen doppelten Druck, theils den unmittelbaren, theils den, welcher die von ihr ausgehende Hülfe trifft. Daher besteht die Verhältnisszahl für eine jede aus zwei Theilen mit Beifügung des ihr gehörigen Divisors. Also

$$\text{für } a \text{ ist die Verhältnisszahl } \left(p(b)(a)+\pi(\beta)[1-(\alpha)]\right) \cdot \frac{(a)}{a},$$

$$\text{für } b \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \left(p(a)(b)+\pi(\alpha)[1-(\beta)]\right) \cdot \frac{(b)}{b},$$

$$\text{für } \alpha \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \left(\pi(\beta)(\alpha)+p(b)[1-(a)]\right) \cdot \frac{(\alpha)}{\alpha},$$

$$\text{für } \beta \ldots\ldots\ldots\ldots \left(\pi(\alpha)(\beta)+p(a)[1-(b)]\right) \cdot \frac{(\beta)}{\beta}.$$

So verwickelt nun die Vertheilungsrechnung, da man alle diese Verhältnisszahlen addiren, und alsdann die Summe ins Verhältniss zu jeder einzelnen stellen muss: so lassen sich doch zum Behuf willkürlicher Beispiele auch einfachere Fälle herausheben. Was sich auf den ersten Blick darbietet, ist folgendes Verfahren. Nachdem die acht Grössen $a$, $b$, $\alpha$, $\beta$, $r$, $\varrho$, $r'$, $\varrho'$ beliebig angenommen sind, so setze man

$$p(b)(a) = \pi(\beta)(\alpha), \text{ mithin } \frac{p}{\pi} = \frac{(\beta)(\alpha)}{(b)(a)}.$$

Betrachtet man das Verhältniss der Hemmungsgrade $p:\pi$ hiemit als gegeben, so hat man noch die Wahl, entweder $p$ oder $\pi$ willkürlich anzunehmen; und die Verhältnisszahlen sind nun

für $a$, $\pi(\beta)\frac{(a)}{a}$,

für $b$, $\pi(\alpha)\frac{(b)}{b}$,

für $\alpha$, $p(b)\frac{(\alpha)}{\alpha}$,

für $\beta$, $p(a)\frac{(\beta)}{\beta}$,

deren Summe $= (a)(\beta)\left[\frac{\pi}{a} + \frac{p}{\beta}\right] + (\alpha)(b)\left[\frac{\pi}{b} + \frac{p}{\alpha}\right]$. Den hierunter begriffenen Fällen werden andere, in welchen die Differenz $p(b)(a) - \pi(\beta)(\alpha)$ nicht gross ist, nahe kommen.

Für zugleich steigende unvollkommene Complexionen muss nun vorausgesetzt werden, man habe die Hemmungscoëfficienten $\pi'$, $\pi''$, $\pi'''$, $\pi''''$, welche entstehn, indem jede einzelne Verhältnisszahl durch die Summe aller dividirt wird, bereits gefunden. Es sei die Hemmungssumme $= pb + \pi\alpha$, so sind für die veränderlichen $a'$, $b'$, $\alpha'$, $\beta'$ folgende Gleichungen anzusetzen:

1) $da' = [a - a' - \pi' \ (pb' + \pi\alpha')]\,dt$,

2) $d\alpha' = [\alpha - \alpha' - \pi'' \ (pb' + \pi\alpha')]\,dt$,

3) $db' = [b - b' - \pi''' \ (pb' + \pi\alpha')]\,dt$,

4) $d\beta' = [\beta - \beta' - \pi'''' \ (pb' + \pi\alpha')]\,dt$.

Mit Hülfe der früher schon gebrauchten Rechnungsarten ergiebt sich:

zuvörderst aus 2) und 3), indem $k = 1 + \pi'''p + \pi''\pi$,

$$\alpha' = \frac{\pi''(pb + \pi\alpha)}{(k-1).k}(1 - e^{-kt}) - \frac{p(\pi''b - \pi'''\alpha)}{k-1}(1 - e^{-t}),$$

$$b' = \frac{\pi'''(pb + \pi\alpha)}{(k-1).k}(1 - e^{-kt}) + \frac{\pi(\pi''b - \pi'''\alpha)}{k-1}(1 - e^{-t}).$$

Hieraus zunächst die Hemmungssumme

$$pb' + \pi\alpha' = \frac{pb + \pi\alpha}{k}(1 - e^{-kt}),$$

weil $\pi\pi'' + p\pi''' = k - 1$; und indem diese Hemmungssumme in die beiden noch übrigen Gleichungen gesetzt wird,

$$a' = \left(a - \pi'\frac{pb + \pi\alpha}{k-1}\right)(1 - e^{-t}) + \pi'\frac{pb + \pi\alpha}{k.(k-1)}(1 - e^{-kt}),$$

$$\beta' = \left(b - \pi''''\frac{pb + \pi\alpha}{k-1}\right)(1 - e^{-t}) + \pi''''\frac{pb + \pi\alpha}{k.(k-1)}(1 - e^{-kt}).$$

Ist die Hemmungssumme $pb + \pi\beta$, so wird man auf ähnliche Weise die Gleichungen 3) und 4) verbinden, und daraus 1) und 2) berechnen.

---

## III.

### ÜBER KATEGORIEN UND CONJUNCTIONEN.

In der Sprache liegen die Conjunctionen als Formen der Gedankenverknüpfung; in der Sprache suchte Aristoteles die Kategorien als Erkenntnissbegriffe; dem Anschein nach ganz verschiedene Dinge. Allein die kantischen Kategorien bilden einen Uebergang. Erkenntnissbegriffe wollen sie sein, ähnlich den aristotelischen; aber auch Formen der Verbindung. Durch die Art, wie sie aufgesucht wurden, stehn sie mit jenen im offenbaren Gegensatze. Aristoteles sagt:

*Τῶν λεγομένων τὰ μὲν κατὰ συμπλοκὴν λέγεται· τὰ δὲ ἄνευ συμπλοκῆς. τὰ μὲν οὖν κατὰ συμπλοκήν· οἷον ἄνθρωπος τρέχει, ἄνθρωπος νικᾷ· τὰ δὲ ἄνευ συμπλοκῆς· οἷον ἄνθρωπος, βοῦς, τρέχει, νικᾷ.* Und weiter: *Τῶν κατὰ μηδεμίαν συμπλοκὴν λεγομένων ἕκαστον ἤτοι οὐσίαν σημαίνει, ἢ ποσὸν, ἢ ποιὸν, ἢ πρός τι, ἢ ποῦ, ἢ ποτὲ, ἢ κεῖσθαι, ἢ ἔχειν, ἢ ποιεῖν, ἢ πάσχειν.* Hier ist beim Aufsuchen der Kategorien die Urtheilsform geradezu abgewiesen. Kant im Gegentheile wendet sich eben an die Urtheile, indem er, um die Kategorien vollständig zu finden, von jenen die bekannten Eintheilungen nach Quantität, Qualität, Relation und Modalität zusammenstellt.

Ueber Kategorien als Erkenntnissbegriffe, bei denen mit vollem Rechte die *οὐσία* an der Spitze steht, und die *ἀντικείμενα* wenigstens nachgeholt werden (im achten Capitel beim Aristoteles), ist schon anderwärts gesprochen.* Bei Gelegenheit der Conjunctionen wurde später bemerkt, dass deren genauere Betrachtung zugleich die kantischen Kategorien trifft. Wie dies möglich sei, lässt sich im allgemeinen leicht begreifen. Ur-

* Psychologie §. 124.

theile sind Verknüpfungen von Gedanken; ihre Eintheilungen geben verschiedene Formen der Verknüpfung; die Conjunctionen sind auch Formen der Gedankenverbindung; diesen und jenen Formen sind ähnliche psychische Gründe nachzuweisen, über welche die Sprache ihr eben so wichtiges als unwillkürliches Zeugniss ablegt. Dabei ist nicht zu vergessen, dass das Urtheilen die Form ist, welche das Denken beim Sprechen annimmt; nur begnügt sich dann das Denken nicht mit einzeln stehenden Urtheilen, sondern die Urtheile müssen auch *unter einander* verknüpft werden; und hier ist vorzugsweise der Ort für die Conjunctionen.

Bekanntlich nennen die Grammatiker copulative, disjunctive, conditionale, adversative, causale, concessive, conclusive, ordinative Conjunctionen; sie bemerken, dass dadurch bald einzelne Worte, bald Sätze, bald ganze Perioden verbunden werden. Das heisst: in der Vorstellungsmasse, welche durch eine oder mehrere Perioden ausgedrückt wird, giebt es für die Begriffe, welche den Nennwörtern, Zeitwörtern, Adverbien entsprechen, nicht bloss Verknüpfungen durch Flexionszeichen und durch Präpositionen; sondern die Gedankenbewegung, welche die kleinern und grössern Verknüpfungen durchlaufend das Gefüge der Vorstellungsmasse erkennen lässt, bedarf noch besonderer Fingerzeige, um verständlich zu machen, dass sie, von mehr oder weniger vesten Puncten ausgehend, bald gerade, bald in verschiedenen, oft wider einander stossenden Richtungen sich fortsetzt. Hieran hat die Urtheilsform zwar ihren Antheil, und kann nicht unerwähnt bleiben; aber auf einzeln stehende Urtheile kann man sich nicht beschränken; da vielmehr die *innere Construction einer Vorstellungsmasse* den eigentlichen Gegenstand der Untersuchung ausmacht.

Eine bloss analytische Untersuchung würde nicht weiter führen, als man längst war. Für eine bloss synthetische aber ist der Gegenstand zu schwierig. Man muss die Synthesis mit der Analysis verbinden; und vom Leichtesten ausgehn. Zur Anknüpfung dient das Evolutionsvermögen einer Reihe; und da von der Sprache soll gehandelt werden, mögen die Buchstaben eines Wortes das nächste Beispiel abgeben. Auf die Kategorieu werden wir am Ende zurückkommen; *voraussetzend*, dass man vor Augen habe und vergleiche, was hierüber in der Psychologie schon war gesagt worden. Es wird sich finden,

dass die kantischen Kategorien in eine viel weitere Sphäre der Untersuchung müssen versetzt werden. Um diese Sphäre zu bezeichnen, sind die Conjunctionen genannt worden; man wird sich indessen nicht wundern, auch einige Bemerkungen über den Satzbau mit eingeflochten zu finden; denn es kommt überhaupt darauf an, die Sprache als einen Spiegel für die geistige Thätigkeit zu benutzen; wenigstens in so fern dies nöthig ist, um für jene Kategorien einen freiern Blick zu gewinnen.

Hiemit werden wir die Betrachtung einfacher Vorstellungen und der aus ihnen gebildeten einfachen Reihen überschreiten. Dies ist, falls man Ungeübte berücksichtigen will, schon ihretwegen nothwendig; denn in den elementarischen Untersuchungen wissen sie sich gerade der Einfachheit wegen nicht zu orientiren. Für sie giebt es zuerst Dinge, das heisst, Complexionen von Merkmalen; aber schon daran haben sie Mühe sich zu gewöhnen, dass sie die Vorstellung eines Dinges als zusammengesetzt aus den Vorstellungen der Merkmale betrachten sollen; vollends stocken ihnen die Gedanken, wenn sie die Vorstellung eines bekannten Dinges als entstanden aus dessen vielen successiven Wahrnehmungen, und dann noch jede Wahrnehmung, die eine gewisse Dauer hatte, als ein Integral ansehen sollen, dessen Differential die momentane Wahrnehmung ist. Kommen nun *Eigenschaften* und *Verhältnisse* der Dinge an die Reihe, so meinen sie dabei bald das Ding, bald den Raum, bald die Zeit, bald die Verstandesbegriffe, bald das Ich, bald dies Alles zusammen als schon vorhanden annehmen und voraussetzen zu müssen, welches die richtige psychologische Ansicht verdreht und verdirbt. Daher Einwürfe, an deren Widerlegung man die Zeit verlieren würde. Schon deshalb ist es nothwendig, die Gewohnheiten des angelernten Kantianismus in ihrem ursprünglichen Sitze aufzusuchen. Aber auch abgesehen von den Ungeübten, kann man in der Erklärung der psychischen Thatsachen nicht umhin, sich auf die Zusammensetzungen einzulassen; weil bei dem ausgebildeten, zur Selbstbeobachtung fähigen Menschen die Vorstellungen schon längst nicht mehr einzeln stehn und einzeln wirken, sondern in ganzen Massen; dergestalt, dass selbst die Betrachtung der einzelnen Massen noch als elementarisch erscheint in Vergleich gegen die geistige Thätigkeit im Ganzen genommen, welche durchgehends von mehrern Massen zugleich abhängt. Man wird aber kaum irgend

eine bequeme Form der Darstellung, auch nur der Construction einer einzelnen Masse gewinnen können, wenn man sich nicht zuerst an die Sprache wendet. Kann man irgendwo die Gedankenbewegung, die von den innern Verbindungen der Vorstellungsmasse abhängt, als ein Object fassen, und vorlegen, als ob es ein stehender Gegenstand wäre, der sich der Beobachtung unterwerfen und für sie still halten müsste, — so ist es hier. Dazu kommt, dass die Muttersprache zu den bekanntesten und geläufigsten, die fremden Sprachen zu den gesuchtesten, zu den am meisten studirten Gegenständen gehören. Ferner, dass die Sprachen zu den ausgedehntesten, reichhaltigsten Systemen von Thatsachen unter allen, die sich der psychologischen Analyse darbieten, zu rechnen sind. Daher gilt hier wieder, was schon im ersten Hefte bemerkt wurde: wo ganze Systeme von Thatsachen auf einmal vorliegen, die man nicht vereinzeln kann, da muss es sich verrathen, ob die Erklärungen erkünstelt sind, oder sich ungezwungen auffinden liessen.

In einem Hauptpunkte freilich stehen die Thatsachen weit zurück hinter denen, welche im ersten Hefte den Gegenstand der Untersuchung ausmachten. Die Sprachlehre hat nichts, was schon nach Zahl und Maass bestimmt wäre. Dagegen bot uns die Tonlehre ihre schon abgemessenen Intervalle dar; und wiewohl die vorgefundene Abmessung nicht genau richtig war, — da man sie aus dem ganz falschen Princip, Schallwellen mit Tonvorstellungen zu verwechseln, abgeleitet hatte, — so kam doch das ästhetische Urtheil zu Hülfe, um das in jenen Abmessungen Verfehlte zu berichtigen. Ebenso beim Zeitmaasse. Bei weitem nicht soviel Genauigkeit lässt sich in der Auffassung des Factischen erreichen, wenn von Conjunctionen und vom Satzbau die Rede ist. Hinter einer reinen oder falschen Quinte, einer Terze und Sexte, einer Secunde und Septime, liegt der psychische Mechanismus lange nicht so fern und so tief verborgen, als hinter dem Zwar und Doch, dem Entweder-Oder, den Partikeln *ἄρα* und *γε*. Deshalb müssen wir dem Leser hier etwas Mehr zumuthen als dort, wo schon die Kenntniss der ersten Elemente hinreichen konnte. Hier, bei den Conjunctionen, ist auf den analytischen Theil der Psychologie zu verweisen; der Ursprung der Reihenformen (Raum, Zeit, Zahl, Grad u. s. w.) wird hier als bekannt angesehen; desgleichen der Ursprung der Negation, — oder wenn nicht als *be-*

*kannt*, dann als ein Solches, was jeder Einzelne seiner künftigen Untersuchung *vorbehalten* mag. Denn die Analyse der Conjunctionen führt nicht tiefer, als bis auf Reihenform, Negation, Gewissheit und Ungewissheit (unten 47). Wem noch das *Zwischen* — das Charakteristische aller Reihenformen — ein Räthsel ist, der muss nicht verlangen, dass man ihm das *μέν* und *δέ*, ja auch nur das *τε* und *καί*, und den Unterschied des *τε* vom einfachen *δέ*, psychologisch erkläre. Wer noch nicht gefragt hat, wie es zugehen möge, dass aus der kleinen Anzahl der Sprachlaute, welche das Alphabet anzeigt, die Worte so vieler Sprachen ihren Stoff hernehmen, — dass also die Bezeichnung der Gedanken weit mehr durch die *Stellung* der Sprachlaute in den Worten, als durch die Laute selbst erreicht wird, — dass eben diese Stellung schon von dem Kinde behalten und angeeignet wird, indem es die Sprache *lernt*, statt deren es jede andere Sprache auch hätte lernen können, — dass für die unzähligen Genossen der nämlichen Sprache diese Stellung unverrückt bleibt, während die mindeste Veränderung auch den Sinn der Worte verändern kann, — dass die Vestigkeit dieser Stellung sich in den *Sprachwurzeln* selbst mitten unter den Flexionen und Ableitungen behauptet: wer für diese erste Bedingung der Sprache noch keinen psychologischen Grund verlangt hat, der ist auf dem Standpuncte unserer Untersuchung noch nicht angelangt.

Schon hier mag eine vorbereitende Bemerkung Platz finden, für welche weiterhin sich keine bequeme Stelle darbieten möchte. Als Sprach-Wurzellaute betrachtet man gewöhnlich nur die Consonanten, da die Vocale sich die mannigfaltigsten Abänderungen gefallen lassen. Allein es kommt nicht bloss auf die Consonanten, auch nicht bloss auf deren Stellung an. Niemand verwechselt *bald* und *Blatt;* obgleich in beiden Worten, da der Unterschied des *d* und *t* am Ende nicht hörbar ist, nach Wegnahme des Vocals nur die Laute *blt* in gleicher Stellung übrig bleiben. Dasselbe zeigt sich in den Worten *gilt* und *glitt*, wo auch nach Wegnahme des Vocals, in gleicher Stellung nur die Laute *glt* übrig bleiben. Und doch würde man eher *Geld*, als *glitt*, mit *gilt* verwechseln; und eher *glitt*, als *galt*, mit *glatt;* keins von diesen Worten aber mit *Geleit*. Eher bei etwas unrichtiger Aussprache den Imperativ *gleite* mit *kleide*. Offenbar kommt *ausser der Stellung* noch die *Distanz* der Con-

sonanten in Betracht. In einem Falle liegt das *l* näher dem *t* oder *d*; im andern das *l* näher dem *g*; in *Geleit* ist das *l* vom *G* und vom *t* gesondert. Die Distanz hat Einfluss auf die Reproductionsgesetze, welche weiterhin den Hauptgegenstand der Betrachtung ausmachen werden. Fürs erste wollen wir nur die Thatsache: dass ein anscheinend so geringer Unterschied, wie der zwischen *geleiten*, *gleiten*, *gelten*, doch hinreicht, um durch das mehr oder weniger Successive der Laute *g*, *l*, *t*, ganz verschiedene Begriffe zu bezeichnen, mit einer andern, schon früher beleuchteten Thatsache zusammenstellen, nämlich dass der Unterschied des Successiven vom Simultanen die Melodie von der Harmonie trennt, und hiemit sogar ganz verschiedene ästhetische Urtheile begründet. Man denke an jene, im ersten Hefte gleich Anfangs erwähnte Frage von den verbotenen Quintengängen zurück. Unerlaubt ist, eine Stimme von *f* zu *a* oder *as*, und zugleich die andere Stimme von *c* zu *e* oder *es fortschreiten* zu lassen; aber der Accord *f a c e* oder *f as c es*, welcher die nämlichen beiden Quinten *simultan* in sich *enthält*, kommt oft genug im strengsten Satze vor. Darum bezog sich unsere Erklärung der verbotenen Quinten auf das, was sich im *Uebergange* ereignet; und wird sich hier auf die *Abstufung* in der Verschmelzung beziehen.

Analytische Untersuchungen müssen einander aushelfen, und zwar dadurch, dass sie von verschiedenen Seiten her sich in der Verstärkung ihrer gemeinsamen synthetischen Grundlage vereinigen. Die Tonlehre dient den ersten Elementen zur Bestätigung; aus den Elementen ergiebt sich, was zur Erklärung der Reihenform, der Negation, der Gewissheit und Ungewissheit nöthig ist; die Richtigkeit dieser Erklärung wird bestätigt durch die Sprachlehre. Auf diese Weise muss man fortschreiten; und man würde es leichter als jetzt vermögen, wenn nicht Vorurtheile — alten und neuen Ursprungs — im Wege ständen, die wir fürs erste umgehen, weiterhin zum Theil erwähnen werden.

1. Die Vorstellungen *P* und *Π*, deren Hemmungsgrad $= m$, seien mit ihren Resten $r$ und $\varrho$ verschmolzen; dann beide aus dem Bewusstsein verschwunden. Jetzt erhebe sich *P*. Man setzt alle Nebenumstände bei Seite, und fragt bloss nach der Reproduction des *P*, inwiefern zugleich $\varrho$ durch $r$ reproducirt wird.

Auch ohne Rechnung ist klar, dass mit $\varrho$ eine wachsende Hemmungssumme hervortritt, die zwar Anfangs unbedeutend, (wenn $r$, $\varrho$ und $m$ nicht gross sind,) doch mehr und mehr theilweise der Erhebung des $P$ selbst entgegenwirkt. Sie wird die Erhebungsgrenze des $P$ fortwährend erniedrigen; und $P$ muss mit $\varrho$ in ein solches Gleichgewicht treten, wie es durch die gegebenen Grössen bestimmt wird.

2. In wirklichen Fällen wird $P$ nicht bloss mit Einem $\Pi$, sondern mit vielen verbunden sein; es wird dafür viele verschiedene Reste $r$ und $\varrho$ geben, und die wachsende Hemmungssumme wird von ihnen allen zugleich ausgehn, besonders wenn auch noch die $\Pi$ unter einander entgegengesetzt sind.

3. Nach diesen Vorerinnerungen ist das Evolutionsvermögen, welches der Gesammtvorstellung eines Wortes zukommt, näher zu überlegen. Es sei das Wort *Hamburg*; und wir nehmen an, die Vorstellung der Stadt sei mit allen Buchstaben in diesem Worte gleich genau verbunden, (wenn auch diese vorausgesetzte Gleichheit weiterhin einiger Beschränkung möchte unterworfen werden.) Beispielsweise sei nun das obige $P$ hier der Vocal *a*, und $\Pi$ der Vocal *u*. Wenn die Vorstellung der Stadt den Namen hervorruft, so werden *a* und *u* gleichmässig gehoben, und würden hiedurch gleichzeitig ins Bewusstsein treten. Allein der Name heisst nicht *Humbarg*, sondern *Hamburg*; mithin war *a* schon im Sinken begriffen, als *u* hinzukam; hingegen *u* war ungehemmt, als von *a* nur noch ein Rest im Bewusstsein war; diesem Umstande gemäss sind $r$ und $\varrho$ zu bestimmen *. Während $r$ ***nur ein Theil*** von *a* ist, muss dagegen $\varrho$ ***fast dem ganzen*** *u* gleich geschätzt werden; wenigstens ist hier $\varrho > r$.

Daraus ergiebt sich sogleich Folgendes. Sollte dem Streben des $P$ vollständig Genüge geschehn, so müsste nicht bloss $P$ selbst, sondern auch $\varrho$ zur Reproduction vollständig gelangen; an dem letztern wird aber desto mehr fehlen, je geringer $r$ ist, von welchem die Reproduction des $\varrho$ abhängt. Soll andrerseits dem Streben des $\Pi$ genügt werden, so muss mit $\Pi$ auch $r$ ganz hervortreten; dies Letztere nun kann desto leichter geschehn, je kleiner $r$, und je grösser $\varrho$ ist. Sieht man also auf

* In dem gegebenen Beispiele sind die beiden Vocale durch zwei Consonanten getrennt. Wäre nur ein Consonant dazwischen, so wäre $r$ grösser; ständen drei oder mehr Consonanten dazwischen, so wäre $r$ kleiner.

das Ende der Reproductionen, so gelingt eine solche dem *II* besser als dem *P*.

4. Dieser Umstand ist vollständiger zu überlegen; er gilt nicht bloss den Vocalen, sondern auch den Consonanten eines Wortes; er gilt allen entgegengesetzten Gliedern einer Vorstellungsreihe. Jedes vorhergehende Glied strebt die sämmtlichen nachfolgenden zu reproduciren, und zwar eben so weit, als sie mit ihm verschmolzen waren. Es ist aber Mehr von ihnen mit immer geringern Resten des vorhergehenden verschmolzen, als umgekehrt ein nachfolgendes Glied, da es noch fast ungehemmt eintrat, von den schon sinkenden vorhergehenden in sich aufnahm. Sieht man nun auf das zu reproducirende Quantum, so sollte das vorhergehende Glied beinahe die ganze Summe der nachfolgenden ins Bewusstsein erheben; hingegen das nachfolgende hat nur die abgestuften Reste des vorigen zurückzurufen. Sieht man auf die Kraft: so wirkt das vorhergehende nur mit seinen abnehmenden Resten auf die folgenden, und die Abnahme der Reste richtet sich nach dem *Abstande* der weiter und weiterhin folgenden; hingegen das spätere Glied der Reihe hat mit seiner ganzen Stärke die Reste, die es beim Eintreten vorfand, sich angeeignet, kann also auch mit seiner ganzen Stärke (abgesehen von der Beschränkung durch die Hemmungsgrade, die auf beiden Seiten die Verbindung schwächen,) zur Reproduction wirken. Das Ende der Reproduction fällt demnach so aus, dass dem Streben des Nachfolgenden mehr Erfolg, dem Streben des Vorhergehenden weniger Erfolg entsprechen wird.

5. Anders verhält sichs mit dem Anfange der Reproduction. Wenn mit dem ganzen *II* der Rest $r$ verbunden ist, so muss *II*, falls es aus einem gehemmten Zustande eben jetzt erst wieder hervortritt, für jeden Grad seiner eignen Reproduction auch eine proportionale Reproduction des $r$ anstreben. Hinwiederum, wenn mit dem Reste $r$ das ganze *II* verbunden ist, so ist zwar $r$ nur ein Theil von *P*; und *P*, falls es aus einem gehemmten Zustande hervortritt, wirkt für jeden Grad seiner eigenen Reproduction nur in dem Verhältnisse $r:P$ dahin, dass auch *II*, aber dieses *ganz*, wieder hervortrete. Wenn nun auch *nicht* das ganze *II*, sondern dessen Rest $\varrho$ mit $r$ verbunden ist, so bleiben wir doch bei der obigen Voraussetzung, dass $\varrho > r$; so dass *II* der höchste Werth ist, welchen man dem $\varrho$ beilegen kann. Der

Anfang der Reproduction ist das, was wir nun genauer zu entwickeln haben.

6. Da hier die reproducirende Kraft als wachsend soll betrachtet werden, müssen wir die sonst gebrauchte Bezeichnung um etwas abändern.

Derjenige Rest von $P$, welcher mit dem Reste $\varrho$ von $\Pi$ verschmolzen ist, soll jetzt nicht mehr mit $r$, sondern mit $R$ bezeichnet werden. Aber auch der Buchstabe $\varrho$ muss jetzt, wie $r$, eine veränderliche Grösse bedeuten; daher wollen wir den constanten Rest von $\Pi$, welcher sonst $\varrho$ liess, für jetzt mit dem griechischen $'P$ benennen. Demnach ist die Verschmelzungshülfe für $'P$ nicht mehr mit $\frac{r\varrho}{\Pi}$ zu bezeichnen, sondern mit $\frac{RP}{\Pi}$. Wenn $R$ gleich Anfangs im Bewusstsein wäre, und unverändert Stand hielte, so müsste die bekannte Formel für $d\omega$ so geschrieben werden:

$$\frac{R}{\Pi}(P-\omega)\,dt = d\omega.$$

Auch ist das eben erwähnte Verhältniss nicht, wie zuvor, durch $r:P$, sondern durch $R:P$ auszudrücken.

Es ist nun zwar nicht nöthig, das Gesetz zu bestimmen, wonach $P$ reproducirt wird; allein soviel sieht man, dass diese Reproduction nicht ganz frei sein kann, (als ob plötzlich alle Hemmung für $P$ verschwunden wäre;) denn alsdann wäre Anfangs $d\omega = \frac{RP}{\Pi}\,dt$, indem auch die Hülfe frei wirken würde. Unsre jetzige Meinung ist aber, dass ihre Wirkung nur in Folge des allmälig hervortretenden $R$ geschehe. Demnach muss auch $P$ nur allmälig *freien Raum* bekommen. Man weiss, dass in solchem Falle der *Anfang* des Hervortretens dem *Quadrate* der Zeit proportional ist *.

Die wachsende *Freiheit* des Hervortretens $= x$ kann alsdann bekanntlich *für den Anfang* als der *Zeit* proportional angesehen werden; also $x = nt$, wo $n$ unbestimmt bleibt, und von den Umständen abhängen mag; $t$ ist hier als das erste Glied von $1 - e^{-t}$ zu betrachten; oder vielmehr von $\frac{1}{q}(1 - e^{-qt})$, wo $q$ ein ächter Bruch ist, und oft ein kleiner Bruch sein kann. In

* S. 160 — 162 des ersten Hefts [vgl. oben S. 302—304]; wo man $Y = 0$ setzen kann, wie wir es hier für $t = 0$ voraussetzen.

dem Maasse, wie diese Freiheit wächst, wirkt $P$ zu seinem *eignen* Hervortreten mit der *ganzen* Stärke seines noch gehemmten Theils *; aber nur in dem vorerwähnten Verhältnisse $R:P$, um den noch gehemmten Theil von $'P$ zu reproduciren. Heisst nun das wirksame Quantum von $P$ jetzt $r$, so ist $r = Pnt$, und anstatt $\frac{r}{\Pi}(\varrho - \omega)\,dt = d\omega$ haben wir

$$\frac{R}{P} \cdot \frac{Pnt}{\Pi}('P - \omega)\,dt = d\omega,$$

$$\text{oder } \frac{R}{\Pi}\,nt\,dt = \frac{d\omega}{'P - \omega},$$

$$\text{woraus } \omega = 'P(1 - e^{-\frac{1}{2}\frac{Rn}{\Pi}t^2}).$$

Dieser Werth von $\omega$ entspricht, der Form nach, dem Werthe für die sich selbst reproducirende Vorstellung $h$, nämlich

$$y = h(1 - e^{-\frac{1}{2}nt^2}),$$

wenn $h$ anstatt $P$, und $Y = 0$ (a. a. O.) gesetzt wird, woraus man schliessen mag, dass auch, wenn nicht bloss obenhin $x = nt$ genommen, sondern der freie Raum genauer bestimmt würde, die Reproduction durch Verschmelzung ähnlich der Art, wie $P$ sich selbst reproducirt, ausfallen müsste; wie dies ohnehin zu erwarten ist. Indessen liegt immer noch eine bedeutende Modification im Exponenten, welcher von $R$ und $\Pi$ abhängt.

Man bemerke, dass $r$ hier nicht der wirklich hervorgetretene Theil von $P$, sondern grösser ist; indem das Hervortreten allemal hinter der gegebenen Freiheit zurückbleibt.

Es kann aber nur für den Anfang $x = nt$ genommen werden; daher man nicht eine so schnelle Annäherung an die Erhebungsgrenze, wie die Formel anzeigt, *fortwährend* erwarten darf.

7. Wir haben bisher $P$ als die reproducirende Vorstellung betrachtet. Es sei nun umgekehrt $\Pi$ die reproducirende: und $\omega'$ derjenige Theil von $R$, welcher durch $'P$, insofern es zur freien Wirksamkeit gelangt, soll reproducirt werden. Um die Umstände gleich anzunehmen, soll wiederum die wachsende Freiheit $x = nt$ sein. Anstatt der Formel $\frac{\varrho}{P}(r - \omega')\,dt = d\omega'$ haben wir nun, da $\varrho = \Pi nt$ sein muss, und dessen Wirksamkeit durch das Verhältniss $'P:\Pi$ beschränkt wird:

$$\frac{'P}{\Pi} \cdot \frac{\Pi nt}{P}(R - \omega')\,dt = d\omega',$$

woraus $\omega' = R(1 - e^{-\frac{1}{2}\frac{'Pn}{P}t^2})$.

* A. a. O. mit der Stärke $h - Y$.

8. Unsre Absicht ging dahin (5), den Anfang der beiden Reproductionen zu vergleichen. Löset man nun $\omega$ und $\omega'$ in eine Reihe auf, so ist

$$\text{von } \omega \text{ das Anfangsglied } = 'P \cdot \tfrac{1}{2}\frac{Rn}{\Pi}t^2,$$

$$\text{von } \omega' \text{ das Anfangsglied } = R \cdot \tfrac{1}{2}\frac{'Pn}{P}t^2;$$

also beide sind für $\Pi = P$ gleich; und im Bisherigen ist noch kein Grund zu erkennen, weshalb die Reproduction des einen oder des andern früher beginnen sollte; besonders da ein Glied mit $t^3$ nicht vorkommen kann, indem das zweite Glied schon $t^4$ enthält. Würde man $x$ genauer bestimmen, so käme zwar ein Glied mit $t^3$ zum Vorschein; aber es könnte nur unbedeutend gering ausfallen, so lange $x = nt$ eine hinreichende Annäherung gewährt. Daraus folgt nun, dass man die Betrachtung erweitern muss. Ohnehin liegt am Tage, dass weder $P$ noch $\Pi$, falls keine andre Bestimmung hinzukommt, auf die Verschmelzungshülfe warten könne. Oben (3) ist angenommen worden, dass beide gleichmässig gehoben werden. Welches nun auch das Gesetz der Erhebung sein möge, die Hülfen, die sie einander gegenseitig leisten können, sind immer nur in so fern zur Wirksamkeit geeignet, als sie selbst schon von der Hemmung frei gemacht wurden, welcher sie bis dahin unterlagen.

9. Während $P$ und $\Pi$ zugleich freien Raum bekommen, entsteht unter ihnen beim Steigen eine Hemmungssumme; und zwar schleunig wachsend, indem beide sich gemäss dem Quadrate der Zeit erheben. Dadurch wird nicht der gegebene freie Raum vermindert, aber das wirkliche Hervortreten muss sehr bald eine Verzögerung erleiden. So können nicht bloss die Hülfen Zeit gewinnen, um zum Mitwirken zu gelangen, sondern nun kommt es auch noch darauf an, welche von den Hülfen mehr oder weniger geeignet sei, den Widerstand zu überwinden. Ob nun dieser Widerstaud bloss von der Hemmungssumme, oder wovon sonst herrühren möge: wir wollen ihn mit $\alpha$ bezeichnen. Unter den Vorstellungen $P$ und $\Pi$ ist hier der oben bemerkte Unterschied (4), welcher aus $R < 'P$ folgt. Das kleinere $R$ soll dem grössern $'P$, das grössere $'P$ dem kleinern $R$ zur Reproduction Hülfe leisten. Findet die zwiefache Reproduction Widerstand, so trifft derselbe mehr das grössere $'P$, minder das kleinere $R$. Also wenn der For-

mel für $d\omega$ und $d\omega'$ ein negatives Glied wegen $\alpha$ beizufügen ist, so kann man es für $d\omega$ durch $\frac{'P}{R}\alpha$, hingegen für $d\omega'$ durch $\frac{R}{'P}\alpha$ ausdrücken; indem die Verminderung des Wachsens (also des $d\omega$ und $d\omega'$) *desto mehr* beträgt, *je geringer die Kraft im Verhältniss dessen, was durch sie geschehen soll.* Uebrigens muss $\omega$ als Factor hinzukommen, weil, je grösser es schon ist, desto mehr sein Wachsen Widerstand erleidet. Demnach ist in der Formel für $d\omega$ noch das Glied $-\frac{'P}{R}\alpha\omega dt$, für $d\omega'$ noch $-\frac{R}{'P}\alpha\omega' dt$ beizufügen. Also

$$\frac{Rn'P}{II}tdt - \frac{Rn}{II}\omega tdt - \frac{'P}{R}\alpha\omega dt = d\omega,$$

und $$\frac{'PnR}{P}tdt - \frac{'Pn}{P}\omega' tdt - \frac{R}{'P}\alpha\omega' dt = d\omega'.$$

**10.** Für den jetzigen Gebrauch lassen sich diese Formeln abkürzen. Bekannt ist, dass die Reihe für $\omega$ mit einem Gliede anfangen muss, worin $t^2$ vorkommt. Ein solches entsteht aus $tdt$; dagegen aus $\omega dt$ ein Glied mit $t^3$, aus $\omega tdt$ ein Glied mit $t^4$ durch die Integration hervorgehn muss. Das letztere kann vernachlässigt werden, da nur kleine Werthe von $t$ beabsichtigt sind. Beide Formeln bekommen alsdann die Gestalt

$$btdt - c\omega dt = d\omega,$$

und hieraus durch Integration

$$\omega = \frac{b}{c^2}\left[ct - 1 + e^{-ct}\right] = \tfrac{1}{2}bt^2 - \tfrac{1}{6}bct^3 + \ldots$$

das heisst $$\omega = \tfrac{1}{2}\frac{Rn'P}{II}t^2 - \tfrac{1}{6}\frac{n'P^2}{II}\alpha t^3 + \ldots,$$

und $$\omega' = \tfrac{1}{2}\frac{'PnR}{P}t^2 - \tfrac{1}{6}\frac{nR^2}{P}\alpha t^3 + \ldots$$

**11.** Unter der Voraussetzung $P = II$ erleidet demnach $\omega'$ weniger, hingegen $\omega$ mehr Abzug in Folge des Widerstandes $\alpha$; also $\omega' > \omega$; dass heisst, $P$ empfängt Anfangs mehr Hülfe von $II$ als es ihm leistet. *Hiemit ist das frühere Hervortreten des P entschieden;* und das um so mehr, da die Glieder, welche den Unterschied in sich tragen, nicht vom einfachen Verhältnisse $'P:R$, sondern vom quadratischen $'P^2:R^2$ abhängen.

Was die Zeit anlangt: so kommt es hier darauf an, wie weit man $1-e^{-t}$ annäherungsweise durch das blosse $t$ darstellen kann. In der Abhandlung über die ursprüngliche Auffassung des Zeitmaasses * ist bemerkt, dass für $t = \frac{1}{4}$ der Fehler noch

* Erstes Heft, S. 174 [vgl. oben S. 312].

nicht gross, und bis etwa $t = \frac{1}{2}$ noch eine leidliche Schätzung gestattet ist; auch dass $t = 1$ für ungefähr zwei Secunden kann genommen werden. Nun ist zwar die Länge der Sylben eben sowohl als Geschwindigkeit des Sprechens sehr verschieden; da man jedoch allemal auf eine Secunde mehrere Sylben rechnen kann, so bedarf es gewiss keiner gar zu langen Zeit, damit beim Sprechenlernen die Verschmelzung der einzelnen Sprachlaute sich bilde, und wiederum damit beim Gebrauch der Sprache die Reproduction sich nach der Stellung, und selbst nach der Distanz der Buchstaben (wie in *bald* und *Blatt*) gehörig entwickele.

12. Ganz kurz muss nun hier noch an einen wichtigen Umstand erinnert werden. Wir haben vorhin $x = nt$ gesetzt. Dies hängt ab von der Voraussetzung, dass die Hemmungssumme, welche freien Raum schafft (6), momentan entstehe. Eine solche Annahme ist die einfachste, und in der angeführten Abhandlung über das Zeitmaas war sie die passendste, weil die Tactschläge wo möglich momentan sein sollen, indem sie für sich keine Dauer haben, sondern das Dauernde abzutheilen bestimmt sind. Obgleich nun die Hemmungssumme momentan *entsteht*, (man vergleiche im ersten Hefte, S. 159 [oben S. 302] die Worte: *es entsteht durch* $h_2$ *eine neue Hemmungssumme*,) so *sinkt* sie dennoch successiv, und zwar Anfangs nahe proportional der Zeit; daher $x = nt$. Allein dies verhält sich anders, sobald die Hemmung der eben vorhandenen Vorstellungen durch eine solche neue Wahrnehmung bewirkt ist, welche nicht als momentan kann betrachtet werden, sondern eine merkliche Zeit verbraucht. Im Grunde geschieht es so bei jeder sinnlichen Wahrnehmung, selbst bei denen des Gehörs, obgleich hörbare Taktschläge sich noch am ersten als momentan betrachten lassen. Nimmt man nun Rücksicht auf die *Dauer* einer Wahrnehmung, so ist die daraus entstehende Hemmungssumme eine wachsende oder überhaupt eine veränderliche Grösse. Gesetzt (um das Einfachste anzunehmen), die Empfindung behalte während ihrer Dauer einerlei Stärke $= \beta$, so entsteht daraus ein Vorstellen $= z = \varphi(1 - e^{-\beta t})$, wo $\varphi$ die Empfänglichkeit bedeutet, und hieraus, wenn man durch $\pi$ den Grad des Gegensatzes gegen die vorhandenen Vorstellungen andeutet, eine Hemmungssumme

$$v = \frac{\pi\beta\varphi}{1-\beta}\left(e^{-\beta t} - e^{-t}\right),$$

nämlich wenn $v = 0$ für $t = 0$. Das augenblickliche Sinken dieser Hemmungssumme $= v\,dt$ ergiebt das Gesunkene nach Verlauf der Zeit $t$,

$$\int v\,dt = \frac{\pi\beta\varphi}{1-\beta}\left[\frac{1}{\beta}(1-e^{-\beta t})-(1-e^{-t})\right].$$

In eine Reihe aufgelöset enthält dieser Ausdruck keine Constante, auch nicht $t$ in der ersten Potenz; sondern die Reihe beginnt mit $\frac{1}{2}\varphi\beta^2 t^2$. Ueber dies Alles mag die vollständigere Auseinandersetzung am gehörigen Orte * verglichen werden; hier brauchen wir nur das Resultat in Ansehung des freien Raums, welcher durch die sinkende Hemmungssumme geschafft wird.

Mag eine neue Wahrnehmung (oder irgend ein andrer Grund) *gleichmässig anhaltend* diejenige Hemmung herbeiführen, welcher nachgebend die vorhandenen Vorstellungen entweichen, so dass die ältere, der neuen Wahrnehmung gleichartige (oder irgend welchem Grunde der Reproduction entsprechende) nun Freiheit zum Hervortreten gewinnt: diese Freiheit richtet sich immer nachdem Entweichen des Hindernisses, das heisst, nach dem Sinken der Hemmungssumme; und wächst folglich gemäss dem Quadrat der Zeit, wofern dies Sinken in solcher Art fortschreitet. Daher müssen wir, falls die Hemmungssumme nicht momentan entsteht, sondern auf die vorbeschriebene Weise zugleich anwächst und sinkt, das obige $x$ nicht mehr $= nt$, sondern $x = nt^2$ setzen; und hiernach die Rechnung verändern.

Hiemit wird $r = Pnt^2$, und eben so $\varrho = \Pi nt^2$. Ferner giebt

$$\frac{Rnt^2}{\Pi}('P-\omega)\,dt = d\omega$$

$$\text{nunmehr } \omega = 'P\left(1-e^{-\frac{1}{3}\frac{Rn}{\Pi}t^3}\right),$$

$$\text{und eben so } \frac{'Pnt^2}{P}(R-\omega')\,dt = d\omega'$$

$$\text{giebt } \omega' = R\left(1-e^{-\frac{1}{3}\frac{'Pn}{P}t^3}\right).$$

* Psychologie §. 94, 95, und 97. Im §. 97 hat man statt $\int v\,dt - az - bz^2 - y$ zu setzen $(\int v\,dt - az - bz^2)(h-y)$ in Folge der Berichtigung, welche im ersten Hefte dieser Untersuchungen S. 160 [vgl. oben S. 302] gegeben worden. Auch mag noch bemerkt werden, dass wegen $a = \frac{S}{\beta\varphi}$ nicht völlig $S = 0$ anzunehmen, und von den schon berechneten Werthen von $Z$ nur einer in Gebrauch zu ziehen ist, um $b$ zu bestimmen. Dies reicht aber auch hin, da nur für den Anfang der Zeit, oder für sehr kurze Zeiten, die Rechnung gelten soll; überdies ist $S$ genau genommen niemals vollkommen $= 0$, wie dies §. 95 der Psychologie schon erinnert worden, und ein geringer Werth von $S$ kann als zureichend betrachtet werden.

$$\text{Desgleichen } \frac{Rn'P}{H} t^2 dt - \frac{Rn}{H} t^2 \omega dt - \frac{'P}{R} \alpha\omega dt = d\omega,$$

$$\text{und } \frac{'PnR}{P} t^2 dt - \frac{'Pn}{P} t^2 \omega' dt - \frac{R}{'P} \alpha\omega' dt = d\omega',$$

können jetzt, da noch mehr als vorhin zur Weglassung des Gliedes mit $t$ und $\omega$, Grund vorhanden ist, abgekürzt durch

$$bt^2 dt - c\omega dt = d\omega$$

ausgedrückt werden, woraus sich ergiebt

$$\omega = \frac{b}{c^3} \cdot (c^2t^2 - 2ct + 2 - 2e^{-ct}) = b \cdot (\tfrac{1}{3} t^3 - \tfrac{1}{12} ct^4 + \ldots$$

$$\text{das heisst } \omega = \frac{Rn'P}{3H} (t^3 - \tfrac{1}{4} \frac{'P}{R} \alpha t^4 + \ldots),$$

$$\text{und } \omega' = \frac{'PnR}{3P} (t^3 - \tfrac{1}{4} \frac{R}{'P} \alpha t^4 + \ldots).$$

Man wird wohl nicht zweifeln, dass in Ansehung des schleunigen Hervorspringens reproducirter Vorstellungen, diese Formeln der Erfahrung noch besser entsprechen als die vorigen. Auch die Wirkung des Widerstandes, worauf es uns hier hauptsächlich ankommt, zeigt sich noch mehr beschleunigt.

13. In Bezug auf das obige Beispiel (in 3) könnte man sich nun so ausdrücken: wenn wir an die Stadt Hamburg denken, und hiemit uns des Namens erinnern, so mag immerhin das $a$ und das $u$ gleich genau mit dem Gedanken der Stadt selbst verbunden sein; es mögen auch die Umstände, dass dem $a$ mehr vom $u$ inwohnt, aber schwächer, hingegen dem $u$ weniger vom $a$, jedoch vollständiger verschmolzen ist, einander gegenseitig compensiren; (daher in 8 noch kein Unterschied zum Vorschein kam:) dennoch wird das $a$ seinen Vortritt vor dem $u$ behalten, weil es von diesem nachdrücklicher gegen den Widerstand unterstützt wird, als es seinerseits dem $u$ zu Hülfe kommen kann (11).

Dasselbe Verhältniss, wie hier, ist zwischen jedem vorhergehenden und allen seinen nachfolgenden Gliedern, desgleichen zwischen jedem nachfolgenden und allen seinen vorhergehenden Gliedern einer Reihe.

14. Fasst man aber die Sache allgemeiner, so ist nicht zu übersehen, dass jede Hülfe nur bis zum Verbindungspuncte wirkt. Hebt sich eins der vorhergehenden Glieder, so wird es von der Hülfe der hintersten Glieder bald verlassen, nämlich sobald es den Verbindungspunkt übersteigt, welcher bestimmt wurde, als die Reihe sich bildete. Damals konnte mit dem hintersten nur noch der geringste Rest des vorhergehenden

verschmelzen. Ein grösserer Rest verband sich mit jedem näher stehenden unter den nachfolgenden Gliedern. Die gesammte Hülfe läuft demnach in so fern von hinten nach vorn, als die minder entfernten länger mitwirken können.

15. Wir haben angenommen, die Hauptreproduction, welche von dem Gedanken zu dem Namen geht, sei vollkommen gleichförmig (3). Ganz streng richtig kann dies nicht sein, da die ersten Buchstaben noch vor der Hemmung durch die folgenden mit dem Gedanken complicirt wurden. Im Beispiele war die Sylbe *Ham* früher mit der Vorstellung der Stadt verbunden, ehe die andre Sylbe *Burg* dazu kam. Hingegen die folgenden Glieder der Reihe, — hier die Laute der zweiten Sylbe, — wurden vernommen, indem die vorigen schon hemmend einwirkten, und die Complication des Gedankens mit dem Namen um etwas verminderten. *Wenn* nun ein solcher Unterschied nicht *als völlig unbedeutend* zu vernachlässigen ist (welches jedoch allermeistens der Fall sein möchte): so liegt schon in der Hauptreproduction ein Grund, weshalb der Name vom Anfangsbuchstaben ausgehend ins Bewusstsein tritt.

16. Wenn dagegen die Hauptreproduction nicht von einer ganz oder doch beinahe gleichmässigen Complication des Gedankens und des Namens bestimmt wird: so ist ein Streit zwischen ihr und jenen partialen Reproductionen der einzelnen Buchstaben unter einander leicht möglich. Alle diese partialen Reproductionen zusammen wollen wir die *innere* Reproduction nennen. Diese ist wenig verschieden bei den Namen *Hamburg*, *Homburg*, *Homberg*, *Amberg* u. s. w. Daher werden geringe Nebenumstände Anlass zu Verwechselungen geben können, wenn nicht die Hauptreproduction durch eine starke Complication gesichert ist.

17. Den Namen einer Stadt haben wir als Beispiel eines Worts in Bezug auf den dadurch bezeichneten Gedanken gewählt. Bei kurzen Worten wird der Lauf des Denkens nicht merklich durch Reproduction der Worte aufgehalten; hingegen lästig wäre jenes bekannte Distichon

*conturbabantur Constantinopolitani*
*innumerabilibus sollicitudinibus*

schon weil der Gedanke der bedrängten Stadt nicht leicht so lange unentwickelt still hält als der Ausdruck fordert, auch wenn die Verse ihren Rhythmus nicht so unbeholfen fühlbar

machten. Die innern Reproductionen müssen zu Stande kommen während der Zeit, die ihnen der Gedankenfluss willig zugesteht. Man wird übrigens von solchen überlangen Worten beim Lesen weit weniger gestört als beim Hören, weil beim Lesen, welches schneller geht, nur eine höchst geringe Evolution der Reihe von Sylben und Buchstaben nöthig ist, um den Gedanken zu erkennen.

18. Ferner sind Worte überhaupt als Beispiele für solche Reproductionen zu betrachten, da mit Erhebung Eines Gedankens eine Vorstellungsreihe sich evolviren muss. Andre Beispiele würden mancherlei Fertigkeiten liefern können, in deren Ausübung kaum eine Succession bemerkt wird, z. B. das Anziehen oder Ablegen eines Kleidungsstückes, nachdem die nöthigen Handgriffe so geläufig wurden, dass man ihre Folge kaum noch gewahr wird.

19. In den bisher betrachteten Fällen ist die Reproduction wesentlich der bestimmten Form einer Reihe unterworfen. Sie bleibt es noch, wenn wir, zurückkehrend zu Worten und Namen, die benannten Gegenstände als eine Reihe betrachten. Wer etwa die sieben römischen Könige nach ihrer Folge hersagen will, der entwickelt eine Reihe von Personen so, dass bei jeder einzelnen Person der Gedanke zugleich die Evolution der Buchstabenreihe fordert, welche in jedem Namen liegt. Die Hauptreproduction aber geht hier von dem Begriffe der römischen Könige aus; und in Beispielen wie dieses wird es schon merklich, dass eine genaue Gleichmässigkeit der Complication, welche zum Grunde liegt nicht immer darf erwartet werden. Man denkt wohl eher an den Servius Tullius, als an den Tullus Hostilius, eher an Tarquinius Superbus als an den Ancus Marcius; und man darf sich nicht zu sehr in das Eigene eines jeden vertiefen, wenn die Reihe als solche hervortreten soll.

20. Was an solchen Reihen zu beachten am nöthigsten ist, das wollen wir mit dem Ausdrucke *specifische Schwere* bezeichnen. Nämlich jedes Glied derselben besteht selbst aus entgegengesetzten Gliedern; in diesen liegt eine Hemmungssumme, die bei der Reproduction allmälig hervortretend Anfangs mehr die hintern, später mehr die vordern Theile drückt, im Ganzen aber auch der Hauptreproduction entgegenwirkt, und von jeder zufällig gerade vorhandenen Hemmung muss unterschieden werden. Es ist nicht zu verkennen, dass hiebei ein Maximum der Ge-

genwirkung vorkommen muss. Denn Anfangs erheben sich die vordern Theile, gegen den Widerstand unterstützt durch die hintern; dann treten mehr und mehr die länger anhaltenden Geschwindigkeiten der Reste jener vordern Theile hervor, wodurch die hintern gehoben werden (nach der frühern Abhandlung *), je mehr aber die hintern gewinnen, desto geringer wird das Quantum dessen, was von den vordern bis zu deren Verschmelzungspuncten im Bewusstsein zu halten ist (nach 4). Die Hemmungssumme, welche zuvor im Wachsen begriffen war, vermindert sich demnach, indem ihr zufolge die vordern Theile wirklich sinken. So geschieht es in jedem einzelnen Gliede der Hauptreihe. In dem Beispiele jenes Distichons (17) liegt eine solche Hebung und Senkung, also ein Maximum, zunächst in dem Worte *conturbabantur;* dann eine zweite Hebung und Senkung in dem: *Constantinopolitani* u. s. f. Der Gedanke, welcher sich in dem Distichon ausspricht, muss demnach umgekehrt bei der Reproduction jedes einzelnen Wortes eine Hemmung und wiederum eine Erleichterung erfahren.

21. Erweitert man diese Betrachtung von einzelnen Worten auf die Sätze, aus welchen die Perioden bestehen, so ergiebt sich von selbst, dass lange Sätze und seltene Interpunctionen auf ähnliche Art lästig werden müssen, wie die vielsylbigen Worte. Sie strengen an, weil eine zu lang anwachsende Hemmungssumme durch den Gedanken getragen sein will, der für sich allein schneller forteilen würde.

22. Hier aber stossen wir auf das sonderbare Missverhältniss zwischen der Sprache, welche genöthigt ist, alle Worte in die *gerade* Linie einer Zeitreihe zu stellen, und der, davon vielfach abweichenden, *innern Construction der Gedanken.* Man bemerkt dies am leichtesten, wenn ein räumlicher Gegenstand, mit seinen drei Dimensionen, und mit den verschiedenen Eigenschaften seiner einzelnen Theile, soll beschrieben werden; wozu die Reihe der Worte, die nur Eine Dimension haben kann, durchaus nicht passt.

23. An einem Körper kann jeder hervorragende Punct als Anfang oder als Ende vieler, von dort ausgehenden, oder dorthin zusammenlaufenden und wider einander stossenden Reihen angesehn werden. Wie nun eine von solchen Vorstellungs-

* Der letzten des ersten Heftes.

reihen sich bei der Auffassung gebildet hat, so wird sie unter Umständen bereit sein, sich zu reproduciren; aber in der vollständigen Auffassung liegen alle diese Reihen; und wenn auch die Reproduction nicht vollständig ist, so lässt sich doch erwarten, dass mehrere dieser Reihen zugleich anfangen hervorzutreten. Alsdann aber reproduciren die Glieder der Reihen einander gegenseitig im Durchgehen durch das Zwischenliegende. Es beginnt eine Gestaltung theils nach innen (wie wenn man den Zusammenhang der Strassen einer Stadt durchläuft), theils nach aussen (wie wenn man sich die Umgegend ins Gedächtniss ruft).

24. Gesetzt, die Gedankenfäden, welche durch die Sprache sollen bezeichnet werden, seyen auch geeignet, mehrfach von Einem Puncte auszugehn, und in einander zurückzulaufen, ja einander hemmend zu begegnen: so muss die Sprache nicht bloss den Vorrath des Gedachten mit Namen belegen, sondern auch ihre unpassende Form der gerade fortgehenden Zeitreihe verbessern.

Nun wenden wir uns, schon der Deutlichkeit wegen, zu analytischen Betrachtungen, welche die Grammatik veranlassen kann, indem sie auf die Formen der Gedankenverknüpfung aufmerksam macht. Weniger Licht aber möchte die conventionelle Grammatik der neuern Sprachen geben, als die natürliche und reichhaltige der alten; und wiederum liegt uns weniger an dem kunstreichen Ausdrucke der rhetorisch gebildeten Schriftsteller, als an der Sprachweise solcher, die ungezwungen dem Gedankenflusse folgen, und ihn so zeigen, wie er den einfachen Gesetzen des psychischen Mechanismus am nächsten bleibt. Während nun die periodische Schreibart classischer Auctoren ohne Zweifel vorzugsweise geeignet ist, von der Ausbreitung verschiedener Gedankenreihen, die in Einer Vorstellungsmasse liegen, ein Zeugniss abzulegen, ja man möchte sagen, ein anschauliches Bild darzubieten: wollen wir doch fürs erste noch diejenigen Conjunctionen und Flexionszeichen bei Seite setzen, welche jedem Theile einer Periode seinen Platz und Zusammenhang anweisen; denn es ist zuerst nöthig, solche Beispiele vor Augen zu haben, wie sie auch der Kindersprache eigen sind, die noch keinen in sich verwickelten Gedanken auszudrücken im Stande ist. Wir wählen zu Beispielen zuerst den Homer; wo wir neben grosser Fügsamkeit der Sprache auch

für mannigfaltige Verflechtung der Gedanken, doch den einfachen kindlichen Ausdruck, wenn er hinreicht, nicht verschmähet finden. Weiterhin könnten etwa Beispiele von Xenophon und von Cäsar folgen, denen die Rhetorik zwar zu Gebote stand, die sich aber nicht von ihr beherrschen liessen. Weniges wird hinreichen, was Andere weit vollständiger ausführen mögen.

25. Als die einfachste Gedankenverbindung, der eine blosse Reihenbildung der Vorstellungen zum Grunde liegt, wird diejenige erscheinen, welche in den, von den Grammatikern so genannten copulativen Conjunctionen ihren Ausdruck findet. Allein hier müssen wir sogleich einen Unterschied bemerklich machen; nämlich den zwischen der bloss copulativen und der cumulativen Form. Das deutsche *Sowohl — Als auch* ist cumulativ; das deutsche *Und* wird oft als hinreichend gebraucht, wo der Lateiner durch sein wiederholtes *et* die Cumulation andeutet; das griechische *καί* entspricht dem lateinischen *et*; wo aber der Grieche die blosse Copulation, ohne cumulative Absicht, ausdrückt, da bedient er sich des einfachen *δέ*, welches Homer ohne Scheu vor der Eintönigkeit immer wiederholt, so lange der Gedanke keine andere Anknüpfungsweise verlangt. So in dem Verse

*Δούπησεν δὲ πεσών, ἀράβησε δὲ τεύχε' ἐπ' αὐτῷ.*

Desgleichen:

*. . . Πάτροκλος δὲ φίλῳ ἐπεπείθεθ' ἑταίρῳ,*
*ἐκ δ' ἄγαγε κλισίης Βρισηΐδα καλλιπάρῃον,*
*δῶκε δ' ἄγειν· τὼ δ' αὖτις ἴτην παρὰ νῆας Ἀχαιῶν.*
*ἡ δ' ἀέκουσ' ἅμα τοῖσι γυνὴ κίεν·**

und mit wenigen Unterbrechungen über zwanzigmal in der Erzählung von der Wunde, die Odysseus auf der Jagd empfing**:

*ἦμος δ' ἠέλιος κατέδυ, καὶ ἐπὶ κνέφας ἦλθε,*
*δὴ τότε κοιμήσαντο, καὶ ὕπνου δῶρον ἕλοντο,*
*ἦμος δ' ἠριγένεια φάνη ῥοδοδάκτυλος ἠώς,*
*βάν ῥ' ἴμεν ἐς θήρην ἠμὲν κύνες, ἠδὲ καὶ αὐτοὶ*
*υἱέες Αὐτολύκου. μετὰ τοῖσι δὲ δῖος Ὀδυσσεὺς*

* Iliados I, 345.

** Odyss. XIX, 426.

ἤϊεν· αἰπὺ δ' ὄρος προςέβαν καταειμένον ὕλῃ
Παρνησσοῦ· τάχα δ' ἵκανον πτύχας ἠνεμοέσσας.
— —
— —
οἱ δ' ἐς βῆσσαν ἵκανον ἐπακτῆρες· πρὸ δ' ἄρ' αὐτῶν
ἴχνη ἐρευνῶντες κύνες ἤϊσαν· αὐτὰρ ὄπισθεν
υἱέες Αὐτολύκου· μετὰ τοῖσι δὲ δῖος Ὀδυσσεὺς
ἤϊεν ἄγχι κυνῶν, κραδάων δολιχόσκιον ἔγχος.
ἔνθα δ' ἄρ' ἐν λόχμῃ πυκινῇ κατέκειτο μέγας σῦς·
— —
— —
— —
— —
τὸν δ' ἀνδρῶν τε κυνῶν τε περὶ κτύπος ἦλθε ποδοῖϊν,
ὡς ἐπάγοντες ἐπῆσαν· ὁ δ' ἀντίος ἐκ ξυλόχοιο
φρίξας εὖ λοφιήν, πῦρ δ' ὀφθαλμοῖσι δεδορκὼς,
στῆ ῥ' αὐτῶν σχεδόθεν· ὁ δ' ἄρα πρώτιστος Ὀδυσσεὺς
ἔσσυτ', ἀνασχόμενος δολιχὸν δόρυ χειρὶ παχείῃ,
οὐτάμεναι μεμαώς· ὁ δέ μιν φθάμενος ἔλασεν σῦς
γουνὸς ὕπερ· πολλὸν δὲ διήφυσε σαρκὸς ὀδόντι
λικριφὶς ἀΐξας, οὐδ' ὀστέον ἵκετο φωτός.
τὸν δ' Ὀδυσσεὺς οὔτησε τυχὼν κατὰ δεξιὸν ὦμον,
ἀντικρὺ δὲ διῆλθε φαεινοῦ δουρὸς ἀκωκή·
κὰδ δ' ἔπεσ' ἐν κονίῃσι μακών· ἀπὸ δ' ἔπτατο θυμός.
τὸν μὲν ἄρ' Αὐτολύκου παῖδες φίλοι ἀμφεπένοντο·
ὠτειλὴν δ' Ὀδυσσῆος ἀμύμονος, ἀντιθέοιο
δῆσαν ἐπισταμένως· ἐπαοιδῇ δ' αἷμα κελαινὸν
ἔσχεθον· αἶψα δ' ἵκοντο φίλου πρὸς δώματα πατρός.

Kurz vor dieser Stelle findet sich eine andre cumulative, wo das Gastmahl des Autolykos beschrieben wird *.

αὐτίκα δ' εἰσάγαγον βοῦν ἄρσενα πενταέτηρον·
τὸν δέρον, ἀμφί θ' ἕπον, καί μιν διέχευαν ἅπαντα,
μίστυλλόν τ' ἄρ' ἐπισταμένως, πεῖράν τ' ὀβελοῖσιν,
ὤπτησάν τε περιφραδέως, δάσαντό τε μοίρας.

wo das τε ebenso ungescheut wiederholt wird, wie zuvor das δέ.

26. Hier gleich mag eine der allerhäufigsten Anknüpfungen der homerischen Redeweise bemerkt werden; nämlich durch die Partikel ἄρα oder ῥα. Der Sinn ist weder copulativ, noch

* Odyss. XIX. v. 420.

cumulativ; die Rede schreitet dadurch nicht fort; sie verbindet nicht eins und ein *anderes;* sondern sie bleibt auf derselben Stelle, oder bei dem, was man zunächst erwarten konnte; oder sie führt auf den Punct wieder zurück, von dem sie ausging. Daher steht diese Partikel, wo es heisst, so habe Einer gesprochen. Z. B. Ilias XIII, 125: *ὣς ῥα κελευτιόων γαιήοχος ὦρσεν Ἀχαιούς;* Ilias XIII, 754: *ἦ ῥα, καὶ ὡρμήθη;* 821: *ὣς ἄρα οἱ εἰπόντι.* Oder bei Gleichnissen, wie Ilias XIII, 198:

*ὥστε δύ' αἶγα λέοντε, κυνῶν ὑπὸ καρχαροδόντων*
*ἁρπάξαντε, φέρητον ἀνὰ ῥωπήϊα πυκνὰ,*
*ὑψοῦ ὑπὲρ γαίης κατὰ γαμφηλῇσιν ἔχοντε·*
*ὥς ῥα τὸν ὑψοῦ ἔχοντε δύω Αἴαντε κορυστὰ*
*τεύχεα συλήτην.*

Desgleichen ebendaselbst 334:

*ὡς δ' ὅθ' ὑπὸ λιγέων ἀνέμων σπέρχωσιν ἄελλαι*
*ἤματι τῷ, ὅτε τε πλείστη κόνις ἀμφὶ κελεύθους,*
*οἵτ' ἄμυδις κονίης μεγάλην ἱστᾶσιν ὀμίχλην·*
*ὣς ἄρα τῶν ὁμόσ' ἦλθε μάχη.*

Und XV, 361:

*. . . ἔρειπε δὲ τεῖχος Ἀχαιῶν*
*ῥεῖα μάλ', ὡς ὅτε τις ψάμαθον πάϊς ἄγχι θαλάσσης,*
*ὅστ' ἐπεὶ οὖν ποιήσῃ ἀθύρματα νηπιέῃσιν,*
*ἂψ αὖτις συνέχευε ποσὶν καὶ χερσὶν, ἀθύρων.*
*ὥς ῥα σὺ, ἤϊε Φοῖβε, πολὺν κάματον καὶ ὀϊζὺν*
*σύγχεας Ἀργείων.*

In andern Stellen findet sich dieselbe Partikel schon in den Gleichnissen eingeschaltet, mit der nämlichen Bedeutung, dass hier die Erzählung nicht fortschreitet, z. B. Ilias XIII, 795:

*οἱ δὲ ἴσαν, ἀργαλέων ἀνέμων ἀτάλαντοι ἀέλλῃ,*
*ἥ ῥά θ' ὑπὸ βροντῆς πατρὸς Διὸς εἶσι πέδονδε.*

Aehnlichen Stillstand bezeichnet der Vers:

*ὣς ἔφαθ'· οἱ δ' ἄρα πάντες ἀκὴν ἐγένοντο σιωπῇ.*

Hier ist Stillstand in der Begebenheit, obgleich Fortschritt zu andern Personen; und auch so noch ist das *ἄρα* das Gegentheil von *δὲ*, durch welches immer die Vorstellungsreihe wächst, indem zu deren vorigen Gliedern ein neues hinzukommt *.

---

* In der Schrift des Aristoteles von den Kategorien kommt das *ἄρα* nicht häufig, aber an folgenden Stellen vor:

1) III, 22: *εἰ μὴ ἄρα τις ἐνίσταιτο, φάσκων κ. τ. λ.*

27. Man kann von hier übergehen zu dem *μέν* und *δέ*, dessen eigentliche Bedeutung in dem Auseinandertreten nach ver-

---

2) IV, 9: *τῶν δὲ ἄλλων οὐδὲν αὐτὸ καθ' αὑτὸ, ἀλλ' ἢ ἄρα κατὰ συμβεβηκός.*

3) IV, 11: *εἰ μὴ ἄρα τὸ πολὺ τῷ ὀλίγῳ φαίη τις εἶναι ἐναντίον.*

4) IV, 14: *εἰ γάρ ἐστι τὸ μέγα τῷ μικρῷ ἐναντίον, τὸ δ' αὐτό ἐστιν ἅμα μέγα καὶ μικρόν· καὶ αὐτὸ ἑαυτῷ ἂν εἴη ἐναντίον. ἀλλὰ τῶν ἀδυνάτων ἐστιν, αὐτὸ ἑαυτῷ τι εἶναι ἐναντίον. οὐκ ἔστιν ἄρα τὸ μέγα τῷ μικρῷ ἐναντίον.*

5) VI, 20: *εἰ ἔστιν ἡ δικαιοσύνη τῇ ἀδικίᾳ ἐναντίον, ποιὸν δὲ ἡ δικαιοσύνη· ποιὸν ἄρα καὶ ἡ ἀδικία.*

6) VI, 26: *τῶν δὲ καθ' ἕκαστον οὐδὲν αὐτὸ, ὅπερ ἐστὶν, ἑτέρου λέγεται· οἷον ἡ γραμματικὴ οὐ λέγεταί τινος γραμματική· οὐδὲ ἡ μουσικὴ τινὸς μουσική. ἀλλ' ἢ ἄρα κατὰ τὸ γένος καὶ αὗται τῶν πρός τι λέγονται· οἷον ἡ γραμματικὴ λέγεταί τινος ἐπιστήμη, οὐ τινὸς γραμματική· κ. τ. λ.*

Vielleicht sind dies die sämmtlichen Stellen; viele andere wird man in der genannten Schrift nicht mehr finden. Wir wollen sie, den Zusammenhang andeutend, übersetzen. Man mag die Stellen im Zusammenhange nachlesen.

1. Der Begriff des Dinges gestattet Gegensätze, ohne sich zu vervielfältigen; ein und derselbe Mensch ist bald warm bald kalt, bald zu tadeln bald zu loben. Bei den andern Kategorien zeigt sich so etwas nicht, wenn *nämlich hier* nicht Jemand widerspricht, indem er sagt, u. s. w.

2. Ursprünglich nennt man Quantum nur das schon Erwähnte; alles Andre nur gemäss einer Nebenbestimmung. — Also nur das Erwähnte; von Anderem hingegen nichts an und für sich, sondern, *wie gesagt*, nur gemäss einer Nebenbestimmung.

3. Wenn nicht *hier* Jemand sagt, Viel sei das Gegentheil vom Wenig.

4. Wenn das Grosse vom Kleinen das Gegentheil, und Einerlei zugleich gross und klein ist (nämlich in verschiedenen Vergleichungen), so wäre Einerlei sein eigenes Gegentheil. Aber das kann nicht sein. *Demnach* ist das Grosse nicht das Gegentheil vom Kleinen.

5. Wenn die Gerechtigkeit das Gegentheil von der Ungerechtigkeit, und die Gerechtigkeit eine Beschaffenheit ist, so ist *demnach* auch die Ungerechtigkeit eine Beschaffenheit.

6. Einzelnes ist das, was es ist, nicht eines Andern. So die Grammatik nicht Grammatik von Etwas, Musik nicht Musik von Etwas. Sondern nur nach dem Gattungsbegriff, *wie gesagt*, gehören beide zu dem, was sich auf Anderes bezieht. So ist die Grammatik ein Wissen von Etwas. (Kurz vorher hatte Aristoteles schon gesagt: *σχεδὸν ἐπὶ πάντων τῶν τοιούτων τὰ γένη τῶν πρός τι λέγεται.* Ebenso verhält es sich bei der zweiten der angeführten Stellen; es wird hier wie dort unzweideutig eine *Wiederholung* durch das *ἄρα* zu erkennen gegeben.)

Nun heisst *ἄρα* nicht *nämlich*, denn *nämlich* bedeutet *namentlich*; es heisst nicht *hier*, denn *hier* bezeichnet einen Ort; es heisst nicht *wie gesagt*, denn das setzt ein Sagen voraus; es heisst auch nicht *demnach*, denn darin liegt ein *Nach*. Aber alle diese unsere Ausdrücke bezeichnen ein *Stillstehen*, *Anhalten* des Gedankenflusses. *Dieses* giebt das *ἄρα* zu erkennen. Daher

schiedenen Richtnngen besteht, ohne dass jedoch eins über dem andern aus den Augen verloren wird; daher häufig der Sinn bloss copulativ zu sein scheint, während man ihn bei genauerer Betrachtung vielmehr cumulativ findet, aber mit Unterscheidung dessen, was zusammengehäuft wird. In der nämlichen Rhapsodie der Ilias, woraus die vorigen Beispiele entnommen waren, spricht Poseidon mit dem Idomeneus; am Ende des Gesprächs trennen sie sich, v. 239:

*ὣς εἰπὼν, ὁ μὲν αὖτις ἔβη θεὸς ἀμπόνον ἀνδρῶν·*
*Ἰδομενεὺς δ' ὅτε δὴ κλισίην εὔτυκτον ἵκανεν*, etc.

Ebenso Ilias XIV, 224, wo Here und Aphrodite sich trennen, und nach verschiedenen Seiten fortgehn:

*ἡ μὲν ἔβη πρὸς δῶμα Διὸς θυγάτηρ Ἀφροδίτη,*
*Ἥρη δ' ἀΐξασα, λίπεν ῥίον Οὐλύμποιο,*

und daselbst 286, wo der Gott des Schlafs zurückbleibt,

*ἔνθ' ὕπνος μὲν ἔμεινε, πάρος Διὸς ὄσσε ἰδέσθαι,*
— — —
*Ἥρη δὲ κραιπνῶς προςεβήσατο Γάργαρον ἄκρον.*

Auffallend ist das verlegene Hinschauen nach entgegengesetzten Seiten in den Worten des Eurymachos zum Odysseus, nachdem Antinoos gefallen war, Odyssee XXII, 45:

*εἰ μὲν δὴ Ὀδυσσεὺς Ἰθακήσιος εἰλήλουθας,*
*ταῦτα μὲν αἴσιμα εἶπες, ὅσα ῥέζεσκον Ἀχαιοὶ,*
*πολλὰ μὲν ἐν μεγάροισιν ἀτάσθαλα, πολλὰ δ' ἐπ' ἀγροῦ.*
*ἀλλ' ὁ μὲν ἤδη κεῖται, ὃς αἴτιος ἔπλετο πάντων,*
*Ἀντίνοος* — —
— —
*νῦν δ' ὁ μὲν ἐν μοίρῃ πέφαται· σὺ δὲ φείδεο λαῶν.*

Sehr verschieden würde hier das *μέν* im Deutschen lauten. „Wenn du *denn* wirklich gekommen bist, — *zwar* jenes hast du mit Recht gesagt, — *theils* im Hause, *theils* auf dem Lande, — aber jener *dort* liegt gestraft — *und* du schone." Das Ge-

---

passt es bei Einwendungen; bei Wiederholungen und Rückweisnngen; bei Folgerungen, indem es *auf deren Prämissen* zurückweiset. Eben darum giebt es unzählige Stellen, worin man es mit *also* übersetzen kann, ohne dadurch ein Fortrücken des Gedankens auszudrücken. Im Anfange der Republik sagt Platon: *ἠνίξατο ἄρα, ὡς ἔοικεν, ὁ Σιμωνίδης ποιητικῶς τὸ δίκαιον ὃ εἴη*; und einige Zeilen weiter: *τὸ τοὺς φίλους ἄρα εὖ ποιεῖν, καὶ τοὺς ἐχθροὺς κακῶς, δικαιοσύνην λέγει.* In beiden Stellen wird nur ein Gedanke vestgehalten, der schon ausgesprochen war.

meinschaftliche in allen diesen *μέν* ist nur der Gegensatz, in den jetzigen Umständen gegen die frühern, im Recht und Unrecht, in den Orten und den Personen.

Auf den ersten Blick scheint hiervon die cumulative Bedeutung, die man häufig findet, weit abzuweichen. Z. B. bei Xenophon gleich auf den ersten Blättern der Cyropädie, wo das *μέν* und *δέ* fast unserem *nicht nur sondern auch* entspricht: *Κύρῳ γοῦν ἴσμεν ἐθελήσαντας πείθεσθαι, τοὺς μὲν ἀπέχοντας παμπόλλων ἡμερῶν ὁδὸν, τοὺς δὲ καὶ μηνῶν, τοὺς δὲ οὐδ' ἑωρακότας πώποτε αὐτὸν, τοὺς δὲ καὶ εὖ εἰδότας, ὅτι οὐδ' ἂν ἴδοιεν.* Und weiterhin: *ὥστε πάντα μὲν πόνον ἀνατλῆναι, πάντα δὲ κίνδυνον ὑπομεῖναι τοῦ ἐπαινεῖσθαι ἕνεκα;* (nicht nur Mühe, sondern auch Gefahr). Dagegen heisst es unmittelbar zuvor, wo die Eltern des Cyrus genannt werden, *einerseits* und *andererseits*, *πατρὸς μέν — μητρὸς δέ*. Man bemerkt aber leicht, dass diese letztere Bedeutung in die cumulative übergeht, sobald dasjenige, was zu einem andern hinzukommen soll, zuvor als demselben gegenüberstehend betrachtet wird. Das deutsche *nicht nur* trägt eine Negation hinein, die in dem *μέν* genau genommen nicht liegt. Noch weniger aber darf man diese Negation in das griechische *τε — τε*, oder *τε* und *καί* hineinlegen, welche Partikeln beide rein affirmativ sind, und nicht einmal den Gegensatz des *Einerseits* und *Andererseits* in sich tragen. Das *μέν* und *δέ* hält die Glieder, deren eins zum andern kommen soll, nur bestimmt auseinander; und die Cumulation wird nicht so unmittelbar ausgedrückt, wie die in dem *τε* und *καί*.

28. Die deutschen Conjunctionen *Zwar* und *Aber* führen dagegen immer auf einen solchen Gegensatz, der, ganz ausgesprochen, eine Negation erfodern würde. Z. B. *zwar klein aber stark; zwar kräftig aber rauh; zwar stolz aber ehrlich.* Bei der Kleinheit würde man die Stärke *nicht* erwarten, an dem Kräftigen ist die Rauhheit *nicht* zu loben, des Stolzes wegen will man den Charakter *nicht* verwerfen. Hier enthält das *Aber* die Verneinung, welche das *Zwar* schon von fern, als entgegentretend, anmeldete. Deutlicher tritt beides hervor, wenn die beiden Conjunctionen vor ganzen Sätzen stehn. Z. B. *Zwar die Blüthe stand gut, aber die Frucht ist abgefallen; zwar der Vortheil ist gering, aber die Ehre ist gross.* Hier enthält die Vorstellungsmasse, welche sich entwickelt, zwei Vorstellungsreihen, deren eine sich wider die von der andern herrührende Hem-

mung hervorarbeitet. Daher ist das *Zwar* nicht häufig im Munde der Kinder; die Hemmung hält es zurück. Eben dahin gehört das *Obgleich*, und überhaupt alle concessiven Conjunctionen. Viel freigebiger sind sie mit dem *Aber*, dem *Doch*, den adversativen Partikeln; in welchen die Negation hervorbricht, und nicht erst, wie im *Zwar*, als eine künftige vorausgesehen wird. Uebrigens mag bemerkt werden, dass ausser der, in dem *Aber* schon liegenden Negation auch eine unmittelbar ausgesprochene vorhanden sein kann. Man vergleiche die vier Fälle:

zwar *M*, aber *N*,
zwar nicht *M*, aber *N*,
zwar *M*, aber nicht *N*,
zwar nicht *M*, aber auch nicht *N*,

welche Formeln sicht leicht von Begriffen auf ganze Sätze erweitern lassen.

Den deutschen Adversativ-Conjunctionen entspricht das griechische *ἀλλά*, *aber*, *sondern*, *doch*. Z. B. Ilias I, 387, wo Achill über den Agamemnon klagt:

*ἀλλ' οὐκ Ἀτρείδῃ Ἀγαμέμνονι ἥνδανε θυμῷ,*
*ἀλλὰ κακῶς ἀφίει, κρατερὸν δ' ἐπὶ μῦθον ἔτελλε.*

*Aber* es gefiel ihm nicht, — *sondern* er gab übeln Bescheid. Etwas früher v. 280:

*εἰ δὲ σὺ κάρτερός ἐσσι, θεὰ δέ σε γείνατο μήτηρ,*
*ἀλλ' ὅγε φέρτερός ἐστιν.*

Wenn du stärker bist, er ist *doch* mächtiger. Man sieht hier den Unterschied des copulativen *δέ* vom adversativen *ἀλλά*.

Das deutsche *Sondern* ist das Gegenstück zum *Zwar*. Dies letztere lässt eine kommende Negation voraussehn; jenes, das *Sondern*, hält die Erinnerung an die schon vorübergegangene Negation vest, indem es dasjenige anmeldet, was an den Platz des Verneinten treten soll. Das *Doch* ist der Ausdruck des Bestehens wider eine Hemmung; es ist weniger geeignet, das Hemmende selbst zu bezeichnen. Man sagt etwa: *ich möchte wohl, aber ich habe dazu kein Geld;* nicht leicht hingegen: *ich möchte wohl, doch ich habe dazu kein Geld.* Eher so: *ich möchte wohl, doch will ich weder Geld noch Zeit daran wenden;* welche Redensart das Veststehen anderer Entschlüsse ungeachtet dessen, was sie wankend machen könnte, verkündigt.

29. Im Begriff zu den disjunctiven Conjunctionen überzu-

gehn, erwähnen wir das *Weder — Noch;* worin die Cumulation des *Sowohl — Als auch* verborgen liegt, aber mit der Verneinung verbunden, die auf dem Anstossen an die Hemmung beruht.* Aus dem *Weder* entspringt das *Entweder*, und hiemit auch das *Oder*. Das *Entweder* enthält eine Negation,* die man zurückzunehmen bereit ist, wenn sie auf das andere Glied fiele, welches durch *Oder* angekündigt wird. Die lateinische Sprache hat dafür nicht bloss ihr *aut — aut*, sondern auch ihr *utrum — an*, und überdies die Adjectivform *uter*, so wie die griechische ihr *πότερον* und *πότερος*. Daneben besitzt jene noch das *uterque*, *jeder von beiden*, welches wir durch unser gewöhnliches *beide* nur unvollkommen ersetzen, denn hier fehlt die Gegenüberstellung der zusammengefassten Glieder. Die griechische Sprache hat das *ἑκάτερος*, welches sammt dem *ἕκαστος* von *ἑκάς*, *ferne*, abstammt; und hiemit deutlicher als unser *Je — Der* anzeigt, man solle je Einen getrennt vom Andern betrachten, obgleich man sie so, wie zwei räumlich entfernte Gegenstände, beide zugleich vor Augen hat.

Wenn für einen Zweck unter mehrern Sachen oder Personen soll gewählt werden: so wird das oder der erste sich Darbietende entweder gefallen oder nicht. Gefällt es, so wäre die Wahl vollzogen, aber noch andere bieten sich dar; damit ist sie aufgeschoben. Es entsteht nun Ungewissheit, weil nur Eins kann gebraucht oder angeschafft werden. Gefällt es nicht: so wäre es verworfen; aber die andern sich Darbietenden sind vielleicht nicht besser; damit ist das Verwerfen aufgeschoben. Es entsteht wieder Ungewissheit, weil Eins muss gebraucht werden. Im ersten Falle wird durch das Entweder Oder eine Position zurückgehalten; im andern eine Negation. In beiden Fällen aber bildet der Begriff des Zweckes einen vesten Punct, von wo die Betrachtung nach zwei Richtungen ausgeht, zwischen denen sie schwankt.

Wenn wegen der möglichen Erfolge einer Begebenheit ein Entweder Oder bemerkt wird, so bildet die Begebenheit einen ähnlichen vesten Punct; die Schwankung ist der vorigen analog.

Wenn bei Eintheilungen das Entweder Oder vorkommt, so ist es der einzutheilende Begriff, welcher den vesten Punct ausmacht; die Theilungsglieder schliessen einander aus, wie jene

* Psychologie §. 123.

verschieden möglichenen Erfolge, oder die zur Wahl dargebotenen Gegenstände.

Wenn dagegen der blossen Willkür, ohne vorausgesetzten Zweck, mehrere Güter oder mehrere Uebel vorliegen, so würde die Willkür eine Summe aus diesen Uebeln machen, und jene sämmtlich ergreifen, diese sämmtlich verwerfen, wenn sie könnte. Hier fehlt ein vester Punct; und das Schwanken zwischen abwechselnden Gemüthszuständen während der Unentschiedenheit würde gar keine Zusammenfassung durch das Entweder Oder ergeben, wenn nicht die Person sich selbst ein Gegenstand der Beobachtung, und ihr Schwanken für sie selbst ein Schauspiel wäre. Hiemit aber kehrt dieser Fall in jenen zurück, wo eine Begebenheit, nämlich die Anerbietung oder Zumuthung der Wahl, eine Mehrheit entgegengesetzter Folgen erwarten lässt.

**30.** Zunächst verwandt mit dem Entweder Oder ist die Disjunction *Ob — oder Ob.* Hier bemerkt man, dass eigentlich kein Oder nöthig ist; dass blosse Ob kann für sich allein vorkommen. Alsdann ist von dem Entweder nur die Ungewissheit vorhanden; der andere bestimmte Punct, welchen das Entweder schon im voraus erblicken liess, mangelt; und anstatt desselben schwebt in Gedanken ein unbestimmtes *Oder nicht*, welches die mannifaltigsten Bestimmungen annehmen könnte. Den Uebergang dazu macht das Entweder Oder in solchen Fällen, wo eine unübersehbare Menge derjenigen Glieder, die mit dem Oder könnten bezeichnet werden, aus dem Gesichte verloren wird. Man fragt zum Beispiele, ob etwas an einem bestimmten Orte zu finden, oder zu einer bestimmten Zeit geschehen sei, wofür sich viele andre Orte und Zeiten denken lassen, so dass alsdann der bestimmte Ort oder Zeitpunct davon nicht besetzt sein würde. Jener veste Beziehungspunct, für welchen das Entweder Oder seine entgegengesetzten Glieder zusammenhält, — jener Zweck, für welchen die Wahl zu treffen ist, jene Begebenheit, von welcher die möglichen Folgen erwartet werden, jener Begriff, welchem in der Eintheilung entweder dieses oder jenes Merkmal soll beigefügt werden, — kann bei dem Ob ganz füglich fehlen, da keine Zusammenfassung des Entgegengesetzten verlangt wird.

**31.** Logisch genommen lässt sich die Disjunction: entweder *A* oder *B*, auflösen in die beiden Hypothesen: wenn *A*, dann

nicht *B*; und wenn *B*, dann nicht *A*. Für hypothetische Sätze ist jedoch eine solche Verbindung zufällig; sie ist nur als ein specieller Fall derselben anzusehn. Daher sind die disjunctiven Sätze den hypothetischen logisch unterzuordnen. Allein für die Psychologie ist das Verhältniss umgekehrt. Das Vorstellen beginnt nicht vom Allgemeinen, sondern es erhebt sich zum Allgemeinen. Deshalb knüpfen wir die conditionalen Conjunctionen an die disjunctiven; und der Uebergang liegt in dem eben erwähnten Ob. Zwar auch ohne dies ist der Gedankengang natürlich: *P* ist *entweder A oder B; wenn* nun *A*, dann *M*; *wenn B*, dann *N*. Allein man braucht nicht auf beide Fälle sich einzulassen; man konnte einfach fragen, ob *P* wohl *A* sei? und fortfahren: wenn es *A* ist, so folgt *M*. Hier bleibt in dem Wenn die Ungewissheit des Ob; von dem Ungewissen aber geht der Gedanke als von einem neuen Anfangspuncte aus zu dem, was damit zusammenhängt.

Bei den bedingten Sätzen macht bekanntlich jede Sprache, besonders die griechische, einige Verschiedenheiten der Auffassung bemerklich. Die Verwandtschaft der hypothetischen mit den disjunctiven Sätzen tritt mehr oder weniger hervor, je mehr oder weniger Rücksicht auf die in der Disjunction auszuschliessenden Fälle genommen wird. An diese erinnert unser deutsches *Falls* und das griechische *ἐάν*, welches den Conjunctiv herbeiführt, nämlich so, dass sie zum Vorschein kommen können oder auch nicht. Der blossen Ungewissheit, ohne Erwartung dessen, was man noch erfahren wird, dient *εἰ* mit *ἄν* oder mit dem Optativ. Dagegen hat *εἰ* den Indicativ, wenn das, was wir nicht wissen, doch an sich bestimmt vorhanden oder nicht vorhanden ist. Versetzt man sich aber in eine andre Lage der Umstände, die von der wirklichen abweicht, so entsteht die eigentlich conditionale Rede, die wie in einer Gedankenwelt fortläuft; und wo sie für die dahin gehörenden Vorstellungsreihen die Anfangspuncte durch Wenn ausdrückt, findet sich im Griechischen das Imperfectum mit *ἄν* im Nachsatze, oder für die vergangene Zeit der Aorist. Im Deutschen: „wenn jenes geschehen wäre oder geschehen könnte, so würde ich dies oder das thun;" mit der hinzugedachten Negation: „nun geschah es aber nicht, also" —.

32. Von den beiden Merkmalen des Wenn, dass es eine Ungewissheit, also ein Schweben zwischen Position und Nega-

tion ausdrückt, und dass es den Anfangspunct einer neuen Vorstellungsreihe bezeichnet, kann eins oder das andre bleiben oder verloren gehn. Die Ungewissheit bleibt in dem concessiven *Wenn auch*, *Wenn schon*, *Wenn gleich*; während hier nicht eine damit zusammenhängende, sondern entgegengesetzte Vorstellungsreihe folgt; und der Begriff der Dependenz, den man den hypothetischen Sätzen zuzuschreiben pflegt, von der Verneinung getroffen wird. Die griechische Sprache, wo sie die Negation voranstellt, zeigt dies sehr deutlich. Z. B. Ilias IX, 385, wo Achill spricht:

*οὐδ᾽ εἴ μοι τόσα δοίη, ὅσα ψάμαθός τε κόνις τε,*
*οὐδέ κεν ὣς ἔτι θυμὸν ἐμὸν πείσει Ἀγαμέμνων.*

— —

*οὐδ᾽ εἰ χρυσείῃ Ἀφροδίτῃ κάλλος ἐρίζοι,*
*ἔργα δ᾽ Ἀθηναίῃ γλαυκώπιδι ἰσοφαρίζοι,*
*οὐδέ μιν ὣς γαμέω.*

Diese Sätze sind weit verschieden von den hypothetischen mit negativem Nachsatze, nach der Formel: wenn *A* *B* ist, so ist *C* nicht *D*. Denn hier wird der Satz, *C* sei *D*, verneint auf den Fall dass *A* wirklich *B* sei; die Verneinung wird demnach als dependent anerkannt; hingegen bei dem *Wenn auch* wird die Dependenz, welche Jemand annehmen möchte, geleugnet.

Die Bezeichnung des Anfangspunctes einer neuen Reihe bleibt dagegen in dem Uebergange des *Wenn* ins *Weil*, der conditionalen zu den causalen Conjunctionen, während hier die Ungewissheit verschwiudet.

33. Von den causalen Conjunctionen erinnern wir nur, dass einige, das *Weil* und die verwandten, den Grund vorstellen können; das *Denn* hingegen ihn nachholt, also den Gang des Vorstellens umkehrt (von der Conclusion zu den Prämissen zurückweiset); das *Damit* aber, und die ähnlichen Redensarten, eine Absicht, deren Erfüllung in der Zukunft liegt, als Grund angiebt. Dies Letztere hängt bekanntlich damit zusammen, dass im Lateinischen *quia* und *quod* zwar den Indicativ, *ut, ne, quo* hingegen den Conjunctiv regieren, indem die Zukunft stets etwas Ungewisses oder doch Unbestimmtes in sich trägt.

Die conclusiven und ordinativen Conjunctionen werden kaum einer Erläuterung bedürfen. Jene führen eine Gedankenreihe fort; diese weisen den Gliedern derselben ihre Plätze an.

Nur einen merkwürdigen Punct wollen wir hier noch berüh-

ren, der im Deutschen seltsamer aussieht als im Griechischen; diesen nämlich, dass bei einer vorausgesehenen, entfernten Negation eine Art von Rückzug auf einen vesten Punct geschehen kann, der sich in eine verstärkte Bejahung verwandelt. Man vergleiche unser deutsches *und zwar* mit dem griechischen *γε*. Letzteres sucht man bekanntlich im Lateinischen mit *quidem* oder *certe* auszudrücken; im Deutschen minder treffend durch *wenigstens*. Dem *Weniger*, wohin sich das *γε* zurückzieht, steht ein grösserer *Anspruch* gegenüber, den man wohl machen möchte, der aber versagt werden könnte. In dieser vermutheten Verweigerung liegt eine Negation, der man entgegentritt, damit sie nicht zu weit greife. Man behauptet also das Wenigste; dieses aber um desto gewisser. Daher gewinnt das *γε* die Kraft der Bejahung. Viel wunderlicher erscheint auf den ersten Blick das deutsche *und zwar*; in solchen Redensarten, wie: *ich will, dass es geschehe; und zwar sogleich.* Hierin liegt kein *Wenigstens;* und doch dient die nämliche Partikel, die sonst eine entfernte Negation anmeldet, zur verstärkten Foderung oder Behauptung. Indessen ist der Fall dem vorigen ähnlich; denn eine Weigerung oder Leugnung wird vorausgesehn, welcher man entgegentritt. In jener Redensart liegt eine Ellipse. *Ich will, dass es geschehe, und (zwar wird man zögern, doch will ich es) sogleich.* Ebenso ist's mit dem lateinischen *quidem;* die Sprachen unterscheiden sich mehr durch häufigern oder seltenern Gebrauch, als durch die Bedeutung der Worte. Sie kommen darin überein, eine Zuversicht ungeachtet der Beschränkung auszudrücken; nur enthält das griechische *γε* deutlicher eine Gewissheit *mitten in der Ungewissheit.*

34. Um die Art und Weise, wie die Vorstellungsmassen sich beim Aussprechen entfalten, vollständiger zu ergründen; oder (was dasselbe ist), um aus dem sprachlichen Ausdruck die wahre innere Construction einer Vorstellungsmasse zu erkennen: wird man sich noch auf die Satzbildung einlassen müssen. Es wäre erwünscht, wenn die Ausdrucksweise Homer's auch hiezu Winke an die Hand gäbe. Um ihr wenigstens Etwas abzugewinnen, erinnern wir zuerst an die oft bewunderten und gewiss bewundernswürdigen Umrisse der grössern Partien in den homerischen Kunstwerken. Wir sehen nicht bloss ein scheinbar kunstloses Sammeln und Verknüpfen kleinerer Theile zu einem grösseren Ganzen: — so erwächst in der Ilias aus

dem Hader des Achill nnd Agamemnon, aus der *iniuria spretae formae* zweier olympischer Damen, aus einem Siegestraum des Agamemnon, aus der Prahlerei des Paris nnd dem treulosen Pfeilschuss des Pandaros ganz allmälig die Gluth des Streits und die Gefahr für die Schiffe der Griechen. Und so häufen sich in der Odyssee die Leiden des Odysseus aus den mannigfaltigen Fehltritten seiner Gefährten, aus seiner Rache am Polyphem, aus dem Unfuge der Freier nnd der Schwäche der Volksversammlung in Ithaka bis zu dem Grade, dass er im eignen Hause als Bettler auftreten nnd durch gewagtesten Kampf sich Recht schaffen muss. Wir sehen noch mehr; nämlich eine kunstreiche Concentration der Erzählung dadurch, dass sie von einigen Hauptpuncten rückwärts sowohl als vorwärts greifend eine Menge von Anknüpfungen möglich macht; daher ein reich ausgestattetes Ganze sich zur Uebersicht weit bequemer darbietet, als dies durch blosse Fortführung eines historischen Fadens geschehen würde. Wir sehen überdies das gemächlichste Fliessen der Erzählung durch die kleinsten Umstände, deren Geringfügigkeit mit der Grösse und Pracht anderer Schilderungen einen wohlthätigen Contrast hervorbringt, welcher kaum irgendwo das Gefühl der Ueberspannung aufkommen lässt, dagegen eher und öfter ein Verlangen der Abkürzung aufregt.

35. Man mag überlegen, ob etwas Analoges in dem Satzbau bei Homer zu erkennen ist. Mehrentheils bildet schon ein einziger Vers einen Satz; oft sind zwei Verse dazu nöthig; zuweilen drei, selten vier und noch seltener fünf. Also keine langen Perioden; auch nicht künstlich verschränkte Wortstellungen; der Vers aber wird manchmal durch eine für den Gedanken unnöthige Dehnung gefüllt. Sehr häufig findet man das Verbum in der Mitte, das Object wohl eben so oft als das Subject vorgeschoben, dann aber hinter dem Prädicat allerlei nachgeholte Bestimmungen, und an diese noch Mancherlei angeknüpft, welches den weitern Verlauf der Rede veranlasst. Dabei eine sehr genaue Anordnung der Gedanken, wo es darauf ankommt, einen bestimmten Zusammenhang derselben auf einmal vorzulegen. Hiervon ein paar Proben; zuerst bei einem minder bedeutenden Gegenstande. Odysseus geht mit der Hekatombe zu Schiffe nach Chryse; Ilias I, 435.

— — τὴν δ' εἰς ὅρμον προέρυσσαν ἐρετμοῖς·
ἐκ δ' εὐνὰς ἔβαλον, κατὰ δὲ πρυμνήσι' ἔδησαν·
ἐκ δὲ καὶ αὐτοὶ βαῖνον ἐπὶ ῥηγμῖνι θαλάσσης·
ἐκ δ' ἑκατόμβην βῆσαν ἑκηβόλῳ Ἀπόλλωνι·
ἐκ δὲ Χρυσηῒς νηὸς βῆ ποντοπόροιο.

Hier wird die Vorstellung des Aussteigens vestgehalten, während vier verschiedene Reihen, in gehöriger Folge, von ihr auslaufen. Wichtiger ist die Zusammenstellung dreier möglicher Fälle in Ansehung des Vertrags zwischen Griechen und Trojanern, Ilias III, 281:

εἰ μέν κεν Μενέλαον Ἀλέξανδρος καταπέφνῃ,
αὐτὸς ἔπειθ' Ἑλένην ἐχέτω καὶ κτήματα πάντα,
ἡμεῖς δ' ἐν νήεσσι νεώμεθα ποντοπόροισιν·
εἰ δέ κ' Ἀλέξανδρον κτείνῃ ξανθὸς Μενέλαος,
Τρῶας ἔπειθ' Ἑλένην καὶ κτήματα πάντ' ἀποδοῦναι,
τιμὴν δ' Ἀργείοις ἀποτινέμεν ἥντιν' ἔοικεν,
ἥ τε καὶ ἐσσομένοισι μετ' ἀνθρώποισι πέληται.
εἰ δ' ἂν ἐμοὶ τιμὴν Πρίαμος Πριάμοιό τε παῖδες
τίνειν οὐκ ἐθέλωσιν, Ἀλεξάνδροιο πεσόντος,
αὐτὰρ ἐγὼ καὶ ἔπειτα μαχέσσομαι, εἵνεκα ποινῆς,
αὖθι μένων, εἵως κε τέλος πολέμοιο κιχείω.

Aehnliche Pünktlichkeit der Auseinandersetzung des Vergangenen, Jetzigen, Künftigen, nach allen Rücksichten, zeigt sich im Gebete des Achill, da er den Patroklos entsendet. Ilias XVI, 236:

ἠμὲν δή ποτ' ἐμὸν ἔπος ἔκλυες εὐξαμένοιο,
τίμησας μὲν ἐμέ, μέγα δ' ἴψαο λαὸν Ἀχαιῶν·
ἠδ' ἔτι καὶ νῦν μοι τόδ' ἐπικρήηνον ἐέλδωρ·
αὐτὸς μὲν γὰρ ἐγὼ μενέω νηῶν ἐν ἀγῶνι,
ἀλλ' ἕταρον πέμπω, πολέσιν μετὰ Μυρμιδόνεσσι,
μάρνασθαι· τῷ κῦδος ἅμα πρόες, εὐρύοπα Ζεῦ·
θάρσυνον δέ οἱ ἦτορ ἐνὶ φρεσίν, ὄφρα καὶ Ἕκτωρ
εἴσεται, ἤ ῥα καὶ οἶος ἐπίστηται πολεμίζειν
ἡμέτερος θεράπων, ἦ οἱ τότε χεῖρες ἄαπτοι
μαίνονθ', ὁππότ' ἐγώ περ ἴω μετὰ μῶλον Ἄρηος.
αὐτὰρ ἐπεί κ' ἀπὸ ναῦφι μάχην ἐνοπήν τε δίηται,
ἀσκηθής μοι ἔπειτα θοὰς ἐπὶ νῆας ἵκοιτο,
τεύχεσί τε ξὺν πᾶσι καὶ ἀγχεμάχοις ἑτάροισιν.

Mit dieser glänzenden Klarheit, die keiner weitern Proben bedarf, ist jedoch keine Künstlichkeit der Einschaltungen ver-

bunden. Man sehe z. B. Ilias XIV, 409, wo Ajas nach dem Hektor wirft:

*τὸν μὲν ἔπειτ' ἀπιόντα μέγας Τελαμώνιος Αἴας*
*χερμαδίῳ, τά ῥα πολλὰ, θοάων ἔχματα νηῶν,*
*πὰρ ποσὶ μαρναμένων ἐκυλίνδετο· τῶν ἓν ἀείρας,*
*στῆθος βεβλήκει.*

Hier geht die Construction über die Einschaltung verloren, oder wird wenigstens so undeutlich durch das *τῶν ἓν ἀείρας*, dass man sie nur mit undankbarer Mühe vertheidigen würde. Anders wäre es, wenn *τῶν* wegfiele, und *χερμαδιῶν* als Genitiv dem *ἓν ἀείρας* voranginge.

Desto leichter verliert sich die Rede in Gleichnissen, verfolgt dieselben, und bedarf alsdann einer neuen Anknüpfung an den Hauptgegenstand. So Ilias XVI, bald nach dem vorhin angeführten Gebete; da die Myrmidonen ausziehn:

*αὐτίκα δὲ σφήκεσσιν ἐοικότες ἐξεχέοντο*
*εἰνοδίοις, οὓς παῖδες ἐριδμαίνουσιν ἔθοντες,*
*αἰεὶ κερτομέοντες, ὁδῷ ἔπι οἰκί' ἔχοντας,*
*νηπίαχοι· ξυνὸν δὲ κακὸν πολέεσσι τιθεῖσι.*
*Τοὺς δ' εἴ περ παρὰ τίς τε κιὼν ἄνθρωπος ὁδίτης*
*κινήσει ἄεκων, οἱ δ' ἄλκιμον ἦτορ ἔχοντες*
*πρόσσω πᾶς πέτεται, καὶ ἀμύνει οἷσι τέκεσσιν.*
*τῶν τότε Μυρμιδόνες κραδίην καὶ θυμὸν ἔχοντες*
*ἐκ νηῶν ἐχέοντο.*

Wer beim Lesen des Homer kritischer Laune ist, der möchte wohl, wenn auch die Myrmidonen durch die starkmüthigen Wespen schicklich bezeichnet werden, doch fragen, was denn der *ἄνθρωπος ὁδίτης* bedeuten solle; ja schon die spielenden Knaben könnten überflüssig erscheinen, da sie an sich nichts bedeuten, sondern bloss den Zorn der Wespen erklären sollen. Anstatt aber solcher Kritik auch nur den mindesten Werth beizulegen, wollen wir vielmehr dem Dichter, der seine Gedanken so rein und zwanglos ausspricht, vertranen, er werde uns auch durch seinen Satzbau dasjenige bezeugen, was über die natürliche Entfaltung des Gedankens zu sagen ist, der in der Form eines Satzes seinen Ausdruck sucht.

36. Bekanntlich rechnet man zum Satze vor allem Subject und Prädicat; dann die nächsten und entferntern Objecte, ferner die Nebenbestimmungen durch Adjective, Participien, Adverbien, oder vermittelst der Präpositionen; endlich die Con-

junctionen, falls solche dem Zusammenhange nöthig sind. Der Gedanke, welcher soll ausgesprochen werden, ist die Verbindung aller dieser Theile; und wenn Jemand, der viel zu sagen hat, irgendwo unvorbereitet auftritt um zu reden, so entwickeln sich seine Gedanken erst während des Redens zu einer Reihenfolge von Worten. Wie wird diese Reihenfolge sich bilden?

Durch jeden Satz will er Etwas aussagen von den Gegenständen, die ihm vorschweben. Das, *was* er eigentlich sagen will, liegt im Prädicate; nur dass dieses nicht allgemein, sondern schon in der Bestimmtheit, wie es den Gegenständen zukommt, gedacht wird. Unter diesen Gegenständen ist der Unterschied des Subjects und Objects, wo beide in dem Verhältniss des Thätigen und Leidenden stehn, nicht wesentlich; man kann die activen Sätze auch in gleichgeltende passive verwandeln, deren Subjecte die nämlichen Gegenstände sind, welche in der activen Form die Stelle der nächsten Objecte einnehmen. Da jedoch im activen Satze der Accusativ das Object anzeigt, so kann der Gegenstand, welcher als leidend gedacht wird, falls dessen Vorstellung mehr heraustritt, auch ohne Hülfe der passiven Form seinen Platz einnehmen, wenn nur die Sprache durch ihre Declinationsformen den Accusativ kenntlich genug macht.

Wir bedürfen hier der Beispiele, und werden mit deren Hülfe deutlicher sein, als es im allgemeinen möglich wäre.

*Μῆνιν ἄειδε, Θεὰ, Πηληϊάδεω Ἀχιλῆος*
*οὐλομένην.*

Fragt man sich, in welcher Ordnung hier die Gedanken eigentlich hervortreten, so sieht man gleich, dass die einzelnen Worte und deren Folge darauf keine hinreichende Antwort geben. Ein Gesang wird verlangt; aber nicht ein beliebiger; auch nicht bloss von irgend einem Groll, sondern der verderbliche Groll des Achill soll besungen werden. In dem Worte *μῆνιν* liegt diese Bestimmung nicht, aber der Gedanke trägt dieselbe gleich in sich, und dieser Gedanke bleibt der stehende von Anfang bis zu Ende des Verses; und selbst noch weiterhin. Mitten im Verse steht das Wort *ἄειδε*, von welchem der Accusativ *μῆνιν οὐλομένην* abhängt. Demnach wird die Foderung eines Gesanges weder früher noch später gedacht; sie ist gleichzeitig mit dem ungetheilten Gedanken des zu besingenden Gegenstandes.

*ἣ μυρί' Ἀχαιοῖς ἄλγε' ἔθηκε.*

Hier, wo das Subject im Relativum liegt, steht das Verbum am Ende. Dies wird auf den ersten Blick zufällig erscheinen, besonders beim Dichter, dessen Wortstellung vom Verse grossentheils bestimmt wird; eine Einwendung, die bei jedem andern Verskünstler vom grössten Gewicht sein würde. Bedenkt man indessen, dass die deutsche Sprache, die sonst das Prädicat dem Accusativ in der Regel voranschickt, davon bei relativer Anknüpfung regelmässig abweicht, so kann man aufmerksam werden. Nun ist zwar das Relativum beim Homer nicht sehr gewöhnlich; und man könnte mühsam nach Beispielen suchen, um zu finden, ob die Mehrzahl der Beispiele jener Wortstellung gemäss sei; wenn nicht der Schiffskatalog deren eine Menge auf einmal vorlegte. Dort aber ist das *οἳ θ' Ὑρίην ἐνέμοντο, οἵ τ' Ἐλεῶν' εἶχον, οἵ τε Κορώνειαν, καὶ ποιήενθ' Ἁλίαρτον, οἵ τε Πλάταιον ἔχον* u. s. w. so dicht bei einander, dass die entgegengesetzte Wortstellung, wie *οἵ τ' ἔχον Αἴγιναν* (Ilias II, 562), gerade nur dazu dient, um zu zeigen, der Dichter sei nicht durch eine Sprachregel gebunden; er hätte können viel öfter, dem Verse zu gefallen, den Accusativ hinter das Verbum stellen, und hiemit auch nach dem Relativum das Prädicat in die Mitte bringen. Doch wir gehn weiter.

*πολλὰς δ' ἰφθίμους ψυχὰς ἄϊδι προΐαψεν*
*ἡρώων.*

Hier gilt wieder, was bei der ersten Zeile bemerkt wurde; der Gedanke trifft ungetheilt die *ψυχὰς ἡρώων*; mitten zwischen den Worten steht das *ἄϊδι προΐαψεν*, welches von jenen, als dem Gegenstande, ausgesagt wird; das Geschehen und der leidende Gegenstand sind hier gleichzeitig. Man folge dem Dichter immer weiter nach, so findet man die Verba *τεῦχε*, — *ἐτελείετο*, — *διαστήτην*, — *ξυνέηκε*, — *ὦρσε*, — *ἠτίμησε* u. s. w. so häufig zwischen den Worten, wodurch die Gegenstände bezeichnet werden, und verhältnissmässig so viel seltener am Ende oder im Anfange, dass schwerlich ein Zweifel übrig bleiben wird, welche Wortstellung sich als diejenige ankündige, die sich dem zu entwickelnden Gedanken am besten anschliesse. Doch wir wollen noch den Anfang der Odyssee vergleichen.

37. Es kann kaum unbemerkt bleiben, dass die beiden Ankündigungen der Ilias und Odyssee wie nach Einem Muster geformt sind.

Ἄνδρα μοι ἔννεπε, Μοῦσα, πολύτροπον, ὃς μάλα πολλὰ
πλάγχθη.

Nicht irgend ein Mann, sondern der vielfach Umhergeworfene soll besungen werden; die Worte ἄνδρα πολύτροπον bilden einen gleich Anfangs hervortretenden, und mit dem ἔννεπε gleichzeitigen Gedanken, der im Begriff ist, sich noch weiter zu entwickeln. Das Relativum ὃς hat sein Verbum hinten, und die nächsten Worte

ἐπεὶ Τροίης ἱερὸν πτολίεθρον ἔπερσε

scheinen noch in derselben Abhängigkeit gedacht zu sein. Hingegen in den folgenden Versen

πολλῶν δ' ἀνθρώπων ἴδεν ἄστεα, καὶ νόον ἔγνω·
πολλὰ δ' ὅγ' ἐν πόντῳ πάθεν ἄλγεα ὃν κατὰ θυμόν.

steht wieder das ἴδεν und das πάθεν in der Mitte; und dem Verse

αὐτῶν γὰρ σφετέρῃσιν ἀτασθαλίῃσιν ὄλοντο

folgt gleich ein Zusatz, so dass beim ὄλοντο der Gedanke nicht sinken kann:

νήπιοι, οἳ κατὰ βοῦς ὑπερίονος Ἠελίοιο
ἤσθιον· αὐτὰρ ὁ τοῖσιν ἀφείλετο νόστιμον ἦμαρ.

Anstatt nun weiter die Beispiele zu häufen, welches zu nichts führen würde, wollen wir nur auf ein früheres zurückblicken, und ein einziges Paar beifügen. In jener Stelle, welche das Anlanden bei Chryse beschreibt, ist der Hauptgedanke das Aussteigen; und alle drei Verse, welche das Wort βαίνειν enthalten, haben es in der Mitte. Giebt es ferner irgend eine Stelle im Homer, welche Ruhe auszudrücken bestimmt ist, so ist es der schöne Vers (Odyssee XIII, 92)

δὴ τότε γ' ἀτρέμας εὗδε, λελασμένος ὅσσ' ἐπεπόνθει.

Dieser schliesst zwar mit einem Zeitwort, aber mit dem, welches von dem relativen ὅσα abhängt; der Hauptgedanke liegt in dem εὗδε, welchem noch das λελασμένος als Zusatz zum Subjectbegriffe nachfolgt. Nicht anders ist es ebendaselbst 79:

καὶ τῷ νήδυμος ὕπνος ἐπὶ βλεφάροισιν ἔπιπτε
νήγρετος, ἥδιστος, θανάτῳ ἄγχιστα ἐοικώς,

wo ebenfalls über das ἔπιπτε hinaus die Bezeichnung des Subjects sich verlängert.

38. Bloss des Contrastes wegen, und damit das eben Gesagte noch besser hervortrete, erinnern wir nun an die bekannte Gewohnheit der römischen Wortstellung. Beim Cäsar, der ohne

Zweifel der Sprache vollkommen mächtig war, und sich in der Beschreibung seiner Kriege zum Künsteln keine Zeit nahm, finden wir zwar Stellen, welche dem Anschein nach, der homerischen Redeweise ähnlich sind; insbesondere bei geographischen Beschreibungen, wo auf allgemeine Fragen nach der Lage, Grösse, Eintheilung des Landes, Antwort zu geben ist. *Gallia est omnis divisa in partes tres, — una pars initium capit a flumine Rhodano, continetur Garumna — attingit Rhenum — vergit ad Septemtriones. Belgae — pertinent ad inferiorem partem Rheni.* Ebenso, wie hier im Anfange der Bücher vom gallischen Kriege, läuft auch der Faden der Rede im vierten Buche, cap. X. *Mosa profluit ex monte Vogeso, qui est in finibus Lingonum, et parte quadam Rheni recepta — insulam efficit Batavorum. Rhenus autem oritur ex Lepontiis* etc. Man könnte versucht werden, diese Stellung, nach welcher das Verbum in der Mitte oder vorn seinen Platz bekommt, bei allen Beschreibungen zu erwarten. Allein um sich vom Gegentheil zu überzeugen, braucht man nur die Stelle im sechsten Buche aufzuschlagen, wo die Druiden, und weiterhin die Germanen beschrieben werden. Selbst in den kürzesten Sätzen, wo die Functionen der Druiden aufgezählt werden, tritt der Gegenstand voran; das Verbum folgt nach. *Illi rebus divinis intersunt, sacrificia publica et privata procurant, religiones interpretantur; ad hos magnus adolescentum numerus disciplinae causa concurrit. De controversiis constituunt, et si quod est admissum facinus, si caedes facta, si de hereditate, de finibus controversia est, iidem decernunt. — Germani multum ab hac consuetudine differunt, nam neque Druides habent, qui rebus divinis praesint, neque sacrificiis student.* Eher findet man in lebhaften Erzählungen Stellen, wo das Verbum vorangeht, z. B. VI, 38: *Erat aeger in praesidio relictus P. Sextius Baculus, qui — diem iam quintum cibo caruerat. Hic diffisus suae ac omnium saluti, inermis ex tabernaculo prodit; videt imminere hostes, atque in summo esse rem discrimine capit arma a proximis, — sequuntur hunc centuriones, — relinquit animus Sextium, — procurrunt equites,* etc. Aber hier bilden die voranstehenden Verba eine Reihe von Zuständen, welche Reihe soll zusammengefasst werden. Auf ähnliche Weise soll aus den Zügen, wodurch die Nervier charakterisirt werden (II, 15), ein Bild hervorgehn; *quorum de natura moribusque Caesar quum quaereret, sic reperiebat: nullum aditum*

*esse ad eos mercatoribus; nihil pati vini reliquarumque rerum ad luxuriam pertinentium inferri; quod his rebus relanguescere animos, eorumque remitti virtutem existimarent. Esse homines feros, magnaeque virtutis; increpitare atque incusare reliquos Belgas, qui se populo Romano dedissent, et patriam virtutem proiecissent. Confirmare, sese neque legatos missuros, neque ullam conditionem pacis accepturos.* Beiläufig bemerken wir hier, dass die Nebensätze, welche mit *quod*, *qui*, oder in Form des Accusativs mit dem Infinitiv angefügt sind, das Verbum auch hinten haben. Was die Lebhaftigkeit der Schilderung anlangt, so würde diese allein schwerlich eine Abweichung von der gewohnten Wortstellung veranlasst haben. Cäsar konnte eher etwas aufgeregt sein, als er den Angriff der Nervier beschrieb (II, 19). *Subito omnibus copiis provolaverunt, impetumque in nostros milites fecerunt. His facile pulsis ac perturbatis, incredibili celeritate ad flumen decucurrerunt, ut paene uno tempore et ad silvas, et in flumine, et iam in manibus nostris hostes viderentur. Eadem autem celeritate adverso colle ad nostra castra, atque eos, qui in opere occupati erant, contenderunt. Caesari omnia uno tempore erant agenda. Vexillum proponendum, quod erat insigne, cum ad arma concurri oporteret. Signum tuba dandum; ab opere revocandi milites; qui paullo longius, aggeris petendi causa, processerant, arcessendi; acies instruenda, milites cohortandi, signum dandum: quarum rerum magnam partem temporis brevitas et incursus hostium impediebat.* Noch lebhafter hebt sich die Erzählung da, wo der beinahe unglückliche Ausgang, welchen die Schlacht schon zu nehmen drohte, beschrieben wird. Ein Unfall folgte dem andern; *quibus rebus permoti Treviri, quorum inter Gallos virtutis opinio est singularis, qui, auxilii caussa a civitate missi, ad Caesarem venerant, quum multitudine hostium castra nostra compleri, legiones premi et paene circumventas teneri, calones, equites, funditores Numidas, diversos dissipatosque in omnes partes fugere vidissent, desperatis nostris rebus domum contenderunt; Romanos pulsos superatosque, castris impedimentisque eorum hostes potitos, civitati renuntiaverunt. Caesar, ab decimae legionis cohortatione ad dextrum cornu profectus, ubi suos urgeri, signisque in unum locum collatis duodecimae legionis milites confertos sibi ipsis ad pugnam esse impedimento, quartae cohortis omnibus centurionibus occisis, signiferoque interfecto, signo omisso, reliquarum cohortium omnibus fere centurionibus aut vulneratis*

*aut occisis, in his primipilo P. Sextio Baculo, fortissimo viro, multis gravibusque vulneribus confecto, ut iam se sustinere non posset, reliquos esse tardiores, et nonnullos a novissimis desertos proelio excedere ac tela vitare; hostes neque a fronte ex inferiore loco subeundes intermittere, et ab utroque latere instare, et rem esse in angusto vidit, neque ullum esse subsidium, quod submitti posset: scuto ab novissimis uni militi detracto (quod ipse eo sine scuto venerat), in primam aciem processit; centurionibus nominatim appellatis, reliquos cohortatus milites, signa inferre et manipulos laxare iussit, quo facilius gladiis uti possent. Huius adventu spe illata militibus, ac redintegrato animo, cum pro se quisque in conspectu imperatoris etiam extremis suis rebus operam navare cuperet, paullum hostium impetus tardatus est.*

Der Moment, da Cäsar, den ersten besten Schild ergreifend, vortrat, hat ihm ohne Zweifel in der Erinnerung schon vorgeschwebt, indem er die Worte: *ubi suos urgeri* niederschrieb, und das dazu gehörige *vidit* noch aufschob, um sich das Gedränge zu vergegenwärtigen, welches durch die lange Einschaltung geschildert ist. Die ganze Masse der Ereignisse musste sich in den Vordersatz zusammenpressen, damit Raum wurde für den Umschwung, den seine Entschlossenheit herbeigeführt hatte. Man sieht hier in einem grossen Beispiele und nach einem grossen Maassstabe, das Verhältniss eines Vordersatzes, der seine Abhängigkeit gleich Anfangs durch die, an die Spitze gestellte, Conjunction ankündigt, zu dem Nachsatze, welcher den eigentlichen Hauptgedanken enthält. In diesem liegt die treibende Kraft der ganzen Aussage.

39. Es lässt sich nicht leugnen, dass im Ganzen die römische Prosa sich zu der Gewohnheit neigt, diejenigen Verba, welche den Hauptgedanken des Prädicats ausdrücken, nach hinten zu bringen; allein wenn man die kunstreichen Perioden des Cicero näher betrachtet, so findet man sehr oft eine Aehnlichkeit mit dem homerischen Satzbau, nach welchem das Prädicat in der Mitte liegt, und gewissermaassen als der Träger des Ganzen erscheint, welches auf ihm ruhend sich gemächlich verbreitet. Von unzähligen Beispielen nur wenige Proben. Gleich im ersten Capitel des ersten Buchs *de oratore* findet sich Folgendes: *neque vero nobis cupientibus atque exoptantibus fructus otii datus est ad eas artes, quibus a pueris dediti fuimus, celebrandas interque nos recolendas. — Tibi neque hortanti deero,*

*neque roganti, nam neque auctoritate quispiam apud me plus valere te potest, neque voluntate.* Ganz in ähnlicher Art geht der Vortrag fort. Weiterhin: *quocumque te animo et cogitatione converteris, permultos excellentes in quoque genere videbis non mediocrium artium, sed prope maximarum.* Und um noch eine Probe herzusetzen von der Art, das conditionale *si*, welches sonst an der Spitze des Vordersatzes seinen Platz hat, gleichsam einzuwickeln, entnehmen wir folgende wenige Worte aus dem 28sten Capitel: *quae singularum rerum artifices singula si mediocriter adepti sunt, probantur, ea, nisi omnia summa sunt in oratore, probari non possunt.* Eine solche Stellung ist aber offenbar nur Ausnahme; im allgemeinen muss nicht nur das *Wenn*, sondern auch das *Weil* vorangehn; die Prämissen verdienen ihren Namen, so wie der Vordersatz den seinigen; und es ist immer eine Art von Inversion, wenn die Behauptungen früher ausgesprochen werden als die Beweise. Doch dies hängt zusammen mit dem Verhältnisse des Subjects und Prädicats; und eben davon ist jetzt genauer zu sprechen, um das Vorige zusammenfassen und erläutern zu können.

40. Zunächst blicken wir zurück auf die Verschiedenheit der Thatsachen, welche uns beschäftigt haben; und zwar in Bezug auf die Frage, in wie weit diese Thatsachen geeignet sind, der psychologischen Untersuchung einen erwünschten Stoff darzubieten. Auf Bequemlichkeit ist hier nicht zu rechnen. Das am meisten Interessante ist dasjenige, was an Unbestimmtheit und Schwankung am meisten leidet. Ganz vest liegt nur das Factum, dass die Laute der Worte, die Buchstaben, in einer einmal geläufig gewordenen Sprache, sich bei jedem Gebrauche in der nämlichen Reihenfolge reproduciren. Nicht so ganz bestimmt lässt sich das Thatsächliche in Ansehung der Conjunctionen hervorheben, sondern das Conventionelle der Sprachen macht sich hier fühlbar. Lange genug wird man darüber streiten können, — wenn auch ohne Grund und ohne Gewinn, — ob das griechische *δέ* mehr als eine copulative, oder als eine adversative Conjunction zu betrachten sei? Ob das *ἄρα* zu den conclusiven gehöre, da man es mit *also* zu übersetzen, oder kaum zu beachten pflegt? Ob das *μέν* noch eine concessive Conjunction heissen dürfe, da man weiss, dass oft genug die Uebersetzung durch unser *Zwar* ganz unpassend ist? Ob eben dies deutsche *Zwar*, dessen Stellung gegen das nachfolgende

*Aber* klar genug ist, einen Zusammenhang mit dem streng veststellenden *und zwar* habe, wodurch andre, abweichende Auffassungen zurückgewiesen werden? Dies, und so vieles Andre, was die Grenzbestimmung zwischen den Conjunctionen disputabel macht, erinnert uns, dass wir hier nicht mit *solchen* Thatsachen zu thun haben, die gleichen Ranges mit denen, welche im vorigen Hefte behandelt wurden, *für die Theorie zu Prüfsteinen dienen könnten;* sondern mit solchen, die von der Theorie ihre Auseinandersetzung erwarten. Zu der grossen Klasse der letztern gehören nun vollends die, welche der Periodenbau darbietet; denn die Bemerkungen, zu denen er veranlasst, müssen von Beispielen hergenommen werden, welchen man, wie zahlreich sie auch sein möchten, immer noch andre Beispiele entgegensetzen kann; so dass dem Zweifel Raum bleibt, als habe hier der Vers, dort der Wohlklang, und mehr als beide die Gewohnheit über die Sprache geherrscht. In solchen Fällen lässt sich der *blossen* Beobachtung, der Zusammenstellung dessen, was factisch vorliegt, bei allem auch noch so grossen Reichthum an Thatsachen, doch nicht unmittelbar ein klares und entscheidendes Resultat abgewinnen. Vielmehr muss die Theorie eintreten, um das Wesentliche vom Zufälligen, das Ursprüngliche von den Umbildungen zu unterscheiden. Hier eröffnet sich ein weites Feld, welches durch nachstehende Bemerkungen vollständig zu durchlaufen wir keinesweges gemeint sind.

**41.** Anknüpfend bei dem, was schon oben (36) gesagt war, bemerken wir zuerst, dass im Prädicate jedes Satzes dasjenige zu suchen ist, was vom Subjecte soll gesagt werden. Mag ein *verbum activum* oder *passivum* oder *intransitivum* zum Prädicate dienen, in jedem dieser Fälle drückt zwar das Wort, welches der Sprechende gebraucht, den allgemeinen Begriff eines Thuns, Leidens, Zustandes aus: allein derselbe versetzt sich nicht in den weiten Umfang dieses Begriffs, sondern ihm schwebt gerade der bestimmte oder doch begrenzte Fall vor, welcher das Subject betrifft. Bei dem Satze: *Cäsar eroberte Gallien,* denkt Niemand an die Franken, welche auch Gallien erobert haben. Bei dem Satze: *alle Körper sind theilbar,* denkt Niemand an die Theilbarkeit einer Erbschaft, oder an die logische Theilbarkeit der Sphäre eines Allgemeinbegriffs. Während nun auf den *Umfang des Prädicats* nichts ankommt: ist dagegen der *Inhalt*

*des Subjects* in Betracht zu ziehn. Dieser hat noch andre Merkmale ausser denen, welche das Prädicat angiebt; und sehr gewöhnlich bezeichnet das letztre eine Veränderung des Zustandes; insbesondere ist immer das Thun oder Leiden im Gegensatze gegen die vorige Ruhe. Sagt man im Frühjahr: *die Bäume werden grün*, oder im Sommer: *die Früchte werden reif*, oder im Herbste: *die Blätter fallen ab*, so hat man Bäume, Früchte, Blätter in ihrem früheren Zustande vor Augen; *aus welchem* sie jetzt heraustreten, um die Prädicate anzunehmen. In Bezug auf Urtheile dieser Art kann man sagen: das Prädicat, (sofern es *in dem Satze* vorkommt und gedacht wird,) ist ganz verschmolzen mit dem Subjecte; hingegen das Subject nur *theilweise* mit dem Prädicat. Verfolgen wir die Reihe jener Beispiele bis zum Winter, und sprechen etwa: *der Schnee ist weiss*, so entsteht die Frage: ob wohl Jemand wirklich im Winter eine so triviale Bemerkung vorbringen möchte? Und warum nicht? Hier ist das Subject: *Schnee*, *ganz* verschmolzen (oder vielmehr complicirt) mit dem Prädicate *weiss*. Wer aber freilich zur logischen Uebung, etwan im Vortrage der Logik, vom Schnee aussagt, er sei weiss, kalt, locker, krystallinisch, der bildet aus den Merkmalen eine Reihe, und nachdem diese Reihe auseinander getreten ist, findet sich, dass man den Schnee auch von andern Seiten betrachten konnte. *Nun* ist die so zerlegte Vorstellung des Schnees nur theilweise, nämlich insofern man auf die Farbe reflectirt, in Verbindung mit dem Prädicate; und damit fällt dieses, sammt allen ähnlichen Urtheilen, mit den vorerwähnten wieder in Eine Klasse.

Hieraus ergiebt sich nun zunächst, weshalb das Subject als das Vorhergehende, das Prädicat als das Nachfolgende angesehen, und meistens auch so ausgesprochen wird.

Man blicke zurück zu dem, was gleich Anfangs (3) von dem Worte *Hamburg* gesagt worden. Der vorhergehende Vocal *a* war im Sinken begriffen, als der Vocal *u* vernommen wurde. Darum ist *a* theilweise mit dem ganzen (oder beinah ganzen) *u* verschmolzen. Weiterhin ergab sich, dass hierin unter Voraussetzung eines Widerstandes der Grund liegt, weshalb *a* früher als *u* reproducirt wird. Das Nämliche ist nun auf Subject und Prädicat anzuwenden.

42. Allein eben dies gilt auch vom Prädicate und Objecte. Nicht bloss vom Cäsar wäre mehr zu sagen, als dass er Gallien

eroberte, sondern auch von Gallien mehr, als dass es vom Cäsar erobert wurde. Der nämliche Antrieb, vermöge dessen dieses Ereigniss ausgesprochen wird, kann demnach sowohl Gallien als den Cäsar voranstellen. Dennoch ist die passive Form: *Gallien wurde von Cäsar erobert,* nicht ganz so natürlich als die active: *Cäsar eroberte Gallien.* Der Unterschied liegt hier nicht in der Art, wie Subject und Object mit dem Prädicate verbunden sind; sondern in der Natur einer Handlung. Diese geht vom Thätigen zum Leidenden; darum wird mit Recht die active Form als die primitive angesehen; die passive als die umgewandte.

43. Nun aber treten in Ansehung derjenigen Entwickelungen, welche dem Subjecte, dem Prädicate, dem Objecte angehören, die grössten Verschiedenheiten hervor. Jedes von diesen kann sich zu einer Reihe, oder zu einem Geflechte von mehrern Reihen ausdehnen. Ist der thätige, oder auch der leidende Gegenstand, (letzterer entweder in der passiven Form als Subject, oder in der activen, vermöge des Accusativs,) vorangestellt worden, und soll nun gleich seine Reihe sich ausdehnen, so muss das Prädicat warten, bis es zum Worte gelangen kann; dieser Stillstand ist aber nicht ohne Zwang gegen den psychischen Mechanismus möglich. Gemächlicher fliessen die Gedanken, wenn bald nach Ankündigung des Gegenstandes (gleichviel ob des leidenden oder thätigen) das Prädicat ausgesprochen wird, und nun erst die vestgehaltene Vorstellung des Gegenstandes sich vollends ausbreitet, fortwährend getragen durch das immer noch gegenwärtige Prädicat.

Es wird kaum nöthig sein, hier noch gegen eine Einbildung zu warnen, die nur dem ganz oberflächlichen Beobachter begegnen könnte, nämlich als ob wirklich die Gedanken so kämen und gingen, wie die Wortlaute nach einander ins Ohr fallen, oder wie die Buchstaben sich vor den Augen in Reih und Glied stellen. Die ganze Bewegung der Vorstellungen ist, wie man längst weiss, nur ein Schwanken mit geringem Uebergewicht der einen über der andern. Man rufe zurück, was oben (36) über den homerischen Satzbau gesagt wurde.

44. Offenbar jedoch ist diese bequeme Art, die Vorstellung des Gegenstandes gleichsam über das Prädicat hinweg fortfliessen zu lassen, nicht immer möglich. Dann nämlich nicht, wenn beide, Subject und Prädicat, oder vollends alle drei, Sub-

ject, Object und Prädicat, auf eine weitere Entwickelung Anspruch machen. Hier vereugen sie sich den Raum, treten einander in den Weg; und es bleibt nichts übrig, als dass eins aufs andre warte, bis Platz wird.

Dies nun ist ganz besonders bei Vordersätzen und Nachsätzen der Fall; das heisst, da, wo das, was man eigentlich sagen will, — der Nachsatz, — nur als verbunden mit einer Voraussetzung, die selbst schon die Form eines Satzes hat, vorgetragen wird. Der Vordersatz bildet hier das Subject, der Nachsatz das Prädicat. Anderwärts (in der Logik) ist bemerkt, dass die sogenannten kategorischen Sätze (wie: *A* ist *B*), wenn man sie streng nur als Urtheile auffasst, in die Klasse der hypothetischen zurückfallen (wenn und inwiefern *A* gedacht wird, kommt ihm *B* als Merkmal zu). Hier können wir beifügen, dass der gewohnten Art, kategorische Sätze mit Voraussetzung des Daseins oder doch der Gültigkeit ihrer Subjecte auszusagen, diejenigen Vordersätze analog sind, welche mit *Weil* oder *Nachdem*, oder irgend einer solchen Partikel beginnen, wodurch das schwankende *Wenn* von der Ungewissheit, die es ausdrückt, und von dem Vorbehalt, es zurückzunehmen, befreiet wird.

In allen solchen Verbindungen, wo ganze Sätze an die Stelle der blossen Begriffe treten, wird jenes Ausdehnen nöthig; und auch Homer konnte hier seinen sonst so bequemen Satzbau nicht anbringen. Eine andre kunstreiche Verbindung bietet er uns in jenem Beispiele des Vertrags mit den Trojanern dar (35). Agamemnon will sagen: *auf den Fall*, dass, *wenn* Paris unterliegt, die Trojaner mir nicht genügen, so werde ich den Krieg fortsetzen. Hier liegt eine Bedingung in der andern; eine neuere Sprache möchte sich vielleicht nicht besser zu helfen wissen, als durch das copulative Und. „Wenn Paris fällt, und wenn alsdann" u. s. w. Diese Copulation bildet zwar eine richtige Zeitreihe; aber sie drückt die Bedingtheit der Bedingung, dass die Trojaner nicht genügen, nämlich durch die Voraussetzung, Paris sei gefallen, nicht ganz so deutlich aus, als dieses die Homerischen Worte: *Ἀλεξάνδροιο πεσόντος* leisten, welche dem: *εἰ δ' ἂν ἐμοὶ τιμὴν τίνειν οὐκ ἐθέλωσιν* beigefügt sind. Nachdem auf diese Weise der Vordersatz beseitigt ist, bleibt offener Raum für die kräftige Erklärung, der Krieg solle fortgehn, bis die Trojaner werden gebüsst haben.

45. Es wird nun, im allgemeinen wenigstens, einleuchten,

dass für solche Darstellungen, worin bei jedem Gegenstande auf Vielerlei zugleich Rücksicht zu nehmen ist, also für den rhetorischen, historischen, philosophischen Vortrag, sich ein Periodenbau allmälig ausbilden musste, worin, durch die Entwickelung des Subjects und der Vordersätze, das Prädicat mit den ihm angehörigen Bestimmungen nach hinten gedrängt wurde; so dass nun mehr Kunst dazu gehörte, es nur nicht immer ans Ende zu stellen, sondern zur Abwechselung es manchmal der Mitte näher zu bringen, und wenigstens dem Verbum einen frühern Platz zu verschaffen, über welchen dann ein Theil der Rede hinwegfliessen mochte.

Nur Eines Umstandes erwähnen wir noch, der oben schon berührt wurde; dessen nämlich, dass in Zwischensätzen, die mit dem *Pronomen relativum* beginnen, das Verbum noch häufiger als sonst, nach hinten zu rücken pflegt. Wenn das Subject schon im Vorhergehenden liegt, und nur durchs Relativum noch braucht darauf hingewiesen zu werden, so wirkt der vom Prädicate ausgehende Antrieb, welchem in Ansehung des Subjects schon genügt ist, desto eher aufs Object; und umgekehrt, wenn auf das Object, als das schon Hervorgehobene, nur hinzudeuten ist, dann treibt das Prädicat desto leichter aufs Subject; in beiden Fällen bekommt das Verbum die letzte Stelle; doch wird man sich nicht wundern, wenn in den beweglichen Sprachen des Alterthums der geringste Umstand irgend eines Nachdrucks, der auf dies oder jenes Wort soll gelegt werden, einer so wenig nothwendigen Anordnung entgegentreten und dieselbe abändern kann.

46. Was die Conjunctionen anlangt, so liegt der Unterschied der cumulativen von den copulativen offenbar darin, dass bei jenen die Vorstellungen zusammen im Steigen begriffen sind, während bei diesen das vorige Glied sinken mag, indem das folgende dazu tritt. Hierüber ist eine frühere Abhandlung * zu vergleichen; und nur dabei zn erinnern, dass dort von einfachen Vorstellungen die Rede war, hier aber von Gedanken, die nicht bloss ganze Worte, sondern oft schon ganze Sätze zu ihrer Bezeichnung nöthig haben. Schien dort der Fall, dass ein vorhergehendes Glied einer Reihe sinkt, während ein folgendes steigt, verhältnissmässig selten, und der andre Fall, dass die

* Die letzte des ersten Heftes.

frühere Vorstellung noch steigt, während sie von der folgenden überstiegen ist, häufiger vorzukommen: so wird dagegen bei zusammengesetzten Vorstellungen zu erwarten sein, dass die oben (20) erwähnte specifische Schwere derselben ein Hinderniss des Steigens ausmachen werde; daher dann die Cumulation leicht seltener werden kann, als die blosse Copulation. Bekanntlich zeigen aber die alten Sprachen oft genug die Cumulation bestimmt an, während es in den neuern bei der Copulation sein Bewenden hat.

47. Von dem *Zwar* und *Aber*, desgleichen vom *Entweder Oder* ist kaum nöthig noch etwas anzumerken. Da hierin Negationen verborgen sind, so sieht man sogleich, *dass in Einer Vorstellungsmasse mehrere Reihen liegen, die in ihrer Entwickelung sich gegenseitig hemmen.* Man gehe nun zurück in den Anfang der Betrachtung (32, 24). Was gegen die Hemmung anstösst, ist insofern ein Verneintes, worüber das Allgemeine längst anderwärts vorgetragen worden.* Dass eine Verneinung als bevorstehend sich anmeldet in dem *Zwar*, sich ausspricht im *Aber*, in Erinnerung gebracht wird durch das *Sondern*, zurückgewiesen wird durch das *Doch*, liegt in den obigen Entwickelungen; das *Entweder Oder* ist ebenfalls betrachtet worden; man weiss, dass es einen Punct voraussetzt, von wo mehrere Vorstellungsreihen ausgehn; überdies, dass es ausser der gegenseitigen Verneinung noch die Ungewissheit des *Wenn* in sich schliesst. Wir brauchen jetzt nicht auch noch das *Ob* und das *Damit* zu erinnern, um zum Resultate zu gelangen. Es ist nämlich nun leicht genug, den Hauptgedanken aus Allem, was über die Conjunctionen gesagt worden, hervorzuheben; — und hiemit zugleich die Verwandtschaft der Conjunctionen mit den kantischen Kategorien, sofern dieselben aus der Urtheilsform entsprungen sein wollen, darzuthun. Indessen ist zu bevorworten, dass von der metaphysischen Bedeutung der Begriffe, welche Kant unter die Kategorien versetzte, keinesweges die Rede ist; mithin weder von der Substanz, noch von der Ursache, — worüber auf die Metaphysik zu verweisen wäre, — sondern *vom kategorischen und hypothetischen Denken, vom Fortschreiten des Vorstellens im Bereiche des Vielen, sei es Mehr oder Weniger, von der stärkern oder schwächern Assertion, wenn das Wirkliche*

* Psychologie §. 123.

*zwischen dem Möglichen und Nothwendigen erscheint;* kurz von dem, was von den Kategorien übrig bleibt, wenn man die eigenthümliche Bedeutung jedes einzelnen Begriffs bei Seite setzend, bloss den Umstand vesthält, dass *ihr ursprünglicher Sitz in den Urtheilsformen sollte nachgewiesen werden.* Was war in diesen Urtheilsformen zu finden?

**48.** Auf drei Puncte, auf die Reihenform, die Negation, die Gewissheit, lässt sich das Wesentliche reduciren.

Der Reihenform gehören die copulativen nnd cumulativen Conjunctionen; auch das ἄρα, welches auf seiner Stelle stehen bleibt oder auf die alte Stelle zurückweiset, ebenso das μέν und δέ, welches sich nach verschiedenen Richtungen verbreitet. Der Reihenform gehört in den Urtheilen das Umherwandern im Gebiete der Vielheit, möge man sich zur Allheit ausdehnen oder auf Einheit concentriren.

Das Reich der Negation haben wir bei den Conjunctionen gross und mannigfaltig genug gefunden; während das Ja und Nein von der Urtheilsform gerade die Grundlage ausmacht.

Gewissheit tritt im *Weil* und *Denn,* und im kategorischen Urtheile hervor, sofern man es (gleichviel hier, ob logisch gültig,) dem hypothetischen Urtheile entgegensetzt. Ungewissheit dagegen findet sich im *Wenn,* im *Entweder Oder,* vollends im *Ob.* Die nämliche Ungewissheit liegt im hypothetischen und disjunctiven Urtheile; und überdies auch in dem Gegensatze des bloss Möglichen gegen das Wirkliche und gegen dessen gesteigerte Gewissheit im Nothwendigen; wobei zu bemerken, dass der Unterschied der Gewissheit und Ungewissheit zwar nicht ausschliessend, aber doch vorzugsweise von dem Unterschiede zwischen den zugleich sinkenden und den zugleich steigenden Vorstellungen herrührt. Denn die letztern sind es, welche sich eine Gedankenwelt bauen, deren meistens sehr unsicheres Verhältniss zur wirklichen, die Erfahrung jeden Augenblick von neuem in Erinnerung bringt. Aus solchen Erinnerungen entspringt die Gewohnheit des Rückzugs aus dem Ungewissen ins Gewisse, welchen das den Griechen habituelle γε ausdrückt.

**49.** Was nun die Reihenform und die Gewissheit anlangt so *kann* zwar das Urtheil von dort her Bestimmungen *annehmen;* aber sie entspringen nicht aus ihm; sie sind der Urtheils*form* nicht wesentlich. Wenn man spricht: das Brod ist theuer,

so ist der Quantität nach das Urtheil allgemein für den Ort, wo es theuer ist; aber particulär für die Zeit, denn nicht immer war und bleibt es theuer; die Quantität hängt ab von der Auffassung des Subjects. Wer da spricht: wenn der Mond aufgeht, so wird der Weg hell genug zum Reisen, der mag wissen oder *nicht* wissen, *ob* es *jetzt* Neumond oder Vollmond sei; die Urtheilsform bleibt die nämliche, obgleich das Urtheil zwischen Gewissheit und Ungewissheit schwankt. Wesentlich für die Form des Urtheils ist von den angegebenen Arten allein das Ja und Nein; wenn dies weggenommen wird, giebt das Urtheil keine Entscheidung; es ist nicht mehr *Urtheil*, sondern *Frage*. Denn in der Frage liegt das Verhältniss zwischen Subject und Prädicat, welches vom Urtheil nur die erste Grundlage ausmacht.

Sollte also den Eintheilungen der Urtheile, welche in der Logik vorkommen, noch etwas Mehr abgewonnen werden, als die Kategorien Realität und Negation, — oder, wie es eigentlich hätte heissen sollen, die Begriffe des Bejahten und Verneinten,* — so mussten *tiefer* liegende Gründe, *sowohl von* den *Vorstellungen der Reihenform, als der Gewissheit und Ungewissheit*, aufgesucht werden. Das Wesentliche der Urtheilsform reichte nicht hin. Und selbst von der Verneinung würde man umsonst versuchen nachzuweisen, dass sie ausschliesslich *nur* in den Urtheilen entspringe, während sie vielmehr dem Vermissen und Entbehren verwandt ist.

**50.** Kant hat zwar von seinen Kategorien die mannigfaltigsten Anwendungen gemacht; besonders von den vier Begriffen Quantität, Qualität, Relation und Modalität, die eigentlich seine Hauptkategorien, nicht aber blosse Ueberschriften und Rubriken sind. Allein an der Stelle der Vernunftkritik, wo der Sitz der Lehre ist, sieht man ihn weit weniger mit der Verschiedenheit der Kategorien, als vielmehr mit der Behauptung beschäftigt: die Kategorien seien sämmtlich nur zum Erfahrungsgebrauche bestimmt. Hier ist die Gegend, von wo späterhin die fichtesche Ichlehre ausging.

**51.** Fichte gerieth in die Widersprüche des idealistischen Ich, welches sich als Totalität der Realität setzen sollte, statt

* Von eigentlicher Realität kann hier gar nicht die Rede sein. Vergl. Metaphysik I, §. 37.

dessen aber sich durch ein ungeheures Nicht-Ich (die gesammte Aussenwelt) begrenzt setzt, und hiemit sich selbst verneint. Dabei kam der Widerspruch in dem, seiner nothwendigen Beziehungen beraubten, nackt hingestellten Begriffe des Ich zum Vorschein, nach welchem sich das Ich nicht bloss in Object und Subject spaltet, sondern auch mitten in der Spalte das *wahre* Ich liegen soll, nämlich die Identität beider Entgegengesetzten. Dass die *blosse* Analyse der Ichheit, *wenn* man die nothwendige synthetische Untersuchung (die nicht im Ich stecken bleiben darf) *unterlässt*, nichts Anderes ergeben kann als diesen Widerspruch, daran zu denken war Kant weit entfernt. Ihn beschäftigte eine ganz andre Synthesis; eine solche, die längst vor Augen lag, und die er viel zu weit herholte, indem er dazu eigener Handlungen des Geistes zu bedürfen meinte. Er fragte sich: wie doch das Mannigfaltige der Wahrnehmung in die Vorstellung Eines *Objects* zusammentreten möge? Und er antwortete: „die Einheit der Apperception ist „diejenige, durch welche alles in einer Anschauung gegebene „Mannigfaltige in einen Begriff vom Object vereinigt wird“. * Ferner: „unter der Synthesis der Apprehension verstehe ich die „Zusammensetzung des Mannigfaltigen in einer empirischen „Anschauung, wodurch Wahrnehmung möglich wird“. ** Und einige Zeilen weiterhin: „wenn ich die empirische Anschauung „eines Hauses durch Apprehension des Mannigfaltigen derselben zur Wahrnehmung *mache*, so liegt mir die nothwendige „Einheit des *Raums* zum Grunde; — wenn ich das Gefrieren „des Wassers wahrnehme, so apprehendire ich zwei Zustände, „Flüssigkeit und Vestigkeit als solche, die in einer Relation „der *Zeit* gegen einander stehen.“ Nun sollen, nach Kant, Raum und Zeit schon selbst Anschauungen sein, sie sollen ein Mannigfaltiges enthalten, verbinden, vereinigen; sie sollen Bedingungen aller Wahrnehmung sein, und hiemit auch die Bedingungen der Synthesis aller Apprehension enthalten. Und diese Synthesis soll eine andere voraussetzen, die nicht den Sinnen angehört. Denn: „die synthetische Einheit, (welche als „Bedingung der Synthesis aller Apprehension schon mit jenen „Anschauungen gegeben ist,) kann keine andre sein, als die

* Kritik der reinen Vernunft §. 18.

** Ebendas. §. 26.

„Verbindung des Mannigfaltigen einer gegebenen Anschauung „überhaupt in einem *ursprünglichen Bewusstsein, den Kategorien „gemäss, nur auf unsere sinnliche Anschauung angewandt.*" Schon vor dieser Stelle findet man* den Satz: „*die Einheit der An-„schauung ist allein möglich durch die ursprüngliche synthetische „Einheit der Apperception*"; und noch früher** ist diese ursprüngliche Apperception erklärt als *dasjenige Selbstbewusstsein, was,* indem es die Vorstellung: *Ich denke* hervorbringt, die alle andern muss begleiten können, — und in allem Bewusstsein ein und dasselbe ist, — *von keiner weiter begleitet werden kann.* — So sehr verlegen war Kant wegen der Verbindung aller, zur Wahrnehmung eines Objects (des Hauses, des Wassers u. dgl.) gehörigen Theilvorstellungen, dass er, anstatt unmittelbar deren Gestaltung in Betracht zu ziehn, erst den Raum, „als Gegenstand vorgestellt, wie man es in der Geometrie be-„darf", und auf ähnliche Weise die Zeit, zu Hülfe rief; und dann noch den Verstand in Bewegung setzte, um vermittelst der Kategorien endlich den vesten Einheitspunct des Selbstbewusstseins zu erreichen. Denn so lautet seine Aussage: „Ein „Mannigfaltiges, das in einer Anschauung, die ich die meinige „nenne, enthalten ist, wird durch die Synthesis des Verstandes „als zur nothwendigen Einheit des Selbstbewusstseins gehörig „vorgestellt, und dieses geschieht durch die Kategorie".***

Fichte hingegen scheint aus der, nicht wenig verworrenen kantischen Kategorienlehre sich vorzugsweise den Satz heraus gelesen zu haben: „*Wie* aber *das* Ich, der ich denke, von „*dem* Ich, das sich selbst anschauet, unterschieden, und doch „mit diesem letztern als dasselbe Subject einerlei sei; wie ich „also sagen könne: Ich, als Intelligenz und *denkendes* Subject, „erkenne mich selbst als *gedachtes* Object, *sofern ich mir noch „überdas in der Anschauung gegeben bin* (nur, gleich andern „Phänomenen, nicht wie ich vor dem Verstande bin, sondern „wie ich mir erscheine), hat nicht mehr und *nicht weniger* Schwie-„rigkeit, als wie ich mir selbst *überhaupt* ein *Object,* und zwar „der Anschauung und innerer Wahrnehmungen sein könne." Hätte sich Kant selbst ernstlich mit dieser Frage beschäftigt,

* Kritik der reinen Vernunft §. 20.
** Ebendas. §. 16.
*** Ebendas. §. 21.

so wäre seine Lehre, und hiemit die ganze neuere Philosophie, eine andere geworden.

52. Ein starkes Zeichen, dass Kant diesen Theil seiner Untersuchungen nicht durchgearbeitet, nicht zur Reife gebracht hatte, liegt in der gänzlich vernachlässigten, und dennoch sich unmittelbar aufdringenden Frage: warum wird nicht das Haus mit dem Baum daneben, mit dem Menschen davor, — warum nicht das Wasser mit seinem Gefässe als Eins aufgefasst? Die Synthesis, welche in der Vorstellung des Raums schon liegt, die Einheit des Selbstbewusstseins, worin jene Vorstellungen als die meinigen zusammentreten, sammt dem begleitenden: *ich denke*, und sammt allen Kategorien, alles dies steht bereit, um noch viel mehr Mannigfaltiges, als das, was zu Einem Objecte gehört, zu vereinigen. Woher nun Begrenzung und hiemit Gestaltung der Objecte?

Das ist leicht, möchte Einer sagen. Man sieht ja die Dinge sich bewegen. Die Menschen gehn vor dem Hause vorüber; das Wasser wird ins Gefäss hinein und wieder heraus gegossen.

Aber diese natürliche Antwort scheint sehr fern gelegen zu haben; denn Kant sagt in einer Note: „Bewegung eines Ob„jects im Raume gehört nicht in eine reine Wissenschaft, folg„lich nicht in die Geometrie; weil, dass etwas beweglich sei, „nicht *a priori*, sondern nur durch Erfahrung erkannt werden „kann. Aber Bewegung, als *Beschreibung* eines Raumes, ist „ein reiner Actus der successiven Synthesis des Mannigfalti„gen in der äussern Anschauung überhaupt durch *productive* „*Einbildungskraft*“ (später ein Lieblingswort Fichte's,) „und „gehört nicht allein zur Geometrie, sondern sogar zur Trans„scendental-Philosophie.“ So vertieft war Kant in die Synthesis, dass ihn die Frage nach der Sonderung und Gegenüberstellung der Objecte gar nicht zu berühren schien. Und doch, wenn ein Gegenstand verschiedene Theile hat, kann er nicht einmal als Ein Ganzes aufgefasst werden, bevor seine Theile gesondert sind; denn ohne Theile giebt es kein Ganzes.

53. Will man sich in die kantische Kategorienlehre vollständiger hinein versetzen, so ist dienlich, jene berühmte Stelle in Betracht zu ziehen, welche der Unterscheidung zwischen Phänomenen und Noumenen voransteht. „Wir haben jetzt das „Land des reinen Verstandes nicht allein durchreiset, und je„den Theil davon sorgfältig in Augenschein genommen, son-

„dern es auch durchmessen, und jedem Dinge auf demselben „seine Stelle bestimmt. Dieses Land aber ist eine Insel, und „durch die Natur selbst in unveränderliche Grenzen einge-„schlossen. Es ist das Land der Wahrheit, umgeben von „einem weiten und stürmischen Ocean, dem eigentlichen Sitze „des Scheins, wo manche Nebelbank und manches bald weg-„schmelzende Eis neue Länder lügt; und indem es den auf „Entdeckungen herumschwärmenden Seefahrer unaufhörlich „mit leeren Hoffnungen täuscht, ihn in Abentheuer verflicht, „von denen er niemals ablassen, und sie doch auch niemals zu „Ende bringen kann." Diese Stelle schon drohet der rationalen Psychologie, den antinomischen Sätzen, der speculativen Theologie; es sind kritische Zwecke, welche dem Kritiker vorschweben, und der Hauptsatz der Kategorienlehre ist der: „die „Kategorie hat keinen andern Gebrauch zur Erkenntniss der „Dinge, als ihre Anwendung auf Gegenstände der Erfahrung."

Für den kritischen Zweck nun schien nicht nöthig, dem Ursprunge der Kategorien tiefer nachzuforschen. Daher die Behauptung: „Von der Eigenthümlichkeit unseres Verstandes, „nur vermittelst der Kategorien, und nur gerade durch diese „Art und Zahl derselben, Einheit der Apperception *a priori* „zu Stande zu bringen, lässt sich eben so wenig ferner ein „Grund angeben, als warum wir gerade diese und keine andre „Functionen zu urtheilen haben; oder warum Zeit und Raum „die einzigen Formen unsrer möglichen Anschauung sind."

In demselben Sinne fortfahrend würde ein Grammatiker sagen: von der Eigenthümlichkeit unserer Sprache, nur vermittelst der Conjunctionen, und nur gerade durch diese Art und Zahl derselben, Zusammenhang in den Ausdruck unserer Gedanken zu bringen, lässt sich eben so wenig ferner ein Grund angeben, als warum zu einem Satze ein Hauptwort und ein Zeitwort gehört, und warum Sätze zu Perioden verbunden werden können.

54. Was war denn nöthig für den kritischen Zweck? — Nichts weiter, als die Sache so liegen zu lassen, wie sie in der kantischen Ansicht schon lag? Freilich nach dieser Ansicht *standen* nun einmal das Mannigfaltige der Empfindung und die Einheit des Bewusstseins einander gegenüber; zwischen beiden gewisse Formen, die sich geschickt zeigten, das Mannigfaltige in sich aufzunehmen. War es nun genug, auszusprechen:

Seht! die Formen sind die eurigen; gebrauoht sie, wozu sie gut sind —?

In der That enthält die Stelle der Vernunftkritik,* wo der Gebrauch der Kategorien auf Erfahrung beschränkt wird, sonst nichts Wesentliches. Es heisst dort: „Zur Erkenntniss gehören „zwei Stücke: erstlich der Begriff, wodurch überhaupt ein Gegenstand gedacht wird (die Kategorie); und zweitens die Anschauung, wodurch er gegeben wird."

Wie, wird man fragen, *zuerst* der leere Gedanke, und *dann* erst das Gedachte? was ist denn ein Denken ohne Gedachtes?

Unbekümmert um solche Fragen fährt Kant fort: „Denn, „könnte dem Begriffe eine correspondirende Anschauung gar „nicht gegeben werden, so wäre er ein Gedanke der Form „nach, aber ohne allen Gegenstand, — — und durch ihn gar „keine Erkenntniss von irgend einem Dinge möglich; weil es, „*soviel ich wüsste*, nichts gebé, *noch geben könnte*, worauf mein „Gedanke *angewandt* werden könnte."

„Nun ist alle uns mögliche Anschauung *sinnlich*, „also" — Das Uebrige versteht sich von selbst; die vorgebliche intellectuelle Anschauung wird sich dadurch nicht widerlegt bekennen.

55. Was unternahm aber Kant für seinen kritischen Zweck durch seine Kategorienlehre?

Die vorhandenen Formen, welche zur Aufnahme des Mannigfaltigen (seiner Meinung nach) *bereit standen*, mussten wenigstens *aufgesucht*, und durchmustert werden. Mangel an Vollzähligkeit, Aufraffen dessen, was sich gerade dargeboten habe, wirft er dem Aristoteles vor; in die weite Schatzkammer der Sprache hineinzugehn mochte ihm als Anlass zu ähnlichem Aufraffen bedenklich scheinen. Das Capitel von den Urtheilen in der Logik ist freilich nicht so gross, dass man wegen der Weite des Raumes sich darin verirren könnte! Eben hier nun meinte er den Leitfaden zur Entdeckung *aller* reinen Verstandesbegriffe zu finden.

Das Wesentliche, worauf er sich stützt,** ist die Behauptung: *jeder Begriff sei als Prädicat eines möglichen Urtheils zu denken.* „Er ist also nur dadurch Begriff, dass *unter ihm* andre Vor-

* A. a. O. §. 22.

** A. a. O. im Eingange zum §. 9; unmittelbar vor der Tafel der Eintheilungen der Urtheile.

„stellungen enthalten sind." Darum, meint er, könne der Verstand von Begriffen *keinen andern Gebrauch machen, als dass er dadurch urtheile.* Natürlich ist nun der Schluss: also lernt man *alle* die Arten des Verstandesgebrauchs kennen, wenn man die Arten der Urtheile kennt.

Sind denn aber die sämmtlichen Begriffe nicht anders zu gebrauchen, ausser so, dass sie in den Urtheilen die *Stelle des Prädicats* einnehmen? Woher dann die Subjecte für diese Prädicate? Und wie sollen sich die Arten des Verstandes*gebrauchs* in Kategorien verwandeln, d. h. in Begriffe von den *Gegenständen*, welche mögen erkannt werden? Gesetzt z. B. es gebe eine kategorische Urtheilsform, vermöge deren man sagen könne: grosse Hitze und Kälte sind tödtlich, — ist denn nun diese kategorische Art, den Begriff *tödtlich* als Prädicat für Hitze und Kälte zu gebrauchen, etwa die Kategorie der Substanz? Und was ist nun die Substanz in diesem Beispiele? Der Begriff *tödtlich* gewiss nicht, denn eine Substanz ist nur Subject und nicht Prädicat. Sind denn etwa die Subjecte Hitze und Kälte, beide auf gleiche Weise, für Substanzen erklärt oder auch nur dafür gehalten und angenommen, weil einerlei Prädicat ihnen kategorisch beigelegt wurde? Oder stehen hier etwa Hitze und Kälte am unrechten Orte, indem sie nicht als Prädicate auftreten, wiewohl sie freilich Prädicate anderer möglicher Urtheile sein können? Es scheint schwer, hier nur irgendwie den kantischen Zusammenhang der Gedanken zu errathen.

Begriffe treten so oft und überall in den Platz des Subjects, dass kaum zu begreifen ist, wie auf den Umstand, dass sie *auch als Prädicate* vorkommen, irgend ein Gewicht mochte gelegt werden.* Wo von Bäumen und Steinen, von Menschen und Thieren etwas ausgesagt wird, da wird geurtheilt, und indem die Begriffe Baum, Stein, Mensch, Thier, *anstatt* sichtbarer Gegenstände gebraucht sind, liegt der Act des Urtheilens darin, dass ihnen selbst, als den Repräsentanten dieser Gegenstände, irgend welche Prädicate beigelegt werden. Darum sind sie Subjecte, wiewohl sie auch Prädicate sein könnten.

Man mag alles Vorerwähnte, — die gesuchte Vereinigung des Mannigfaltigen in der Wahrnehmung, damit ein Begriff vom

* Wir wollen hier nicht wiederholen, was gegen den Fehler, den Begriffen schon als solchen einen Umfang beizulegen, anderwärts ist gesagt worden. Man vergleiche Psychologie §. 120.

Object herauskomme, also die Synthesis der Apprehension, die Einheit der Apperception, das begleitende: *Ich denke,* selbst jene successive Synthesis durch productive Einbildungskraft, — kurz Alles, was in dieser speculativen Angelegenheit wesentlich schien, zusammennehmen: damit erreicht man noch immer keine Erklärung des Missgriffs, die Kategorien nach Anleitung der Verschiedenheit in den logischen Urtheilsformen zusammen zu suchen. Auch ist in den andern Schulen, die späterhin aus der kantischen hervorgingen, dieser Missgriff allmälig unwirksam geworden.

Selbst der Satz: „die logische Form aller Urtheile besteht in „der objectiven Einheit der Apperception der darin enthaltenen „Begriffe",* konnte Anlass zu besserer Ueberzeugung geben. Denn die objective Einheit der Apperception lässt keine nothwendigen *Verschiedenheiten* der logischen Formen erblicken; als ob in ihr, als dem eigentlichen Sitze aller Urtheile, etwas von Quantität, Qualität, Relation, Modalität begründet wäre. Dagegen hatte man Jahrhunderte lang in den Vorträgen der Logik das *A, E, I, O,* unterschieden, ohne an objective Einheit der Apperception zu denken.

56. Schon die Gerechtigkeit gegen Kant erfodert, an den wahren und richtigen Anfangspunct seiner Betrachtungen zu erinnern. Diesen erkennt man am leichtesten aus der Art, wie er seine Lehre von Raum und Zeit einführt. Er sagt: „Damit „gewisse *Empfindungen* auf etwas ausser mir bezogen werden, „desgleichen damit ich sie als ausser und neben einander vor-„stellen könne, dazu muss die Vorstellung des Raumes schon „zum Grunde liegen."

Also bis auf die Empfindungen ging Kant zurück. Der Zusatz, die Vorstellung des Raums müsse schon zum Grunde liegen, ist zwar nichts als eine *petitio principii;* aber was die Empfindungen anlangt, so ist unbestreitbar, dass in dem Grün, Gelb, Hart, Weich, jedes einzeln genommen, kein Aussereinander liegt; und dass hieraus vorläufig eine Ungewissheit folgt, woher die Vorstellung — zwar nicht *des Raums,* der noch nicht hieher gehört, — aber des Räumlichen, als einer *Sonderung des Empfundenen,* wohl kommen möge? Die Auseinandersetzung, und ebenso das Nacheinander-Setzen, bedarf einer

* Kritik der reinen Vernunft §. 19.

Erklärung, *denn das Gegebene scheint, wenn man es in alle Partialvorstellungen auflösen könnte, die nämliche Summe derselben zu enthalten, wenn auch die Gestaltung verändert würde.*

Ueber den Fehlschluss aus der Nothwendigkeit der Vorstellung des Raums, desgleichen über die unrichtige Behauptung, der Raum werde als eine unendliche gegebene Grösse vorgestellt, ist anderwärts gesprochen.*

Diese Unrichtigkeiten hindern nicht, dass man jene Bemerkung über die Empfindungen weiter benutzte. Im Gegentheil, die nämliche Bemerkung trifft die sämmtlicheu Formen der Erfahrung.

Dass nun die Synthesis in Raum und Zeit, die Synthesis in den Begriffen von Substanz und Accidens, Ursach und Wirkung, die Synthesis in den Urtheilen, die Synthesis im Selbstbewusstsein, dem *anscheinend unverbundenen* Mannigfaltigen der Empfindung gegenüber hervortrat; dass Kant hierauf seine ganze Aufmerksamkeit richtete, dass er hierin die ursprüngliche Mitgabe des menschlichen Geistes zu finden glaubte: — dies Alles, fehlerhaft wie es ist, konnte bleiben wie es war, ohne dass *deshalb* die Erkenntnissbegriffe, die Kategorien, in den Arten der Urtheile brauchten gesucht zu werden.

57. Hingegen würde dies Alles sich plötzlich bedeutend verändert haben, wenn Kant sich die Frage vorgelegt hätte: *wie ist Beobachtung möglich?*

Denn in der Beobachtung eines gegebenen Gegenstands hängt die Synthesis von der Empfindung ab. Bedürfte man keiner Empfindung, um zu den Bestimmungen des Objects zu gelangen, so könnte man die Mühe des Beobachtens sparen; was man *a priori* besitzt, bringt man schon mit; aber damit erfährt man nichts von dem: wie lang? wie breit? wie früh? wie spät? — Nichts von den Umständen, welche bei einem Experiment wesentlich oder zufällig sind. Zu allem diesen gehört Sehen, Hören, Tasten, also Empfinden.

Und die Empfindung bestimmt nun wirklich die verlangte Synthesis. Also war es eine unrichtige Meinung, dass sie nur ein unverbundenes Mannigfaltiges liefere. Also ergiebt sich, dass Verbindung *zwar nicht im Empfundenen liegt,* aber *mit* dem

* Psychologie §. 144.

Empfundenen gegeben wird, *indem das Empfundene sich unter einander verbindet.*

58. Daraus folgt nun eine gänzliche Umkehrung der kantischen Ansicht über jene Synthesen; und über die vorgeblich bereit stehenden Formen.

Die Synthesis versteht sich überall von selbst, weil keine Scheidewände im Bewusstsein (eigentlich in der Seele) vorhanden sind.

Dem gemäss sollte Alles in ein ungeschiedenes Eins zusammenfallen. Insbesondere der Raum, — von welchem Kant bemerkt, er enthalte Zusammenfassung des Mannigfaltigen in eine anschauliche Vorstellung, — sollte völlig in einander schwinden, so dass es kein Aussereinander mehr gäbe; die Zeit sollte ebenso ihr Nacheinander verlieren, und nur ihr Zugleich behalten. Das ereignet sich aber nicht. Und *dass* es sich nicht ereignet, *davon* sind die Gründe aufzusuchen, weil es keiner Gründe der Synthesis bedarf.

Man weiss, dass wir damit beschäftigt waren und sind; denn von nichts Anderem ist die Rede, als von den gegenseitigen Hemmungen unter den dazu geeigneten Vorstellungen. Es kam hier nur darauf an, gelegentlich den Gegensatz gegen die kantische Lehre zu bezeichnen. *Formen der Hemmung* (anstatt der Formen der Synthesis), *wie wenn dergleichen ursprünglich in der Seele lägen,* wird Niemand hier erwarten; und es ist nicht daran zu denken, obgleich sich dadurch das Gegenstück vollenden würde. Dennoch sind Raum und Zeit allerdings eben sowohl Formen der *Trennung,* als Formen der Zusammenfassung. Doch wir kehren zurück zu den Kategorien; und zwar zunächst zu den kantischen.

59. Es ist aus dem Vorhergehenden offenbar, dass man dieselben in doppelter Hinsicht betrachten kann, erstens als Begriffe von den Verschiedenheiten in den Formen der Urtheile, zweitens als Erkenntnissbegriffe. Nach ihrem Ursprunge können sie nur das Erste, nach ihrer Bestimmung sollen sie das Zweite sein.

Der erste Gesichtspunct veranlasst zwar zuvörderst die Frage, ob die vier Eintheilungen der Urtheile richtig aufgestellt seien? Darüber können wir indessen uns hier hinwegsetzen. Denn von der logischen Geltung ist nicht die Rede; für die Psychologie aber ist die Thatsache, dass die bekannten zwölf Arten

der Urtheile wirklich vorkommen, und beim Gebrauch unterschieden werden, nicht zu bezweifeln; der Anspruch auf Vollständigkeit kommt, wie man bald sehen wird, nicht in Betracht. Allein wenn wir nun die Tafel jener Eintheilungen nehmen wie sie vorliegt, so können wir doch unmöglich einräumen, dass die kantischen Kategorien daraus abzuleiten seien; denn es ist kaum zu begreifen, wie man je daran denken konnte, blosse Bejahung für den Begriff der Realität, kategorisches Urtheilen für Anzeige der Substantialität, logische Dependenz, wenn sie auch wirklich immer das Verhältniss von Grund und Folge enthielte, für Ursach nnd Wirkung, Disjunction für reale Gemeinschaft gelten zu machen. Da dies Alles gänzlich unzulässig ist, müssen wir zuerst diejenigen Begriffe hinstellen, welche wirklich das Verschiedene der zwölf Urtheilsformen anzeigen.* Sie mögen so benannt werden:

*Quantität*
Allgemeines
Besonderes
Einzelnes

*Qualität*
Bejahung
Verneinung
Begrenzung

*Relation*
Entscheidung
Bedingung
Schwankung

*Modalität*
Zulassung
Annahme
Behauptung.

60. Jetzt fragt sich: haben diese Begriffe da, wo sie sich finden, nämlich in den Urtheilen, auch ihren Grund und Boden; dergestalt dass, *wenn sie noch anderswo vorkommen*, nöthig sei, sie *als abgeleitet* aus solchen Functionen unseres Geistes, wie Bejahen, Verneinen, Entscheiden, Bedingen, Zulassen, Annehmen u. s. w. anzuerkennen? — (Den Ausdruck: *Functionen*, bietet uns Kant, der von der logischen Function des Verstandes in Urtheilen redet, und kurz zuvor von den Functionen *der Einheit in den Urtheilen.*)

* Aus Nachgiebigkeit ist hier die Begrenzung an ihrer gewohnten Stelle gelassen; es ist *hier* nicht nöthig, dagegen Einspruch zu erheben. Man vergleiche unten 68 und 71.

Gesetzt, man müsse diese Frage bejahen, so entsteht die Aufgabe, jene Conjunctionen der Sprache, die copulativen und adversativen, die conditionalen, causalen, conclusiven, sammt den disjunctiven und concessiven, *aus* dem Innern der Urtheile, *aus* den Formen jener Einheit, worin sich das Prädicat dem Subjecte anfügt, *abzuleiten*. Jenes Zusammenfassen also, was vollständig in der Form des allgemeinen, minder vollständig in der des particulären Urtheils liegt, müsste *von dorther*, wo Alle oder Einige als Subject auftreten, herüber gewandert sein, um sich in die engen Behausungen solcher Wörtchen, wie: *Und, Sowohl Als auch*, τε und καί (allenfalls auch μέν und δέ), zu begeben. Dies um desto gewisser, wenn die logische Allgemeinheit sich in *Allheit*, die logische Particularität in *Vielheit* transformiren soll. Ferner müsste das Nein, welches zwischen Subject und Prädicat steckt, seinen dortigen, vermeintlich ursprünglichen, Wohnsitz verlassen haben, um die verschiedenen Gestalten des *Zwar, Aber, Sondern, Doch, Weder Noch, Entweder Oder* anzunehmen. Am *Entweder Oder* würde sich dann auch das Bedingen und Schwanken einen Antheil vindiciren. Aus dem Zulassen und Bedingen möchte man das *Ob*, sammt dem Verwandten, dem *Obgleich* und *Wenngleich*, zu construiren versuchen; doch bei letzteren würde auch etwas vom Verneinen sich einmischen. Um aber vollends das *Weil*, und *Dann*, und *Damit* zu erreichen, möchte wohl das Annehmen, ja das Behaupten sich mit dem Bedingen in irgend eine Verbindung einlassen müssen. Man mag nun hier die obigen Auseinandersetzungen (45—47, sammt dem was vorhergeht) vergleichen.

**61.** Hat man vom psychischen Mechanismus, und von der möglichen Verschiedenheit und Bewegung der Vorstellungsmassen, auch nur den ersten Begriff gefasst: so weiss man, dass zwar alle Sprachen der Welt, sammt allen ihren Conjunctionen und Hülfsmitteln jeder Art, immer nur einen unvollkommenen Ausdruck für die Structur der Vorstellungsmassen liefern können; dass aber die Urtheilsformen davon noch viel weiter entfernt sind, indem selbst der Periodenbau mit aller seiner Mannigfaltigkeit noch lange nicht hinreicht, um das Innere völlig auszusprechen. Gleichwohl liegt in den Perioden und deren Verknüpfungen das *Bestreben, sich auszusprechen;* die Urtheile, als Bestandtheile der Perioden, müssen zur Aeusserung jenes Bestrebens beitragen, soviel sie können. Kein Wunder also,

dass *etwas von dem,* was man in den Conjunctionen vollständiger wahrnimmt, *auch schon* in den Urtheilen zu sehen ist; nur kann man *aus* den Urtheilen nicht mehr herausnehmen, als was *in* ihnen liegt; die Verbindung der mehrern Urtheile in der Periode, der Perioden in der Rede, endlich der *aus der Gedankenmasse* hervortretenden Rede in *dieser* Masse selbst, welche der Schooss und Ursprung von dem Allen ist, — bleibt die Hauptsache; und diese Hauptsache ist weder in den einfachen Urtheilen, noch in dem Wenigen, was die Logik von den zusammengesetzten (den hypothetischen und disjunctiven) Urtheilen zu sagen pflegt, gehörig zu erkennen.

Hatte nun Kant einmal die Richtung genommen, Reflexionen über die, thatsächlich vorhandenen, in der Logik verzeichneten, Formen und Urtheile anzustellen; gedachte er die wahre Natur unseres Verstandes durch solche Reflexionen zu ergründen; wollte er davon einen kritischen Gebrauch machen: so musste diese Art von Kritik einen viel breitern Boden bekommen, und sie konnte ihn erreichen, wenn von Urtheilen zu Perioden, von Perioden zum Bau der Sprachen überhaupt fortgegangen wurde. Dann wäre der unglückliche Name: *transscendentale Logik*, wodurch dem Worte *Logik* ganz falsche Nebenbedeutungen angehängt wurden, wahrscheinlich niemals in Gebrauch gekommen; denn die philosophische Untersuchung über den Sprachbau, der das blosse *Aneinanderreihen der Worte* zu verbessern sucht, damit die wahre Configuration der Gedanken zu erkennen sei, — würde sich wohl passendere Benennungen gewählt haben.

Durch solches Fortschreiten in der einmal eingeschlagenen Richtung hätte sich nun freilich Kant noch weiter vom Aristoteles entfernt; aber die Folge wäre kein Nachtheil, sondern sehr annehmlich gewesen. Die Kategorien, *welche man schon in einzeln stehenden Worten entdeckt*, wären dem Aristoteles als *sein* Eigenthum verblieben; den Zusammenhang derselben mit dem psychischen Mechanismus hätte Kant noch immer aufzudecken Gelegenheit genug behalten.

**62.** Soll nun zweitens (nach 59) auch noch von der *Bestimmung* der kantischen Kategorien gesprochen werden: so ist zuvörderst offenbar, dass dieselbe den Kreis der aristotelischen nicht überschreitet. Aristoteles redet von Erfahrungsgegenständen; selbst seine *οὐσία*, die man unpassend mit *substantia*

übersetzt hat, ist ein sinnliches *Ding*, wie Mensch, Pferd; und er findet zunächst nur nöthig, dem Worte eine zwiefache Bedeutung zu geben, nämlich so, dass es erstlich und vorzugsweise (*πρώτως καὶ μάλιστα*) das Individuum, dann zweitens die Art (*εἶδος*) bedeute. Erst gegen das Ende der Betrachtung bemerkt er, die *οὐσία könne*, ohne sich zu vervielfältigen, entgegengesetzte Bestimmungen annehmen (*ἡ οὐσία, ἓν καὶ ταὐτὸν τῷ ἀριθμῷ ὄν, δεκτικὴ τῶν ἐναντίων ἐστίν*). Dabei aber fällt ihm noch immer nicht ein, den Kreis der Sinnendinge zu überschreiten. Der Mensch, sagt er, kann warm und kalt, besser und schlechter werden. *

Dass die kantischen Kategorien ebenfalls *bestimmt* waren, den Erfahrungskreis nicht zu überschreiten, liegt am Tage; denn wir lesen ausdrücklich bei ihm den Satz: „die Kategorie hat „keinen andern Gebrauch zur Erkenntniss der Dinge, als ihre „Anwendung auf Gegenstände der Erfahrung.“

Ob er diesem Satze treu geblieben sei, ist eine andre Frage. Er lehrt weiterhin: bei allem Wechsel der Erscheinungen beharret die Substanz, und das Quantum derselben wird in der Natur weder vermehrt noch vermindert. Er fährt fort: „Ich „treffe von diesem synthetischen Satze nirgends auch nur den „Versuch von einem Beweise an. In der That ist der Satz, „dass die Substanz beharrlich sei, tautologisch. Denn bloss „diese Beharrlichkeit ist der Grund, warum wir auf die Er„scheinung die Kategorie der Substanz anwenden; und man „hätte beweisen müssen, dass *in allen* Erscheinungen etwas „Beharrliches sei, an welchem das Wandelbare nichts als Bestimmung seines Daseins ist.“ Also in den Erscheinungen *inwohnend* soll etwas Beharrliches sein? Das müsste selbst *erscheinen*, und brauchte dann nicht erst *bewiesen* zu werden. Dass aber in die Erscheinungen etwas *hineingedacht* wird, welches als der gemeinsame Träger (das *substratum*) *aller* simultanen und successiven sinnlichen Merkmale Eines und desselben Dinges angesehen wird: das ist eine Thatsache nicht des Erscheinens sondern des Denkens. Dabei erhebt sich die zwiefache Frage: erstlich, ist das Denken richtig und gültig? zwei-

* Kaum ist noch der Mühe werth, etwas so Offenbares zu bestätigen, sonst könnte wegen des Worts *οὐσία* noch auf des Porphyrius isagoge II, 24 verwiesen werden, wo es heisst: *ὥσπερ ἡ οὐσία, ἀνωτάτω οὖσα τῷ μηδὲν εἶναι πρὸ αὐτῆς γένος, ἦν τὸ γενικώτατον κ. τ. λ.*

tens: wenn richtig und gültig, ist es auch vollendet? oder nur ein angefangenes, weiter fortzuführen? — Als solches haben wir es längst nachgewiesen und entwickelt; hier ist nicht der Ort, diese rein metaphysische Betrachtung zu erneuern.* Der kantische Beweis aber ist lediglich charakteristisch für Kant's Ansichten. „*Die Zeit — bleibt und wechselt nicht. Die Zeit aber* „*kann für sich nicht wahrgenommen werden. Folglich — muss in* „*den Gegenständen der Wahrnehmung das Substrat anzutreffen* „*sein, welches die Zeit überhaupt vorstellt. Es ist aber das Sub-* „*strat alles Realen die Substanz.*"

Dieser vorgebliche Beweis ist nun eine unpassende Darstellung jener Thatsache des Denkens; denn die Zeit ist hier unnöthig, und der Einheitspunct schon der simultanen Merkmale verfehlt. Das Gold muss schon als Substanz gedacht werden, wenn es als das Eine aufgefasst wird, welches ausgedehnt, starr, gelb, glänzend, schwer, und in gewissem Grade hart, *zugleich* ist: man hat gar nicht nöthig, es auch noch als dasjenige zu denken, welches *zu anderer Zeit* dehnbar, schmelzbar, feuerbeständig, und seinen chemischen oder merkantilischen Verhältnissen angemessen befunden wird. Die Zeit da-

* Man wird leicht bemerken, dass die vorliegende Abhandlung weit davon entfernt ist, sich auf den Standpunct zu stellen, von wo eine umfassende Kritik der kantischen Lehre möglich sein würde. Die Kategorien, von denen hier gesprochen wird, sind zu den *einzelnen* fehlerhaften Parthien dieser Lehre zu rechnen, dergleichen überhaupt nicht hätten vorkommen können, wenn die Anlage der ganzen Arbeit richtig gewesen wäre. Bei Kant ist zwischen den Erscheinungen und der intelligibeln Welt eine unübersteigliche Kluft, weil die Motive, derenwegen diese zu jenen muss hinzugedacht werden, nämlich die Widersprüche in den Formen der Erfahrung, bei ihm gänzlich im Dunkeln bleiben. Daher sieht seine ganze Speculation so aus, als käme es nur darauf an, sich mit guter Manier aus einem verwickelten Handel zu ziehn. Dass die Späteren in den Widersprüchen stecken blieben, war *ihr* Fehler, den man jedoch durch *Rückschritte* zur kantischen Lehre nicht wieder gut machen würde. Die vermeinte Kluft *kann* nicht bloss überstiegen werden, sondern das *muss* in so weit geschehen, als Psychologie und Naturphilosophie den menschlichen Erfahrungskreis zu ergänzen dienen; nur darf damit nicht eine Schwärmerei verbunden werden, als ob man jenseits der Milchstrasse eine Reise gemacht hätte, und davon zu erzählen wagen dürfte. Uebrigens bleibt das grosse Verdienst Kants, die praktische Philosophie gänzlich unabhängig von der theoretischen hingestellt zu haben, hier unberührt und unbestritten. Man mag vergleichen, was im ersten Bande der Metaphysik über die kantische Lehre gesagt worden.

gegen muss als die Form des Wechsels gedacht werden; und bevor dies geschehen ist, lässt sich in den Worten: sie bleibe und wechsele nicht, auch nicht einmal ein Sinn finden. Das Beharrliche bloss als solches kann gar keine Zeit vorstellen; es ist das Zeitlose, und geräth in die Zeit nur durch das, was als zufällig an ihm wechselnd angesehen wird. Auf das seltsame Postulat: die Zeit *müsse* wahrgenommen werden, welches dem vorgeblichen Beweise zum Grunde liegt, (denn ohne diese Voraussetzung wäre nicht abzusehen, warum ein Repräsentant der Zeit auftreten *müsste*,) brauchen wir uns hier nicht einzulassen.

Also während Aristoteles sich im Kreise der Erfahrung hält, geht Kant wider seinen Willen darüber hinaus, indem er vom Substrat alles Realen redet, welches jenseits der Erscheinung liegt, und niemals in den Kreis derselben eintreten kann. War dies Hinausgehen einmal geschehen, so musste es fortgesetzt werden; wir wollen es als nicht geschehen betrachten; denn wir wollen für jetzt im Kreise der Kategorien, ihrer angekündigten Bestimmung gemäss, bleiben.

63. Die am gehörigen Orte * längst gegebene Anzeige der vier Hauptkategorien: ***Ding, Eigenschaft, Verhältniss, Verneintes,*** war der Hauptsache nach nicht als etwas Neues anzusehn. Sie trifft ganz nahe mit der Angabe des Aristoteles zusammen; wie auch schon dort hinreichend bemerklich gemacht worden. Es kommt zuerst darauf an, dass die *οὐσία* (ohne Anspruch an die metaphysische Bedeutung des Seienden) an die Spitze gestellt werde, oder vielmehr stehen bleibe, wie Aristoteles sie gestellt hatte. Denn die Kategorien sollen Erkenntnissbegriffe sein; das setzt den Gegenstand voraus, worauf unmittelbar und zunächst das Erkennen sich richtet. Dann tritt die Urtheilsform hinzu; nämlich die ganz allgemeine aller Urtheile, ohne Erwähnung irgend welcher Arten und Eintheilungen. Das Allgemeinste, was selbst die Frage mit dem Urtheile gemein hat, ist die Anknüpfung des Prädicats an das Subject; der bestimmte Unterschied des Urtheils von der Frage liegt im Ja und Nein. Das Nein aber liegt in der Kategorie des Verneinten, und entspringt *mit ihr* aus den *wider eine Hemmung anstossenden* Vorstellungen, wo sie mit dem Vermissten, Entbehrten, Begehrten einerlei Grund und Boden hat. Die Kategorie für jedes Prä-

* Psychologie §. 124.

dicat würde Eigenschaft sein, wenn nicht sehr viele Prädicate ihren Sitz bloss im zusammenfassenden Denken hätten; so dass ein Unterschied hervortritt, je nachdem ein Gegenstand für sich allein, oder in Verbindung mit andern aufgefasst war. Nur im ersten Fall kann das Prädicat ihm selbst zugeeignet werden, so dass er es behalte, auch wenn Anderes kommt und geht. Im zweiten Falle, wo der Gegenstand nur für die Zusammenfassung mit andern ein Prädicat annimmt, welches wegfällt sobald die Zusammenfassung verschwindet oder sich ändert, entsteht die Kategorie des Verhältnisses. Diese letztre, wenn man ganz genau sein will, beruht auf den bedingten Verneinen; nämlich auf dem Wegfallen des Prädicats nach aufgelöster Zusammenfassung; allein bei veränderter Zusammenfassung wird das Aufhören der vorigen wenig bemerkt; daher natürlich genug Eigenschaft und Verhältniss einander können gegenüber gestellt werden.

Nun hat Aristoteles in den letzten Capiteln der Schrift von den Kategorien einige Nachträge hinzugefügt; der erste davon ist der Begriff des Entgegengesetzten. *Λέγεται ἕτερον ἑτέρῳ ἀντικεῖσθαι τετραχῶς· ἢ ὡς τὰ πρός τι, ἢ ὡς τὰ ἐναντία, ἢ ὡς στέρησις καὶ ἕξις, ἢ ὡς κατάφασις καὶ ἀπόφασις.* Dass hier die Verneinung zum Grunde liegt, bedarf keiner Erläuterung. Das *πρός τι* war schon in der ersten Angabe der Kategorien mit aufgeführt. Das *ποσόν* und *ποιόν* haben wir als Unterabtheilung der Eigenschaft betrachtet, worüber weiterhin noch eine Bemerkung folgen soll. Was die übrigen aristotelischen Kategorien anlangt, so ist das *ἔχειν*, wie das letzte Capitel aussagt, vieldeutig, jedenfalls aber den vorigen unterzuordnen; das *ποῦ*, *ποτὲ*, *κεῖσθαι*, *ποιεῖν*, *πάσχειν* gehören sämmtlich in die Klasse des *πρός τι*.

64. Für den Mangel bei Kant, dass dort an der Spitze der Kategorien die *οὐσία* fehlt, kann man auf den ersten Blick glauben, dreifachen Ersatz bei ihm zu finden. Unter der Rubrik: *Qualität* (gemäss dem was bei den Urtheilen Qualität heisst) hat er die Realität; unter der Rubrik: *Relation* führt er die Subsistenz auf; endlich bei der *Modalität* bietet er noch die Wirklichkeit an. Ist nun die *οὐσία*, das *Ding*, unter der Realität, oder Subsistenz, oder Wirklichkeit zu verstehen? Vielleicht unter allen dreien; vielleicht unter keiner von diesen. Was er bei der Realität gedacht hat, zeigt die sogenannte An-

ticipation der Wahrnehmung: das Reale, was Gegenstand der Empfindung ist, habe intensive Grösse, oder einen Grad. Es ist nun schon ein sehr wunderlicher Ausdruck, von einem *Gegenstande der Empfindung* zu reden. Empfindungen sind Zustände; nämlich in uns, nicht aber etwas, das uns gegenübersteht. Dass aber die Gegenüberstellung *nicht* und *niemals* in der Empfindung liegen kann, war gerade der Hauptgedanke (55), aus welchem die nothwendigsten Betrachtungen über Raum und Zeit hervorgingen. Für den Begriff des Grades oder der intensiven Grösse sollte ein Platz gesucht werden. Diesen räumen wir ihm unbedenklich bei der Empfindung ein; eben darum aber kann das Empfundene nicht dasjenige Bejahte sein, welches dem Begriffe des Dinges entsprechen soll. Oder was würde wohl Aristoteles gesagt haben, wenn man ihm zugemuthet hätte, bei *Mensch* und *Pferd*, als Beispielen der *οὐσία*, vollends bei den allgemeinen Begriffen davon, die er als eine zweite Art von Dingen betrachtet wissen will, an den Grad der Empfindung zu denken, welcher, wenn wir jene Gegenstände *sehen*, von der stärkern oder schwächern Beleuchtung, wenn wir den Menschen reden und das Pferd wiehern *hören*, von der Stärke des Schalls bei der weitern oder geringern Entfernung abhängt? Soll Realität das Bejahte der *Empfindung*, Negation das Mangelnde der *Empfindung* bedeuten, so hat jene nicht die Bedeutung des Dinges, diese nicht die Bedeutung des Verneinten.

Was zweitens die Subsistenz anlangt, so hat ihr Kant das Correlatum: *Inhärenz* ausdrücklich vorgeschoben. Da hätten wir auf einmal die *beiden* Kategorien *Ding* und *Eigenschaft*, wenn nicht beide für Eine gelten wollten, und wenn nicht diese Eine sich schon unter die Rubrik *Relation* gefügt hätte. Nun ist ein Ding gewiss keine Relation. Wohl aber kommt eine sehr wichtige Relation zum Vorschein, wenn *Ein* Ding *viele* Eigenschaften — zum Theil gleichzeitig, zum Theil nach einander — besitzt; denn da sollen die Vielen, obgleich sie viele sind, doch auf das Eine, welches nicht vielerlei sein darf, bezogen werden. Dass Kant nicht an die simultane, wohl aber voreilig an die successive Vielheit dachte, und dass er hiemit auch in die allerdings sehr natürliche Versuchung gerieth, den Erfahrungskreis zu überschreiten, wurde schon oben bemerkt (61). Also bei der Subsistenz ist das Ding übersprun-

gen, was bei der Realität, welche in der *Empfindung* gesucht wurde, noch nicht erreicht war.

Wie steht es denn um die Wirklichkeit, welche zwischen der Möglichkeit und Nothwendigkeit Platz genommen hat? Kant's eigne Aussage lautet: „Die Kategorien der Modalität haben „schon das Eigene an sich, dass sie den Begriff, dem sie als „Prädicate beigefügt werden, als Bestimmungen des Objects „nicht im mindesten vermehren, sondern nur das Verhältniss „zum Erkenntnissvermögen ausdrücken." Also das Object setzen sie voraus; das Ding muss schon da sein, ehe man überlegen kann, ob und wie man es in ein weiteres Gebiet der Möglichkeit hineindenken könne. Wiederum war demnach bei der Wirklichkeit der Begriff des Dinges schon übersprungen.

Das Resultat ist: unter den kantischen Kategorien fehlt die erste und nothwendigste aller Kategorien. Weder die Realität, noch die Subsistenz, noch die Wirklichkeit kann dafür gelten.

**65.** Ungeachtet alles Redens von der Synthesis also, und von der objectiven Einheit der Apperception, — ungeachtet jener viel zu weit offenen Einheit des begleitenden: *Ich denke*, in welche nicht bloss die *gegebene* Einheit der Merkmale *Eines* Dinges, sondern die sämmtlichen, gegebenen und gedachten, Dinge hineinfallen, — sieht doch die Reihe der Kategorien so aus, als ob jene Synthesis entweder noch bevorstände, oder schon andern Reflexionen Platz gemacht hätte. In dem wahren Erfahrungsbegriff des Dinges ist dagegen die Synthesis der Merkmale *vorhanden*, noch ehe und bevor deren Vielheit unterschieden und die *Synthesis bemerkt wird.* Weit eher werden *viele Dinge* unterschieden, ehe die Vorstellung Eines Dinges in das Vielerlei der Eigenschaften zerlegt wird. Hievon musste Rechenschaft gegeben werden, wenn es darauf ankam, den psychischen Process der Auffassung von Erfahrungsgegenständen psychologisch zu entwickeln.

Aber der Satz: die Kategorien seien nur zum Erfahrungsgebrauche bestimmt, sollte der Metaphysik den Weg sperren. Das half nichts; denn bei der Zerlegung kommt das Vielerlei der Eigenschaften Eines Dinges doch zum Vorschein; die vorhandene Synthesis wird nicht bloss zum Räthsel, sondern es wird auch noch überdies ihre Gültigkeit bezweifelt; wie dieses in Ansehung des veränderlichen Dinges, und seiner wechseln-

den, entgegengesetzten Merkmale schon bei den Alten, namentlich den Eleaten und dem Platon, so deutlich hervortritt, dass eben der Veränderung wegen das Sinnliche als Schein verworfen, höchstens als Gegenstand des Meinens, aber nicht des Wissens, betrachtet wird.

Wir haben anderwärts erinnert, dass Kant den Widerspruch fühlte, an welchen jene Alten Anstoss nahmen;* aber auch, dass er ihn seltsam genug bedeckte. Eben dahin gehört das Obige (62), dass er die Substanz bloss als das Beharrliche bezeichnet, und sie zum Repräsentanten der Zeit macht. Freilich enthält die Zeit nichts von den *entgegengesetzten* wechselnden Merkmalen, denn die Zeitpuncte werden als gleichartig vorgestellt. Wer seinen Blick lediglich auf die Zeit richtet, der übersieht gerade das, worauf es bei den Sinnengegenständen ankommt, sobald sie als Substanzen gedacht werden.

Wie ist es denn aber nur möglich, dies zu übersehen? Gerade dadurch ist es möglich, dass der Begriff des Dinges viel früher vorhanden, viel tiefer in der allgemeinen Gewohnheit gewurzelt ist, als der Begriff der Substanz. Den meisten Menschen fällt es gar nicht ein, *die* Einheit, welche der Substanz zukommt, zu unterscheiden von dem Aggregat der Merkmale und dem Faden der Veränderungen, wodurch das Ding als ein ungeschiedenes Eins gedacht wird.

Wo nun der Begriff des Dinges nicht gehörig vestgestellt wird, da ist für den Erfahrungsgebrauch nicht einmal der gehörige Anfangspunct bezeichnet; natürlich wird also auch die Fortsetzung verfehlt, welche dem rechten Anfange würde entsprochen haben. So konnten die kantischen Kategorien ihre Bestimmung, als Erkenntnissbegriffe (58), nicht erreichen.

66. Während man nun hiemit der heutigen Zeit nichts Neues sagt, — denn die heutigen dreizackigen Systeme legen wenig Werth auf die kantischen Kategorien, — ist es doch nicht überflüssig, die „*artigen Betrachtungen, welche vielleicht erhebliche Folgen in Ansehung der wissenschaftlichen Form aller Vernunfterkenntnisse haben könnten*“,** wieder ins Gedächtniss zu rufen. In diesem Puncte hat Kant einen unbegreiflichen Gehorsam erlangt. Wo Quantität, Qualität, Relation und Mo-

* Psychologie §. 142, in der Anmerkung.

** Krit. d. r. V. §. 11.

dalität vergessen sind, wo man sich um das Verbot, den Erfahrungsgebrauch der Kategorien nicht zu überschreiten, schon längst nicht mehr kümmert, da ist gleichwohl noch jene Symmetrie der Dreitheilungen im hohen Grade beliebt, welche Kant zwar nicht bei den vier Haupt-Kategorien, (die man als blosse Ueberschriften gering schätzt), aber bei den untergeordneten einführte. Es ist der Mühe werth, von der langen Geschichte dieser Symmetrie den Anfang zu beleuchten.

Die artige Betrachtung selbst, welche hieher gehört, lautet so: „dass allerwärts eine gleiche Zahl der Kategorien jeder „Klasse, nämlich drei sind; welches zum Nachdenken auffo-„dert, da sonst alle Eintheilung *a priori* durch Begriffe, Dicho-„tomie sein muss.* Dazu kommt noch, dass die dritte Kate-„gorie allenthalben aus der Verbindung der zweiten mit der „ersten ihrer Klasse entspringt. So ist die Allheit (Totalität) „nichts Anderes als die Vielheit als Einheit betrachtet, die „Einschränkung nichts Anderes als Realität mit Negation ver-„bunden; die Gemeinschaft ist die Causalität einer Substanz „in Bestimmung der andern wechselseitig; endlich die Noth-„wendigkeit, nichts Anderes als die Existenz, die durch die „Möglichkeit selbst gegeben ist.“

Ehe wir uns auf dieses — an Spinoza erinnernde — *nihil aliud* einlassen, — *waren* denn wirklich allerwärts *Drei*, noch *vor* dem Nachdenken, zu welchem sie auffodern? Man sollte meinen, das Nachdenken hätte vorangehn, und die Drei herbeiführen sollen. Vermuthlich setzen Manche, die sich noch jetzt die gemächliche Dreizahl wohl gefallen lassen, im Stillen voraus, das Nachdenken sei, bei einer so zur Sitte gewordenen Manier, schon durch ihre Vorgäuger lange abgethan.

Bei Kant ist es ernstlich zu nehmen, dass die Drei allerwärts — *erst* sind, und *dann* zum Nachdenken auffodern. Denn am Ende des nächstvorhergehenden Paragraphen sagt Kant: „Die „Fächer sind einmal da; es ist nur nöthig, sie auszufüllen.“ Wo sind denn diese Fächer? Antwort: „Dieselbe Function, welche „den verschiedenen Vorstellungen in einem Urtheile Einheit „giebt, die giebt auch der blossen Synthesis verschiedener „Vorstellungen in einer Anschauung Einheit, welche, allgemein

* Bekanntlich nach dem contradictorischen Gegensatze, dessen Vollständigkeit sicher ist.

„ausgedrückt, der reine Verstandesbegriff heisst. Auf solche „Weise entspringen *gerade so viel* reine Verstandesbegriffe, „als es *in der vorigen Tafel* logische Functionen in allen mög„lichen Urtheilen gab; denn der Verstand ist durch gedachte „Functionen völlig erschöpft, und sein Vermögen dadurch „gänzlich ausgemessen.“ Die vorige Tafel ist keine andere als jene der eingetheilten Urtheile. Wenn also neben dem alten *A, E, I, O,* die *einzelnen*, und die *unendlichen* Urtheile weggelassen werden, so fehlt in der entsprechenden Kategorientafel die Einheit und die Limitation; wenn Jemand die disjunctiven Urtheile auf verkürzte hypothetische zurückführt (31), oder gar den logischen Unterschied der kategorischen von den hypothetischen Urtheilen nicht gelten lässt, so fehlt dort die Kategorie der Gemeinschaft, hier gar die der Substanz; und es ist, als hätte man dem Verstande sein Urrecht auf sein angebornes Eigenthum bestritten. Kein Wunder, dass einige Kantianer für die Eintheilungen der Urtheile wie *pro aris et focis* gestritten haben.

An das eben erwähnte *nihil aliud* sind folgende Bemerkungen in der Kürze anzuknüpfen:

1) Die Allheit erfodert, dass von dem Vielen, welches als vereinigt aufzufassen ist, nichts *unvereinigt übrig bleibe.*

2) Einschränkung setzt den Versuch der weitern Ausdehnung des Bejahten voraus. Ein Baum ist nicht darum eingeschränkt, weil er nicht spricht und nicht leuchtet, sondern wenn er in einem schlechten Boden oder einem rauhen Klima nicht gehörig wächst, blüht, Früchte trägt.

3) Unter Gemeinschaft versteht Kant *erst* Einfluss, („wie eine „Substanz Ursache von etwas in einer andern Substanz werden „könne,“) *dann* Wechselwirkung („wie in einem Körper, dessen „Theile einander wechselseitig ziehen und auch widerstehen“). In beiden Fällen entsteht die Frage, ob er bei der Causalität noch nicht an die Ursache als Substanz gedacht hatte, da erst die Kategorie aus der Verbindung jener beiden (Substanz und Ursache) entstehen soll?

4) Wäre Nothwendigkeit die durch blosse Möglichkeit gegebene Existenz, so hätte die Möglichkeit mehr gegeben, als sie hat, und geben kann.

Aber Kant liess sich durch solche Bedenken nicht abschrecken. Am Ende der Einleitung zur Kritik der Urtheilskraft, (jener

reflectirenden Urtheilskraft, welche in der Natur eine Art von Zweckmässigkeit nicht *finden*, sondern in sie hineintragen, und, wenn das etwa zuweilen gelänge, sich daran wie an einer erreichten Absicht freuen sollte, — gewiss eine der seltsamsten Paradoxien, womit je ein geistreicher Kopf gespielt hat,) macht er einen Unterschied zwischen analytischen (den gewöhnlichen logischen) und synthetischen Eintheilungen, welche letzteren allemal dreitheilig ausfallen sollten. Denn — es sollen dazu gehören: 1) Bedingung, 2) ein Bedingtes, 3) der Begriff, der aus der Vereinigung des Bedingten mit seiner Bedingung entspringe. Ungefähr wie wenn Jemand ein Urtheil so eintheilen würde: 1) Subject, 2) Prädicat, 3) das Urtheil selbst, welches aus der Vereinigung des Subjects und Prädicats entspringt. Nämlich Bedingung und Bedingtes beziehen sich auf einander; das heisst, jedes setzt das andere voraus; es giebt keine Bedingung ohne Bedingtes, und kein Bedingtes ohne Bedingung; der Begriff der *Bedingtheit* umfasst beide, so wie der Begriff eines Urtheils Subject und Prädicat umfasst. Nun giebt es zwar für jede Beziehung, auch wenn sie nur einseitig ist, eine Theilung; man kann Bezogenes und Beziehungspunct von einander unterscheiden; aber die Theilung ist keine Eintheilung; am wenigsten darf man die Beziehung selbst noch als ein Drittes neben jene beiden Theile hinzuzählen, denn sie lag schon in beiden, als deren Voraussetzung.

**67.** Gleichwohl wurde in der Periode des Kantianismus das Kunststück nicht bloss angestaunt, sondern nachgeahmt.

Zwar lässt sich die Confusion, die Fichte anrichtete, als er analytische und synthetische Urtheile mit bejahenden und verneinenden, den Satz des Grundes mit einer Vereinigung Entgegengesetzter durch den Begriff der Theilbarkeit, ja sogar *Spinoza's Substanz* mit dem *Substrat der Theilbarkeit, worin beide, das Ich und Nicht-Ich, — Spinoza's Intelligenz und Ausdehnung, — gesetzt seien*, durch einander warf und vermengte,* nicht vollständig aus den vorerwähnten kantischen Missgriffen ableiten oder dadurch entschuldigen; vielmehr liegt die wahre Entschuldigung darin, dass zu jener Zeit, da die schon von den Alten bemerkten Widersprüche der Erfahrungsformen in tiefer

* Fichte, Wissenschaftslehre vom Jahre 1794, S. 31—48. [Werke, Bd. I S. 111—122.]

Vergessenheit begraben lagen, doch endlich einmal Einer der Erste sein musste, der in den Wald dieser Widersprüche hinein gerieth; wozu denn allerdings die nähere Betrachtung des Ich einen hinreichenden Anlass darbieten konnte. Dass aber hiebei so verkehrt zu Werke gegangen wurde, daran hatten allerdings die kantischen Kategorien und vermeinten Synthesen einen bedeutenden Antheil. Ich, Nicht-Ich, gegenseitige Begrenzung beider, wurden auf die kantischen Kategorien der Qualität gedeutet. Fichte schliesst seinen ersten Theil * ausdrücklich mit den Worten: „Wenn von der bestimmten Form „des Urtheils, dass es sein entgegensetzendes oder vergleichen-„des, auf einen Unterscheidungs- oder Beziehungsgrund ge-„bautes ist, völlig abstrahirt, und bloss das Allgemeine der „Handlungsart, — das, eins durchs andre zu begrenzen, — „übrig gelassen wird, haben wir die Kategorie der Bestimmung, „Begrenzung, bei Kant Limitation. Nämlich ein Setzen der „Quantität überhaupt, sei es nun Quantität der Realität, oder „der Negation, heisst Bestimmung."

Was ferner die kantischen Synthesen anlangt, — jene Synthesis in der Apprehension des Mannigfaltigen, wodurch etwa die Anschauung eines Hauses zur Wahrnehmung *gemacht* wird (50), — dann jenen reinen Actus der successiven Synthesis durch productive Einbildungskraft, vermöge dessen *Bewegung* als *Beschreibung* eines Raumes, vorgestellt wird (51), — überdies jene Synthesis des Verstandes, wodurch ein Mannigfaltiges der Anschauung als zur nothwendigen Einheit des Selbstbewusstseins gehörig gedacht wird (51): so wollen wir denselben zur kurzen Probe eine Aussage Fichte's ** gegenüber stellen.

„Keine Antithesis ist möglich ohne eine Synthesis; denn die „Antithesis besteht ja darin, dass in Gleichen das entgegenge-„setzte Merkmal aufgesucht wird"; —

(Darin besteht sie nun zwar nicht; wohl aber erfodert sie, dass in Einem Vorstellen die Entgegengesetzten zusammen gehalten seien;)

„aber die Gleichen wären nicht gleich, wenn sie nicht erst „durch eine *synthetische Handlung* gleichgesetzt wären. In der „blossen Antithesis wird davon abstrahirt, dass sie erst durch eine

* A. a. O. S. 48. [Werke, Bd. I, S. 122.]
** A. a. O. S. 35. [Werke, Bd. I, S. 113.]

„solche Handlung gleichgesetzt worden: sie werden schlechthin „als gleich, *ununtersucht woher*, angenommen";

(soll heissen: nach der Möglichkeit des Zusammenhaltens der Entgegengesetzten wird nicht gefragt;)

„bloss auf das Entgegengesetzte in ihnen wird die Reflexion „gerichtet, und dieses dadurch *zum klaren und deutlichen* Be-„wusstsein *erhoben*."

(Also in der Reflexion *steigen* die Vorstellungen, in der Abstraction sinken sie im Bewusstsein).

„So ist auch umgekehrt keine Synthesis möglich, ohne eine „Antithesis. Entgegengesetzte sollen vereinigt werden; sie wären „aber nicht entgegengesetzt, wenn sie es nicht durch eine *Hand-„lung des Ich* wären, von welcher in der Synthesis abstrahirt „wird, um bloss den Beziehungsgrund durch Reflexion zum „Bewusstsein zu erheben."

Hier handelt zwar nicht dies oder jenes Erkenntnissvermögen, Sinnlichkeit, Einbildungskraft, Verstand; sondern das Ich, welches zuvor als Grund aller Realität proclamirt worden, tritt selbst handelnd auf; dennoch hat es von den kantischen Seelenvermögen sein Handeln gelernt, und setzt nur unter etwas veränderten Bestimmungen fort, was jene begonnen hatten.

Kein Wunder, dass nun das Sinken und Steigen der Vorstellungen im Bewusstsein mit solchen Namen *Abstraction* und *Reflexion*, belegt wird, als ob auch dazu eigne Handlungen von dem Ich müssten vorgenommen werden. Das fichte'sche Ich hat überhaupt das Schicksal, Vieles zu thun, wovon es nichts weiss, und dies Nichtwissen erst durch eine späte Selbsterkenntniss zu verbessern. So lesen wir unter andern S. 286 der Wissenschaftslehre [Werke, Bd. I, S. 290]: „Da alle diese „Functionen des Gemüths mit Nothwendigkeit geschehen, so „wird man seines Handelns sich nicht bewusst, und muss noth-„wendig annehmen, dass man von aussen erhalten habe, was „man doch selbst durch eigne Kraft nach eignen Gesetzen pro-„ducirt hat."

So lautet die Sprache des Idealisten, der den psychischen Mechanismus *nicht kennt*, aber *sucht*, indem er allerdings speculative Bedürfnisse empfindet, von denen die Menge nichts merkt und begreift.

68. Durch Anführung jener Stelle, welche besagt, ein Setzen der Quantität heisse Bestimmung, Begrenzung, bei Kant Limi-

tation, haben wir es Fichten überlassen, eine Bemerkung auszusprechen, die freilich beim Anblick der kantischen Kategorientafel sich jedem leicht aufdringen kann; nämlich, dass die Limitation, welche dort unter der Rubrik: *Qualität*, erscheint, in das Gebiet der *Quantität* zurückgreift. Dieser Punct wurde oben (63) schon vorläufig erwähnt. Ohne uns hier auf den offenbaren kantischen Fehler weiter einzulassen, haben wir mit Fichten — und mit dem Aristoteles zu thun.

Fichte will zwar den Begriff der Schranken nicht analytisch aus der Vereinigung der Realität mit der Negation entwickeln. Aber ein Paar Seiten weiter hin schreibt er: „Alles Entgegen„gesetzte = — *A* ist entgegengesetzt einem *A*; und dieses *A* ist „gesetzt. Durch das Setzen eines — *A* wird *A* aufgehoben, „und doch auch nicht aufgehoben. *Mithin* wird es nur *zum* „*Theil* aufgehoben." Wir unterbrechen ihn hier; denn unabhängig von dem anscheinend räthselhaften Fortgange seiner Rede ist hier eine Entwicklung nöthig.

*A* ist hier zum Gegenstande einer Bejahung und Verneinung gemacht; und gefodert wird, dass die Verneinung nicht als auslöschend das Bejahte angesehen werde. Also das Bejahte bleibt stehen; das Verneinte bleibt auch stehn. So steht zweimal *A*; einmal *für* die Bejahung, das andremal *für* die Verneinung. Es sind zwei Exemplare von *A* gedacht worden; beide fallen unter Einen allgemeinen Begriff, den Begriff von *A*, welcher, wie jeder Multiplicandus, logisch höher steht, als die Anzahl der vorhandenen Exemplare. Wie nun jedem höhern Begriffe ein Umfang zugeschrieben wird, so hat auch hier der allgemeine Begriff des *A* eine Sphäre, und in diese *theilen* sich die Exemplare. Das Seltsame, demjenigen *A*, welches Gegenstand der Verneinung sein soll, einen Platz in der Sphäre des Begriffs *A* anzuweisen, mildert sich etwas, indem Fichte gleich weiterhin ein *B* einführt, *welches* durch das Setzen des *A* nicht gesetzt, und in so fern ein verneintes *A* sei; darauf fährt er fort: „Durch das Gleichsetzen beider ($B = A$) wird weder *A* noch *B*, sondern irgend ein *X* gesetzt, welches $= X$ und $= A$ und $= B$ ist." Was er damit sagen will, zeigen etwas weiterhin die Beispiele. *Der Vogel ist ein Thier* (der Beziehungsgrund soll sein: animalisch belebte Materie, der Unterscheidungsgrund: zwei oder vier Füsse u. dgl.). *Eine Pflanze ist kein Thier* (Beziehungsgrund: Organisation; Unterscheidungsgrund: specifische

Differenz zwischen Pflanze und Thier). Die Beispiele zeigen eine logische Theilung logischer Sphären. Damit ist nun noch immer nicht der Begriff der Limitation gewonnen; wohl aber allerdings eine Annäherung an denselben. Man braucht nur in das letzte Beispiel noch den Begriff der Zoophyten einzuführen, und mit ihnen einerseits die *verschiedenen*, mehr ausgebildeten Pflanzen, andererseits die mehr ausgebildeten Thiere zu vergleichen, so bilden in dieser Vergleichung die Zoophyten einen *Uebergang* aus einem Gebiete in ein anderes, nachdem jedes dieser Gebiete für sich eine Weite der Ausdehnung bekommen hatte, worin Mancherlei gradweise musste unterschieden werden. Der Uebergang setzt eine Grenze voraus; und der Begriff der Limitation entsteht da, wo Vieles, mehr oder minder Entgegengesetzte zusammengehalten und nach entgegengesetzten Richtungen zusammengefasst wird.

Um Fichte's eigentliche Absicht an dieser Stelle, das absolute Ich als den Grund und Boden darzustellen, worauf das beschränkte Ich und das beschränkte Nicht-Ich neben einander stehen sollten, bekümmern wir uns nicht weiter, da unsre Absicht bloss auf die Kategorie der Quantität gerichtet ist; welche wir am gehörigen Orte der Qualität coordinirt, beide aber dem höheren Begriffe der Eigenschaft subordinirt haben. Zur Erläuterung mag Aristoteles veranlassen.

69. Aristoteles stellt zwar ganz gemächlich sein ποσὸν und ποιὸν neben einander; ja er lässt in der nähern Betrachtung noch das πρός τι dazwischen kommen, welche Einschiebung wenigstens nicht mehr pflegt nachgeahmt zu werden. Allein die fernere Entwickelung zeigt Quantitätsbegriffe, wo man dergleichen nicht erwarten möchte, wenn man die Aufzählung der Kategorien als eine reine Auseinandersetzung ansieht. Ob bei den einzelnen Kategorien ein Mehr oder Minder vorkomme? dies wird bei ihm zur vielfach wiederkehrenden Frage. Bei der οὐσία und dem ποσὸν wird die Antwort verneinend, bei dem πρός τι, dem ποιὸν, dem ποιεῖν und πάσχειν wird sie bejahend gegeben. Zwar auf die Individuen soll der Begriff der οὐσία mehr passen, als auf die Arten und Gattungen; aber in der Anwendung dieser Kategorie auf einen und denselben Gegenstand soll kein Mehr und Minder (kein Comparativ des Sein) vorkommen. Beim ποσὸν wird das Maass von zwei Ellen, die Zahl Drei oder Fünf beispielsweise angeführt; darin nun, dass

ein Gegenstand durch solches Maass und solche Zahl bestimmt ist, liegt kein Mehr oder Minder. Hingegen bei einigen Verhältnissbegriffen passt, nach Aristoteles, ein Mehr oder Weniger; Aehnlichkeiten sind grösser oder kleiner. Bei den Beschaffenheiten gleichfalls; Weisses kann noch weisser werden: Warmes noch wärmer; der Traurige noch trauriger; daher auch das Erwärmen, Betrüben, und das solchem Handeln entsprechende Leiden (Kateg. VI, 21; VII, 3).

Hätte nun Aristoteles auf dasjenige Weisse, welches, obgleich es weisser sein *könnte*, doch nicht weisser *ist*, — oder auf dasjenige Warme, welches, obgleich es wärmer sein *könnte*, doch nicht wärmer *ist*, reflectirt: so würde er seinen Satz von dem *ποσὸν* haben anbringen können, dass hier, nämlich in der *Anwendung* einer einmal veststehenden Gradbestimmung, kein Mehr und kein Minder statt finde. Allein er scheint sich mit intensiven Grössen nicht sonderlich befreundet zu haben. Bei dem *ποσὸν* beginnt er seine Betrachtung damit, discrete und stetige Grössen zu unterscheiden. Zu jenen rechnet er nicht bloss die Zahlen, sondern auch die Worte, mit dem etwas harten Satze: *οὐ γάρ ἐστι κοινὸς ὅρος, πρὸς ὃν αἱ συλλαβαὶ συνάπτουσιν, ἀλλ' ἑκάστη διώρισται αὐτὴ καθ' αὑτήν.* Dagegen erkennt er dem Raume und der Zeit die Continuität zu. Nachdem nun noch ein Unterschied zwischen Lage und Ordnung gemacht worden (jene für das Räumliche, diese für Zeit und Zahl,) fährt er fort: *κυρίως δὲ ποσὰ ταῦτα λέγεται μόνα τὰ εἰρημένα· τὰ δὲ ἄλλα πάντα κατὰ συμβεβηκός· εἰς ταῦτα γὰρ ἀποβλέποντες καὶ τὰ ἄλλα ποσὰ λέγομεν. οἷον πολὺ τὸ λευκὸν λέγεται, τῷ γε τὴν ἐπιφάνειαν πολλὴν εἶναι· καὶ ἡ πρᾶξις μακρὰ, τῷ γε τὸν χρόνον πολὺν εἶναι· καὶ ἡ κίνησις πολλή· οὐ γὰρ καθ' αὑτὸ ἕκαστον τούτων ποσὸν λέγεται· — καὶ τὸ λευκόν ποσόν τι ἀποδιδοὺς, τῇ ἐπιφανείᾳ ὁριεῖ· ὅση γὰρ ἂν ἐπιφάνεια εἴη, τοσοῦτον καὶ λευκὸν φήσειεν ἂν εἶναι.* Wo bleibt hier jenes Mehr oder Minder des Weissen, welches noch weisser werden kann? Daran erinnert sich Aristoteles erst beim *ποιόν*. An solche Quantitäten und Begrenzungen, wie jene innerhalb der logischen Sphären (68), scheint er bei den Kategorien vollends nicht zu denken.

70. Wer die Weisse der Leinwand, des Papiers, des Bleiweisses, des Mondes, des Schnees vergleicht, der bekümmert sich nicht um die grössere oder kleinere Oberfläche; wohl aber findet er bestimmte Grade der Weisse, *zwischen* welchen ein

Mehr oder Weniger liegen könnte. Er findet ein *ποσόν*, ein bestimmtes, intensives Quantum Weisse des Schnees, von dem die minderen Grade als Brüche zu betrachten sind. Bei wachsender Beleuchtung würden diese Grade zugleich wachsen; und wenn die Leinwand auf dem Schnee liegt, so wachsen sie beim Anbruch des Tages wirklich zugleich für den Zuschauer.

Wer eine Melodie von mehrern Stimmen zugleich singen hört, der hört stärkere Töne von Vielen, schwächere von einer kleinern Zahl der Sänger; und wenn zu den vorigen Sängern auf einmal zehn neue hinzutreten, so überspringt die Verstärkung des Tons auf einmal alle diejenigen geringern Verstärkungen, welche durch einen oder zwei, durch acht oder neun Beitretende wären erreicht worden. Allein wenn der Hörende sich dem Gesange allmälig nähert, so wird für ihn die Stärke des Tons continuirlich wachsen; und die Distanzen jener sprungweisen Verstärkungen werden für ihn ausgefüllt sein.

Wenn Jemand in eine schwache Salzlauge eine Handvoll Salz auf einmal nachschüttet, so wird der salzige Geschmack sprungweise stärker werden; während die allmälige Verstärkung durch langsames Zugiessen einer gesättigten Salzlösung konnte bewirkt werden.

Auf den Unterschied der stetigen und der discreten Verstärkung ist hier deshalb hingewiesen, weil beim Aristoteles das *μᾶλλον καὶ ἧττον* einen weitern Umfang bekommen hat als das *ποσόν*. Es sieht aus, als hätte er in der intensiven Grösse nicht vesten Fuss fassen können, und als wäre es ihm zwar leicht geworden, ein unbestimmtes Mehr oder Weniger in Gedanken zu verfolgen und vorüber schweben zu lassen, aber schwer, das Schwebende in irgend einem Puncte vestzuhalten, wobei es sich in ein bestimmtes Quantum würde verwandelt haben.

Am leichtesten findet es dagegen Aristoteles, mit Hülfe der *θέσις* und *τάξις* Raum- und Zeitgrössen aufzufassen. Freilich ist das: *ποῦ ἕκαστον κεῖται* hier bequem anzugeben; *das* aber wird gewöhnlich nicht bemerkt, dass man in die Widersprüche der Continuität eben deshalb hineingeräth, weil das Intensive hier nicht an seiner rechten Stelle, und doch nicht zu verscheuchen ist. Der Raum sollte ein *reines* Aussereinander, die Zeit ein *reines* Nacheinander sein; die nächsten Theile aber fliessen in einander, und ihre Unterscheidung darf nicht vest-

gehalten werden. Alte Gewohnheit bedeckt hier die Schwierigkeit. Doch zurück zur Hauptsache.

**71.** Eben deshalb, weil bei den Erfahrungsgegenständen das *ποσὸν* sich überall ins *ποιὸν* eindrängt, — weil man Beschaffenheiten ohne Quantitäten nirgends angeben kann, — und weil die Kategorien ihre Bestimmung in dem Erfahrungskreise haben (59, 62) und so genommen werden müssen, wie sie dort vorkommen: haben wir in der Psychologie bei der Hauptkategorie der Eigenschaft (63) sogleich Qualität und Quantität zusammengestellt. Auf die Frage: was für ein Ding? kommen desto gewisser, je bestimmter man sie beantworten will, beide zugleich zur Sprache; bald die Quantität der Qualität — der Grad; bald die Qualität der Quantität — die Gestalt, der Rhythmus u. dgl. m. Dies nun hindert zwar nicht, dass man Quantität und Qualität als zwei Kategorien unterscheide; vielmehr behält Aristoteles Recht, dass unter den sprachlichen Ausdrücken (*τῶν λεγομένων*) einige das Wieviel, andre das Wiebeschaffen anzeigen. Allein beide müssen zusammen der Kategorie des Verhältnisses, dem *πρός τι*, gegenübertreten, bei welchem die allgemeine Frage Was? überschritten, und von einem zu einem *andern* hingeschauet wird. Quantität und Qualität bleiben noch bei Einem Dinge, oder bei Einem Aggregat von Dingen; ihr Unterschied ist ein subordinirter; er gehört nicht in die Reihe der Hauptkategorien. Fragt man nun aber nach der rechten Stelle für den Begriff der Limitation, so sieht man, dass eine neue Unterordnung nöthig wird. Ohne Zweifel gehört Begrenzung zu den Quantitätsbegriffen; mit blosser Position und Negation ist hier nichts auszurichten. Die Grenze erfodert ein Feld, in welchem sie laufe; oder mindestens ein zwiefaches Quantum nach entgegengesetzten Seiten; wenn nicht ein wirklich zurückweisendes, so doch ein gesuchtes für den Versuch, jenseits der Grenze noch etwas zu setzen, wäre es auch nur das Leere, wo das Etwas vermisst wird. Bis an die Grenze muss ein Zusammenfassen stattgefunden haben, welches nicht weiter geht, aber den Gedanken des *Weiter* in sich trägt. Darum haben wir bestimmte Quantität von der unbestimmten unterschieden; dergestalt, dass Einheit und Allheit zu jener, die blosse Vielheit aber zu dieser gehören.

In dem nämlichen Zusammenhange, da der Ursprung der Kategorien sollte angezeigt werden, musste denn auch der na-

türlichen Neigung, alle Grössen als extensive vorzustellen, Erwähnung geschehn. Der Ursprung liegt in den Reproductionsgesetzen. „Ohne die Reproductionsgesetze, die Eins *zwischen* „Anderes setzen, würde es eben so wenig jemals eine Kate„gorie der Quantität gegeben haben, als einen Raum und eine „Zeit; denn die Einheit der Seele würde die Theile des Vielen „so völlig verschlingen und in sich versenken, dass gar kein „Mannigfaltiges mehr in ihm könnte geschieden werden. Was „insbesondere die Zahlen anlangt, so scheint hier alles Zwischen„liegende, welches die darin enthaltenen Einheiten trennen „könnte, zu mangeln. Allein dies beweiset, dass die Zahlbe„griffe nichts Primitives sind. Die ursprünglichen Zahlen sind „Anzahlen gesonderter Gegenstände. Diese zeigten sich den „Versetzungen unterworfen. Also hemmten sich die bestimmten „Reihen, welche die Wahrnehmung erzeugt hatte. Dennoch „blieb das Streben zur Sonderung. Alle Zahlen suchen, sich „auseinander zu setzen; sie streben zur Gestaltung. Daher die „allgemeine Neigung, sie bald als Abscissen und Ordinaten „darzustellen, bald als figurirt zu betrachten; bald sogar ihnen „mystische Eigenschaften beizulegen."

Diese Stelle mag an ihrem Orte* im Zusammenhange nachgelesen werden. Die *τάξις*, welche Aristoteles der Zeit und der Zahl zuschreibt, verwandelt sich in eine *θέσις*, sobald die Zeit (wie das merkwürdige Wort *Zeitraum* andeutet) zwischen bestimmten Grenzen zusammengefasst, oder vollends nach Kant als dasjenige angesehen wird, „welches bleibt und nicht wechselt" (62); und sobald zwischen den Zahlen Brüche eingeschaltet, Irrationalgrössen gesucht, die immer dichter liegenden Wurzeln grösserer Zahlen in Betracht gezogen werden. Dies geschieht, obgleich man keinen Zeitraum nach Fussen und Zollen ausmessen, keiner Distanz zweier Zahlen, für sich allein betrachtet, eine bestimmte Grösse beilegen kann. Es geschieht, weil jeder Unterschied der Zeiten oder Zahlen zum Maassstabe für andere gleichartige, grössere oder kleinere, Unterschiede genommen werden kann, indem es dabei bloss auf Vergleichungen und Verhältnisse ankommt. Was aber möchte Aristoteles zu der heutigen Unterscheidung von Sternen erster, zweiter, dritter, vierter Grösse u. s. w. gesagt haben? Hätte er seinen Satz vest-

* Psychologie §. 124.

halten wollen: das Quantum des Weissen werde nach der Grösse der Oberflächen bestimmt (68), so müsste er auf den Schluss gekommen sein, der Sirius gebe uns eben so, wie der Jupiter, viel Weisses zu sehen, nämlich wegen einer grossen Oberfläche; die schwächern Sterne weniger wegen kleinerer Oberflächen; während heutiges Tages Jedermann weiss, dass die Fixsterne für uns mathematischen Puncten gleichen, bei denen wir nur die Intensität unserer Lichtempfindung einer Grössenschätzung nach Zahlen unterwerfen können. Diese Grössenschätzung schwankt; aber nur in unserm Denken, welches die Empfindung zu seinem Gegenstande macht. Dabei liegt die Voraussetzung zum Grunde, dass die Intensität jeder einzelnen Lichtempfindung nicht etwan auch eben so schwanke, wie der Gedanke, der in den angegebenen Zahlen einen Ausdruck sucht, ohne ihn genau verbürgen zu können; dass vielmehr jedesmal jede gegebene Lichtempfindung *an sich* eine bestimmte intensive Grösse besitze, die nicht an sich maasslos, sondern nur für die Künste unserer Photometrie unerreichbar ist. Läge diese Voraussetzung nicht zum Grunde, so hätte man niemals, auch nicht bei solchen Vergleichungen, die mehr oder minder erreichbar sind, an eine Photometrie denken können; denn was an sich schwankt, davon kann Niemand hoffen eine veste Auffassung zu gewinnen. Uebrigens wollen wir das blosse Abzählen einer Folge bemerkbarer Unterschiede (wie bei den Sternen) auf keine Weise mit einer Messung vergleichen; dagegen aber wollen wir uns erinnern, dass Zahlbegriffe ihrem wahren Sinne nach weder mit Extension noch mit Intension etwas gemein haben. Zahlen sind Multiplicatoren, welche über die Frage, von welcher Art ihr Multiplicandus sei, überall nichts bestimmen.

# IV.

## BRUCHSTÜCKE DES DRITTEN HEFTES.

### 1. Zur Theorie der mittelbaren Reproduction.

1. Wenn $\Pi$ theilweise mit $a$, und auch theilweise mit $b$ verbunden ist, so kann es nicht nur von beiden gehoben werden, sondern es ist auch denkbar, dass $a$ vermittelst $\Pi$ hebend auf $b$, oder umgekehrt $b$ vermittelst $\Pi$ hebend auf $a$ wirke.

Von $a$ sei der Rest $r$ verbunden mit $\varrho$, dem Reste von $\Pi$; und eben dieses $\varrho$ sei verbunden mit $r'$, dem Reste von $b$. Wäre nun $\varrho$ ursprünglich wirksam, um $b$ zu heben, so geschähe dieses mit der Hülfe $\varrho . \frac{r'}{b}$; und $r'$ wäre der Punct, bis zu welchem $b$ von $\Pi$ könnte gehoben werden. Gesetzt aber, $\varrho$ sei in der Zeit $= t$ bis zu dem Quantum $\omega$ gehoben: so wird, gemäss der Proportion $\varrho : \omega = r' : \frac{\omega}{\varrho} . r'$, eben jetzt $\frac{\omega}{\varrho} . r'$ das Quantum von $b$ sein, welches gemäss der Verbindung zwischen $\Pi$ und $b$, mit hervorgetreten sein sollte. Auch kann die wirksame Hülfe nicht $\varrho . \frac{r'}{b}$, sondern nur $\omega . \frac{r'}{b}$ sein. Durch die Wirkung dieser Hülfe sei in der Zeit $t$ ein Quantum $\omega'$ von $r'$, mithin von $b$, hervorgetreten. Die Differenz $\frac{\omega}{\varrho} . r'$ von $\omega'$, in ihrem Verhältniss zu $\frac{\omega}{\varrho} . r'$, bestimmt für das nächste Zeittheilchen, wie stark die Hülfe wirkt.

Also:
$$\omega . \frac{r'}{b} . \frac{\frac{\omega r'}{\varrho} - \omega'}{\frac{\omega r'}{\varrho}} . dt = d\omega'.$$

Das heisst: $\frac{1}{b} (\omega r' - \omega' \varrho) \, dt = d\omega'$, und weil $\omega$ durch $r$, den

Rest von $a$, soll gehoben sein und ferner gehoben werden, so ist $\omega = \varrho\,(1 - e^{-\frac{rt}{\Pi}})$, daher

$$[r'\varrho\,(1 - e^{-\frac{rt}{\Pi}}) - \omega'\varrho]\,dt = b\,d\omega',$$

oder $d\omega' + \frac{\varrho}{b}\,\omega' dt = \frac{r'\varrho}{b}\,(1 - e^{-\frac{rt}{\Pi}})\,dt;$

woraus $\omega' = r'\,(1 - e^{-\frac{\varrho}{b}t}) - \frac{r'\varrho\Pi}{\varrho\Pi - rb}\,(e^{-\frac{r}{\Pi}t} - e^{-\frac{\varrho}{b}t})$.

Löst man diese Grösse in eine Reihe auf, so zeigt sich, dass der Coëfficient von $t$ Null wird, und dass die Reihe mit dem Gliede $\frac{1}{2} \cdot \frac{r'}{b} \cdot \frac{\varrho}{\Pi} \cdot rt^2$ beginnt, worin der wirksame Rest $r$ mit den Verhältnissen der andern Reste zu ihren Ganzen multiplicirt ist, wie natürlich.

Der Differentialquotient ist

$$\frac{d\omega'}{dt} = r \cdot \frac{r'\varrho}{\varrho\Pi - rb}\,(e^{-\frac{r}{\Pi}t} - e^{-\frac{\varrho}{b}t}).$$

Dieser Ausdruck hat immer einen positiven Werth. Denn wenn $\frac{r}{\Pi} > \frac{\varrho}{b}$, mithin $rb > \varrho\Pi$, also $e^{-\frac{r}{\Pi}t} - e^{-\frac{\varrho}{b}t}$ negativ, so ist auch $\frac{r'\varrho}{\varrho\Pi - rb}$ negativ.

Die Erhebungsgrenze $\omega' = r'$ ist daraus begreiflich, dass $\frac{\omega r'}{\varrho}$ sich in $r'$ verwandelt, wenn $\omega$ seine Grenze $\varrho$ erreicht. Dies geschieht indessen in keiner endlichen Zeit; und da $\omega$ hinter der Grenze zurückbleibt, so gilt dies noch mehr von $\omega'$.

Differentiirt man zum zweitenmal, so ergiebt sich

$$\frac{dd\omega}{dt^2} = r \cdot \frac{r'\varrho}{\varrho\Pi - rb} \cdot \left(\frac{\varrho}{b}\,e^{-\frac{\varrho}{b}t} - \frac{\varrho}{\Pi}\,e^{-\frac{t}{\Pi}t}\right),$$

und wenn dies $= 0$ ist, $t = \frac{b\Pi}{\varrho\Pi - rb}\,\log.\,\frac{\varrho\Pi}{rb}$, welche Zeit allemal positiv ist. Denn wenn $\varrho\Pi > rb$, so ist der Logarithme positiv; im Gegenfalle negativ. Daher hat $\omega'$ allemal einen Wendepunct, und die Geschwindigkeit allemal ein Maximum.

Wegen des Falles $\varrho\Pi = rb$, welcher $\frac{0}{0}$ zu geben scheint, ist nöthig, die Exponentialgrössen aufzulösen. Nämlich

$$e^{-\frac{r}{\Pi}t} = 1 - \frac{r}{\Pi}\,t + \frac{1}{2}\,\frac{r^2}{\Pi^2}\,t^2 - \frac{1}{6}\,\frac{r^3}{\Pi^3}\,t^3 + \frac{1}{24}\,\frac{r^4}{\Pi^4}\,t^4 - \ldots;$$

$$-e^{-\frac{\varrho}{b}t} = -1 + \frac{\varrho}{b}\,t - \frac{1}{2}\,\frac{\varrho^2}{b^2}\,t^2 + \frac{1}{6}\,\frac{\varrho^3}{b^3}\,t^3 - \frac{1}{24}\,\frac{\varrho^4}{b^4}\,t^4 + \ldots$$

Nun ist $\frac{\varrho}{b} - \frac{r}{\Pi} = \frac{\varrho\Pi - rb}{b\Pi}$,

$$\tfrac{1}{2}\left(\frac{r^2}{\Pi^2}-\frac{\varrho^2}{b^2}\right)=-\tfrac{1}{2}\,\frac{\varrho^2\Pi^2-r^2b^2}{b^2\Pi^2},$$

$$\tfrac{1}{6}\left(\frac{\varrho^3}{b^3}-\frac{r^3}{\Pi^3}\right)=+\tfrac{1}{6}\,\frac{\varrho^3\Pi^3-r^3b^3}{b^3\Pi^3},\ \text{u. s. w.}$$

also $\frac{d\omega'}{dt}=r\,.\,r'\varrho\left[\frac{1}{b\Pi}\,.\,t-\tfrac{1}{2}\frac{\varrho\Pi+rb}{b^2\Pi^2}t^2+\tfrac{1}{6}\frac{\varrho^2\Pi^2+\varrho\Pi rb+r^2b^2}{b^3\Pi^3}t^3-\ldots\right]$; woraus sich die ähnliche Rechnung für $\omega'$ von selbst ergiebt; indem offenbar ist, dass die Exponentialgrössen den Factor $\varrho\Pi-rb$ in sich enthalten, welcher immerhin $=0$ sein kann, ohne dass dadurch eine Unbestimmtheit entstünde. Nur in Beispielen würde dieser Fall die Rechnung erschweren.

Was die Zeit für den Wendepunct anlangt, so sei $\frac{\varrho\Pi}{rb}=1+u$, und $u$ sehr klein, also $log.\,\frac{\varrho\Pi}{rb}=u$, und $\varrho\Pi=rb+rbu$, daher $\varrho\Pi-rb=rbu$. Hiemit $t=\frac{b\Pi}{rbu}\,.\,u=\frac{\Pi}{r}$; dass also auch hier keine Unbestimmtheit bleibt.

2. Gegen den Ansatz der Rechnung kann man einwenden, es sei höchst unwahrscheinlich, dass gerade der Rest $\varrho$, welcher mit $r$, also mit $a$ in Verbindung steht, auch mit $r'$ und hiedurch mit $b$ die Verbindung vermittele; während es zu vermuthen sei, dass von $\Pi$ Mehr oder Weniger mit $b$ werde verbunden sein. Gesetzt nun, es habe ein grösserer Rest von $\Pi$ sich mit $r'$ verschmolzen, so soll doch die Wirksamkeit des $\Pi$, um $b$ zu heben, nur dadurch entstehn, dass es von $a$ gehoben wird; also kann nur der nämliche Rest $\varrho$, welcher den Antrieb des $a$ bekommt, in der Rechnung Platz haben. Ist aber ein geringer Rest von $\Pi$ in Verbindung mit $r'$, so entsteht daraus eine geringere Hülfe; daher man immer von den beiden Verbindungen des $\Pi$ mit $r$ und mit $r'$ nur die schwächste für jenes $\varrho$ wird nehmen dürfen.

Nach dieser Vorerinnerung in den Anfang der Betrachtung zurück gehend, findet man, dass eben so, wie $b$ durch $a$, auch $a$ durch $b$ mittelbar wegen der beiderseitigen Verbindung mit $\Pi$ kann gehoben werden; wobei nur nöthig ist, $\omega''$, einen Theil von $r$ und hiemit von $a$, statt $\omega'$ zu setzen, indem man zugleich $r$ mit $r'$, und $a$ mit $b$ verwechselt. Demnach

$$\omega''=r\left(1-e^{-\frac{\varrho}{a}t}\right)-\frac{r\varrho\Pi}{\varrho\Pi-r'a}\left(e^{-\frac{r'}{\Pi}t}-e^{-\frac{\varrho}{a}t}\right),$$

wovon das erste Glied $=\tfrac{1}{2}\,.\,\frac{r}{a}\,.\,\frac{\varrho}{\Pi}\,.\,r'\,.\,t^2$.

Dies erste Glied kann man, ohne Ableitung aus der Formel, auf folgende Weise finden. Die Differentialgleichung ist:

$$d\omega'' + \frac{\varrho}{a}\omega'' dt = \frac{r\varrho}{a}(1 - e^{-\frac{r't}{\Pi}})\,dt.$$

Nach der bekannten Regel der Integration erhält man hieraus zunächst:

$$\omega'' = e^{-\frac{\varrho}{a}t}\int e^{\frac{\varrho}{a}t} \cdot \frac{r\varrho}{a}(1 - e^{-\frac{r't}{\Pi}})\,dt.$$

Werden die Exponentialgrössen aufgelöst, so hat man

$$\omega'' = (1 - \frac{\varrho}{a}t + \ldots)\int \frac{r\varrho}{a}(1 + \frac{\varrho}{a}t \ldots)(\frac{r't}{\Pi} - \ldots)\,dt.$$

Um das erste Glied zu finden, braucht man nur

$$\int \frac{r\varrho}{a} \cdot \frac{r'}{\Pi}t\,dt = \frac{r}{2a} \cdot \frac{\varrho}{\Pi} \cdot r' \cdot t^2,$$ wie angegeben.

**3.** Hieraus ergiebt sich eine weitgreifende Bemerkung. Die Grösse $\omega = \varrho(1 - e^{-\frac{r't}{\Pi}})$ beginnt mit dem Gliede $\frac{\varrho r't}{\Pi}$, also mit der ersten Potenz der Zeit. Hätte man dagegen eine solche Grösse, die mit $mt^2$ begönne, so würde aus $mt^2dt$ beim Integriren $\frac{1}{3}mt^3$; also finge die daraus entspringende mit $t^3$ an. Dies geht so fort, wenn immer höhere Potenzen von $t$ vorausgesetzt werden.

Jetzt sei $\omega'$, oder $\omega''$, welche Grössen beide mit $t^2$ anfangen, mit irgend einer neuen Vorstellung verbunden, welche durch zwei vermittelnde $\Pi$, statt des vorhin angenommenen einzigen $\Pi$, von $a$ oder $b$ gehoben werde. Die Erhebung dieser neuen Vorstellung wird gemäss dem Kubus der Zeit beginnen. Geht die Vermittelung durch noch mehrere $\Pi$, so wird bei jedem eintretenden Mittelgliede die Potenz von $t$, welche dem Anfange der Erhebung entspricht, sich um einen Grad erhöhen. Das heisst: der Anfang der Erhebung wird immer schwächer, aber die nächste Beschleunigung immer grösser.

Wie sehr dies der oft blitzschnellen Bewegung der Gedanken entspricht, bedarf keiner Auseinandersetzung.

**4.** So mancherlei Bedeutungen die Formeln auch gemäss den beliebig anzunehmenden Grössen bekommen können: so verträgt es sich doch kaum mit der Voraussetzung eines nur vermittelnden und nicht von selbst wirksamen $\Pi$, dass man ihm einen grossen Werth gebe; dagegen können $a$ und $b$ einen jeden Werth haben; indem auch dann, wann sie nur als gehoben betrachtet werden, der Grund in einer Hemmungssumme der von ihnen empor getragenen Reihen kann gesucht werden. Ist nun $\Pi$ gering, so ist $\varrho$ noch geringer, besonders da unter

mehrern $\varrho$ nur das kleinste in Rechnung kommt. Hingegen $r$ und $r'$ mögen einen weit grössern Werth haben. So wird in der Formel für $\omega'$ die Exponentialgrösse $e^{-\frac{r}{\Pi}t}$ sich dem Verschwinden weit früher nähern als die andere, nämlich $e^{-\frac{\varrho}{b}t}$ Unter dieser Voraussetzung lässt sich die Formel am bequemsten so stellen:

$$\omega' = r'(1 - e^{-\frac{\varrho}{b}t}) - \frac{r'\varrho\Pi}{rb - \varrho\Pi}\left(e^{-\frac{\varrho}{b}t} - e^{-\frac{r}{\Pi}t}\right),$$

desgleichen

$$\frac{d\omega'}{dt} = r \cdot \frac{r'\varrho}{rb - \varrho\Pi}\left(e^{-\frac{\varrho}{b}t} - e^{-\frac{r}{\Pi}t}\right).$$

Ist nun $e^{-\frac{r}{\Pi}t}$ so gut als verschwunden, so wird an die Stelle der Anfangs sehr beschleunigten Bewegung eine sehr langsame treten, wenn $\frac{\varrho}{b}$ nur ein geringer Bruch ist. Dieser ganze Process gehört also zu denen, welchen eine längere Fortdauer kann zugeschrieben werden.

Die Formel für $\omega''$, wenn $a > b$, zeigt an, dass die Erhebung des $a$ durch $b$ sich noch mehr in die Länge ziehen könnte, wenn man nicht vielmehr annehmen müsste, $a$ steige aus eigner Kraft, sobald die von ihm hervorgehobenen Reihen oder Massen irgend einer Art, sammt den in ihnen liegenden Hemmungssummen, wieder gesunken seien. Indessen könnte auch $a$ durch andre Vorstellungen in soweit zurückgehalten werden, dass, um bis zu seinem Reste $r$ wieder hervorzutreten, es dazu der fremden Hülfe bedürfte.....

---

## 2. Zur Theorie der frei steigenden Vorstellungen.

1. Dass die schwächern Vorstellungen sich eher einem ruhigen Stande nähern als die stärkern, sieht man am deutlichsten in den Formeln für zwei frei steigende, wo $\beta = \frac{b}{k}(1 - e^{-kt})$ ist; während $\alpha$ ein Glied hat, welches, von $k$ unabhängig, nur $(1 - e^{-t})$ enthält.

2. In eben diesen Formeln ist noch zu bemerken, dass für ein sehr grosses $a$ sich $k - 1$ in den Hemmungsgrad verwandelt, hingegen für $a = b$ in dessen Hälfte. Heisst der Hemmungsgrad $m$, so hat man

$k - 1 = m$ für ein unendlich grosses $a$,

$k - 1 = \frac{3}{4}m$ für $a = 3$, $b = 1$,

$k - 1 = \frac{1}{2}m$ für $a = b$.

3. Bei drei steigenden kommt zwar die schwächste genau genommen nur dann zur Ruhe, wenn sio — meistens in sehr kurzer Zeit — aus dem Bewusstsein ganz verschwindet. Dies erfordert, dass sie selbst beim stärksten Hemmungsgrade nicht einmal halb so stark sei als die mittlere; man kann also diese Fälle als die seltenern betrachten, und es muss als das Gewöhnliche angesehen werden, dass von drei unabhängig steigenden Vorstellungen keine ganz verdrängt werde. Allein die schwächste von dreien hat immer ein schnell erreichtes Maximum; und wiewohl dies nicht ihr Ruhepunct ist, (denn sie muss nun sinken,) so folgt doch bald der Wendepunct, wo ihre sinkende Bewegung am grössten ist; nämlich $\frac{dd\gamma}{dt^2}=0$. Falls sie nun dennoch in keiner Zeit aus dem Bewusstsein ganz verschwindet, so muss sie nach dem Wendepunct ihre Bewegung, die schon hier sehr gering ist, bald so gut als ganz verlieren.

4. Man kann die Werthe von $t$ fürs Maximum und für den Wendepunct, nämlich

$$\text{für } \frac{d\gamma}{dt}=0,\ t=\frac{1}{k-1}\ log.\ \frac{b}{b-c};$$

$$\text{für } \frac{dd\gamma}{dt^2}=0,\ t=\frac{1}{k-1}\ log.\ \frac{kb}{b-c};$$

in die allgemeine Formel für $\gamma$, nämlich

$$\gamma=\frac{b}{k}(1-e^{-kt})-(b-c)\,.\,(1-e^{-t})$$

setzen; und alsdann, um eine Uebersicht zu gewinnen, für $k$ theils den äussersten Grenzwerth $k=2$, theils den mittlern, $k=\frac{3}{2}$, annehmen. Man findet:

für $k=2$

das Maximum $\gamma=\frac{c^2}{2b}$,

den Wendepunct $\gamma=\frac{b+c}{b}\,.\,\frac{3c-b}{8}$;

für $k=\frac{3}{2}$,

das Maximum $\gamma=\frac{c^2}{b^2}\,.\,(b-\frac{1}{3}c)$,

den Wendepunct $\gamma=\frac{1}{27b^2}\,.\left[bc(7b+20c)-\frac{7b^3+20c^3}{3}\right]$.

Wofern aber $b=c$, muss der Wendepunct in das Maximum fallen, und beide sind einerlei mit der Erhebungsgrenze. Wenn $k=2$, ist die Erhebungsgrenzo $=\frac{1}{2}b=\frac{b^2}{2b}=\frac{2b}{b}\,.\,\frac{2b}{8}$; und wenn $k=\frac{3}{2}$, ist die Grenze $\frac{2}{3}b=b(1-\frac{1}{3})=\frac{1}{27}(7b+20b)\,.\,(1-\frac{1}{3})$.

Man sieht hier die nothwendige Einstimmung der Formeln mit den Begriffen. Maximum und Wendepunct und Erhebungsgrenze unterscheiden sich, wo $c$ die schwächste Vorstellung ist, aber für $c=b$ giebt es keine schwächste.

5. Die Grenzbestimmung $k=2$ wird nun zwar niemals völlig zutreffen; daher wird es auch keinen Fall geben, worin das Maximum $\gamma$ sich genau direct wie $c^2$ und verkehrt wie $b$ verhielte; allein zwischen $k=2$ und $k=\frac{3}{2}$ wird doch dies Verhältniss sich desto näher einstellen, je kleiner $c$ ist gegen $b$.

Auch wird es zwar keinen Fall geben, worin genau für $3c-b=0$ der Wendepunct mit $\gamma=0$ zusammenträfe. Allein man kann doch von da ausgehn, um hiernach das Verhältniss von $c$ zu bestimmen, wenn $\gamma$ gerade im Wendepuncte $=0$ sein soll. In der Formel, welche den Wendepunct für $k=\frac{3}{2}$ angiebt, sei $c=1$; so entsteht eine kubische Gleichung für $b$, deren brauchbare Wurzel nahe $=4{,}7$ ist. Die mittlern Fälle dieser Art liegen also zwischen $3c=b$, und $4{,}7\ldots c=b$.

6. Obgleich schon Verfahrungsarten angegeben sind, um die Zeit zu finden, *wann* $\gamma$, falls es ganz verdrängt wird, aus dem Bewusstsein verschwindet, so wollen wir doch noch etwas hinzufügen, was dienlich sein kann zur Auflösung der transscendenten Gleichung:

$$0=\frac{b}{k}(1-e^{-kt})-(b-c)(1-e^{-t}),$$

$$\text{oder}\quad b-c-\frac{b}{k}=(b-c)\,e^{-t}-\frac{b}{k}\,e^{-kt},$$

oder überhaupt $A=Be^{-t}-Ce^{-kt}$.

Mit $e^t$ multiplicirt, steht sie so:

$$Ae^t+Ce^{-(k-1)t}=B.$$

Also $A(1+t+\frac{1}{2}t^2+\frac{1}{6}t^3\ldots)$

$$+\,C\left[1-(k-1)\,t+\frac{(k-1)^2}{2}\,t^2-\frac{(k-1)^3}{6}\,t^3\ldots\right]=B.$$

Nun ist für $t=0$, $A+C=B$, daher auch, mit $t$ dividirt,

$A(1+\frac{1}{2}t+\frac{1}{6}t^2\ldots)$

$$+\,C\left[-(k-1)+\tfrac{1}{2}(k-1)^2\,t-\tfrac{1}{6}(k-1)^3\,t^2\,..\right]=0.$$

Hieraus lassen sich Näherungsgleichungen jedes Grades entnehmen. Zuerst:

$$A-(k-1)\,C+\tfrac{1}{2}[A+(k-1)^2]\,t=0;$$

$$\text{woraus}\quad t=\frac{2[(k-1)\,C-A]}{(k-1)^2\,C+A}.$$

Ist nun, wie vorhin, $A=b-c-\frac{b}{k}$, $B=(b-c)$, $C=\frac{b}{k}$,

so findet man $t = \frac{2c}{(k-1)b-c}$, welche Formel für kleine $t$ schon beinahe hinreichen könnte. Denn das nächstfolgende Glied ist wegen des Coëfficienten von $t^2$, nämlich $\frac{1}{6}[A-(k-1)^3C]$, wo die entwickelte negative Exponentialgrösse einen negativen Theil herbeiführt, minder bedeutend. Nachdem diese erste sehr bequeme Annäherung gefunden worden, fordert es die Rechnung, wenn eine andre Reihe gebildet wird. Es sei nun $t=T+u$, also, indem $T$ den schon gefundenen Werth bedeutet:

$$Ae^{T+u} + Ce^{-(k-1)(T+u)} = B;$$

$$Ae^{T}.e^{u} + Ce^{-(k-1)T}.e^{-(k-1)u} \text{ oder}$$

$$Ae^{T}(1+u+\tfrac{1}{2}u^2\ldots)$$
$$+ Ce^{-(k-1)T}[1-(k-1)u+\tfrac{1}{2}(k-1)^2u^2\ldots] = B.$$

Daher zunächst

$$Ae^{T} + Ce^{-(k-1)T} + [Ae^{T} - (k-1)Ce^{-(k-1)T}]u = B,$$

$$u = \frac{[B - Ae^{T} + Ce^{-(k-1)T}]}{Ae^{T} - (k-1)Ce^{-(k-1)T}};$$

wenn man nicht vorzieht, gleich für $u$ eine quadratische Gleichung zu wählen.

Mit diesem Verfahren lässt sich ein anderes verbinden, welches die gesuchte Grösse von der entgegengesetzten Seite begrenzt. Die Gleichung $A = Be^{-t} + Ce^{-kt}$ werde mit $e^{kt}$ multiplicirt. So entsteht

$$Ae^{kt} = Be^{(k-1)t} - C, \text{ oder}$$

$$Be^{(k-1)t} - Ae^{kt} = C = e^{kt}(Be^{-t} - A).$$

Der Factor $Be^{-t} - A$ kann nicht $=0$ sein. Wäre er es, so würde $t = log.\ nat.\ \frac{B}{A}$. Setzt man gleichwohl diesen Werth in $e^{kt}$, so wird es zu gross, und hieraus $\frac{C}{e^{kt}}$ zu klein, jedoch schon grösser als $=0$. Sucht man hieraus nochmals $t$, und führt so fort, so wird sich der Fehler allmälig vermindern, bis man nach gehöriger Begrenzung einen zweckmässigen Versuch machen kann. Die bekannte Reihe zur letzten Berichtigung bleibt immer noch anwendbar.

7. Die Zeit zu finden, wann $\gamma$ verschwindet, ist eigentlich nur ein specieller Fall einer ganzen Klasse von Aufgaben. Von jeder Vorstellung kann ein bestimmter Werth, den sie steigend erreichend soll, *gegeben* werden; dann entsteht die Frage nach dem Zeitpuncte, in welchem sie soweit hervorgetreten ist. Auch eine bestimmte Geschwindigkeit des Steigens kann gegeben

sein, mit der Frage nach der Zeit dieser Geschwindigkeit. Die Berechnung dieser Zeiten wird bei ungleicher Stärke der Vorstellungen einen ähnlichen Gang nehmen können, wie schon angegeben worden, doch mit Abänderungen nach den Umständen. Vor näherer Betrachtung hierüber ist nöthig, diese Art von Aufgaben in ihrer einfachsten Gestalt aufzusuchen, worin sie einer allgemeinen Auflösung, ohne gegebene Zahlenwerthe fähig sind.

Die Formeln für steigende $\alpha$, $\beta$, $\gamma$, enthalten zwar zwei Exponentialgrössen; allein davon verschwindet eine, wenn die Vorstellungen gleich stark sind. Es sei zuerst nur $b = c$, so wird $\beta = \gamma = \frac{c}{k}(1 - e^{-kt})$. Ferner bezeichne $n$ einen ächten Bruch, und die Aufgabe sei, die Zeit zu finden, wann $\gamma = nc$ werde hervorgetreten sein; wo $nc$ nur nicht grösser als die Erhebungsgrenze $\frac{c}{k}$ genommen werden darf. Aus

$$n = \frac{1}{k}(1 - e^{-kt})$$

$$\text{wird } t = \frac{1}{k} \, log. \, \frac{1}{1 - nk},$$

wo nur noch $k$ zu bestimmen ist, welches von $a$ und $m$ mit abhängt. Wenn $a = b = c = 1$, so ist $k = 1 + \frac{2}{3} m$. Daraus

$$t = \frac{3}{3 + 2m} \, log. \, \frac{3}{3 - n(3 + 2m)}.$$

Für die nächsten drei Beispiele ist $m = 1$ angenommen.

Wenn $n = \frac{1}{2}$, ist $t = \frac{3}{5} \, log. \, 6 = 1{,}075$,
$n = 0{,}55$ $t = \frac{3}{5} \, log. \, 12 = 1{,}4909$,
$n = 0{,}59$ $t = \frac{3}{5} \, log. \, 60 = 2{,}4566$;

für $n = \frac{3}{5}$ tritt die Erhebungsgrenze ein, und die Zeit wird unendlich. Uebrigens mag man sich hier erinnern, dass die Einheit der Zeit auf zwei Secunden zu schätzen ist. Also: drei gleich starke Vorstellungen, deren Hemmung die stärkste ist, erheben sich zu dem Puncte, der die Hälfte ihrer Stärke bezeichnet, in ungefähr zwei Secunden; um aber $\frac{3}{5}$ ihrer Stärke wieder zu erreichen, würden sie unendlich lange Zeit brauchen. Dennoch sind sie nach fünf Secunden dieser Grenze sehr nahe, und werden nun fast still stehend.

Jetzt ein Beispiel für $m = \frac{1}{2}$. — Wenn $n = \frac{1}{2}$, ist $t = \frac{3}{4} \, log. \, 3 = 0{,}8239$. Der geringere Hemmungsgrad verändert nicht viel an der Zeit, die hier, wie durchgehends, durch Logarithmen bestimmt wird.

Der Vergleichung wegen mag noch für $a=2$, $b=c=1$ die Formel und ein Beispiel folgen. Es ist $k=1+\frac{4}{5}m$, und

$$t=\frac{5}{5+4m}\ log.\ \frac{5}{5-n\,.\,(5+4m)}.$$

Daraus für $m=1$, und $n=\frac{1}{2}$, $t=1{,}2791$. Der stärkere Druck des doppelt genommenen $a$ ändert für $b$ und $c$ nicht viel. Wird diese Zeit $=1{,}2791$ in die Formel für $\alpha$ gesetzt, so ergiebt sich, wie weit $\alpha$ sich erhoben hat, während $b$ und $c$ bis zur Hälfte empor gekommen sind. Man findet $\alpha=1{,}333$..

8. Schon in Bezug auf das letzte Beispiel muss man, falls gefragt wird, wie bald $\alpha$ jenen Werth $=\frac{1}{2}$ erlange, wiederum die schon angegebene Auflösung der Exponentialgrössen anwenden. Man erhält $t$ kleiner als $\frac{1}{4}$.

Hiemit mag nun der Fall $a=b=2$, $c=1$, $m=1$, verglichen werden, wo $k=1{,}75=\frac{7}{4}$. Wie bald werden $a$ und $b$ hier den Werth $\alpha=1$ und $\beta=1$ (die Hälfte der Stärke) steigend erreichen? Aus der Gleichung $1=(1-e^{-t})+\frac{4}{7}(1-e^{-\frac{7}{4}t})$ wird $\frac{4}{7}e^{t}-\frac{3}{7}e^{-\frac{3}{4}t}=1$; und nach Auflösung der Exponentialgrössen findet man zunächst $t=1$; wird alsdann $t=1-u$ gesetzt, und das Quadrat von $u$ in Rechnung gebracht, so ergiebt sich $t=0{,}8282$... Diese Zeit ist sehr wenig länger als jene, wo drei gleich starke Vorstellungen sich bei halber Hemmung ($m=\frac{1}{2}$) bis zur Hälfte ihrer Stärke erheben. Natürlich sind $a$ und $b$ nach so kurzer Zeit (wenig über anderthalb Secunden) noch weit von ihrer Erhebungsgrenze $=1{,}5714$. Wollte man aber von $c$ fragen, wie bald es die Hälfte seiner Stärke erreiche, so wäre zuvor das Maximum zu suchen. Dies ist $\gamma=0{,}31295$ um die Zeit $=0{,}92419$; und die Grenze, welcher von da an sinkend sich $\gamma$ annähert, ist $=0{,}1428$. Für den Wendepunct ist $t=1{,}6703$, und $\gamma=0{,}2694$.

Verlangt man für solche Werthe von $\gamma$, welche ein wenig kleiner als das Maximum, aber jedenfalls grösser sind als die Grenze, wohin $\gamma$ zurücksinkt, die Angabe der Zeit: so kann man versuchen, dieselbe aus einer quadratischen Gleichung zu finden; deren beide Wurzeln für einerlei $\gamma$ sowohl die frühere Zeit des Steigens zum Maximum, als die spätere des Sinkens angeben mögen. Es sei $t=T\pm t'$, man nehme $T$ für die schon gefundene Zeit des Maximum, und setze $T\pm t'$ in die Gleichung für $\gamma$.

In dem zuletzt gebrauchten Beispiele, wo $a=b=2$, und

$c=1$, sei die Frage nach der Zeit, wann $\gamma=0{,}3$; wenig verschieden vom Maximum, in welchem die Geschwindigkeit Null ist. Man findet, indem das Quadrat von $t'$ in Rechnung gebracht wird, $t'=\pm 0{,}302$; mithin $\gamma=0{,}3$ steigend im Zeitpuncte $=0{,}622$, und wiederum sinkend um die Zeit $=1{,}206$. In der quadratischen Gleichung wird hier der Coëfficient der ersten Potenz der gesuchten Grösse fast gänzlich Null; zum Zeichen, dass so nahe beim Maximum noch ein fast gleichmässiges Steigen und Sinken statt findet. Näher beim Wendepuncte, vollends darüber hinaus, würde dies nicht vorkommen können.

9. Es darf nicht übersehen werden, dass ein geringerer Hemmungsgrad diese Umstände zwar nicht geradezu aufhebt, aber bis zum anscheinend Unbedeutenden herabsetzt. Wenn $a=3$, $b=2$, $c=1$, und wenn $m=\frac{1}{4}$, folglich $k=1+\frac{9}{44}$; wenn ferner verlangt wird, die Zeit zu bestimmen, da $\gamma=\frac{1}{2}$, so findet man $t=0{,}879$; aber weit später das Maximum, nämlich für $t=3{,}3886$; noch viel später den Wendepunct, nämlich für $t=4{,}298$ (ungefähr 9 Secunden); und bei aller dieser Ungleichheit der Zeitpuncte doch die Werthe von $\gamma$ unter sich und der Grenze so nahe, dass man sie sämmtlich ohne grossen Fehler für eine Erhebungsgrenze nehmen kann. Das Maximum ist $\gamma=0{,}665$; der Wendepunct $\gamma=0{,}664$; die Grenze, der sich $\gamma$ in unendlicher Zeit nähert, $\gamma=0{,}66038$. Der Zeitpunct, da $\gamma$ zum ersten Mal diesen Werth erreicht, kann nicht weiter über $t=1$ hinaus liegen. Man kann demnach bei geringen Hemmungsgraden ohne grossen Fehler sagen: die schwächern Vorstellungen gelangen sehr bald zum Stillstehen; wie dies gleich Anfangs ist angegeben worden, und sich hier bestätigt findet. Nur muss man hinzufügen: bei gleichem Quantum des wirklichen Vorstellens, und bei sehr geringer Geschwindigkeit der Veränderung dieses Qnantums, kann doch der wichtige Unterschied vorkommen, dass die Geschwindigkeit entweder positiv oder negativ ist.

10. Im allgemeinen kann der Unterschied, ob eine Geschwindigkeit grösser oder kleiner ist, die verschiedene Energie bezeichnen, womit eine Vorstellung nicht bloss ihren eignen Zustand verändert, sondern auch den Zustand der andern zu verändern geeignet ist.

Für gegebene Geschwindigkeit die Zeit zu finden, ist zuvörderst sehr leicht in den Fällen, wo $b=c$; denn hier (wie oben

in 7) fällt eine der Exponentialgrössen weg, weil ihr Coëfficient $=0$ ist. Dies gilt auch für $a$, wofern zugleich $a=b=c$; sonst nur für $b$ und $c$.

Wir bezeichnen die Geschwindigkeit mit $v$; also für $\alpha$ ist $v=\frac{d\alpha}{dt}$, für $\beta$ ist $v=\frac{d\beta}{dt}$, für $\gamma$ ist $v=\frac{d\gamma}{dt}$. Die gegebene Geschwindigkeit, für welche die zu ihr gehörige Zeit gesucht wird, sei $=G$, so ist für $b=c$,

$$G=\frac{d\gamma}{dt}=be^{-kt}, \text{ mithin } \frac{1}{k}\ log.\ \frac{b}{G}=t.$$

Sei $a=b=c=1$, und (wie in 7) $k=1+\frac{2}{3}m$, so ist für $m=1$,

wenn $G=1$, $t=0$,
$G=\frac{3}{4}$, $t=0{,}1726$,
$G=\frac{1}{2}$, $t=0{,}4159$,
$G=\frac{1}{4}$, $t=0{,}8318$,
$G=\frac{1}{10}$, $t=1{,}3815$,
$G=\frac{1}{100}$, $t=2{,}7631$.

Also nach sechs Secunden die Geschwindigkeit weniger als $\frac{1}{100}$ von der anfänglichen.

Sei wiederum $a=b=c=1$, so ist für $m=\frac{1}{2}$,

wenn $G=1$, $t=0$,
$G=\frac{3}{4}$, $t=0{,}2157$,
$G=\frac{1}{2}$, $t=0{,}5198$,
$G=\frac{1}{4}$, $t=1{,}0397$,
$G=\frac{1}{10}$, $t=1{,}7269$,
$G=\frac{1}{100}$, $t=3{,}4538$.

Also nach sieben Secunden die Geschwindigkeit weniger als $\frac{1}{100}$ von der anfänglichen.

Sei jetzt $a=2$, $b=c=1$, und $m=1$,

wenn nun $G=1$, ist $t=0$,
$G=\frac{3}{4}$, $t=0{,}1598$,
$G=\frac{1}{2}$, $t=0{,}3850$,
$G=\frac{1}{4}$, $t=0{,}77015$,
$G=\frac{1}{10}$, $t=1{,}2792$,
$G=\frac{1}{100}$, $t=2{,}5584$.

Diese Zahlen gelten jedoch nur für $b$ und $c$.

Vorhin (7) fand sich $t=1{,}279$ für den nämlichen Fall entsprechend der Forderung, $b$ und $c$ sollten bis zur Hälfte hervorgetreten sein. Dann also ist ihre Geschwindigkeit nur $\frac{1}{10}$

der anfänglichen. Um dieselbe Zeit ist $a$ bis zu $\alpha = 1{,}333$ hervorgetreten. Seine Geschwindigkeit ist alsdann $= 0{,}4670$. Von dem ursprünglichen Verhältnisse $1:2$ ist hier das Verhältniss der Geschwindigkeiten $1:4{,}67$ noch viel weiter abgewichen, als das der hervorgetretenen Theile; $0{,}5:1{,}333$ oder $1:2{,}666$. Es wäre mühsam, und nicht nöthig, zu den andern Geschwindigkeiten und Zeiten auch noch die, eben diesen Zeiten entsprechenden Werthe von $\alpha$ und $v$ aufzusuchen.

11. Bei einem Rückblick auf das Obige (8) zeigt sich der Unterschied zweier Fragen; der einen: wie bald eine gewisse Vorstellung zu einem bestimmten hervorgetretenen Quantum gelange, und welche Geschwindigkeit mit diesem Quantum verbunden? der andern Frage: wie bald sie ein bestimmtes Quotum ihrer Stärke wieder erhebe?

In dem Beispiele $a = 2$, $b = c = 1$, wurde gefragt: wie bald gewinnen $b$ und $c$ ein Quantum wirklichen Vorstellens $= \frac{1}{2}$? und die Antwort war: in der Zeit $= 1{,}2791$. Betrachtet man diese Hälfte als ein Quantum, so entspricht ihr für $a$ die Frage: wie viel Zeit braucht $a$, damit sein Hervorgetretenes ebenfalls $= \frac{1}{2}$ sei? Es fand sich: weniger als $t = \frac{1}{4}$. Betrachtet man die nämliche Hälfte als ein Quotum, so entspricht ihr für $b$, welches so eben $= 1$ gesetzt war, die Frage: wenn $a = b = 2$, $c = 1$, wieviel Zeit braucht in diesem abgeänderten Falle $b$, damit es, wie im vorigen Falle, das wirkliche Vorstellen bis zur Hälfte *seiner Stärke* erhebe, also, damit $\beta = 1$ werde? Die Antwort war: es braucht die Zeit $t = 0{,}8282$; natürlich weniger als zuvor, weil es stärker ist, und die Hemmungssumme grösstentheils auf $c$ fällt. Auf ähnliche Weise könnte man für drei Vorstellungen von ungleicher Stärke beiderlei Fragen aufwerfen; erstlich, wie viel Zeit braucht eine jede derselben, damit ihre hervorgetretenen Theile $\alpha$, $\beta$, $\gamma$, irgend einen nnd den nämlichen bestimmten Werth erlangen? zweitens, wie viel Zeit braucht jede, damit ihr hervorgetretener Theil ein bestimmtes Verhältniss zu ihrer Stärke gewinne, dergestalt dass $\frac{\alpha}{a} = \frac{\beta}{b} = \frac{\gamma}{c}$ werde?

Die erste Frage bezieht sich auf das *Vorgestellte* als ein vorhandenes Quantum; sie kommt in Betracht, wenn zn bestimmen ist, wieviel von einer Vorstellung sich mit andern Vorstellungen verbinden könne. Die andre Frage betrifft die Vorstellung

als eine *Kraft*, denn je mehr von ihr hervortritt, desto mehr verliert sie an Spannung; hiebei aber ist auf das Verhältniss des Hervorgetretenen zu ihrer Stärke zu sehen. In der ersten Frage erscheint das Vorgestellte als ein passiver Vorrath, in der zweiten erscheint die Vorstellung von der Seite ihrer Activität.

**12.** Der letzten dieser Fragen nahe verwandt ist die nach der jedesmaligen Geschwindigkeit. Denn, wie schon erinnert, in der Geschwindigkeit zeigt sich nicht bloss die Nothwendigkeit, womit die Vorstellung ihren eignen Zustand ändert, sondern auch die Gewalt, welche sie gegen dasjenige ausübt, was ihr widersteht.

Hier aber finden sich wiederum Unterschiede. Wäre eine einzelne Vorstellung lediglich sich selbst überlassen, so würde Alles gesagt sein durch die Gleichung $(H-h)\,dt = dh$, oder $H-h=\frac{dh}{dt}$, wo $H$ die Stärke der Vorstellung, $h$ ihr hervorgetretener Theil ist; also $H-h$ das noch gehemmte Quantum, dessen Grösse die vorhandene Nothwendigkeit anzeigt, dass die Vorstellung eben jetzt ihren Zustand ändere. Diese Geschwindigkeit kann man die *natürliche* nennen. Davon verschieden ist die wirkliche in gegebenen Fällen, dergleichen zuvor betrachtet wurden.

Man weiss, dass die wirkliche Geschwindigkeit nicht allemal kleiner ist als die natürliche, sondern dass es auch Fälle giebt, in welchen sie die natürliche übertrifft.*

Ueberdies lässt sich die Geschwindigkeit gewissermaassen im Verhältniss zu der Stärke der Vorstellung betrachten. Man erkennt dies leicht, wenn man statt des Differentialverhältnisses $\frac{d\alpha}{dt}$ oder $\frac{d\beta}{dt}$ kleine Differenzen setzt, wie $\frac{\Delta\alpha}{\Delta t}$ u. s. w., wo für ein bestimmtes $\Delta t$ verschiedene Verhältnisse $\alpha:\Delta\alpha$, oder $\beta:\Delta\beta$ möglich sind. Einerlei Differenz bei verschiedener Stärke der Vorstellungen bringt dann grössere oder kleinere Abänderungen ihrer Spannung mit sich. Stärkere Vorstellungen sind verhältnissmässig nachgiebiger, denn sie gewinnen weniger an Spannung bei einerlei negativer Differenz, als die schwächeren, die man empfindlicher nennen kann.

**13.** Das Steigen und Sinken der Vorstellungen wird zur offenbaren Thatsache, wenn ein Thun und Lassen daraus folgt.

* Zweites Heft der psychol. Untersuchungen, S. 102 u. s. w. [S. oben S. 435.]

Unzählige Handlungen geschehen mit solcher Leichtigkeit, dass man es nicht merkt; eine Menge kleiner Nachlässigkeiten, welche zu verhüten Fleiss und Sorgfalt kostet, bezeugen, dass die nöthigen Gedanken zurückgesunken waren, bevor sie gewirkt hatten. Die Producte des Thuns und Lassens verrathen nun dasjenige, was man ausserdem nicht wissen würde, weil die innere Apperception nicht weit genug reicht, um bei geringer Quantität des wirklichen Vorstellens die Veränderungen aufzufassen, welche darin vorgehn. Hintennach das Gethane und das Unterlassene wahrnehmend, begreift man nicht, wie man dazu gekommen sei.

Um eine Veränderung hervorzubringen — also auch um ein Handeln zu bewirken, sind die Vorstellungen dann am meisten geeignet, wann sie selbst zur Veränderung ihres Zustandes die grösste Geschwindigkeit besitzen. Diese haben sie nicht dann, wann sie hoch ins Bewusstsein hervortreten; sondern gerade umgekehrt, wann sie eben aus völliger Hemmung sich erheben. Finden die Handlungen geringen Widerstand, so sind sie geschehen, bevor das dazu gehörige Vorstellen einen bedeutenden Grad von Klarheit erreicht; gelangt es dazu, so steht alsdann schon das Product des Handelns vor Augen; es ist nun ein Gegebenes; und ein ganz anderer psychischer Process kommt an die Reihe, nämlich das Gefühl der Zusammenstimmung oder Abweichung des Bewirkten und des Gedankens.

**14.** Vorstehendes wird verschiedentlich modificirt, wenn man mehrere Vorstellungen, deren jede $= b$, und mehrere, deren jede $= c$, in die Rechnung aufnimmt. Die Anzahl der $b$ sei $\mu$, die der $c$ sei $\nu$; (wie im zweiten Hefte S. 79, oben S. 419). Die Formel für $\gamma$ ist*:

$$\gamma = \left(c - \frac{\pi''' m}{k-1}(\mu b + \nu c)\right)(1 - e^{-t}) + \frac{\pi''' m}{k-1} \cdot \frac{\mu b + \nu c}{k}(1 - e^{-kt}).$$

Für $\pi'''$ und $k - 1$ die Werthe setzend, (oder auch aus der allgemeinen Formel für beliebige Hemmungsgrade, a. a. O. S. 90 und 94, oben S. 426 und 429) findet man

$$\gamma = \frac{\mu b + \nu c}{\mu c + \nu b} \cdot \frac{b}{k}(1 - e^{-kt}) = \frac{\mu (b^2 - c^2)}{\mu c + \nu b}(1 - e^{-t}),$$

welche Formel nicht bloss für $\mu = 1$, $\nu = 1$, sondern überhaupt für $\mu = \nu$ in die zuvor betrachtete (6) zurückläuft.

Die erste Frage ist nun, in welchem Falle die Erhebungs-

* Man bemerke a. a. O., dass daselbst $m = 1$ gesetzt worden.

grenze $=0$ sei. Aus $\frac{\mu b+\nu c}{\mu c+\nu b}\cdot\frac{b}{k}-\frac{\mu(b^2-c^2)}{\mu c+\nu b}=0$ folgt $\frac{k-1}{k}b^2 = c^2+\frac{\nu b}{k\mu}c$; woraus $c$ gefunden wird, wenn zuvor $k$ ist berechnet worden. Ist $c$ kleiner als nach dieser Grenzbestimmung, so fragt sich zweitens, zu welcher Zeit $\gamma=0$ sein werde. Vor weiterm Eingehn hierauf ist zu bemerken:

$$\frac{d\gamma}{dt}=\frac{\mu b+\nu c}{\mu c+\nu b}\cdot be^{-kt}-\frac{\mu(b^2-c^2)}{\mu c+\nu b}e^{-t};$$

woraus fürs Maximum $t=\frac{1}{k-1}\ log.\ nat.\ \frac{(\mu b+\nu c)b}{\mu(b^2-c^2)}$;

desgleichen $\frac{dd\gamma}{dt^2}=\frac{\mu(b^2-c^2)}{\mu c+\nu b}e^{-t}-\frac{\mu b+\nu c}{\mu c+\nu b}\cdot bke^{-kt}$;

woraus für den Wendepunct $t=\frac{1}{k-1}\ log.\ nat.\ \frac{(\mu b+\nu c)bk}{\mu(b^2-c^2)}$.

15. Um die Gleichung $\gamma=0$ aufzulösen, kann man ihr, wie in (6), die Stellung geben:

$$Ae^t+Ce^{-(k-1)t}=B,$$

jetzt aber mit veränderten Bedeutungen, indem nun $A=\mu(b^2-c^2)-(\mu b+\nu c)\cdot\frac{b}{k}$; ferner $B=\mu(b^2-c^2)$, und $C=(\mu b+\nu c)\frac{b}{k}$. Auch hier ist $A+C=B$; und die erste Näherung ist, wie oben,

$$t=\frac{2[(k-1)C-A]}{(k-1)^2C+A},\ \text{oder entwickelt,}$$

$$t=\frac{2c(\mu c+\nu b)}{b(k-1)(\mu b+\nu c)-c(\mu c+\nu b)}.$$

Hier zeigt sich, dass die Zeit, bis $\gamma$ verschwindet, lang werden kann, wenn die Zahl $\nu$ gross ist. Wollte man den Nenner $=0$ setzen, so käme $\nu=\mu\cdot\frac{b^2(k-1)-c^2}{(2-k)bc}$, welches, wenn $k$ nicht seiner Grenze $=2$ sehr nahe ist, nicht eben eine *sehr* grosse Zahl erfordern würde; vorausgesetzt, dass $\mu=1$ oder doch nicht viel grösser sei. Allein für grosse $t$ ist jene Näherungsformel wenig brauchbar. Umgekehrt wird ein grosses $\mu$, wie sich von selbst versteht, die Zeit, worin $\gamma$ verschwindet, sehr kurz machen.

16. Zur Vergleichung mit dem Obigen in (4) genüge, die Zeit fürs Maximum in die Formel für $\gamma$ zu setzen. Man findet, als Grenzbestimmung, wenn $k=2$ wäre:

$$1-e^{-t}=\frac{c}{b}\cdot\frac{\mu c+\nu b}{\mu b+\nu c},$$

und $1 - e^{-kt} = \frac{\mu c(2b^2 - c^2) + \nu bc^2}{(\mu b + \nu c)\,b^2} \cdot \frac{\mu c + \nu b}{\mu b + \nu c}$,

daher $\gamma = \frac{c^2}{2b} \cdot \frac{\mu c + \nu b}{\mu b + \nu c}$, als Maximum.

Es ist aber für $\mu = \nu = 1$ schon oben $\gamma = \frac{c^2}{2b}$ gefunden; für ein grosses $\nu$ kann dies Maximum weit höher stehen; selbst wenn $b$ viel grösser ist als $c$.

17. Dem Beispiel in (9), wo $a = 3$, $b = 2$, $c = 1$, $m = \frac{1}{4}$, und wo fürs Maximum $t = 3{,}388$, für den Wendepunct $t = 4{,}298$ gefunden worden, mag zuvörderst ein andres Beispiel gegenüber treten, wo für die nämlichen Werthe von $a$, $b$, $c$, und $m$, nunmehr zehn Vorstellungen, deren jede $= c$, angenommen sind. Es ergiebt sich für das Maximum $t = 8{,}5817$, für den Wendepunct $t = 9{,}478$. Die Exponentialgrössen sind hier so gut als verschwunden. Anders ist's für stärkere Hemmung. Wenn für die nämlichen Werthe von $a$, $b$, $c$, und $\nu$, jetzt $m = 1$ gesetzt wird, so findet sich fürs Maximum $t = 2{,}14$; für den Wendepunct $t = 2{,}84$. Die Zeiten sind jedoch bei weitem nicht so sehr verschieden, als man bei so grossen Unterschieden, theils in der Menge der Vorstellungen, theils in der Stärke der Hemmung, hätte erwarten mögen; daher umgekehrt geringe Unterschiede der Zeiten auf weit grössere sowohl in der Menge, als in der Hemmung schliessen lassen.

Dass auch für gegebene Geschwindigkeiten sich die Zeiten bei weitem nicht so sehr verändern, als eine Veränderung der Hemmung würde vermuthen lassen, wurde schon oben (10) ersichtlich.

Eine Bemerkung, die sich von selbst versteht, soll hier gleichwohl nicht fehlen. Die Zeitbestimmungen beziehen sich nur auf Verhältnisse, aber durchaus nicht auf die Stärke der Vorstellungen. Man nehme nur die einfachsten Formeln für Geschwindigkeit und Zeit, nämlich

$$\frac{d\gamma}{dt} = be^{-kt} - (b - c)\,e^{-t}, \text{ und}$$

$$t = \frac{1}{k-1} \cdot \log.\ nat.\ \frac{b}{b-c};$$

so ist klar, dass, während $k$ eine blosse Zahl ist, die Geschwindigkeit zwar sich verändert, wenn $10b$ statt $b$, und $10c$ statt $c$ gesetzt wird; aber die Zeit fürs Maximum genau die nämliche bleibt, da $\frac{10b}{10b - 10c} = \frac{b}{b-c}$. Die zehnfach stärkern Vorstel-

lungen, deren Verhältniss das nämliche bleibt wie das der einfachen, erreichen ihr Maximum (und eben so den Wendepunct) genau zu derselben Zeit wie die einfachen, ungefähr so wie ein grösseres Gewicht und ein kleineres sich auch nicht in Anschung der Zeiten für gleiche Fallräume unterscheiden.

Auch wächst die Geschwindigkeit nur in dem Sinne, dass stärkere Vorstellungen in jedem Augenblicke ein grösseres Quantum heben oder sinken lassen. Betrachtet man ihr Verhältniss zur Stärke (12), so ist es bei schwächern und stärkeren Vorstellungen das nämliche.

18. Um aus der oben (14) angegebenen Gleichung:

$$\frac{k-1}{k} \cdot b^2 = c^2 + \frac{\nu b}{k\mu} \cdot c$$

Aufschluss darüber zu erhalten, wie viele schwächere Vorstellungen sich beim Zurücksinken neben den stärkeren über der Schwelle erhalten können, muss zuerst ein Werth von $k$ angenommen werden.

Da $k = 1 + \frac{\mu ac + \nu ab}{bc + \mu ac + \nu ab} \cdot m$, so nähert es sich dem Werthe $1 + m$, wofern $bc$ kann ohne merklichen Fehler weggelassen werden. Man setze zu diesem Behuf $a = \infty$, wiewohl für ein grosses $\mu$ oder $\nu$ dies nicht einmal nöthig wäre. Alsdann ist die Gleichung

$$\frac{m}{1+m} \cdot b^2 = c^2 + \frac{\nu b}{\mu(1+m)} \cdot c,$$

oder, indem zugleich $b$ als Maass der Grössen $= 1$ gesetzt wird,

$$\frac{m}{c} - c(1+m) = \frac{\nu}{\mu}.$$

Nun ist 1) $m$ höchstens $= 1$, und alsdann $\frac{1}{c} - 2c = \frac{1-2c^2}{c} = \frac{\nu}{\mu}$. Nimmt man $\frac{\nu}{\mu} = 2$, so ist $1 - 2c^2 = 2c$; $c^2 + c = \frac{1}{2}$; woraus $c = \frac{-1+\sqrt{3}}{2} = 0{,}366$. Man kann aber für $\frac{\nu}{\mu}$ eine grosse Zahl setzen. Es sei z. B. $\frac{\nu}{\mu} = 100$, also $1 - 2c^2 = 100c$, folglich nahe $c = \frac{1}{100}$.

2) $m$ sei $= \frac{1}{2}$; und alsdann $\frac{1}{2} - \frac{3}{2}c^2 = \frac{\nu}{\mu}c$. Nimmt man $\frac{\nu}{\mu} = 2$, so kommt $c = \frac{-2+\sqrt{7}}{3} = 0{,}215$; natürlich kleiner als vorhin; und für $\frac{\nu}{\mu} = 100$ wird $c$ nahe $= \frac{1}{200}$; wo schon offenbar ist, dass für geringere Hemmungsgrade $c$ noch kleiner sein dürfte.

Wir haben hier das Verhältniss $\nu:\mu$ in Rechnung gesetzt, denn die Gleichung selbst, worin $\frac{\nu}{\mu}$ als ein Quotient vorkommt, weiset dahin, dass dies Verhältniss die verlangte Grösse von *c* bestimmt. Je grösser die Anzahl der zugleich steigenden *b*, desto grösser auch muss die der *c* sein, falls die letzteren sich über der Schwelle halten sollen; und umgekehrt, je weniger der *b*, desto weniger der *c* sind hinreichend, damit sie sich halten.

Das Resultat ist nun offenbar dies, dass wenn *a* auch noch so gross ist, doch neben einer geringen Menge der *b* sich eine *grosse* Menge von *c*, wenn *c* sehr *klein* ist, nach freiem Steigen und Zurücksinken noch über der Schwelle erhalten wird. Ein Unterschied der zugleich steigenden von den zugleich sinkenden Vorstellungen; welcher Unterschied wesentlich dazu beiträgt, den Vorzug des schon erworbenen geistigen Reichthums vor den jedesmaligen sinnlichen Wahrnehmungen zu erklären. Der Grund aber liegt darin, dass bei steigenden Vorstellungen die schwächeren, während sie grösstentheils die Hemmungssumme übernehmen, dieselbe doch nur in soweit vermehren können, als sie hervortreten.

Ein paar nahe verwandte Beispiele werden zur Erläuterung dienen.

**19.** Zuvörderst sei $a=6$, $b=5$, $c=1$, $m=1$, $\mu=1$, $\nu=10$, woraus $k=1{,}98\ldots$

Die Formel $\frac{k-1}{k}\cdot b^2 = c^2 + \frac{\nu b}{k\mu}c$ ergiebt für *c*, nachdem für die übrigen Grössen die angenommenen Werthe gesetzt sind, nahe den Werth $=\frac{1}{2}$; also ist $c=1$ sehr weit entfernt, bis zur Schwelle zurückzusinken.

Jetzt nehme man die Grössen *a*, *b*, *c*, *m*, *ν*, wie zuvor; aber $\mu=2$. Daraus ist *k* beinahe wie vorhin $=1{,}98422$. Wird *c* als noch unbestimmt betrachtet, so giebt die Formel $c=0{,}91\ldots$, mithin bleibt $c=1$ hier noch über der Schwelle; jedoch sind die zehn *c* nun schon nahe daran, verdrängt zu werden, nachdem die Anzahl der *b* ist verdoppelt worden.

Statt der zehn *c* setzen wir jetzt ihrer neun. Also $a=6$, $b=5$, $c=1$, $m=1$, $\mu=2$, $\nu=9$. Daraus $k=1{,}9826$. Fragt man nunmehr die Formel, wie gross *c* hätte sein müssen, um sich über der Schwelle zu halten, so antwortet sie: $c=1{,}003$; also ist jetzt schon $c=1$ um ein Weniges zu klein, weil die

Anzahl der $c$ zu gering ist. Dies hindert indessen die neun $c$ nicht, eine mässige Zeit hindurch merklich zu steigen. Sie erreichen für $t = 0{,}6947$ ihr Maximum $= 0{,}2517$, (wie man aus der Formel in (16) schon beinahe erwarten konnte, da hier $k$ nahe an dem Werthe $= 2$ ist,) und für $t = 1{,}391$ haben sie im Wendepunct noch eine Höhe $= 0{,}1863$. Hieraus erhellet schon, dass die Zeit, da $\gamma = 0$ sein wird, zu gross für die in (15) gefundene Näherungsformel ausfällt. Bedient man sich des in (6) am Ende erwähnten Verfahrens, — indem das dortige $A$ hier $= -(\mu b + \nu c) . \frac{b}{k} + \mu(b^2 - c^2), B = \mu(b^2 - c^2)$, und $C = (\mu b + \nu c)\frac{b}{k}$, also auch $A + C = B$, und in den angenommenen Zahlen des Beispiels, $A = 48 - 47{,}917 = 0{,}083$; $B = 48$, und $C = 47{,}917$ ist; so findet sich $t = log.\ nat. \frac{B}{A} = 6{,}36$, welches nach der Probe sehr genau zu sein scheint, da sich $1 - e^{-kt}$ hier kaum noch von 1 unterscheidet. Die negative Geschwindigkeit, womit $\gamma$ zur Schwelle sinkt, ist hier sehr gering; sie beträgt nicht vollends 0,002; wie natürlich, da bei so spätem Sinken die nach einerlei Gesetz fortgehende Bewegung der Vorstellungen fast vollendet ist.

20. Um die Vergleichungen noch etwas weiter zu führen, fügen wir der schon angezeigten Formel:

$$\gamma = \frac{\mu b + \nu c}{\mu c + \nu b} \cdot \frac{b}{k}(1 - e^{-kt}) = \frac{\mu(b^2 - c^2)}{\mu c + \nu b}(1 - e^{-t})$$

noch die folgenden dazu gehörigen bei:

$$\beta = \frac{\mu b + \nu c}{\mu c + \nu b} \cdot \frac{c}{k}(1 - e^{-kt}) + \frac{\nu(b^2 - c^2)}{\mu c + \nu b}(1 - e^{-t}),$$

und $$\alpha = \left(a - \frac{\mu b + \nu c}{\mu c + \nu b} \cdot \frac{bc}{a}\right)(1 - e^{-t}) + \frac{\mu b + \nu c}{\mu c + \nu b} \cdot \frac{bc}{ak}(1 - e^{-kt}),$$

die sich aus den allgemeinen Formeln (im zweiten Hefte S. 90 und 94, vgl. oben S. 427 und 429) sehr leicht ergeben. Man nehme noch die Hemmungssumme hinzu; sie ist bekanntlich, wie auch aus Vorstehendem sich unmittelbar entnehmen lässt:

$$m(\mu\beta + \nu\gamma) = m \cdot \frac{\mu b + \nu c}{k}(1 - e^{-kt})$$
$$= m \cdot (\mu b + \nu c)(t - \tfrac{1}{2}kt^2 + \ldots).$$

Hier zeigt sich sogleich, dass der Anfang des Steigens der Hemmungssumme nebst dem Hemmungsgrade von der Stärke und Anzahl der Vorstellungen abhängt; nicht aber von $k$, also auch nicht von dem *darin* liegenden Hemmungsgrade, der vielmehr so lange als unbedeutend kann angesehen werden, bis das Qua-

drat der Zeit bedeutend wird. Alsdann aber ist die Wirkung eines grössern Hemmungsgrades vermindernd bei der Hemmungssumme eben sowohl, als bei den einzelnen Vorstellungen; und man darf sich nicht dem Gedanken überlassen, als ob eine stärkere Hemmung auch das Steigen der Hemmungssumme beschleunigte.

Ferner ist zu überlegen, dass die Hemmungssumme durch $\gamma$ nur so lange wächst, bis das Maximum von $\gamma$ eingetreten ist. Dieser Umstand wird desto bedeutender, je grösser die Anzahl der $\gamma$, also der schwächsten unter den zugleich steigenden. Man muss also erwarten, dass die Hemmungssumme zur Zeit des Maximums schon ihrem grössten Theile nach hervorgetreten sei; dies gilt aber noch gewisser vom Wendungspuncte, in welchem die Geschwindigkeit des Sinkens für die schwächsten am grössten ist, so dass von da an der Druck, den sie erleiden, schon abnimmt.

Ferner, wenn der Unterschied der Stärke gross genug ist, um die schwächsten bald ganz zu verdrängen, so kann man erwarten, dass bis zu deren Maximum die stärkern viel zu wenig von der Hemmung leiden, um in einem merklich andern Verhältnisse, als ihrem ursprünglichen, zu steigen. Man wird finden, dass beinahe noch $\alpha:\beta = a:b$.

Hingegen die Veränderung des Verhältnisses muss am stärksten dann sein, wann der Druck sich am stärksten zeigt, also um die Zeit des Wendungspuncts. Nimmt man den Zeitraum zwischen dem Maximum und dem Wendepuncte doppelt, so ist anzunehmen, dass nun schon die Hemmungssumme nicht bloss beinahe vollständig hervorgetreten, sondern auch vertheilt, und das Verhältniss der $\alpha$, $\beta$, $\gamma$, beinahe so bestimmt sei, wie es bleiben muss, so lange die Formeln gelten.

Sie hören aber bekanntlich auf zu gelten, wenn die schwächsten ganz verdrängt werden, weil alsdann die nun vorhandene Hemmungssumme sich unter die übrig gebliebenen stärkern vertheilen muss.

21. Zur Erläuterung diene das letzte Beispiel in (19); wo $a=6$, $b=5$, $c=1$, $m=1$, $\mu=2$, $\nu=9$. Dort war das Maximum von $\gamma=0{,}2517$ zu der Zeit $=0{,}6947$; setzt man diese Zeit in die Formel für $\beta$, so findet sich $\beta=2{,}4519$; um dieselbe Zeit ist $\alpha=2{,}9605$; und $2{,}4519:2{,}9605$ noch sehr nahe wie

5 : 6. Zugleich ist alsdann die hervorgetretene Hemmungssumme $= 2\beta + 9\gamma = 4{,}9038 + 2{,}2653 = 7{,}1691$.

Im Wendepuncte war $\gamma = 0{,}1863$ zur Zeit 1,391; in eben diesem Zeitpuncte ist $\beta = 3{,}6524$; $\alpha = 4{,}4245$; das Verhältniss beider weicht noch nicht viel weiter ab vom ursprünglichen 5 : 6.

Der Unterschied der Zeiten fürs Maximum und für den Wendepunct ist $= 0{,}6963$. Dieser Unterschied verdoppelt, und zu der Zeit des Maximums addirt, giebt $t = 2{,}0873$; welche Zeit, in $\gamma$, $\beta$, und $\alpha$ gesetzt, ergiebt: $\gamma = 0{,}1087$; $\beta = 4{,}2264$; $\alpha = 5{,}1280$.

Endlich zu der Zeit, wo $\gamma$ verschwindet, also für $t = 6{,}36$ . . ist $\beta = 4{,}7917$; und $\alpha = 5{,}8232$. Diesem Verhältnisse waren $\beta$ und $\alpha$ schon nahe um die Zeit 2,0873; also hat sich gleich nach der Zeit des Wendepuncts dasselbe noch bedeutend verändert, und ist sich dagegen späterhin mehr gleich geblieben.

Die Hemmungssumme war zur Zeit des Wendepuncts schon $= 8{,}9815$; sie ist für $t = 6{,}36$ wenig grösser, nämlich $= 9{,}5835$. Sie musste erst grösstentheils hervortreten, bevor das Verhältniss für die stärkern Vorstellungen sich seiner Ausbildung merklich nähern konnte.

22. Dies Verhältniss ist aber in Fällen, wie der vorgelegte, nichts weniger als bleibend. Was darüber schon im zweiten Hefte (dort S. 77, vgl. oben S. 417) gesagt worden, kann auf eine grössere Anzahl von Vorstellungen, dergleichen wir jetzt betrachten, erweitert werden.

Nachdem sämmtliche $\gamma$ verschwunden, bleibt als Hemmungssumme noch $m\mu\beta$; und die Gleichung

$$d\beta = (b - \beta - \pi'' m\mu\beta)\, dt$$

findet zwar mehrmals statt, nämlich

$$\mu d\beta = (\mu b - \mu\beta - \mu\pi'' m\mu\beta) dt;$$

allein der Factor $\mu$ ist überflüssig; und man hat, indem $k = 1 + \pi'' m\mu$.

$$\text{aus } d\beta = (b - k\beta)\, dt,$$

$$\beta = \frac{b}{k}(1 - e^{-kt}) + Be^{-kt};$$

nämlich die Zeit soll von dem Augenblicke, da $\gamma = 0$ wird, anfangen, und alsdann $\beta = B$ sein; zugleich auch $\alpha = A$. Es ergiebt sich aus

$$d\alpha = (a - \alpha - \pi' . m\mu\beta)\, dt,$$

$$\alpha = \left(a - \frac{\pi' m\mu b}{k}\right)(1 - e^{-t}) + \frac{\pi' m\mu}{k - 1}\left(\frac{b}{k} - B\right)(e^{-t} - e^{-kt}) + Ae^{-t}.$$

Oder, da $\pi' = \frac{b}{b + \mu a}$, $\pi'' = \frac{a}{b + \mu a}$, $k - 1 = \frac{m \mu a}{b + \mu a}$, daher $\frac{\pi' m \mu}{k - 1} = \frac{b}{a}$,

$$\alpha = \left(a - \frac{b^2 m \mu}{b + \mu a (1 + m)}\right)(1 - e^{-t}) + \frac{b}{a}\left(\frac{b}{k} - B\right)(e^{-t} - e^{-kt}) + Ae^{-t}$$

und $\frac{d\alpha}{dt} = [a - \frac{b}{a}(b - B) - A] e^{-t} + \frac{b}{a}(b - kB) e^{-kt}$ *.

Setzt man nun $a - \frac{b}{a}(b - B) - A = p$, und $\frac{b}{a}(b - kB) = -q$, so folgt aus $\frac{d\alpha}{dt} = 0$, $t = \frac{1}{k-1} \cdot log. \frac{q}{p}$; und hiemit ein Minimum für $\alpha$, wenn der Logarithme möglich und positiv ist.

**23.** Wendet man dies auf das vorliegende Beispiel an, so ist zuvörderst für $t = 0$, $\frac{d\beta}{dt} = b - kB = -3{,}1742$, (indem $k = 1{,}7059$,) also bekommt jedes $\beta$ einen starken plötzlichen Stoss zum Sinken; aber auch $\alpha$ bekommt einen nicht viel schwächeren, denn $\frac{d\alpha}{dt}$ ist gleichzeitig $= -2{,}6419$. Der Grund davon ist lediglich die stark angewachsene Hemmungssumme, die jetzt nicht mehr auf die völlig verschwundenen $\gamma$ drücken kann.

Ferner ist die Zeit $\frac{1}{k-1}\ log. \frac{q}{p} = 9{,}5157$; so lange sinkt $\alpha$; und kommt herab auf den Werth $= 4{,}276$, welcher sich vom Grenzwerthe kaum würde unterscheiden lassen, da in so langer Zeit die Exponentialgrössen beinahe verschwinden. Um dieselbe Zeit ist jedes der $\beta = 2{,}931$; welcher Werth ebenfalls für den Grenzwerth zu nehmen ist.

Fasst man die Zeit 9,51... mit jener $= 6{,}36$ zusammen, so ist etwas mehr als eine halbe Minute über dem gesammten Steigen und Sinken verflossen. Die ähnlichen Beispiele im zweiten Hefte waren auf eine weit kürzere Zeit beschränkt; und stellten kein solches Zurücksinken vor Augen, wie hier, wo $\alpha$ von 5,8... bis auf 4,2..., und jedes $\beta$ von 4,79.. bis 2,9... abnimmt, ohne dass eine merkliche Wiedererhebung des $\alpha$ darauf folgt.

**24.** Für lang anhaltende geistige Bewegungen können die bisher betrachteten, und alle ihnen ähnlichen Formeln keine

---

* Die analoge Formel im zweiten Hefte S. 78 [vgl. oben S. 418], wo $\mu = 1$, kann etwas kürzer zusammen gezogen werden; indem dort $k = 1 + \frac{am}{a + b}$, folglich $(k - 1)(a + b) = am$.

Erklärung darbieten; und zwar offenbar aus dem Grunde nicht, weil solche Grössen wie $1 - e^{-t}$ und $1 - e^{-kt}$, wo $k > 1$, sehr bald beinahe constant werden.

Wir wenden uns jetzt zu der bekannten Formel

$$\omega = \varrho\,(1 - e^{-\frac{r}{\Pi}t}),$$

dem Integral von $\quad \frac{r}{\Pi}(\varrho - \omega)\,dt = d\omega,$

welche sich mit den vorstehenden Untersuchungen in Verbindung bringen lässt. Zuvor eine leichte Bemerkung, um eine vermeinte Schwierigkeit wegzuräumen. Man kann fragen, was das Verhältniss $r:\Pi$ hier bedeute? und ob etwa eine stärkere Vorstellung $\Pi$ durch den Rest $r$ zu heben, schwerer und langsamer von Statten gehe, als dies bei einem geringen $\Pi$ gelinge? Ungefähr wie wenn $\Pi$ eine schwere Masse wäre, deren Gewicht überwunden werden müsse. Dieser Ungereimtheit entgeht man sogleich, wenn man nur anfängt, die Formel in eine Reihe aufzulösen; nämlich

$$\omega = \frac{\varrho r}{\Pi}\,t - \ldots$$

Hier liegt die Verschmelzungshülfe $\frac{\varrho r}{\Pi}$ am Tage, und es ist nicht das Verhältniss $r:\Pi$, sondern $\varrho:\Pi$, welches man zunächst ins Auge fassen soll. Denn der wirksame Rest $r$, kann nur in sofern wirken, als die Vorstellung $\Pi$ sich denselben aneignet, und die Aneignung ist es, welche von dem Verhältniss $\varrho:\Pi$ abhängt. Wofern $\Pi$ gross ist gegen $\varrho$, so ist die Verbindung des $r$ mit $\Pi$ nur gering, und die Erhebung des $\Pi$ geht langsam.

25. Es sei nun $r$ ein Theil von $a$, oder von einem der $b$, oder selbst von einem der $c$, die wir im Vorhergehenden als frei steigend betrachteten. Mit einem und dem nämlichen $r$ seien zunächst verbunden der Rest $\varrho$ von $\Pi_1$ und $\varrho'$ von $\Pi_2$. Indem $a$ (oder $b$ oder $c$) im freien Steigen begriffen ist, hat auch $r$ Freiheit, $\varrho$ und $\varrho'$ zu reproduciren. Es sei aber unter $\varrho$ und $\varrho'$, also unter $\Pi_1$ und $\Pi_2$ der Hemmungsgrad $= m$, so erhebt sich mit beiden eine wachsende Hemmungssumme. Diese wirkt auf $a$ (oder statt dessen auf $b$ oder $c$), das heisst, auf diejenige Vorstellung, wovon $r$ ein Theil ist; aber man braucht darum nicht anzunehmen, dass $r$ selbst in seiner reproducirenden Wirksamkeit gehindert werde*; denn dieselbe Vorstellung

* Hier ist die Erinnerung nöthig, dass $r$ nicht ein abgeschnittenes Stück

$a$ (oder $b$ oder $c$), wovon $r$ ein Theil ist, kann gross genug angenommen werden, damit ungeachtet ihres Sinkens doch immer noch ein Quantum $= r$ ins Bewusstsein trete und sich darin erhalte. Demnach betrachten wir zunächst bloss das, was den, in Reproduction begriffenen Resten $\varrho$ und $\varrho'$ begegne.

Die wirksamen Kräfte sind hier die Verschmelzungshülfen, also $\frac{\varrho}{\Pi_1} \cdot r$ und $\frac{\varrho'}{\Pi_2} \cdot r$, wo die Quotienten $\frac{\varrho}{\Pi_1}$ und $\frac{\varrho'}{\Pi_2}$ als blosse Zahlen zu betrachten sind. Welche von diesen Hülfen die stärkste sei, hängt nicht von $\varrho$ und $\varrho'$ allein ab; ist $\varrho'$ kleiner als $\varrho$, so kann in noch grösserem Verhältniss $\Pi_2 < \Pi_1$ sein. Bloss der leichtern Uebersicht wegen wollen wir annehmen $\varrho' < \varrho$, und auch $\frac{\varrho'}{\Pi_2} r < \frac{\varrho}{\Pi_1} r$. Wenn nun von $\varrho$ das Quantum $\omega$, und von $\varrho'$ das Quantum $\omega'$ nach Verlauf der Zeit $t$ hervorgetreten, so ist $m\omega'$ die Hemmungssumme; und es kommt noch darauf an, das Hemmungsverhältniss zu bestimmen. *Von den* Kräften $\frac{r\varrho}{\Pi_1}$ und $\frac{r\varrho'}{\Pi_2}$ ist das umgekehrte Verhältniss $\Pi_1\varrho' : \Pi_2\varrho$; behalten wir nun für die Hemmungscoëfficienten die Benennungen $\pi'$ und $\pi''$, so ist $\pi' = \frac{\Pi_1\varrho'}{\Pi_1\varrho' + \Pi_2\varrho}$, und $\pi'' = \frac{\Pi_2\varrho}{\Pi_1\varrho' + \Pi_2\varrho}$. Die Hemmungssumme zerfällt nun in die Theile $\pi' m\omega'$ und $\pi'' m\omega'$; daher die Gleichungen:

$$\left[\frac{\varrho}{\Pi_1}(\varrho - \omega) - \pi' m\omega'\right] dt = d\omega,$$

$$\text{und } \left[\frac{r}{\Pi_2}(\varrho' - \omega') - \pi'' m\omega'\right] dt = d\omega.$$

Letztere giebt, wenn $\frac{r}{\Pi_2} + \pi'' m = k$, $\omega' = \frac{r\varrho'}{k\Pi_2}(1 - e^{-kt})$, und wenn dieser Werth in die erste Gleichung gesetzt wird,

$$\omega = \left(\varrho - \frac{\pi' m \varrho'}{k} \cdot \frac{\Pi_1}{\Pi_2}\right)\left(1 - e^{-\frac{r}{\Pi_1}t}\right) + \frac{\pi' m r \varrho'}{k\Pi_2} \cdot \frac{\Pi_1}{r - k\Pi_1}\left(e^{-kt} - e^{-\frac{r}{\Pi_1}t}\right).$$

Hier zeigen sich Exponentialgrössen, die, so langsam man will, verschwinden können. Theils kann man $k$ nach Belieben klein annehmen, wenn $\Pi_2$ gross gegen $r$, und der Hemmungs-

ist, sondern nur die Verbindung bestimmt, welche zwischen derjenigen Vorstellung, wovon es *ein Theil* — uneigentlich genannt wurde, — und einer andern, statt findet. Darum wird auch immer das *ganze r*, als verbunden mit *jedem* $\varrho$, betrachtet; während man es sonst unter die mehrern $\varrho$ gleichsam austheilen müsste.

grad $m$ gering sein soll: so dass $k$ die Summe zweier kleinen ächten Brüche wird; theils mag auch $\Pi_1$ gross sein gegen $r$.

26. Die Bedeutung der Formeln wird klärer, wenn man $\pi'$, $\pi''$, $k$, auflöst. Es ist $k = \frac{r}{\Pi_2} + \frac{\Pi_2 \varrho m}{\Pi_1 \varrho' + \Pi_2 \varrho}$; und daher

$$\frac{\pi'}{k} = \frac{\Pi_1 \varrho' . \Pi_2}{r(\Pi_1 \varrho' + \Pi_2 \varrho) + \Pi_2{}^2 \varrho m}.$$

Die Erhebungsgrenze von $\omega'$ ist

$$\frac{r\varrho'}{k\Pi_2} = \frac{r\varrho'(\Pi_1 \varrho' + \Pi_2 \varrho)}{r(\Pi_1 \varrho' + \Pi_2 \varrho) + \Pi_2{}^2 \varrho m} = \varrho' . \frac{1}{1 + \frac{\Pi_2{}^2 \varrho m}{r(\Pi_1 \varrho' + \Pi_2 \varrho)}}.$$

Die Erhebungsgrenze von $\omega$ ist

$$\varrho - \frac{\pi' m \varrho'}{k} . \frac{\Pi_1}{\Pi_2} = \varrho - \frac{\Pi_1{}^2 \varrho'^2 m}{r\Pi_1 \varrho' + \Pi_2 \varrho (r + \Pi_2 m)}.$$

Einfacher werden die Formeln für $\Pi_1 \varrho' = \Pi_2 \varrho$, welches $\pi' = \pi'' = \frac{1}{2}$ giebt. Noch einfacher, wenn überdies $\Pi_1 = \Pi_2$, also auch $\varrho' = \varrho$. Alsdann ist von $\omega$ die Erhebungsgrenze $= \frac{\varrho}{1 + \frac{\Pi_1 m}{2r}}$; und denselben Werth dieser Grenze giebt auch die Formel für $\omega'$, wie es sein muss.

Zu bemerken ist, dass hier nicht mehr, wie früher, nothwendig $e^{-kt}$ schneller verschwinde als die andere Exponentialgrösse. Man kann $\Pi_2$ gross genug nehmen, damit $k$ kleiner sei als $\frac{r}{\Pi_1}$.

27. Mehr Mannigfaltigkeit kommt in diese Untersuchung, wenn man statt zweier Vorstellungen $\Pi$ nun deren drei, mithin $\varrho$, $\varrho'$, $\varrho''$, als verbunden mit dem nämlichen $r$ voraussetzt. Die Hemmungssumme sei $= m(\omega' + \omega'')$, ihre Vertheilung geschehe nach dem Verhältnisse $\pi'$, $\pi''$, $\pi'''$; wobei wiederum die Hülfen zum Grunde liegen; nämlich $\frac{r\varrho}{\Pi_1}$, $\frac{r\varrho'}{\Pi_2}$, $\frac{r\varrho''}{\Pi_2}$. Hier wollen wir der kürzern Rechnung wegen $\Pi_3 = \Pi_2$ setzen; so sind die umgekehrten Verhältnisse der Hülfen

$$\varrho' \Pi_1 \varrho'' \qquad \varrho \Pi_2 \varrho'' \qquad \varrho \Pi_2 \varrho';$$

also

$$\pi' = \frac{\varrho' \Pi_1 \varrho''}{\varrho' \Pi_1 \varrho'' + \varrho \Pi_2 (\varrho'' + \varrho')},$$

$$\pi'' = \frac{\varrho \Pi_2 \varrho''}{\varrho' \Pi_1 \varrho'' + \varrho \Pi_2 (\varrho'' + \varrho')},$$

$$\pi''' = \frac{\varrho \Pi_2 \varrho'}{\varrho' \Pi_1 \varrho'' + \varrho \Pi_2 (\varrho'' + \varrho')};$$

und man hat die Gleichungen:

$$\left[\frac{r}{H_1}(\varrho - \omega) - \pi' m (\omega' + \omega'')\right] dt = d\omega,$$
$$\left[\frac{r}{H_2}(\varrho' - \omega') - \pi'' m (\omega' + \omega'')\right] dt = d\omega',$$
$$\left[\frac{r}{H_2}(\varrho'' - \omega'') - \pi''' m (\omega' + \omega'')\right] dt = d\omega''.$$

Die beiden letzten Gleichungen sind zu addiren. Es sei, um abzukürzen, $\frac{r}{H_2}(\varrho' + \varrho'') = M$; $\frac{r}{H_2} + m(\pi'' + \pi''') = k$, so wird zuuächst aus $[M - k(\omega' + \omega'')]\,dt = d(\omega' + \omega'')$,

$$\omega' + \omega'' = \frac{M}{k}(1 - e^{-kt}),$$

und man kann diesen Werth iu die drei Gleichungen setzen. Daraus wird

$$\omega = \left(\varrho - \frac{\pi' m M H_1}{kr}\right)\left(1 - e^{-\frac{r}{H_1}t}\right) + \frac{\pi' m M}{k} \cdot \frac{H_1}{r - kH_1}\left(e^{-kt} - e^{-\frac{r}{H_1}t}\right);$$
$$\omega' = \left(\varrho' - \frac{\pi'' m M H_2}{kr}\right)\left(1 - e^{-\frac{r}{H_2}t}\right) + \frac{\pi'' m M}{k} \cdot \frac{H_2}{r - kH_2}\left(e^{-kt} - e^{-\frac{r}{H_2}t}\right);$$
$$\omega'' = \left(\varrho'' - \frac{\pi''' m M H_2}{kr}\right)\left(1 - e^{-\frac{r}{H_2}t}\right) + \frac{\pi''' m M}{k} \cdot \frac{H_2}{r - kH_2}\left(e^{-kt} - e^{-\frac{r}{H_2}t}\right).$$

Diese drei Gleichungen können ähnliche Untersuchungen veranlassen, wie jene über Maximum, Wendepunct, Nullpunct der schwächsten. Man wird auch die Anzahl der Vorstellungen vermehren; man wird Verschiedenheit der Hemmungsgrade annehmen können. Allmälig von der ersten Anuahme abweichend wird man auch statt des immer gleichen Restes $r$ deren mehrere nicht ganz gleiche voraussetzen können. Es giebt hier eine grenzenlose Mannigfaltigkeit möglicher Bewegungen unter den Vorstellungen. Was darüber zu bemerken am nöthigsten ist, mag Folgendes sein.

28. Erstlich: die Formeln sind eben so wohl geeignet, die schnellsten, als die langsamsten Bewegungen auszudrücken. Setzt man $r = 1$, und $H_1 = H_2 = 100$, so ist für $t = 10$, $\frac{r}{H_1}t = \frac{r}{H_2}t = \frac{1}{10}$; und für einen geringen Hemmungsgrad kann $k$ so klein sein, dass es nicht viel über $\frac{1}{100}$ beträgt; dann ist $e^{-\frac{r}{H}t}$ und $e^{-kt}$ nicht weit von $\frac{10}{11}$; also sind nach Verlauf von etwa zwanzig Secunden die Vorstellungen noch wenig hervorgetre-

ten, und vollends von den Erhebungsgrenzen noch sehr entfernt. Setzt man hingegen $\Pi_1 = \Pi_2 = \frac{1}{100}$, so ist für $t = \frac{1}{10}$, der Werth von $\frac{r}{\Pi_1}t$ und $\frac{r}{\Pi_2}t = 10$, und für $k$ wird jeder Hemmungsgrad fast unbedeutend, da nun $e^{-\frac{r}{\Pi}t}$ und $e^{-kt}$ kleiner werden als $\frac{1}{22000}$, folglich nach Verlauf des fünften Theils einer Secunde die ganze Bewegung jener Vorstellungen so gut als vollendet ist.

Zweitens: betrachtet man die $\Pi$ als bloss passiv gehoben, so fällt die ganze Hemmungssumme, welche sie zwischen einander erzeugen, auf $r$, das heisst, auf diejenige Vorstellung, wovon $r$ ein Theil ist. Kommen nun solche Fälle vor, die jenem in (21) und (22) ähnlich sind, so wächst die Hemmungssumme über den Punct wo sie bleiben kann, und fängt dann plötzlich an zu sinken; dem gemäss wird der Druck auf $r$ wachsen und abnehmen, also die Vorstellung, wovon $r$ ein Theil ist, wird sinken und wieder steigen.

Drittens: gesetzt, diese letztere Vorstellung sei $a$, oder $b$, oder $c$, so wird ihr Sinken veranlassen, dass die andern steigen, und wiederum ihr Steigen wird jene zum Sinken bringen. Ueberhaupt, das Gleichgewicht, welches zwischen den frei steigenden sich bildet, oder schon gebildet hat, wird gestört, wenn eine von denselben reproducirend auf mehrere andre wirkt, die unter sich in Hemmung treten.

Viertens: diese Störung wird verwickelter, wenn mehrere Reste, $r$, $r'$, $r''$, der nämlichen Vorstellung reproducirend wirken, und

Fünftens: die Störung wird noch verwickelter, wenn, (wie ganz gewöhnlich,) *zugleich a, und b, und c*, mit irgend welchen ihrer Reste reproducirend wirken.

29. Wir kehren zu einem, in gewisser Hinsicht einfacheren Falle zurück, wozu nur eine einzige frei steigende Vorstellung nöthig ist; sie heisse $a$; wir brauchen von ihr den Rest $r$, wie zuvor so, dass dieses $r$ nicht ein bestimmtes Stück von $a$, sondern nur ein Quantum sei, welches immer im Bewusstsein vorhanden bleibe, wenn auch $a$ im Sinken begriffen ist. Eine unbestimmte Menge der $\Pi$ sei durch die Reste $\varrho$ in Verbindung mit $r$, auch seien sowohl die $\Pi$ als die $\varrho$ unter einander gleich. Ferner nehmen wir an, dass die $\Pi$ unter sich reihenförmig verbunden seien, so wird sich hier eine Erklärung der Reihen-

entwickelung darbieten, die für manche Fälle die treffendste sein mag.

Sind alle $\varrho$ genau gleich, so wird nur eine Erhebung derselben durch $r$ geschehen, wobei in Folge der wachsenden Hemmungssumme sich die $\varrho$ einer niedrigern Grenze schneller als sonst nähern. Für jedes $\varrho$ hat man die Gleichung

$$\left[\frac{r}{\Pi}(\varrho - \omega) - \pi' mn\omega\right] dt = d\omega,$$

wo $n + 1$ die Anzahl der $\Pi$, $m$ der Hemmungsgrad, den wir auch hier für alle gleich annehmen, also $mn\omega$ die Hemmungssumme ist, wovon der Bruch $\pi'$ auf jedes $\varrho$ fällt. Es ist nämlich $\pi' = \frac{1}{n+1}$, weil für sämmtliche $\Pi$ Alles gleich angenommen worden. Mithin

$$\omega = \varrho \cdot \frac{(n+1)r}{(n+1)r + mn\Pi}\left[1 - e^{-\left(\frac{r}{\Pi} + \frac{mn}{n+1}\right)t}\right].$$

Soll aber die Reihe der $\Pi$ sich entwickeln, so nehme man nur an, das erste der $\Pi$ sei durch ein etwas grösseres $\varrho$ mit $r$ verbunden. Dies giebt eine grössere Hülfe, und die Reihe kommt aus dem Gleichgewichte, indem das erste $\varrho$ die folgenden übersteigt. Dadurch werden die andern genöthigt, unter ihren statischen Punct zu sinken; und drängen das erste $\varrho$ zurück. Unterdessen wirkt dieses auf das nächste, mit ihm am meisten verbundene $\varrho$ zum Steigen; welches von dem für alle gleichen $r$ begünstigt, von den übrigen Gliedern der Reihe aber bald gehindert wird. Der Antrieb zum Hervorragen geht nun von Glied zu Glied; während im allgemeinen die Reihe steigt, aber auch die Hemmungssumme wächst, und den vordern Theil der Reihe, der sich zuerst vordrängt, mehr und mehr zurücktreibt.

Diese Erklärung scheint sowohl dem Steigen der hintern Glieder, als dem Zurücktreten der vordern, zu genügen; indem ausserhalb der Reihe ein Grund für gleichmässiges Steigen, innerhalb der Reihe aber ein Grund für zunehmendes Sinken der zuerst begünstigten Glieder gefunden wird. Jener Grund liegt in dem $r$; dieser in der Hemmungssumme. Die längst gezeigte reihenförmige Verbindung der $\Pi$ wird dabei als bekannt vorausgesetzt.

30. Der Umstand, dass die Hemmungssumme auf die Vorstellung $a$ drückt, schliesst einen andern nicht aus, welcher hinzukommt, falls mit $a$ auch $b$ und $c$ im Steigen begriffen ist.

Nämlich die Hemmungsumme wird auch auf diese drücken, wenn sie dem *H* entgegen sind; und sie werden ihrerseits zurückwirken. Ist einmal eine Reihe hervorgehoben, wenn auch nicht aus eigener Kraft hervorgetreten, so braucht es immer Zeit, dass sie wiederum sinke; und Kraft, um dies Sinken zu beschleunigen; Letzteres geschieht, wenn die Glieder der Reihe etwas ihnen Entgegengesetztes antreffen.

Hier darf nicht unbemerkt bleiben, dass mittelbar ein Gegensatz vorhanden sein könne. Gesetzt, *b* und *c* seien an sich nicht den *H* entgegen, aber irgend ein leibliches oder geistiges Handeln entspreche der Reihenentwickelung der *H*, und ein andrer leiblicher oder geistiger Zustand entspreche den *b* und *c*: so kann zwischen den Zuständen einerseits und andrerseits die Hemmung statt finden.

Ein ganz gewöhnlicher Fall dieser Art kommt vor, wenn die Reihe der Vorstellungen mit einer Reihe von Worten verbunden ist. Alsdann können *b* und *c*, saumt dem, was mit ihnen zusammenhängt, nicht zum Worte kommen, so lange die Reihe der *H* sich ausspricht.

Noch viel gewöhnlicher ist ein andrer Fall, nämlich das Umherwenden des Blicks unter bekannten Gegenständen. Das Auge wird geleitet durch die sich entwickelnden Vorstellungsreihen; es eilt vorüber an Vielem, was sich zu sehen darbietet, wenn die Reihe, von der es seinen Antrieb empfängt, nicht darauf führt. So bleibt Manches unbemerkt, wovon man später nicht begreift, wie es habe übersehen werden können. Aber oft genug wird die Anregung von mehrern Puncten zugleich ausgehn; das Auge kann nicht allen zugleich folgen; bald aber stört eine Reihe die andre, wenn nicht vielmehr der Gegenstand eine gegenseitige Begünstigung der verschiedenen Reihen veranlasst.....

---

### 3. Zur Lehre von der Apperception.

1. Der einfachste Anfang der Betrachtung über die Apperception liegt da, wo eine eben vorhandene sinnliche Wahrnehmung, anstatt von der noch übrigen Hemmungssumme früherer Vorstellungen augenblicklich ganz gehemmt zu werden, sich soweit im Bewusstsein hält, dass die nächsten momentanen Zusätze eben dieser Wahrnehmung sich unter einander verbinden

können; also, dass aus dem Differential des Wahrnehmens ein Integral entsteht. Man denke dabei an den Umstand, dass Menschen, die viel auf ihr körperliches Befinden achten, auch fast unaufhörlich über irgend ein Unbehagen sich zu beklagen Veranlassung haben; sie appercipiren, was der lebhaft Beschäftigte nicht merkt, obgleich er, wofern er will, Aehnliches oft genug bemerken kann. An das Beschwerliche, was sie fühlen, knüpfen sich nun ihre Sorgen und Mühen; es wird zum Kern, um welchen herum sich ihre Gedanken sammeln und configuriren.

2. Die Configuration andrer Vorstellungen in Folge des Appercipirten ist die Aneignung selbst. Ihre erste Bedingung ist ein Zurückweichen (wenn auch nicht völliges Entweichen) dessen, was in diese Configuration nicht eingeht.

3. Wo ein paar Vorstellungsreihen bloss abwechselnd ins Bewusstsein treten, ohne irgend zu verschmelzen, da kann keine Apperception statt finden. So wenn man, mit wichtigern Dingen beschäftigt, eine Thür abschliesst, ein Licht auslöscht, ein Geräth weglegt, und sich späterhin fragt, ob dies oder jenes auch besorgt sei? Um sich diese Frage beantworten zu können, müsste man sich einen Zeitpunct angeben, in welchen die vollzogene Handlung gehöre; es müsste sich also im Augenblicke des Handelns eine Zeitreihe gebildet haben, durch Verschmelzung mit dem, was vorher oder nachher geschah. Nun gehören aber die Gedanken, welche damals vorherrschten und nur kaum während des Handelns zurückwichen, oft in gar keine, oder doch nicht in diejenige Zeitreihe, welche jener Handlung angemessen ist; die Wahrnehmung des vollzogenen Handelns kann sich also an Vorhergehendes und Nachfolgendes nicht anschliessen, und es bildet sich kein Faden, an welchem die Erinnerung dieselbe hervorziehn und erreichen könnte.

Dienende Personen, welche jeden Augenblick der Nachfrage ausgesetzt sind, ob sie die empfangenen Aufträge ausgerichtet haben, gewöhnen sich, die Zeitreihe ihres Thuns vestzuhalten; es ist dies ihre herrschende Sorge; daher vergessen sie nicht leicht, was sie thun und zu thun haben; und man ist sicherer bei Bestellungen durch sie, als durch Freunde, auf deren wohlwollende Gesinnung man weit mehr rechnen dürfte.

Das Vorurtheil, als ob alle innere geistige Thätigkeit von selbst in Begleitung einer Zeitvorstellung geschähe, und als ob

weiter nichts nöthig wäre, um Zeitreihen zu bilden, muss hier ganz und gar bei Seite gesetzt werden; es würde die Frage nach der Möglichkeit der Apperception durchaus verdunkeln.

4. Wird nach längerer Abwesenheit ein Wiedererkennen verlangt: so kommt es zunächst darauf an, dass überhaupt die Vorstellungsmasse hervortrete, in welcher sich der Gegenstand finden lässt. Welcher Theil dieser Vorstellungsmasse es auch sei, der zuerst hervortritt, — von ihm aus mögen alsdann die Reminiscenzen fortlaufen, bis die gleichartige ältere Vorstellung sich zur Anknüpfung darbietet. Man sieht leicht, dass der Kreis der aufgeregten Gedanken sich hiebei successiv verengt, und dass darüber eine Zeit verstreichen kann; daher nicht alle Erinnerung gleich schnell zu Gebote steht. Es geschieht hier unvermerkt etwas Aehnliches, wie beim Fragespiel, wo absichtlich durch die Fragen der aufgegebene Gegenstand immer mehr begrenzt wird; während beim Räthsel die scheinbaren Widersprüche diese Begrenzung erschweren.

Wer sich an die Bedeutung eines fremdklingenden Wortes nicht gleich erinnert, kommt eher zum Verstehen, wenn er wenigstens merkt, welcher Sprache das Wort angehört. Wer einen alten Bekannten wiedersieht, erkennt ihn leichter, sobald er weiss, an welchem Orte die Bekanntschaft gemacht war.

Wer ein Werkzeug nöthig hat, überlegt zuerst, wo ein solches, und zwar möglichst passendes, zu finden oder doch zu suchen sei; dann, was zu thun sei, um es zu erlangen. Der Gedanke des Orts, wo, und der Gelegenheit, wie es zu erlangen sei, ist hier die appercipirende Vorstellungsmasse. Eben so, wenn zum Behuf einer Rechnung der Gedanke der Formel und des Verfahrens hervortritt, wodurch das Verlangte mag gefunden werden.

Ob in solchen Fällen lange beim Fragen und Suchen verweilt, und dabei viel oder wenig Verlegenheit empfunden werde: dies ist unwesentlich für die Apperception selbst, denn sie geschieht erst in dem Finden des Gesuchten und in dessen Aneignung zum Gebrauch, sei nun dieser Gebrauch ein äusseres Handeln oder ein blosses Denken. Aber das vorgängige Fragen und Suchen verräth, dass die Apperception nicht immer leicht, ja nicht immer möglich ist.

5. Wo schon gefragt und gesucht wird, da hat diejenige Vorstellung, welche die appercipirte werden soll, wenigstens

die ersten Schritte dazu gewonnen. Sie hat schon Platz im Bewusstsein; andre, ihr ganz fremdartige Gedanken sind schon zurückgewichen. Es kommt nur noch darauf an, jenen sich mehr und mehr verengenden Kreis der Gedanken herbeizuführen, und ihn eben dadurch zu verengen, dass mehr und mehr das Unpassende zurückgetrieben wird. Sinkt aber die Vorstellung, und verschwindet sie früher aus dem Bewusstsein, als dies Verengen sich vollendet, so unterbleibt dennoch die Apperception.

6. Es sei nun die starke Vorstellung $a$ mit einer starken Hemmungssumme belastet, welche aus den mit ihren mannigfaltigen Resten vielfach verbundenen $\Pi$ entstehe. Unter diesen $\Pi$ werde irgend eins, — es sei $\Pi_m$ — durch ein gleichartiges $\Pi_n$ zum Hervortreten begünstigt; es mag $\Pi_n$ in der Wahrnehmung gegeben, oder durch eine Reproduction im Innern gehoben sein. Die Begünstigung liegt darin, dass gegen die andern $\Pi$ eine Hemmung von Seiten des $\Pi_n$ ausgeübt wird; dass also $\Pi_m$ freiern Raum gewinnt. Dadurch sinkt die Hemmungssumme, womit $a$ belastet ist; die entgegengesetzten Strebungen in $a$, welche aus seinen Verbindungen mit entgegengesetzten Vorstellungen entstehn, wirken weniger wider einander; und $a$ selbst kann sich heben, indem es zugleich die Reproduction des $\Pi_m$ fördert. Hiebei ist die nächste Frage, mit welchem Reste von $a$, $\Pi_m$ verbunden sei? und ob $a$ unter der Last der getragenen Hemmungssumme tiefer, als bis auf diesen Rest, gesunken war? Ferner fragt sich, ob $\Pi_m$ durch die Hemmung von Seiten der andern $\Pi$ ganz, oder nur theilweise aus dem Bewusstsein verdrängt war? ....

---

## 4. Zur Lehre von den Bedingungen der Apperception und der zeitlichen Entstehung der Vorstellungen.

1. Sind drei Vorstellungen $a$, $b$, $c$ mit einander gesunken, und nach eingetretenem Gleichgewichte $c$ nicht bis zur Schwelle herabgedrückt: so wird der Rest von $c$, falls eine neue gleichartige Vorstellung gegeben wird, mit dieser sogleich verschmelzen, sich dadurch verstärken, und $c$ wird steigen.

Ist aber $c$ auf der Schwelle: so trägt es zwar, nach *völlig* eingetretenem Gleichgewicht, keinen grössern Theil der Hem-

mungssumme, als in dem Augenblicke des Sinkens zur Schwelle; denn $a$ und $b$ haben das, seit diesem Augenblicke noch übrig gebliebene Quantum der Hemmungssumme unter sich getheilt. Aber eben das völlige Gleichgewicht ist nie ganz erreichbar; und welche Hemmungssumme zwischen $a$ und $b$ beim Eintritt der neuen, dem $c$ gleichartigen Vorstellung noch übrig ist, diese musste gemäss den Hemmungsverhältnissen auch grösstentheils auf $c$ fallen, wofern es sich erhöbe. Daher kann es sich nicht anders erheben, als in wieweit $a$ und $b$ unter ihren statischen Punct durch die neue Vorstellung vorübergehend herabgedrückt werden. Es ist also entweder gar keine, oder nur eine geringe Verschmelzung der neuen Vorstellung mit $c$ möglich. Wenigstens kann die Verschmelzung nicht augenblicklich beginnen, da jene Hemmungssumme jedenfalls einige Zeit zum Sinken braucht, und während derselben das Steigen des $c$ verhindert. Ist nun die neue Vorstellung selbst so schwach, dass sie schnell ganz verdrängt wird, so kann sie, noch bevor $c$ freien Raum gewinnt, schon verschwunden sein.

2. Um dies genauer zu bestimmen, nehmen wir an, $c$ sei zur Schwelle eben jetzt gesunken. Der Kürze wegen mag der Hemmnngsgrad gleich, und $= m$ sein; also die anfängliche Hemmungssumme war $m(b+c)$. Nach den umgekehrten Verhältnissen muss $\frac{c}{a}.c$ von $a$, und $\frac{c}{b}.c$ von $b$ zugleich mit $c$ gesunken sein, demnach überhaupt $c+\frac{c^2}{a}+\frac{c^2}{b}$; und von der Hemmungssumme ist noch übrig das Quantum $mb-(1-m)c-\frac{a+b}{ab}c^2$; dies sei $=S'$; und es sinkt, indem $a$ und $b$ es unter sich theilen, in der bestimmten Zeit $t'$ bis auf $S'.e^{-t'}$. Nach Verlauf dieser Zeit $t'$ komme eine neue, dem $c$ gleichartige Vorstellung $g$ hinzu. Sie bildet, wenn sie nicht stärker ist als $a$, eine neue Hemmungssumme $= mg$, und jetzt ist die ganze vorhandene Hemmungssumme $= S'e^{-t'} + mg = S''$. Die Hemmnngsverhältnisse sind $\frac{1}{a}, \frac{1}{b}, \frac{1}{g}$; indem nun eine neue Zeit $t''$ beginnt, sinkt $S''$ nach der Formel $S''(1-e^{-t''})$, und davon bekommt

$$a \text{ den Theil } \frac{bg}{bg+ag+ab}.S''(1-e^{-t''});$$

$$b \text{ den Theil } \frac{ag}{bg+ag+ab}.S''(1-e^{-t''}).$$

Sollen nun diese Theile zusammen dem, vorhin noch übrigen $S'e^{-t'}$ gleich sein, so hat man

$$\frac{(a+b)\,g}{(a+b)\,g+ab}\,.\,S''\,.\,(1-e^{-t''})=S'\,e^{-t'},$$

$$\text{oder } S''-\frac{(a+b)\,g+ab}{(a+b)\,g}\,S'\,e^{-t'}=S''\,e^{-t''};$$

woraus zunächst $log.\ \frac{S''e^{t'}(a+b)\,g}{S''e^{t'}(a+b)\,g-S'(ag+bg+ab)}=t''$.

Hier sieht man gleich, dass $S''\,e^{t'}(a+b)\,g$ grösser sein muss, als $S'(ag+bg+ab)$; wird beides gleich, so ist $t''$ unendlich. Es sei nun, der Grenzbestimmung wegen, gleich; und da $S''=S'\,e^{-t'}+mg$, so giebt dies

$$S'(a+b)\,g+mg^2(a+b)\,e^{t'}=S'(ag+bg+ab),$$

$$\text{oder } mg^2(a+b)=S'\,e^{-t'}\,.\,ab.$$

Da aber dies nur die Grenzbestimmung ist, so zeigt sich, dass

$$g^2>S'\,e^{-t'}\,.\,\frac{ab}{m\,(a+b)}$$

sein muss. Je grösser $g$, desto mehr wächst der Divisor in dem Ausdruck für $t''$; und zwar im grösseren Verhältnisse als der Zähler; daher je grösser $g$, desto kleiner $t''$; wie die Natur der Sache es mit sich bringt.

Setzt man $m=1$, so ist $S'=b-\frac{a+b}{ab}\,c^2$, woraus

$$g^2>\left(\frac{abb}{a+b}-c^2\right)e^{-t'}.$$

Wäre $c$ gerade gleich dem Schwellenwerthe einer dritten Vorstellung neben $a$ und $b$ *, so ergäbe sich hieraus Null als die Grenze für $g$. Natürlich kommt es darauf an, wie tief *unter* der Schwelle, (wenn man sich so ausdrücken darf,) $c$ sich befindet; oder genauer, wie schnell, und wie lange vor dem Eintritt des $g$ es zur Schwelle getrieben war. Daher ist die Differenz zwischen $\frac{abb}{a+b}$ und $c^2$, in Verbindung mit der abgelaufenen Zeit $t'$, hier das Entscheidende. Je schwächer $c$, desto stärker muss $g$ sein, um es zu reproduciren; je längere Zeit aber seit dem Sinken des $c$ verfloss, desto geringer ist die noch übrige Hemmungssumme zwischen $a$ und $b$, welche $g$ überwinden muss.

3. Wir haben angenommen, $g$ sei dem $c$ gleichartig. Trifft dies nicht genau zu, so wird die neue Hemmungssumme nicht genau durch den Hemmungsgrad $m$ bestimmt werden; dies kann die Zeit $t''$ verlängern oder verkürzen; letzteres, wenn $a$ und $b$ stärker durch $g$, als durch $c$ gehemmt werden. Da wäh-

* Vergl. Psychologie §. 47.

rend der Zeit $t''$ noch nichts von $c$ hervortritt, so ist bis zum Ablauf derselben der Hemmungsgrad zwischen $g$ und $c$ noch nicht von Bedeutung; wichtiger wird dieser Umstand in Ansehung der Verschmelzung des $g$ mit $c$, welche nun folgen soll, und welche durch eine zu starke Hemmung kann verhindert, oder, wofern dies nicht geschieht, von einem Gefühl des Contrastes begleitet werden.

Ist aber $g$ gleichartig dem $c$, und kleiner als die angegebene Bestimmung fordert, so wird $t''$ unmöglich, das heisst, die Reproduction des $c$ durch $g$ geschieht zu keiner Zeit. Oder wird $g$ während der Zeit $t''$ selbst aus irgend einem Grunde ganz gehemmt, so unterbleibt ebenfalls die Reproduction des $c$. Also kann auch nicht $g$ durch $c$ appercipirt werden.

4. Mit Vorstehendem ist zu vergleichen, was sich schon bei einer weit früher angestellten Untersuchung über den Anwachs des Vorstellens durch fortdauernde sinnliche Wahrnehmung ergeben hat. Bekanntlich findet sich häufig der Fall, dass man bei offenen Augen und Ohren durchs Sehen und Hören nichts zu gewinnen scheint; so lange nämlich nicht, als eine früher entstandene Hemmungssumme die momentanen Wahrnehmungen dergestalt im Entstehen hemmt, dass sie unter sich nicht verschmelzen können, oder was dasselbe ist, dass die nachfolgenden nicht von den zuvor entstandenen appercipirt werden, und aus dem Differential sich kein Integral bildet.

Für die Vorstellung $z$ sei $\beta$ die Stärke der Wahrnehmung, $\varphi$ die Empfänglichkeit, $t$ die Zeit, so ist

$$z = \varphi(1 - e^{-\beta t}) = \varphi\beta t - \ldots$$

Wegen des Widerstrebens anderer Vorstellungen, welche eine Hemmungssumme $= S$ erzeugt haben, entsteht beim Hemmungsgrade $= \pi$ die jetzige Hemmungssumme

$$v = \frac{\pi\beta\varphi}{1-\beta} \cdot e^{-\beta t} + \left(S - \frac{\pi\beta\varphi}{1-\beta}\right) e^{-t},$$

welche $= S$ ist für $t = 0$. Setzt man das Gehemmte nun $= Z$, so hat man zu dessen Bestimmung die Gleichung

$$\frac{k'vdt}{k(z-Z)+k'} = dZ,$$

also, da $z$ und $Z = 0$ für $t = 0$, Anfangs $vdt = dZ$. Das heisst: Anfangs ist $Sdt = dZ$, aber Anfangs auch $dz = \varphi\beta dt$; woraus man sogleich übersieht, dass so lange die Hemmungssumme $S$ grösser ist, als das Product $\varphi\beta$, das Gehemmte $= dZ$ grösser sein müsste, als das Wahrgenommene $= dz$; daher jedes $dz$,

oder jede momentane Wahrnehmung, schon im Entstehen erdrückt wird, und kein endliches Quantum des Wahrgenommenen sich sammeln kann *. Wie dort gefordert wird: $S < \varphi\beta$, so hier: $g^{2} > S e^{-t} \cdot \frac{ab}{m(a+b)}$. Nach der Analogie dieser Fälle wird man sich nun alle diejenigen erklären können, wo eine Apperception ausbleibt, welche durch unmittelbare Reproduction hätte geschehen müssen. Denn wofern eine Hemmungssumme vorhanden ist, wodurch die Reproduction verhindert, und der dazu nöthige freie Raum versperrt wird, so kann, so lange dies dauert, auch die Apperception nicht erfolgen.

5. Wenn die appercipirende Vorstellung sich nicht unmittelbar, (durch die neue gleichartige,) reproduciren liess, so geschieht dies vielleicht mittelbar, durch irgend eine Hülfe, die aber alsdann auch gegen die vorhandene Hemmungssumme wirken muss, und nicht eher, als bis sie dieser überlegen ist, jene emportragen kann. Statt der bekannten Gleichung $\frac{r}{\Pi}(\varrho - \omega)dt = d\omega$ schreiben wir nun, unter Voraussetzung einer sinkenden Hemmungssumme $= S$, wodurch $\omega$ zurück gehalten wird:

$$\left[\frac{r}{\Pi}(\varrho - \omega) - S e^{-t}\right] dt = d\omega.$$

So lange $\omega = 0$, $t = 0$, kommt es darauf an, dass $\frac{r}{\Pi}\varrho > S$ sei, sonst kann kein $d\omega$ entstehn. Man setze umgekehrt $S > \frac{r}{\Pi}\varrho$, und erst $S e^{-t'} = \frac{r}{\Pi}\varrho$, so ist $\log.\frac{S\Pi}{r\varrho} = t'$ die Bestimmung der Zeit, welche verfliessen muss, bevor $\omega$ sich heben kann. Nimmt man $S$ gleich Anfangs nicht grösser als $\frac{r\varrho}{\Pi}$, so giebt die Integration

$$\omega = \varrho\left(1 - e^{-\frac{rt}{\Pi}}\right) - \frac{S\Pi}{r - \Pi}\left(e^{-t} - e^{-\frac{rt}{\Pi}}\right);$$

woraus $$\frac{d\omega}{dt} = \frac{r\varrho}{\Pi} e^{-\frac{rt}{\Pi}} - \frac{S\Pi}{r - \Pi}\left(\frac{r}{\Pi} e^{-\frac{rt}{\Pi}} - e^{-t}\right).$$

Für $S = \frac{r\varrho}{\Pi}$ kommt $\frac{d\omega}{dt} = \frac{r\varrho}{r - \Pi}\left(e^{-t} - e^{-\frac{rt}{\Pi}}\right)$.

Dieser Differentialquotient, also die Geschwindigkeit des $\omega$, ist $= 0$ für $t = 0$ und für $t = \infty$; auch ist

$$\frac{dd\omega}{dt^2} = 0 \text{ für } t = \frac{\Pi}{r - \Pi} \log. \frac{r}{\Pi}.$$

* Psychologie §. 95 und die dort angeführten Abhandlungen.

Hier ist das Maximum der Geschwindigkeit, und der Wendungspunct des $\dot{\omega}$. Für den Fall $r = \Pi$ setze man zunächst $\frac{r}{\Pi} = 1 + u$, also $r - \Pi = u\Pi$, und für ein unendlich kleines $u$ wird $log. \frac{r}{\Pi} = u$, und daher $t = \frac{\Pi}{u\Pi} . u = 1$.

Löset man $\omega$ in eine Reihe auf, so findet man das erste Glied $= \left(\frac{\varrho r}{\Pi} - S\right) t$, wie zu erwarten war; das heisst, die Erhebung des $\omega$ ist Anfangs, der Zeit und der Differenz zwischen Verschmelzungshülfe und Hemmungssumme proportional. Ist aber diese Differenz $= 0$, wie es sein muss, wofern $S$ eben von einem höhern Werthe herabsinkend, die Reproduction zulässt, — so beginnt die Reihe nicht mit der ersten Potenz von $t$, sondern, nachdem $S = \frac{\varrho r}{\Pi}$ gesetzt worden, findet man das erste Glied $= \frac{1}{2} . \frac{r\varrho}{\Pi} t^2$. Das weitere Hervortreten wird durch die Verschmelzung mit der neuen gleichartigen Vorstellnng abgeändert werden; wiewohl nur wenig, wenn die neue, wie hier angenommen worden, zu schwach war, um selbst die Reproduction zu bewirken.

6. Sowohl in Ansehung der unmittelbaren Reproduction, als der mittelbaren, ist das Vorstehende einer erweiterten Darstellung fähig.

Zuvörderst versteht sich von selbst, dass gleich Anfangs die drei Vorstellungen $a$, $b$, $c$, nur zur einfachsten Annahme dienen; und dass anstatt derselben jede beliebige Anzahl kann gesetzt werden, wenn nur die schwächste von den stärkern zur Schwelle gedrängt ist. Ohne uns mit der daraus entstehenden Abänderung der Rechnung aufzuhalten, mag überhaupt die Voraussetzung, dass diese Vorstellungen im gleichzeitigen Sinken noch begriffen seien, ganz wegfallen. Die sämmtlichen Vorstellungen mögen längst gesunken sein; ganz andre Vorstellungen mögen als gegenwärtig gedacht werden, so jedoch, dass deren Hemmungssumme $= S'$ in der Zeit $t'$ bis auf $S'e^{-t'}$ gesunken sei; wo immerhin $t'$ auch $= 0$ sein möchte, was indessen nicht nöthig ist. Es kommt nur darauf an, dass diese Hemmungssumme das Hinderniss ausmache, weshalb $c$, falls es sich erhöbe, gleich wieder zurück sinken müsste. Tritt nun das gleichartige $g$, mit dem Hemmungsgrade $= m$, hinzu, so ist, wie oben, die ganze Hemmungssumme $= S'e^{-t'} + mg$. Sie heisse $S''$, so sinkt in

der neuen Zeit $t''$ von ihr das Quantum $S''(1-e^{-t''})$. Nun sei $A$ der Bruch, welcher anzeigt, welches Quotum von $S''$ auf jene Vorstellungen falle, deren Hemmungssumme $= S'$ war; mithin $1-A$ das Quotum, welches von $g$ sinken muss. Man hat also, wie in (2):

$$AS''(1-e^{-t''}) = S'e^{-t'};$$

woraus $t'' = log. \frac{S''Ae^{t'}}{S''Ae^{t'} - S'}$.

Obgleich nun diese Rechnung sich nicht soweit durchführen lässt, wie die obige, indem für $A$ und $S'$ keine bestimmte Werthe angegeben sind: so zeigt sich doch, dass $S''Ae^{t'} > S'$ sein muss,

also $S''A = AS'e^{-t'} + Amg > S'e^{-t'}$,

und $g > \frac{S'e^{-t'}(1-A)}{mA}$.

7. In früheren Zeiten können öftere Fälle vorgekommen sein, in welchen solche Vorstellungen, wie $c$, gegeben wurden; es können die späteren derselben schon von den vorigen appercipirt sein, oder auch nicht; mit einigen oder allen mögen auch andre Vorstellungen verbunden sein. Wenn jetzt die Hemmungssumme $S'e^{-t'}$ zurück gedrängt wird, so mögen alle jene $c$ hervortreten; es ist aber leicht möglich, dass jede ihr Verbundenes mitbringt, und dass hieraus sogleich neue Hemmung erwächst, falls dies Verbundene einander widerstrebt.

Jeder Rückblick auf das Gleichartige aus früheren Zeiten trägt eine Verdunkelung in sich, sobald irgendwie die Länge der Zeitreihe zum Bewusstsein kommt, welches ohne Gegensätze ihrer Glieder nicht geschehen kann.

8. Aehnliche Umstände können bei der mittelbaren Reproduction (5) vorkommen. Es kann sein, dass das dortige $II$ (sammt seinen Theilen $\varrho$ und $\omega$) nicht selbst dem $g$ gleichartig, sondern nur ein Mittelglied ist, um ein anderes $II'$ oder $II''$ von gleicher Art mit $g$, zu erwecken. Es können auch mehrere $r$ zugleich in eine Vorstellungsmasse eingreifen, zu welcher solche Vorstellungen, wie $g$, gehören; aber das Mancherlei und Vielerlei der gleichzeitigen Reproductionen kann sich gegenseitig dergestalt verwickeln, dass die Apperception des $g$ im Entstehen wieder gehindert wird.

9. Solche Verwickelung kann die Apperception, falls sie gelingt, auch ihrer Beschaffenheit nach bestimmen; wir setzen jedoch alle Nebenumstände einstweilen bei Seite, um nun zu-

nächst nur die Apperception in ihrer einfachsten Gestalt zu betrachten.

Zu diesem Behuf muss angenommen werden, die appercipirende Vorstellung $c$ sei schon im Bewusstsein, und zwar im ruhigen Gleichgewichte mit andern, indem $g$, dem $c$ völlig gleichartig, hinzukommt.

Die andern seien wieder (der Einfachheit wegen), $a$ und $b$. Vermöge des angenommenen Gleichgewichts, überdies unter Voraussetzung des in allen Paaren gleichen Hemmungsgrades $m$, ist im Bewusstsein

$$\text{von } a \text{ das Quantum } a - \frac{mbc(b+c)}{bc+ac+ab} = a',$$
$$\text{von } b \ldots\ldots\ldots\ldots b - \frac{mac(b+c)}{bc+ac+ab} = b',$$
$$\text{von } c \ldots\ldots\ldots\ldots c - \frac{mab(b+c)}{bc+ac+ab} = c'.$$

Um die Untersuchung zu erleichtern, wollen wir fürs Erste die Sache so ansehn, als ob das ganze $g$ sich plötzlich mit dem ganzen $c$ vereinigte, und hiedurch das Verhältniss zwischen $a$, $b$, und $c$, sich so veränderte, dass dadurch ein Steigen des $c$, und ein Sinken des $a$ und des $b$ nothwendig würde.

Gesetzt also, man habe für $a$, $b$, $c+g$, die Hemmung zu bestimmen, so bleibt im Bewusstsein

$$\text{von } a \text{ das Quantum } a - \frac{mb(c+g)(b+c+g)}{(a+b)(c+g)+ab} = A,$$
$$\text{von } b \ldots\ldots\ldots\ldots b - \frac{ma(c+g)(b+c+g)}{(a+b)(c+g)+ab} = B,$$
$$\text{von } c+g \ldots\ldots c+g - \frac{mab(b+c+g)}{(a+b)(c+g)+ab} = C.$$

Nun ist $a' > A$, $b' > B$, aber $c' < C$; und die Nothwendigkeit, dass $a'$ herabsinke zu $A$, $b'$ zu $B$, hingegen $c'$ sich hebe bis $C$, bestimmt die Bewegung der Vorstellungen. Es sei nach Verlauf der Zeit $t$ bereits $a'$ gesunken bis $\alpha$, und $b'$ bis $\beta$, aber $c'$ gestiegen bis $\gamma$, so hat man die Gleichungen

$$(\alpha - A)\,dt = -\,d\alpha,$$
$$(\beta - B)\,dt = -\,d\beta,$$
$$(C - \gamma)\,dt = +\,d\gamma.$$

Aus der ersten Gleichung $(\alpha - A)dt = -\,d\alpha$ wird zunächst

$$-t = \log.\frac{\alpha - A}{Const.}.$$

Nun ist für $t=0$, $\alpha = a'$, also $Const. = a' - A$, daher

$$(a' - A)\,e^{-t} + A = \alpha.$$

Ebenso $(b' - B)e^{-t} + B = \beta$, und $(c' - C)e^{-t} + C = \gamma$.

Wir haben nun zwar angenommen, die Hemmungssume sei $= m(b + c + g)$, das heisst, $c + g$ sei nicht so gross, dass $a$ kleiner wäre und in die Hemmungssumme käme; allein sehr leicht kann $c + g$ gross genug sein, damit $b$ auf die statische Schwelle gedrängt wird; in diesem Falle ist $B$ negativ, und bestimmt die Rechnung für so lange, als davon die Geschwindigkeit des Sinkens abhängt. Alsdann aber muss für die Zeit, nachdem $b$ zur Schwelle gesunken, eine andre Rechnung eintreten, die für $a$ und $c + g$ zu führen ist.

Beispiel: $a = 4$, $b = 2$, $c = 2$; auch $m = 1$; daraus $a' = 3{,}2$; $b' = 0{,}4$; $c' = 0{,}4$. Ferner $g = 1$; hieraus $A = 2{,}846$; $B = -0{,}307$; $C = 1{,}4615$. Man setze $\beta = 0$, so findet man $t = log.\ \frac{b' - B}{-B} = 0{,}8342$. Um diese Zeit ist $\alpha = 2{,}9997$; $\gamma = 1{,}0006$. Es kann weder $\alpha$ bei $A$ stehn bleiben, noch $\gamma$ bis $C$ wachsen; denn $a$ und $c + g$ haben die Hemmungssumme $= 3$ unter sich zu theilen. Die Vertheilungsrechnung zeigt, dass von $a$, $\frac{19}{7} = 2{,}71$, von $c + g$, $\frac{9}{4} = 2{,}185$.. übrig bleiben.

**10.** Von dieser Darstellung ist gewiss der wahre Process der Apperception ziemlich weit entfernt; allein sie mag als eine Grenzbestimmung betrachtet werden, denn soviel lässt sich sagen, dass die Apperception nicht so schnell, und nicht mit so stürmischer Veränderung der frühern Lage der Vorstellungen geschehen könne. Das hinzukommende $g$ kann nicht plötzlich und nicht mit dem ganzen $c$ verschmelzen; die Hemmungssumme $mg$ muss allmälig sinken; dadurch muss $c$ allmälig hervortreten, und nur in soweit dies geschieht, kann es sich mit $g$ verbinden.

Etwas näher wird man dem Rhythmus der Apperception kommen, wenn $C$ als Function der Zeit angesehen wird, wie es sein muss. In dem Maasse, wie $g$ sich mit $c$ mehr und mehr verbindet, erhebt sich $C$ als der Zielpunct, wohin $\gamma$ gelangen soll. Wir wollen annehmen, die Verschmelzung wachse nach dem nämlichen Gesetze, wonach ihr Hinderniss, die Hemmungssumme, sinkt.

Es sei $C = g + F(1 - e^{-t})$, wo $g + F$ die stärkste Verbindung

bezeichnet, zu welcher $c$ und $g$ gelangen können. Der Zielpunct $C$ ist hier für $t=0$ noch nicht grösser als $g$, (vorausgesetzt, dass jenes $c' < g$,); er erhebt sich durch die allmälige Verbindung des $c$ und $g$, indem er von $g$ bis $g+F$ hervorsteigt. Wir setzen nun

$$[g + F(1 - e^{-t}) - \gamma]dt = d\gamma;$$

woraus, da für $t=0$ schon $\gamma = g$,

$$\gamma = g + F(1 - e^{-t}) - Fte^{-t} \text{ und } \frac{d\gamma}{dt} = Fte^{-t}.$$

Die Grösse $te^{-t}$ hat ihr Maximum für $t=1$; und entwickelt ist

$$\gamma = g + \tfrac{1}{2}Ft^2 - \tfrac{1}{3}Ft^3 + \ldots$$

Diese Darstellung ist nun immer noch nicht genau, denn eigentlich sollte das anfängliche Sinken des $g$ gegen $a$ und $b$, und das Steigen des $c$, indem auch $a$ und $b$ sinken, einzeln untersucht werden; auch fehlt eine genaue Bestimmung von $F$, welches sich nach dem obigen $C$ (in 9) nur sehr unvollkommen schätzen lässt. Allein die Voraussetzung, dass $c$ Anfangs gegen $a$ und $b$ in Ruhe sei, und dass $g$ plötzlich, aber nicht anhaltend, hinzukomme, ist nur eine unter sehr vielen, die man doch nicht würde erschöpfen können. Wir bemerken indessen noch Folgendes.

**11.** Bekanntlich sinkt jede Hemmungssumme Anfangs proportional der Zeit; wenn aber einer Vorstellung freier Raum, zunehmend nach Proportion der Zeit, gegeben wird, so erhebt sie sich Anfangs proportional dem Quadrate der Zeit. Nun sei jenes hinzukommende $g$, welches die Hemmungssumme $mg$ herbeiführt, und zugleich dem $c$ freien Raum schafft, sehr gering gegen $a$ und $b$; es sinke dem gemäss zur Schwelle so schnell, dass für so kurze Zeit das Quadrat derselben nicht in Betracht komme; so wird die Apperception zwar nicht ganz fehlen, aber so unbedeutend sein, dass hier gerade die Erklärung dessen liegt, was man „kaum merklich“ zu nennen pflegt. Man braucht sich, um dies einzusehn, nur die Reihe

$$S(1 - e^{-t}) = S[t - \tfrac{1}{2}t^2 + \ldots]$$

zu vergegenwärtigen, und zu beachten, dass, wenn der grösste Theil dieser Hemmungssumme auf $g$ fällt, und dies etwa für $t = \frac{1}{10}$ schon auf der Schwelle ist, (ungefähr ein Fünftel der Secunde,) alsdann der Zusatz, weniger $\frac{1}{200}$, völlig unbedeutend ist; eben so unbedeutend aber die Verschmelzung mit $c$, wo-

fern dieselbe davon abhängen soll, dass *c* eine Bewegung mache, die nur nach dem Quadrate der Zeit kann geschätzt werden.

Hier ist jedoch eine veste Grenzbestimmung nicht anzutreffen; es unterscheidet sich also dieses kaum Merkliche sehr deutlich von jener Begrenzung der Apperception durch eine Hemmungssumme aus früherer Zeit (2, 4, u. s. w.).....

IX.

# APHORISMEN ZUR PSYCHOLOGIE.

Es wäre eine Erschleichung, zu sagen: der Mensch *besteht* aus Leib und Seele. — Wir scheiden das Objective, was wir *Mensch* nennen, in zwei Klassen von Erscheinungen, und wir können uns die eine, die geistige, in Gedanken vesthalten, wenn wir auch von der andern abstrahiren; auch zeigt sich in der Erfahrung diese andere Klasse, die der leiblichen Erscheinungen, in vielen Puncten veränderlich, ohne dass darum jene sich mit veränderte. Der Mensch kann Arm und Bein, ja er kann Theile des Gehirns verlieren, ohne darum sich selbst für einen Andern zu halten. — *Wie weit* aber diese Trennbarkeit von Geist und Leib in der Wirklichkeit gehe, darüber entscheidet die Erfahrung nicht; sie lehrt keine Selbstständigkeit der Seele; nicht einmal Untrennbarkeit der geistigen Erscheinungen, die vielmehr grossentheils eben so zufällig beisammen zu sein scheinen, wie Leib und Seele.

---

Poetische Charaktere gleichen, je vollkommner sie gezeichnet sind, desto mehr den geometrischen Figuren an Schärfe und Bestimmtheit, durch ihre Consequenz; doch ohne Bürgschaft für ihre innere Möglichkeit.

Die Sittenlehrer übersteigen die blosse Consequenz der Charaktere; sie zeichnen den Menschen, wie er sein *soll.* Ferner suchen sie dem *wirklichen* Menschen, in welchem sie die Beweglichkeit der *Freiheit* voraussetzen, alle seine einzelnen Differenzen von jenem Ideal-Menschen nachzuweisen. Jene Beweglichkeit wird aber nur in geringem Grade von der Erfahrung bestätigt; und die Vergleichung mit dem Ideal ist zufällig für die Anffassung des wirklich Vorhandenen.

Die Geschichtschreiber zeichnen Umrisse, in welchen sie das Auffallendste und am meisten Hervorragende der Erscheinung eines Menschen zusammenstellen.

Die philosophische, zunächst logische Anordnung erleichtert die Uebersicht, verändert aber das Material nicht, und dringt nicht tiefer in die wahre Natur des Gegenstandes.

---

Selbstbeobachtung ist die erste Bedingung des psychologischen Studiums. Allein nur der, in dessen Geiste sich Vieles ereignet, kann Vieles in sich beobachten. Ohne Reizbarkeit von Natur und ohne mannigfaltige Berührung mit der Aussenwelt und der Gesellschaft würde Niemand, auch nicht bei anhaltender Aufmerksamkeit auf sich selbst, in der empirischen Psychologie weit kommen. Vergeblich beschreibt man demjenigen das innere Leben der Phantasie, die Anstrengung des Denkens, die Gewalt der Leidenschaften, die edlern Gefühle des Wohlwollens und der Freundschaft, der dies alles nicht innerlich erfuhr, oder sich die Erfahrung nicht merkte.

Allein dies Merken auf die innere Erfahrung, das Zusammenfassen und die Vergegenwärtigung derselben, wird durch empirische Psychologie allerdings unterstützt; besonders dann, wann der Zuhörer dieselbe nicht bloss *lernen* will, — sich verlassend auf den Lehrer, — sondern wenn er sich selbst bemüht, *seine* innere Erfahrung zusammenzufassen. — Allein hiebei wird eigentlich die *Stärke* der psychologischen Auffassungen schon vorausgesetzt; und diese muss zuvor durch poetische, historische, moralische Darstellungen erreicht sein. Dem Zuhörer schon der *empirischen* Psychologie wird zugemuthet, dass er das Nächste und das Entfernteste verbinde. Selbstbeobachtung so *fein* als möglich, Naturkenntniss und Geschichte so *reich* als möglich. Auch bei den abstractesten Begriffen soll er sich auf solche Weise das Einzelne als Beleg dazu vergegenwärtigen. *Im Kreise* der gewöhnlichen psychologischen Erfahrung liegt Mann, Weib, Kind, Greis, Vornehmer, Geringer u. s. w.; *ausser* dem Kreise liegt das Thier, der Mensch in anomalen Zuständen, die Geschichte. Man soll nun den Erfahrungskreis theils innerlich durchsuchen, theils äusserlich ergänzen, um nicht in flacher Allgemeinheit hängen zu bleiben.

---

*Reine Empirie ist Erfahrung ohne Vermischung mit dem Hinzugedachten* *. Sie ist immer das Erste, wonach jede Erfahrungs-

* Es giebt eigentlich keine *rein* empirische Wissenschaft, denn in jeder

wissenschaft streben muss. Erst muss man wissen, was geschehn ist, dann kann man darüber nachdenken. So müssen erst die Geschwornen beurtheilen, ob eine Thatsache statt gefunden, und für wie gewiss sie anzunehmen ist; dann erst wendet der Richter das Gesetz an. — Es ist schwer, unbefangen zu beobachten; schwer, bei blosser Beobachtung zu verweilen, und sich der zudringenden Empfindungen und Meinungen zu erwehren. Besonders schwer, bei der Menschenbeobachtung unbefangen zu bleiben. Höchst gewöhnlich erscheinen uns die Menschen besser und schlechter wie sie sind. Noch öfter beobachten wir die Menschen bloss in Hinsicht der Frage: wie gut, wie schlecht sie seien, — wie nützlich für uns, wie gefährlich; als ob sonst nichts an ihnen zu bemerken wäre. Aber der Psychologie muss ein ächt physikalisches Interesse entgegen kommen. Wer nun ein solches Interesse mitbringt, dem wird es auffallen, wie wenig die empirischen Auffassungen der Psychologie ihm genügen können.

Man kann keine Affecten, Leidenschaften, keine Momente des Erfindens, des Wählens, des Entschlusses, der Selbstbeherrschung u. dgl. so aufbewahren, dass ein Vorrath, gleich einem Naturaliencabinette, vor *Augen* läge, und in dem Augenblicke, wo man in der Psychologie davon redet, besichtigt würde. Sondern Jedermann muss sich hier mit Erinnerungen behelfen. Man kann auch nicht gleich den Astronomen, die Zeit einer interessanten Beobachtung vorausberechnen, und sich dazu anschicken; man kann nicht Beobachter einladen, damit ihrer Mehrere das gleiche Phänomen beschauen möchten. Hat man beobachtet, so weiss man nicht, welche Umstände wesentlich, welche zufällig waren. So läuft man Gefahr, das nothwendig Verbundene in der Auffassung zu trennen. So unvollkommene Beobachtungen würden aber im physikalischen Wissen für beinahe Nichts gerechnet werden.

---

Wie man das ursprüngliche Sein in *Substanzen*, so sucht man den Ursprung des Geschehens in *Kräften*. (Beides schon in der Physik, welche *ganz rein* empirisch sich kaum vortragen lässt, indem die erwähnten Begriffe die unvermeidlichen For-

entwickelt sich sogleich der Antrieb zu metaphysischen Begriffen, als Formen der Erfahrung.

men der Erfahrung abgeben, wiewohl hier schon die Erfahrung in metaphysisches Denken übergeht.) Nun sind sämmtliche psychologische Erfahrungen die Andeutungen eines Geschehens. Also fragt sich sogleich, was für Kräfte sind in diesem Geschehen thätig? Diese Kräfte sucht nun die gemeine Psychologie, ächt mythologisch, in den *allgemeinen Begriffen* dieses Geschehens. Aber man betrachte es vorläufig als Hypothese, dass sie wohl in den Vorstellungen selbst liegen könnten.

*Vermögen* verhält sich zu *Kraft*, wie Möglichkeit zu Wirklichkeit. Dem Magneten schreibt man nicht ein Vermögen, sondern Kraft zu, Eisen zu ziehen, sich nach Norden zu richten; die Schwere nennt man nicht Vermögen, sondern Kraft, weil man den Erfolg als *unausbleiblich* unter den gehörigen Bedingungen ansieht. Gäbe es eine Einbildungs*kraft*, Denk*kraft*, Urtheils*kraft* u. s. w., so würden unter gehörigen Umständen *immer* Einbildungen, Gedanken, Urtheile u. s. w. vorhanden sein. Nun wagt man nicht, weder *dies*, noch das *Gegentheil* zu behaupten. Man wagt nicht die Umstände zu bestimmen, unter denen jederzeit Einbildungen, Gedanken, Urtheile hervorgehn; man weiss nicht, giebt es solche Umstände, oder ist es unter allen Umständen noch immer zufällig, — ein Ungefähr, — *ob* der Mensch denken werde u. s. w. So unbestimmt sind die psychologischen Erfahrungen! Das Bekenntniss hievon liegt in dem Worte *Vermögen*. Hätten wir aber in der That *nur* Vermögen, und wäre unser Geist nichts anderes als die Summe solcher Vermögen: so wäre unser Selbst nur ein Mögliches, nichts Wirkliches. Gleichwohl wacht der Mensch und schläft in regelmässig abwechselnden Perioden; dergestalt, dass jenes die Regel, dieses die Ausnahme zu sein scheint, welches letztere durch körperliche Ermüdung herbei geführt wird. Wann er nun wacht: dann ist es wiederum nicht Zufall, sondern unausbleiblich, dass irgend welche Vorstellungen, — seien es Erinnerungen, Einbildungen, Begriffe, oder neue Sinneseindrücke, — in ihm rege sind. Also kommt man mit dem Begriffe von blossen Seelen*vermögen* nicht aus; es müsste sonst möglich sein, dass von diesen, selbst wenn der Mensch nicht schläft, zuweilen gar keins wirkte. Der wachende Mensch hat Vorstellungen, und irgend eine Abwechselung derselben, eben so gewiss, als die Schwere beständig niederzieht, der Magnet sich beständig nach Norden zu richten sucht u. s. w. Dem gemäss wird man

Seelen*kräfte* annehmen müssen. Aber warum wirken nun nicht immer alle diese Kräfte zugleich? und gleich stark? Darauf weiss die empirische Psychologie nichts zu antworten. Und doch muss es darauf eine Antwort geben, wenn Psychologie wahre Wissenschaft sein soll.

Um dieser Antwort näher zu kommen, suche jeder vorläufig, sofern er es in seiner Selbstbeobachtung erreichen kann, sich Rechenschaft zu geben über die Umstände, unter denen er das in sich findet und fühlt, was man Gedächtniss, Einbildungskraft, und wie die Seelenvermögen weiter heissen, nennt. Jeder Einzelne wird sich hier einseitig finden; *seine* Vermögen werden nicht gerade so, nicht in denselben Fällen wirken, wie die gleichnamigen Vermögen bei andern Menschen. Je bekannter gewisse Gegenstände, desto mehr werden in allen Vorstellungen, welche *diese* Gegenstände betreffen, die sämmtlichen Vermögen regsam und thätig zu sein scheinen. Wer für mathematische Dinge Einbildungskraft hat, der hat *eben dafür* auch Gedächtniss und Verstand, — eben so bei poetischen, militärischen Gegenständen u. s. w. Keinesweges aber kann man mit Sicherheit alle die sogenannten Arten des Gedächtnisses u. s. w. verbunden zu finden erwarten. Es ist sehr unsicher von Jemandem zu rühmen: er habe viel Verstand, viel Phantasie, ein grosses Gedächtniss u. s. w. Man sollte hinzusetzen: *wofür?* ob für Musik? oder für abstracte Begriffe? oder für kaufmännische Geschäfte? u. s. w.

---

Was ist *Stoff* in der Hand des Arbeiters? Ohne Zweifel etwas, das auch recht füglich ausser dieser Hand sein könnte, so gut wie die Hand leer sein, oder einen andern Stoff halten und bearbeiten könnte.

Wie denkt man sich denn aber das Verhältniss des geistigen Stoffs zu den, ihn bearbeitenden, Geistesvermögen? Die letztern allerdings sollen vorhanden sein auch ohne diesen Stoff, (wiewohl sie dann blosse Vermögen, d. h. Möglichkeiten, also nur Gedankendinge sein würden.) Aber höchst bedenklich ist offenbar die andre Frage: was ist hier der Stoff ohne den Bearbeiter? Was ist unser Vorgestelltes und Gefühltes ohne und ausser dem Vorstellungs- und Gefühlvermögen? Wenn alle die Geistesvermögen den Stoff weglegten, wo würde er bleiben? Was würde er sein? Was war er, bevor er aufgefasst wurde?

Was sind Farben, Töne, — Schmerzen und Lustgefühle, wenn Niemand sieht und hört, wenn das Gefühl oder Fühlbare für keinen Fühlenden vorhanden ist?

Mit einem Worte: der psychologische Stoff ist keine selbstständige Masse, keine Materie, die früher als der Künstler, die ohne ihn und ausser ihm existiren, und ihn erwarten könnte; etwa so, wie der Thon den Töpfer erwartet. Sondern hier ist Stoff und Kraft Eins. Also auch die Kraft nichts ohne den Stoff. Und damit fallen die Seelenvermögen, die in der Seele schon prädisponirt sein sollen, um den Stoff zu erwarten, gänzlich hinweg. Wir haben keine Sinnlichkeit (obgleich körperliche Sinnesorgane) *vor* den sinnlichen Empfindungen; kein Gedächtniss *vor* dem Vorrathe, den es aufbewahrt, keinen Verstand vor den Begriffen, kein Gefühl- und Begehrungsvermögen vor den wirklichen Gefühlen und Begehrungen. Das in uns, was als Kraft wirkt, sind die Vorstellungen selbst. *Und kein Mensch hat mehr Geisteskräfte, als er Vorstellungen hat.*

---

Von rationaler Empirie pflegen am meisten die Aerzte zu reden. Sie sind in sofern mit den Psychologen in einer ähnlichen Lage, weil sie ebenfalls auf dem Boden einer äusserst schlüpfrigen Erfahrung bauen müssen. Doch ist mir nicht bekannt, dass sie von *Vermögen* des Organismus zu reden gewohnt wären: vielmehr schreiben sie demselben *Gesetze* zu, nach denen die Lebensäusserungen entweder geschehen oder ausbleiben. In sofern sind sie der Wahrheit schon näher.

Die Menschenkenner suchen die innere Nothwendigkeit und Stetigkeit in dem Geistigen wenigstens zu errathen. Sie setzen also gleichfalls, — und, wie es bei wahren Menschenkennern der Erfolg bestätigt, mit Recht — voraus, dass eine solche Stetigkeit und Gesetzmässigkeit im Geistigen allerdings statt finde. Es kommt dabei darauf an, sich selbst in das *Ganze* der Gemüthslage Anderer hinein zu denken, — in den ganzen, oft schnellen Verlauf von Gedanken, Gefühlen, Urtheilen, Entschliessungen, die sich in einem gewissen Falle bei einem Andern ereignen werden. Aber kein Menschenkenner fragt sich, was wohl erst die Sinnlichkeit, dann das Gedächtniss, dann die Vernunft u. s. w. *jedes einzeln* und eins nach dem andern thun werden? Warum nicht? Weil diese sogenannten Vermögen

eben nicht einzeln wirken, und überhaupt kein Vieles neben einander sind.

---

Je schwerer es ist, die psychologische Erfahrung so zu benutzen, dass sie eine ächte Erkenntniss ergebe, desto mehr Kunst muss man aufbieten; nicht aber sich abschrecken lassen; nicht sich mit einem blossen Registriren der Thatsachen begnügen. Der Naturhistoriker und Physiker glaubt etwas zu wissen, auch wenn er nicht nachdenkt über das, was den Erscheinungen zum Grunde liege. Dem Psychologen liegt es näher, sich an das Ungenügende blosser Erfahrung zu erinnern, denn *seine* Erfahrungen sind als rohe Waare nicht geeignet, auch nur den Schein des Wissens zu gewähren.

Gerade den verkehrten Weg aber nehmen diejenigen, welche, anstatt die innere Erfahrung als ein Object des Denkens sich gegenüber zu stellen — und sich in dieses Denken als in einen von der Erfahrung unabhängigen Zustand zu versetzen, — vielmehr sich in irgend welche Gefühle und Vorstellungsarten, die selbst nur einen Theil jener Erfahrung ausmachen konnten, dergestalt versenken und vertiefen, dass sie zum Nachdenken *darüber* nicht mehr kommen. Diese streben freilich auch heraus aus dem Schwankenden und Unbestimmten des gewöhnlichen Gemüthszustandes; sie wollen durch Innigkeit und Lebhaftigkeit von Gefühlen und innern Anschauungen das Ungenügende der gemeinen innern Erfahrung verbessern. Aber sie entziehen sich ganz der Kritik, welche über jede Erfahrung, äussere oder innere, ergehen kann und muss, und welche aus der Einleitung in die Metaphysik bekannt ist. — Ueber lebhafte Gefühle und Lieblingsmeinungen ist der Fühlende und Meinende immer ein parteiischer Richter. Ueberzeugung ist nur da vorhanden, wo man sich bereit weiss, auch das Gegentheil für wahr gelten zu lassen, wenn es bewiesen würde; aber unwillkürlich das Resultat der Untersuchung so nimmt, wie es sich findet, und wie man nicht umhin kann es anzuerkennen. Daher muss man, um überzeugt zu werden, sich erst losmachen von der Erfahrung, um die Denkbarkeit der Begriffe, die sie giebt, zu prüfen. Dass diese Denkbarkeit sich nicht etwa von selbst verstehe, soll den Zuhörern der Psychologie nichts Neues mehr sein.

Kein anderer zeitlicher Wechsel erscheint so bunt, so unregelmässig, als der Wechsel unserer Gedanken und Empfin-

dungen. In uns selbst finden wir die höchste Mannigfaltigkeit relativer Bestimmungen; die grösste Ungleichartigkeit des Niedrigsten und des Höchsten. Und je mehr im Organismus die Materie selbst ihre, dem Geiste entgegengesetzte Natur zu überschreiten scheint, je mehr man bei der Betrachtung des ganzen Menschen auf die Meinung gerathen kann, dass ein unbekanntes Eins sich nur nach zwei verschiedenen Richtungen hin zur Erscheinung entwickele: desto ungereimter ist der Begriff eben dieser Einheit, und desto nothwendiger die Kritik, die ihn zerstört, um eine denkbare Vorstellungsart an die Stelle zu setzen.

Dass alle psychologischen Erscheinungen sich als Quanta zeigen, sowohl in Ansehung dessen, *was* erscheint, als der Geschwindigkeit, womit es kommt und verschwindet: dieser Umstand hätte längst bemerklich machen sollen, dass man hier mit einem mathematischen Gegenstande zu thun habe. *Und mit solchen ist ohne Mathematik nie etwas anzufangen.*

---

Die allgemeinste Beschreibung dessen, was wir in uns wahrnehmen, liegt in den vier Ausdrücken: Ruhe, Reizbarkeit, gegenseitige Bestimmung der Vorstellungen durch einander, und Sammlung; nebst den Gegentheilen von diesem allen.

In Ruhe finden wir uns nie vollkommen; die Begebenheiten in uns sind immer schon im Gange, wenn wir anfangen uns zu beobachten; und die frühern Ereignisse sind noch nicht vollkommen zu Ende, indem schon etwas Neues beginnt. Indessen wollen wir uns einen Zustand der Ruhe wenigstens denken, als denjenigen, dem wir *unbestimmt nahe* sein können; um in ihn den Anfangspunct eines neuen Ereignisses setzen zu können.

Dieses Neue beginnt nun mit einem Reize; oder dergestalt, dass, indem etwas Geringfügiges gegeben wird, eine oft unvergleichbar grössere Menge von Erfolgen in uns entsteht. Ein Wort setzt ganze Gedankenreihen in Bewegung, und weckt die mannigfaltigsten Gefühle u. s. w.

Die erwachten Vorstellungen u. s. w. bestimmen sich gegenseitig; indem sie neue Producte (Begriffe, Urtheile, Gefühle u. s. w.) erzeugen.

Beides nun, sowohl die Reizung, als die gegenseitige Bestimmung der Vorstellungen, ist mehr oder weniger vollständig;

der innere Vorrath scheint mehr oder weniger *beisammen* zu sein, um dazu beizutragen; daher der Ausdruck *Sammlung*.

Die Gegentheile: Tobsucht, Blödsinn, Wahnsinn, Narrheit, bezeichnen die Unmöglichkeit, dass das Vorerwähnte in uns geschehen könne, daher geben sie einen Ueberblick über die Geisteskrankheiten.

Die Thiere zeigen eine weit beschränktere Reizbarkeit und gegenseitige Bestimmung ihrer Vorstellungen durcheinander. Den Kindern fehlt es an Sammlung. Die Psychologen würden sagen: jenen *fehlen* die obigen Vermögen, diese haben sie nicht *entwickelt*. — Bei dem höher gebildeten Menschen ist Reizbarkeit, gegenseitige Bestimmung der Vorstellungen, und Sammlung, stets im Wachsen begriffen; aber die Ruhe kann verloren gehn; so haben wir den Zustand der Ueberbildung. — Alle diese Mängel werfen ein Licht auf die Hauptsache.

Der Anfang der Reizbarkeit kann Sinnlichkeit heissen, und das Letzte der gegenseitigen Bestimmung der Vorstellungen kann der Vernunft zugeschrieben werden. Die Fortwirkung der geistigen Reize zeigt sich in dem, was man Gedächtniss und Einbildungskraft nennt. Die gegenseitige Bestimmung der Vorstelluugen durch einander zeigt deutliche Anfänge in den Urtheilen. Derjenige, der seine Gedanken u. s. w. immer beisammen hat, der nichts nachzuholen und zu bereuen hat, der sich gleichförmig reizbar, nicht aber zu Zeiten stumpf und abwesend zeigt: heisst vorzugsweise verständig; daher man den Verstand in der Sammlung suchen mag.

Die Affecten sind das Gegentheil der Ruhe. Sie scheinen zwar die Reizbarkeit zu erhöhen; allein eigentlich machen sie dieselbe höchst einseitig, sie beschränken sie auf solche Gegenstände, die zu ihnen passen; also vermindern sie dieselbe im Ganzen.

---

Die drei Mängel unserer psychologischen Erfahrungserkenntniss, — dass wir nur ein Aggregat (eine zufällige Anhäufung) erblicken, wo ohne Zweifel ein System ist, (in welchem kein Theil den übrigen fehlen kann, jeder der andern bedarf;) dass wir die Verbindungsglieder nicht gewahr werden; und die Zusammenwirkung des unterschiedenen Mannigfaltigen nicht begreifen: — eben diese Mängel werden sich in jeder rohen Erfahrungskenntniss finden. Man zeige dem Unkundigen eine

künstliche Maschine. — Man erinnere sich an die physiologische Auffassung der Organismen.

Ohne Zweifel müssen alle drei Mängel zugleich verschwinden. Wüssten wir erst, wie das gereizte Gemüth sich zur Ruhe neigen, wie es aus der erlangten Ruhe wieder aufgereizt werden könne; wie es zugehe, dass die Reizung mehr oder minder vollständig erfolgen könne; worin die gegenseitigen Bestimmungen der Vorstellungen durch einander ursprünglich bestehen: dann wäre ein Anfang von Kenntniss der Zusammenwirkung des Mannigfaltigen in uns vorhanden; wir würden dieselbe auch in ihren Durchgängen aus einem Zustande in den andern verfolgen können, und dadurch die Verbindungsglieder der Phänomene entdecken; alsdann würde auch eine wesentliche Verknüpfung derselben unter einander die Stelle der scheinbaren zufälligen Anhäufung einnehmen.

---

Man denke sich aus einem und demselben Puncte, in der gleichen Richtung, aber mit verschiedener Geschwindigkeit, zwei schwere Körper in die Höhe geworfen; ein Zuschauer soll sie erst dann erblicken, wenn sie im Niederfallen schon beinahe den Boden erreicht haben. Diesem wird es nicht einfallen, dass sie von demselben Puncte ausgingen und dass ihre Wege sich nur allmälig entfernt haben; und vielleicht wenn man es ihm sagt, wird er es nicht glauben. Eben so wollen die Menschen nicht glauben, dass bloss eine tiefere Ruhe (Abwesenheit *organischer* Reize), eine weit mehr ausgebreitete Reizbarkeit (reichere Erfahrung und älter werdende Vorstellungen mit allgemeinen Begriffen und Wollungen), und eine vollkommene Sammlung (wegen der grössern Nachgiebigkeit des Organismus bei geistiger Anspannung) die grosse Verschiedenheit der Producte bewirken, die sich aus der gegenseitigen Bestimmung der Vorstellungen unter einander ergeben.

Darum wird nach einer Grenzlinie gesucht, die nicht vorhanden ist.

Zieht man dennoch die bezeichnete Grenzlinie so:

| | |
|---|---|
| Einbildungskraft, | Verstand, |
| Sinnenlust, | ästhetisches Gefühl, |
| Leidenschaften, | überlegte Wahl, |

so entspricht sie dem Unterschiede zwischen Thier und Mensch höchstens bei den Gefühlen; denn wirklich möchte es schwer

sein, bei Thieren etwas zu finden, das man ästhetisches Gefühl nennen könnte.* Allein was sind diese bei dem ungebildeten Menschen? Wie vielen Gebildeten fehlen ganze Klassen der ästhetischen Auffassungen? Und etwas von sittlicher *Beurtheilung* könnte vielleicht auch bei den edlern Thieren vorkommen; wenigstens reicht die Erfahrung nicht zu, um das Gegentheil zu behaupten.

Hingegen im Vorstellungsvermögen hat die Grenze die grössten möglichen Fehler. Die Anfänge des Verstandes und der Wahl finden sich deutlich genug bei den edlern Thieren; und hingegen wer die Einbildungskraft und die Leidenschaften als etwas Gemeinschaftliches der Menschen und Thiere betrachten wollte, der würde sich gewaltig irren. Von den Leidenschaften findet sich bei den Thieren nur die zum Grunde liegende habituelle Begierde; das Klügeln der Leidenschaften fehlt ganz.

Was bleibt nun übrig? Dies, dass in Ansehung der Einbildungskraft, der Sinnenlust und der heftigen, habituellen Begierde die Aehnlichkeit zwischen Mensch und Thier weit grösser ist, als in Hinsicht des Verstandes, des ästhetischen Gefühls und der überlegten Wahl.

Daher muss immer noch nachgesehn werden, ob etwa diese Drei und jene Drei durch irgend ein durchgreifendes Unterscheidungsmerkmal getrennt seien? Ein solches kann nur ein *sehr allgemeiner* Begriff sein; denn auch Verstand, ästhetisches Gefühl und Wahl sind unter sich sehr verschieden, sowohl wie Einbildungskraft, Sinnenlust und Leidenschaften.

Dieses Merkmal nun ist 1) *nicht* das der Activität und Passivität, am wenigsten wenn von Arten der Spontaneität die Rede sein soll; 2) *nicht* das der Aufmerksamkeit. Sondern *Selbstständigkeit im Einzelnen und Hingebung im Ganzen*, dies scheint am besten das eigenthümlich Menschliche zu bezeichnen. Die Voraussetzung hievon ist: bei weitem mehr umfassende Verbindung aller Vorstellungen unter einander; und ein viel grösserer Reichthum derselben. Und dann kommt alles zurück auf das Obige: grössere Reizbarkeit, Sammlung, und Bestimmbarkeit.

* Angenehmes und Widriges im strengen Sinne empfinden die Thiere gewiss. Es scheint also nur eine gewisse Thätigkeit der Reflexion zu fehlen, welche bei ästhetischen Urtheilen hinzukommen muss, um Verhältnisse zusammenzufassen und zu sondern.

Um aber dies mit den Seelenvermögen zu vergleichen, noch Folgendes:

Der Verstand widersteht oftmals den Einbildungen, das ästhetische Gefühl der Sinnenlust, die überlegte Wahl den Leidenschaften. Es widersteht das Menschliche dem Thierischen. Was heisst nun das? Nichts anderes als dies: nachdem aus den grössten Verbindungen der Vorstellungen sich reife Resultate ihrer gegenseitigen Bestimmbarkeit ergeben haben, fahren die neuen Vorstellungen, welche einzeln hinzukommen, noch fort, in ihren kleinern Verknüpfungen zu wirken. In diesem jungen Anwuchs liegt das, was auch bei dem schon reiferen Menschen sich noch als Einbildung, Sinnenlust, Leidenschaft zeigt und regt. (Wenigstens zum Theil. Denn etwas Analoges wird auch in den älteren Vorstellungsmassen sich entweder erneuern, oder in Verbindung mit dem neu Hinzugekommenen erzeugen.) Nun aber passt dies nicht zu jenen reiferen Producten, und daher entsteht ein innerer Streit, worin man zwei entgegengesetzte Naturen, die thierische und eigentlich menschliche, zu erblicken glaubt.

Will man nun zwischen diesen verschiedenen Vorstellungsmassen die Grenzlinie ziehn? Da würde man zuweilen gar keine, zuweilen mehr als eine Grenze finden. Auch wirken die obersten Vorstellungsmassen oft genug als Einbildungskraft, und manchmal als Leidenschaften.

Die auffallendsten Erscheinungen, um derenwillen ein oberes Vermögen angenommen wird, sind gleichwohl die, welche auf dem Zusammenwirken mehrerer Vorstellungsmassen beruhen. Dahin gehört die willkürliche Aufmerksamkeit; die logische Politur der Begriffe, die Entgegensetzungen des Abstracten gegen das Concrete, der Substanz gegen die Accidenzen, der Kraft gegen die Wirkung, — endlich alle Imperative, sowohl der Klugheit, als die ästhetischen und moralischen.

---

Man unterscheide die Reihenformen selbst von den Objecten, die wir *in sie* setzen; und wiederum die für real gehaltenen Objecte von denen, die wir uns beliebig einbilden, ohne sie für real zu halten, z. E. geometrische Körper, Wurzeln, Logarithmen, — auch Töne, die um viele Octaven höher oder tiefer sein würden, als die bekannten und hörbaren Töne.

(Man erinnere sich aus der Einleitung in die Philosophie an

die Frage: wie kommen die Objecte in die Reihenformen? und an die Nachweisung, dass die Objecte auch in Hinsicht ihrer Verhältnisse in den Reihenformen *gegeben* sind.)

Gegenseitige Bestimmung der Vorstellungen unter einander, ist in den Reihenformen offenbar vorhanden. Was in denselben seinen *Ort* hat, das steht eben in sofern *andern* gegenüber. Ein Einfaches für sich allein könnte in keiner Reihenform sein. Die Mehrern darin sind zugleich *zusammengefasst* und *auseinandergesetzt.* Aber nur das Vorgestellte ist auseinandergesetzt, das Vorstellen selbst ist *in uns*, und da wird man ihm kein Auseinander beilegen wollen. Das Auseinander-*Setzen* ist die psychologische Thatsache, auf die es hier ankommt.

Wüssten wir erst, *wie* die Vorstellungen sich gegenseitig bestimmen, so würden wir nachsehen können, ob nicht darin der Ursprung der Reihenformen sich darbiete? Vermuthen können wir, dass dieser Ursprung einen sehr allgemeinen Grund haben müsse, da die Reihenformen bei so mancherlei verschiedenartigen Gegenständen vorkommen.

Dass die Reihenformen producirt werden, also nur in soweit fertig sind, wie weit sie eben producirt worden, ist besonders darum höchst wahrscheinlich, weil sie nichts weniger als fertig, sondern immer sowohl der Theilung, als der Erweiterung nach unvollendet sind.

Die Einbildung des fertigen Raumes und der fertigen Zeit (doch die letztre hat wohl Niemand!) hängt zusammen mit dem Vergessen der *Leerheit* und *Nichtigkeit* dieser Formen.

---

*Vorstellungsreihen.* 1. Haben die Glieder derselben mehr oder weniger Gegensatz: so wird mehr oder minder das *Weiterstreben* in ihnen merklich. Denn die ersten Glieder drücken sich selbst herab, je mehr ihnen Entgegengesetztes sie hinter sich haben müssen. Je einfärbiger dagegen eine Fläche (wie die neumodischen gemalten Wände), desto mehr nähert sich das Ganze einer einfachen Kraft ohne Wechsel. Je mehr man sie aber betrachtet, desto mehr Wechsel der Einzelheiten. Also wird die Evolution in *jenem* Falle mehr hervortreten, als in *diesem*, der mehr der Involution anheim fällt. (Oft wird bloss obenhin der Umriss, aber nicht Figur in Figur gesehen. Da ist das Sehen grösstentheils verdrängt durch die voreilende Apperception; welche freilich auch zu Erschleichungen geneigt ist.)

2. Der Winkel α im Dreieck α  oder α , besser fürs Anfangsglied  α und  α, hängt davon ab, ob die Vorstellungen *schnell* sinken oder *langsam*; die Höhe von der Stärke. Je stärker, desto mehr Spannung des Widerstandes, der also die Figur steiler, die Reihe kürzer machen wird.

3. *Wo wenig Widerstand*, etwa von physiologischer Seite, da werden die Reihen lang. Das kann die Evolution erschweren! Umgekehrt im Gegenfalle. Hieraus scheint sich das muntere, gehaltlose Wesen der täuschenden Fähigkeiten zu erklären. Die welche leicht lernen und am Ende nichts wissen! Umgekehrt die anfängliche Unbehülflichkeit tieferer Naturen, die wenig von sich geben können, weil sie schwerer evolviren. Bei ihnen muss die *Reflexion* hinzukommen; *künstlich, Reihen aus Reihen* bilden.

---

*Vorstellungsreihen.* 1) Das Anfangsglied wird mehr gehoben, jedoch mit *abnehmender* Energie, weil die hintern Hülfen früher ermatten. 2) Das Endglied, nachdem es einmal gehoben ist, wird mehr *getragen*, durch die nun vereinigten Hülfen. 3) Der Widerstand wird *allmälig* (*wider* das statische Gesetz, welches von Anfang an verletzt wird,) zum Weichen gebracht. Die Reihe *schleicht* gleichsam hervor, indem Anfangs bei weitem nicht die ganze Hemmung wirkt, die allmälig hervorkommt. Die Anfangsglieder steigen; aber während sie nun wieder sinken sollten, sind ihre niedrigern Reste als constante Kräfte anzusehn, die immer mehr Glieder der Reihe hervorheben, welche ihrerseits weiter wirken. Der Druck des Widerstandes fällt nun auf die vordern Glieder, welche je geschwinder sie sinken sollten, um desto stärker gespannt sind, und in sofern den Widerstand zurückdrängen helfen. In der Mitte wird die Reihe gleichsam von hinten und von vorn hervorgetrieben; von hinten, weil die hintere Hülfe von Anfang an auf sie wirkte; von vorn, weil die vordern weit genug hervorgetreten sind, um auch die stärksten Reste in Thätigkeit zu setzen. Doch scheint das Hintere jetzt schon ermattet (1). 4) Längere Reihen werden, ungeachtet der Anfang der Evolution schwerer ist, doch den Widerstand länger zurückhalten. Sie haben gleichsam mehr Masse als die kurzen, welche schnell sinken, so wie sie leicht steigen.

---

*Ablaufen der Reihen.* Die Reproduction des Anfangsgliedes für sich ist nur sehr unvollkommen. Aber das Memoriren als eine bekannte Thatsache, oder auch das Corrigiren nach einem Ideale, zeigt klar, was zum richtigen Ablaufen der Reihen nöthig ist. Nämlich: die Reihe muss nicht bloss einmal, sondern vielemal sein gebildet worden. Jede einzelne Bildung hinterlässt eine Involution. Diese wird in der Zeit der entstehenden Reproduction selbst reproducirt, und wirkt dann als eine Gesammtkraft, dergestalt, dass jedesmal das nächste noch mangelhaft hervorgetretene Glied der Reihe wie durch ein negatives Urtheil bezeichnet angesehen werden könnte, wenn nicht eben der Negation zuvorgekommen würde durch die Anstrengung selbst, welche die involvirte Reihe in *allen* Theilen macht. Und in vielen Fällen zieht sich der Process so auseinander, dass die Negation sogar ausgesprochen wird. „Das Werk ist noch *nicht* fertig, denn es fehlt dies und das.“ Da hat die Anschauung des Werks, — bestünde auch das Werk nur im Aufsagen des auswendig Gelernten, — gerade so viel gewirkt, wie jedesmal ein Angeschautes wirkt, indem es negative Urtheile hervorruft. *

Beim vollständigen Reproduciren müssen sich also die vielen vielmal gebildeten Reihen gegenseitig ergänzen. Der Anfang der Reproduction bis *zum Aussprechen* geschah noch nicht mit der ganzen vorhandenen Kraft. Er befriedigte ein Streben und regte dadurch ein neues auf. Setzen wir die einzelnen Bildungen $= A, B, C, D$, und $A = a, b, c, d$, $B = \alpha, \beta, \gamma, \delta$, u. s. f., wo $a = \alpha$, $b = \beta$, u. s. f., so mag $a$ durch sich selbst und mit der ersten Energie des ganzen $A$ hervortretend, nur unvollkommen $b$, $c$, $d$, evolviren: so ist dadurch $B$ begünstigt, dergestalt, dass

* Auf diese Weise erklärt sich wohl auch am besten das mühsame Reproduciren, welches erst stockt, dann bei längerer Besinnung hintennach gelingt; auch oft zuvor falsche Glieder einschiebt, die wohl auch für falsche erkannt werden, wie wenn die Knaben sagen: „A, — nicht A“ — wer folgte auf Tiberius? „Nero, — *nicht* Nero, sondern Caligula.“ Da scheint eine Nachwirkung solcher Reihen, die Anfangs nicht hervortraten, statt zu finden. Es bedarf aber einer Erklärung, warum nicht alle zugleich wirkten, wenn allen zugleich freier Raum gegeben war? — Vollständiger und langsamer Vortrag (einer Musik oder Rede) giebt ohne Zweifel *allen* Gliedern Zeit, um ihr eigenes Recht, im Vesthalten des Vorhergehenden und im Herbeiführen des Nachfolgenden, — *ihr* Moment im Ganzen fühlbar zu machen. Uebertriebenes Tempo ist die Geschmacklosigkeit selbst.

$\beta$ schon *als enthaltend* $\alpha$ und durch dasselbe bestimmt hervortritt und $\gamma$ nach sich zieht u. s. f. Wäre nämlich $\beta$ *zuerst gegeben* worden, so wäre von ihm aus, als vom Anfangspunct, die Reihe reproducirt. Diesem Falle nun nähert sich der Process, während *b* von *a*, wenn auch nicht vollständig gehoben wird. So wird jedes Glied nach dem andern zum Anfangsgliede. * Und vermöge des *Weiterstrebens* wirkt noch *a* mit $\alpha$, *b* mit $\beta$ u. s. f. während ihres eigenen Sinkens, mit ihren Resten auf das Folgende. Die Vollständigkeit des Processes aber hängt davon ab, dass der gleichartigen Reihen genug seien schon gebildet gewesen, damit jede unvollkommen hervortretende durch eine andre, oder auch selbst durch die vorigen schon gesunkenen, aber wieder hervorgehobenen, ergänzt werde. Denn hier ist im allgemeinen Wechselwirkung aller Reihen. Und Befriedigung entsteht erst, nachdem jede Involution vollständig in dem Evolvirten sich wiederfindet, so dass ihr Antrieb nichts Neues mehr hinzuthun kann. Vollkommene Reproduction ganzer langer Reihen setzt also *Tiefe* voraus. Absichtliches *Merken im Memoriren* ist unstreitig ein inneres Wiederholen und dadurch vielfache Reihenbildung. Das kann ohne Apperception nicht geschehen. Die Mnemoniken verrathen den oft sonderbaren Gang der Apperception; etwas einigermaassen Aehnliches muss ihren Künsten das Dasein gegeben haben.

---

*Ablaufen der Reihen.* Wenn einerlei *P* durch seine Reste *r* und *r'* auf *Π* und *Π'* wirkt: so unterscheide man drei Zeiten.

1) Zuvörderst wirkt *r* geschwinder auf *Π*, als *r'* auf *Π'*; folglich bekommt *Π* einen Vorsprung vor *Π'*. Aber die Geschwindigkeit des *Π'* ist eben deshalb ein ganz freies Steigen, so lange bis *Π'* eben so geschwind geht, als *Π*, dessen Bewegungen durch den Widerstand (der *a*, *b*, *c*, u. s w.) vermindert wird. Man berechne also dasjenige *t*, wofür *Π* und *Π'* gleiche Geschwindigkeit haben. Bis dahin steigt *Π'* ohne allen Einfluss der *a* und *b* u. s. w., und sein Gang ist aus der einfachsten Formel $\omega = \varrho(1 - e^{-\frac{rt}{\Pi}})$ zu bestimmen.

2) Von dieser Zeit an gehen *Π* und *Π'* *gleich* geschwind.

---

* Darauf kommt's an, jedes Glied muss als Anfangsglied gelernt werden. Die Reihe 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 muss so gelernt werden: 67, 567, 4567, 34567 u. s. w.; dann zu dreien 123, 234, 456 u. s. f.

Denn $H'$ würde zwar in dem Augenblick, wo es an den Widerstand stösst, seine vorige Geschwindigkeit vermindern müssen, wenn es allein ginge. Aber $H$ geht ihm voran; und $H'$ kann wenigstens eben so geschwind folgen. Hat es merkliche Kraft gegen den Widerstand, so geht eben deshalb auch $H$ geschwinder Ohne grosse Fehler wird man also den Gang von $H$ berechnen bis zu dessen Maximum. Und wie viel $H$ zugenommen, so viel wird zu dem $\omega'$ des $H'$ nur gerade zu addiren sein.

3) Ist aber das Maximum des $H$ aus dessen Formel gefunden, so sieht man, dass von hier an die Hemmungssumme zwischen $H$ und dem Widerstande beiderseits niedersinkt. Wenn nun die Rechnung zeigt, das jetzt $H'$ im Vordringen noch begriffen ist: so spannt es dadurch den Widerstand noch mehr; und dieser wirft sich auf das mehr nachgiebige $H$; daher dasselbe schneller sinken wird, so dass $H'$ noch mehr Raum erlangt.

4) Im Ganzen ist nicht zu vergessen, dass jede Anregung, welche das reproducirende Glied giebt, eine Menge der $H$, $H$, $H''$, $H'''$ u. s. f. ins Bewusstsein dergestalt bringt, dass dadurch dem Widerstande immer mehr Kräfte entgegengeführt werden. Denn wiewohl das Vorschreiten der Reihenglieder nur von der reproducirenden Vorstellung abhängt: so kommen sie doch in den Summen wie $H = H + \frac{\varrho H}{H}$ als selbstthätig gegen das Zurücksinken sich anstemmend in Betracht. Freilich fällt davon dasjenige wieder weg, was sinken muss, indem der Widerstand sich nach vorn hin wendet, während das Hintere sich vordrängt.

---

*Vorstellungsgewebe.* Die Puncte des Umrisses sind die Anfangsglieder der Reihen. Ist also das Gewebe nicht so gross, dass ein solches Anfangsglied *ganz gesunken* wäre, bevor das Gewebe diametral durchlaufen ist, (und dann wäre von keinem *Umrisse* zu reden): so hat der Umriss die meiste Kraft des Hervortretens, die Reproduction geht also von aussen nach innen. (Und von da an geht dann *nebenher* die Evolution im Gewebe weiter. Man betrachte von der Seite her einen Kreis. Die Sehnen, welche rechts und links sich evolviren, treiben zusammen gegen die Mitte, aber nicht *bloss* in den Mittelpunct.) — Aber *diametral*? Man wird vielmehr die kürzeste Linie als

diejenige Reihe des Gewebes ansehn müssen, welche das meiste Evolutionsvermögen hat. Also freilich auch als die, welche am wenigsten zu thun giebt. Man möchte sagen, die *längste spanne am meisten!* Etwa die Reflexion?

Da indessen der Vorzug des Anfangsliedes nur auf dem Zusammenwirken der simultanen Hülfen beruht: so mag der Mittelpunct, wenn er *stärker* (etwa näher!) ist, eben so viel oder mehr Kraft zum Hervortreten haben, besonders wenn *seine* simultanen Hülfen *auch* stärker sind. Dann wird bei ihm die Reproduction des Gewebes anfangen; und *seine* Reihen haben das meiste Evolutionsvermögen.

Poesie und Rhetorik legen das Starke ans Ende, indem sie zugleich das Ganze zusammenfassen. Bei ihnen entsteht am Ende ein Gemälde oder Bildwerk, dessen Mitte eine Umgebung hat. Dagegen Thurm und Giebel mitten in der Fronte, zur Verstärkung der Mitte. Es braucht dabei aber die Reproduction nicht in der Mitte anzufangen. Die Auffassung mag von der Seite beginnen, so giebt sie eine Reihe, deren grösstes Glied allmälig wächst, während mit ihm die vorhergehenden verschmelzen. Solche Reihen laufen rückwärts ab, nämlich vom grössten Gliede an; daher die Befriedigung beim Absteigen von der Höhe. So auch bei der Tonleiter, die man erst herauf, dann herab geht. Die tiefen Töne sind zwar nicht eigentlich schwächer, aber Wölbung und Zuspitzung gehen bei ihnen langsamer, weil die sinnliche Empfindung ein grösseres $dt$ erfordert. (Daher schreibt der Componist Bass-Passagen sehr leicht, aber es findet sich empirisch, dass die Wirkung bei der Ausführung ausbleibt. Deswegen muss auch die Fuge ihr Thema im Bass oft doppelt so langsam bewegen.) Demgemäss muss man in das Bewegungsgesetz der Vorstellungen beim Steigen eine Constante hineinbringen, die für verschiedene Vorstellungen verschieden sei. Frage: sind nicht hohe Diskanttöne eben so schwer zu unterscheiden? Jedenfalls ist die Wölbung von jedem Tone aus nicht nach beiden Seiten völlig gleich. Brechbarkeit? für die Verschmelzung vor der Hemmung. Töne des Waldhorns scheinen minder brechbar, als Töne der Geige. Vielleicht giebt es auch einen deutlichen Bass, der dem gewöhnlichen Diskant an Brechbarkeit gleichkommt. Aber dann würde ein ähnlicher Diskant doch brechbarer sein. Auf der G-Saite sind alle Töne auf der

Geige ähnlich dem Waldhorn; italienische Stimmen mehr brechbar, als deutsche.

---

*Vorstellungsgewebe* können sich partiell, in Beziehung auf gewisse Reihen, mehr als in Hinsicht anderer evolviren. Wie wenn Kreise in Einer Linie liegen. Der Blick wird sie nach der Richtung dieser Linie verfolgen; das Uebrige bleibt mehr involvirt. — —

Ohne Zweifel giebt in ihnen etwas, wie Verschmelzung *vor* der Hemmung, Brechung, gleichsam Färbung. Schon bei Stimmen, die in gleichem Tacte fortgehn. Bei mannigfaltigen Blumenformen, die nicht immer aus der Mitte wollen gesehen sein, z.B. die Amaryllis, die halbgeöffnete Rose, die Hyacinthe. (Wer zu nahe kommt, sieht nicht recht. Er sieht die Figuren *in* der Figur, aber nicht den Umriss. Der unbefangene Zuschauer muss fern stehen.) *Hemmung*, und zwar der ärgsten Art, entsteht ohne Zweifel, wenn eine Stimme in geschwinderem Tact singt, als die andere. Da sollen die Noten verschmelzen, die Tacttheile sollen zusammenfallen, und können nicht. Es wird hier ein Maximum geben, jenseits dessen einerseits die Störung weniger auffallend, andererseits aber das Reproductionsgesetz dergestalt ermattet und verdorben ist, dass nur Unordnung gefühlt wird.

---

*Spannung* der Reihen nach hinten kommt bei jedem Anblick einer *Gestalt* da vor, wo man von der Mitte her gegen die hemmenden Grenzen des Umrisses anstösst, vorausgesetzt nämlich, dass innerhalb der Gestalt schon eine Reihe war gebildet worden, deren spätere Glieder die früheren wiederholen, so dass dadurch eine Reproduction geweckt wird, welche an den Umriss anstossend sich gehemmt findet. Eine gesprenkelte Blume, ein Haus mit vielen Fenstern bei einerlei Grundfarbe der Wand, eine Geschichte, worin die nämlichen Personen oftmals handelnd wiederkehren, eine Musik, worin dieselben Töne und Wendungen öfter wiederkommen, ein bunter Stein, kurz alles Bunte, wobei bis zum Umrisse hin eine Abwechselung mit Wiederkehr vorkommt. Wo dies Bunte aufhört, wo es vom Einfärbigen begrenzt ist, da ist Hemmung der Reproduction, also *Spannung* der Reihen. Also wird in diese Spannung die

Auffassung des *Ganzen* versetzt und vereinigt. Beim Anschauen kommt Rückkehr, Rückblick hinzu.

---

Wird man nicht eine Reihe so construiren können, dass sie rückwärts laufend reproducirt werde? Wenn die Vorstellung *a*, anstatt zu sinken, steigt, während *b*, *c*, *d*, *e*, .. dazu kommen: was wird erfolgen?

Hier ist erstlich ein Unterschied zwischen dem Steigen bei verstärkter Wahrnehmung, und dem Steigen einer zuvor schon vorhandenen, sich nur allmälig erhebenden Vorstellung *a*. Doch könnte letzteres erreicht werden durch jenes. Auch durch Näherkommen einer bekannten Gefahr, oder durch allmäliges Annähern eines gewünschten Gutes. So etwas scheint wirklich *Rückblicke* zu veranlassen. Der Student durchläuft wohl rückwärts die Klassen von *Prima* bis *Sexta*. Und die Namen selbst deuten so etwas an! Die Rangordnungen desgleichen. Besonders die der *Gründe*; denn man redet ja von *letzten* Gründen!

Bei sinnlichen Wahrnehmungen hindert nur die Abnahme der Empfänglichkeit die Voraussetzung gar sehr. Allein beim Bergsteigen, beim Sonnenaufgang, bei Aufblühen der Blumen, u. dgl.* möchte doch die Sache vorkommen. Dann wäre der *Rückweg* auf einer Reise die natürlichste Gedankenfolge. Und wie findet ein Thier den Rückweg?

In den Formeln wie $\omega = \varrho(1 - e^{-\frac{rt}{\Pi}})$ hindert nichts, *r* so gross zu nehmen als man will. Es ist kein Verhältniss zu *P* vorgeschrieben.

---

*Verbindungslinien.* Man betrachte einen Zweig mit Blättern. Die Blätter hängen durch ihre Stiele mit dem Zweige zusammen. In der Verfolgung der Stiele concentrirt sich die Auffassung der Blätter. (Die Stiele sind auch nicht blosse Linien, sondern Canäle. Sonst wären die Figuren der Blätter geschlossen. Ist die Figur offen, so geht das Streben von *innen nach aussen*, zur Thüre hinaus.) Das Gegenstück wäre eine Zeichnung des Zweiges, wo man die Stiele wegliesse, jedes Blatt ergäbe nun eine völlig geschlossene Figur. Man würde geneigt

* Beim Hineilen des Blicks auf einen anziehenden Punct, Mittelpunct, und eben deshalb *ausstrahlenden* Punct; Annähern an einen Thurm, der immer grösser scheint; an einen Wasserfall; an eine rauschende Musik.

sein, die Blätter als wegfliegend vorzustellen, d. h. mehr Raum zwischen sie und den Zweig nnd zwischen ihnen unter sich zu setzen. Dies veranlasst die Frage: wie werden geschlossene Figuren neben einander gesehen? Gewiss mit einem Streben zur Sonderung, wie bei sehr figurenreichen Gemälden. Da ist ein Vorspiel der logischen Analyse. *Gedränge* von Figuren. Was drängt denn da? Natürlich nur die Störung im Zusammenfassen. Gedränge der Stimmen in der Fuge. Gedränge historischer Begebenheiten u. s. f.

---

*Veränderung der Reihen* entsteht unter andern, indem der Mensch von dem, was ihm begegnet sei, erzählt. Hier wird ausgelassen nnd zugesetzt. Was auf die Schwelle fiel, konnte nicht behalten werden. Die stärkern Glieder rücken näher zusammen, sie verschmelzen im Steigen weit stärker. Aber eben dadurch kommen neue Contraste zum Vorschein. Die Sprache greift ein; die allgemeinen Begriffe, welche ihr anhängen, bilden nun eine Reihe, die dem Erlebten, Gethanen, Gelittenen ähnlich sein soll und es vielleicht nicht ist.

---

*Anhalten der Reihen.* Jemand klopft an eine Thüre; es dauert eine Weile, bis sie geöffnet wird; nnterdessen vertieft er sich in Gedanken nnd vergisst den Augenblick, da er eintreten konnte. Die Thür wird wieder geschlossen. Einen solchen nennt man zerstreut. Aber man sollte vielmehr den verwickelten psychologischen Mechanismus untersuchen, der hier vorkommt. Das Anklopfen gehört einer Nebenreihe der zweiten Ordnung, wenn das Geschäft, weshalb man kam, die Hauptreihe, das Hingehen die erste Nebenreihe war, welche Nebenreihe nun wieder das Anklopfen und Beachten des Oeffnens mit sich führt. Die Nebenreihen müssen sich in ihrem Ablaufen nach den Umständen richten; die Hauptreihe darf dadurch nicht aus ihrem Zusammenhange kommen. Dies *Warten* der Reihen auf einander ist die Hauptsache bei der Bildung des thätigen Menschen. Bei den Thieren ist dies Warten leichter; — warum? weil sie sich nicht leicht vertiefen. Doch würde ein Hund, der vor der Thüre wartet, sich leicht durch einen andern Hund zum Fortlaufen bringen lassen.

Ich beobachtete einst ein Gewächs, das an einem Stengel wohl hundert Knospen trug. So lange die kleinern Knospen dicht

gedrängt waren, wuchsen sie wenig, sie *warteten*, bis sich die grösseren, niedriger stehenden, allmälig trennten. So wie eine Knospe Freiheit erlangt hatte durch ihre Sonderung, wuchs sie schnell. Der Stengel selbst befolgte in seiner Entwickelung die nämliche Ordnung. Immer sah man ihn in der Gegend am schnellsten wachsen, wo es darauf ankam, diejenigen Knospen mehr auszubilden, an denen eben jetzt die Reihe war, aus dem Gedränge erlöst zu werden. Nur wenige der obersten Knospen hatten nicht warten können; sie waren erstorben, ehe an sie die Reihe kam, aus dem Drucke erlöst zu werden. — So sollten auch die Reihen warten können, bis ihr Ablaufen möglich wird. Der Knabe, der aufgelegt ist, Unterricht anzunehmen, muss gerade so im Warten geübt sein. Seine von innen hervordringenden Gedanken müssen angehalten werden, während er lernt. Wo dies Anhalten fehlt, hört er nicht auf den Unterricht. Wie oft mag das in den Schulen unbemerkt bleiben.

---

*Vorschiebung.*  Hier ist offen-

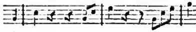
Gieb mir das Schwerdt! u. s. w.

bar die Hauptvorstellung schon Anfangs im Bewusstsein*; aber *gedrückt*, (nicht einerlei mit gehemmt) und durchs Vorschieben befreit. Die Energie des Vorschiebens kann grösser oder kleiner sein; z. B.



Das Schwerdt, gieb das Schwerdt, gieb mir das Schwerdt!

wo der Klimax noch deutlicher so stünde:



oder , (nicht ),  —

Dies reducirt sich aufs Warten. Denn die Hauptvorstellung wartet bis zu dem Moment, wo etwas Anderes hinzukommt, mit ihrem vollen Hervorbrechen. Sie liegt im Hinterhalt. Wo Soldaten, Bedienten, Musiker etwas gemeinsam beginnen und trei-

---

* Vielleicht ist sie *nicht* schon im Bewusstsein, sondern steigt, vorschiebend ihre Vortreppe; diese aber regt die ablaufende Reihe an. — Bei Griechen und Deutschen schiebt das Hauptwort den Artikel vor. Da wartet doch nicht das Hauptwort auf den Artikel. *Ut* und *cum* bezeichnen das Vorschieben.

ben, da muss jeder warten. Kinder sollen warten und vielfach Andre vortreten lassen. (Auch Thiere *lauern.*)

---

Bei der unmittelbaren Reproduction kann der freie Raum beengt sein. Aber besonders ist die neue Anschauung, sofern sie den freien Raum bewirken soll, hier nur Zusatz zu der schon vorhandenen physiologischen Hemmung und vielleicht nur Tropfen im Ocean. Dann wird die ganze Veränderung, die sie bewirkt, geringer. (Soll umgekehrt der freie Raum so *weit* als möglich werden, so muss er gleichsam Breite haben, d. h. vielen Vorstellungen muss zugleich freier Raum gegeben werden, damit sie zugleich steigen.)

War nur die physiologische Hemmung selbst in einiger Spannung gegen die vorhandenen Vorstellungen, so würde, indem diese zurückweichen, die Hemmung vorschreiten, d. h. die erste Wirkung der neuen Auffassung ist *Verdüsterung;* das Neue setzt in Verwirrung, es betäubt; und dazu *braucht* es gar nicht der Qualität nach neu zu sein, sondern *selbst* das sonst schon Bekannte, jetzt nur neu Gegebene übt diese betäubende Wirkung. Das ist *Unbesinnlichkeit;* wie bei Alten, und bei Kindern, die selbst in ihrem Kreise nicht lebhaft sind. Solche Schwäche macht den Unterricht ohne Zweifel selbst da schwer, wo er an Bekanntes anzuknüpfen gedenkt; es vereitelt die Wirkung selbst der richtigsten Methoden.

Der Eindruck des Neu-Gegebenen * muss also erst anwachsen (durch Fortdauer oder Wiederholung), damit diese fremde Hemmung bei dem Nicht-Blödsinnigen überwunden werde. Alsdann beginnt die Reproduction; in dem jetzt geschafften freien Raum. Sie fängt also später an. Ueberdies aber hat das Neu-Gegebene fortdauernd eine grössere Hemmungssumme zu überwinden; der freie Raum wird also nicht gehörig zunehmen. **

---

* Gute Köpfe sind in ihrer Beweglichkeit (der Nachgiebigkeit für das Neue) sehr zu unterscheiden von der französischen Leichtfertigkeit, die nicht verträgt, dass man etwas *erschöpfe.* Da weicht zwar augenblicklich der Widerstand von innen; aber er kehrt bald zurück in Form eigner Einfälle, die sich nun nicht länger durch *Einerlei* zurückhalten lassen.

** Guter Unterricht beim guten Kopfe setzt sich in der Lehrstunde leicht in Besitz der passenden Vorstellungen des Zöglings, indem die Reproductionen nach dem Cubus der Zeit höchst *zahlreich* geschehen, wenn der Unterricht *reichhaltig* ist; besonders soll er im Anfang der Stunde, und so

Es wird von den vorhandenen Vorstellungen *weniger gehemmt* werden, als geschehen sollte. Die auf die mechanische Schwelle fallen sollten, werden schwerlich dahin gelangen. Denn die hemmende Kraft verzehrt sich grossentheils gegen die fremde Hemmung. Daher keine wahre Vertiefung, sondern Verunreinigung des Neuen durch alte Nachklänge, durch die eben gegenwärtige Stimmung oder Verstimmung. Ein habituelles trübes Element kann damit zusammenhängen. Natürlich ist dies Alles noch schlimmer, wenn das Neu-Gegebene nichts Früheres zu reproduciren findet.

Guter Unterricht kämpft bei schlechten Köpfen Anfangs mit der physiologischen Hemmung. Nun wird diese zwar bis auf einen gewissen Punct zurückgedrängt, aber gleichsam auf der *mechanischen* Schwelle gespannt bleibt sie stehen. Unterdessen will der Lehrer fortfahren; der Beginn des Unterrichts hat *gewisse* Reproductionen mühsam hervorgerufen; diese werden, wenn der Lehrer weiter geht, entweder wieder sinken, oder sie streben, sich nach ihrer *alten* Art in Reihen zu entwickeln und machen dadurch den Fortgang unmöglich. Das ist *Steifheit*, nicht Blödsinn.

---

Steil wird diese Figur  um desto mehr, je schneller die Hemmung der Anfangsglieder. Alles, was neu zu lernen ist, bildet deshalb kurze Reihe. Je öfter es wiederholt wird, desto mehr Breite, wie . Woher aber solche klanglose häurische Menschen, wie H. M.? die doch leicht lernen, und genau behalten? Selbst solche, wie E. G.? Der Resonanzboden fehlt. Statt eines früheren Unterrichts, wie er hätte sein sollen, war ihnen die Gewohnheit, bloss zu *lernen*, und damit hin! Die Menschen fühlen nichts, weil sie nicht ahnen, dass man etwas fühlen, oder doch sich beim Gefühlten aufhalten könnte. In ihnen bleibt alles auf der alten Stelle, sie mögen beschäftigt werden, mit was man will. Diese Unbestimmbarkeit kann aber auch auf Rechnung eines trüben Elementes kommen. Soll man sagen, es fehle ihnen die Verschmelzung *vor* der Hemmung? Es fehle der Affect? Warum fehlen sie?—

auch im Anfang jedes längeren Vortrags *soweit* reichhaltig sein, als nöthig, um eine zusammenhängende, und hierdurch *haltbare*, *dauernde* Vorstellungsmasse zu gründen, die er später mehr innerlich, also vielfach wiederkehrend, bearbeiten könne.

Jene hatten lange Zeit nichts gemerkt von dem, was sie sahen; die Erfahrung war ohne Frucht. Eben so Anfangs bei L. K. Aber woher hier nun Gefühl? Aus *persönlicher* Anhänglichkeit. Freilich kam es erst nach. Bei talentvollen, aher roh aufgewachsenen, dann hintennach eines tüchtigen Unterrichts theilhaftig gewordenen, schlägt die Rohheit nach. So die Mystik oder Dogmatik bei Theologen, die Philosophen *geworden!*

Dagegen der launenhafte, wüthende C. D., der Mensch, hinter dem feines Gefühl verhorgen lag, nachdem zuvor das Gemüth in Ruhe gehracht war. (Feines Gefühl hat seinen Sitz in den Familien, und hat dort auch seine Grenze. Wuchs ich doch unpoetisch heran!) Rührung, vergänglich, selbst misslich wie sie ist, wegen der nachfolgenden Reaction, wenn ihr Product in den Gedankenkreis nicht passt, thut doch das Meiste gegen Wildheit; denn sie gieht dem Menschen eine neue innere Erfahrung, ohne welche selbst das Gewissen nicht dauernd eingreifen würde; das Gewissen rührt ja auch! Es führt durch den Affect zur Sittlichkeit!

Besänftigen kann die Zucht. So wird sie durchgehends wirken. Aher die rechte Reizbarkeit bringt sie nicht hervor. Sie macht die klanglosen Menschen nicht tönend. War es nicht ehen so mit L. St.? der doch gerührt werden konnte. Aher er hlieb geschmacklos, wild lustig, keiner höhern Freude empfänglich, zwangvoll der Autorität sich heugend.

Viel mehr Verstand, Scharfsinn sogar, aber nicht eigentlich Geschmack entwickelte J. O.; eine Zusammensetzung aus D.'s wüthendem Wesen, das erst hesänftigt werden musste, mit M.'s platter Lernfähigkeit, aher gewöhnt sich anzuschliessen.

Affect heweist Beweglichkeit, wenn er leicht entsteht; Starrheit, wenn er lange bleibt.

---

*Erweiterung und Zusammenziehung des Blickes.* Man kann noch hinzusetzen *Theilung* des Blicks; und Beweglichkeit um den Hauptpunct, oder das richtige Verfahren, die rechte Stelle nach allen Rücksichten urtheilend oder handelnd zu treffen. Vernunft und Verstand!

Bei der Erweiterung wird es durchaus nothwendig, die Einzelnheiten fallen zu lassen. Die kleine Figur zu evolviren muss man sich versagen, wenn der Umriss, vollends die Weite soll gesehen werden.

Die reproducirende Vorstellung, wenn nur Eine ist, soll *(männlich!)* mit vielen verbunden sein, um weit zu reichen. Also muss der Unterschied ihrer Reste für das näher Liegende gering sein; die Reihe war lang, und dennoch nicht *zu* lang.

Und *Anstrengung*, männliche Kraft soll in der Reproduction sein. Also Zurückhaltung des Fremdartigen durch die Apperception, so lange bis die Reihe abgelaufen. Dann aber muss die Reihe in ihrer Evolution (der klare Gedanke) *angehalten*, fixirt werden. Das können die Schwachen nicht, die Faulen wollen es nicht.

Erweiterung und Zusammenziehung fordern, dass für einerlei Vorstellung vielfach verschiedene Reihen in dem nämlichen Gesichtskreise bald kürzer (für diese), bald länger (für jene) gebildet werden. Und dann muss noch Herrschaft des Zweckbegriffs dazu kommen, um bald die längern bald die kürzern Reihen zu gebrauchen. Historischer u. s. w. Unterricht muss dafür sorgen, dass die Reihen so gebildet werden; nicht wie man einen Roman *nach* dem andern liest. Bei Erweiterungen kann man annehmen, dass die reproducirende vielfach zusammengesetzt, also theilbar ist. Es giebt eine gewisse bequeme, natürliche Zusammenfassung (in der Zeit etwa eine halbe Secunde); was in diese Begrenzung fällt, wird Eins, wenn man es nicht zersetzt. (Bei Kindern, denen Alles zu Allem wird, der Stock zum Degen oder zum Reitpferd u. s. w., mangelt die Zuspitzung).

---

Aus der Zuspitzung, wenn sie habituell, zur Fertigkeit wird, scheint die grosse Wohlthat der Reihenbildung hervorzugehen, vermöge deren sie die Gleichzeitigkeit der Entgegengesetzten verhütet und die sonst unvermeidliche Hemmungssumme beseitigt. Alle Töne auf einmal wären unerträglich; die Tonlinie hingegen, als Involution einer Reihe, belästigt uns nicht im mindesten. Sie schafft — *Freiheit der Reflexion*, welche sich auf jeden beliebigen Punct der Reihe versetzt, alle andern aber in gehörige Entfernung stellt. Wer diese Wohlthat einmal kennt: der strebt überall nach Ordnung in den Gedanken, d. h. er *sucht* Reihenbildung.

Ist die Reihenbildung gehemmt *gewesen:* so giebt es schwache Verschmelzungen und kurze Reihen. Aus ihnen alsdann keine breite Wölbung und allzuleichte Zuspitzung. Diese Art Men-

schen nimmt alles positiv hin, wie man es giebt; und bleibt gleichgültig; klanglose Menschen. — Starke Verschmelzung mit langen Reihen giebt dagegen zornmüthige Kritiker, denen nichts gut genug; *Urtheiler!* — wenn sie nicht im voraus reine Uebersicht hatten. Die Reihen mögen lang sein, wenn sie aber begrenzt sind und nicht über jede Grenze hinausgehn, so wird *das* Fremde, wie *der* Fremde ein *hostis*. Es kommt dann auf die Grösse des einmal abgegrenzten Gesichtsfeldes an.

Ist dagegen die Reihen-Evolution *jetzt* gehemmt, so tritt nur das Gröbste auseinander; die feineren Unterschiede verschwinden; die Dinge erscheinen wie im Nebel. So entsteht das Gerücht, welches *erst* weglässt und dann zusetzt. Viele Menschen lesen und lernen, wie wenn sie vom Hörensagen Unterricht empfangen hätten.

Es liegt überhaupt viel an der Art, *wie* sich eine Reihe hebt. Verliert sie sich in allerlei Seitenreihen, so verliert man leicht, wie man sagt, den Faden; entweder durch Eingreifen in eine andere Reihe, die sich an die Stelle jener setzt; oder die Seitenreihen verwirren sich unter einander (in schwierigen Fragen); dann sinkt der Anfang und das Nachdenken ist für diesmal am Ende. — So der Knabe, wenn er erst einige falsche Antworten gegeben hat. Es pflegt dann schwer zu sein, die Reihen auf ihren Anfang zurückzustellen. Die Hemmung und das Weiterstreben der schon verunglückt hervorgetretenen Vorstellungen ist nun einmal da; der Anfang macht keinen reinen Eindruck. Nur die ächt philosophische Stimmung ruft den Anfang in seiner Reinheit wieder hervor.

Warum kann man also die jungen Leute nicht sogleich, wenn man es wünscht, bis zur Fertigkeit in Rechnungen u. s. w. bringen? — Weil die allzuhäufige Wiederholung die Arbeit lästig macht; das ist eine halbe Antwort. Die Frage ist aber nach dem Grunde dieser Lästigkeit. Die Erschöpfung der Empfänglichkeit macht es hier allein nicht aus. Die Scheu vor Widersetzlichkeit eben so wenig. Jene passt nicht, weil sie selbst arbeiten, also reproduciren sollen; dies nicht, weil man sonst mit vernünftigem Vorstellen, mit Zureden auskommen könnte. Der Hauptgrund liegt vielmehr darin, dass man die einmal schlecht oder gut abgelaufenen Vorstellungsreihen nicht ohne grosse Unbequemlichkeit wieder auf ihren Anfangspunct zurückführen kann. Der *nisus* der hintern Glieder, die noch *ge-*

*tragen* und gehalten werden, geht nicht rückwärts. Dies geht höchstens bei leichten Sachen, oder bei Geübteren an. Diesen muthet man zu, dass sie auf den Anfangspunct sich zurückversetzen sollen. Aber bei schwerern Sachen verdirbt es den *Geschmack* an der Wissenschaft; der an der *richtigen* Reihenfolge hängt.

---

*Thesis, Antithesis, Synthesis. Zahlenmystik.* Aller guten Dinge sind drei. Warum? Die durch ein verschiedenes Zweite veränderte Wölbung schwankt. Das Erste war zurückgestossen vom Zweiten, unter seinen statischen Punct, der ihm für jetzt wenigstens zukommt; es hebt sich wieder, da es wegen der von ihm vorgefundenen frischen Empfänglichkeit an sich das Stärkere war. Nun muss ein Drittes dem Maximum der ganzen Wölbung entsprechen; oder wenigstens mit dem Ersten zusammenfallen. Thut es das nicht, so geht die Reihe fort, und schliesst sich durch das Dritte, welches beide hätte vereinigen sollen, auch nicht ab.

---

Die Reproduction geht zugleich von mehreren Anfangspuncten aus. Z. E. wenn man ein Buch liest, so geht sie von jedem der gelesenen Worte aus, und nun müssen alle Entwickelungen zusammen passen. Thun sie es nicht, stossen sie in irgend einem Puncte wider einander, so muss die Hemmung bis auf die Anfangspuncte zurückwirken. Die Lebhaftigkeit und Vollständigkeit dieses Processes ist das Maass des Verstandes. Unverstand und Dummheit liegt in dem Mangel, in der Dürftigkeit, in der schwachen Constitution der Reproductionsreihen. Hingegen Aberwitz und Wahn liegt darin, dass die Reihen zwar ablaufen und sich verknüpfen, aber dass in irgend einem Puncte eine wesentliche Hemmung ausbleibt, und deshalb traumähnliche Verknüpfungen geschehen.

Der Aberwitz ist demjenigen lächerlich, der ihn entdeckt. Es scheint, dass hier die Erklärung des Lächerlichen hervorgeht. Seien zwei Anfangspuncte der Reproduction *A* und *B*; die von da aus laufenden Reihen werden sich in einem, oder vielleicht in mehrern Puncten treffen, wo sie sich hemmen; diese Hemmung wird *abwechselnd*, und gleichsam oscillirend, von der einen oder von der andern Seite herkommen, wenn die Anfangspuncte *A* und *B* abwechselnd mehr hervortreten, und

jeder wider den andern drängt. Z. B. Hr. N. ist *Doctor iuris canonici* geworden; er stützt sich dabei auf eine geringfügige Probe; er bittet deshalb bei einem von ihm vielfältig beleidigten Collegen, er bietet sein Buch statt Zahlung an; alle diese Umstände werden unfehlbar in H. bekannt. Warum lachen wir nun? Der Mann will sich gross machen; er macht sich klein; er bietet eine Gabe, die man kaum als Geschenk verlangte, statt des Geldes. Dies Schauspiel einer Grösse, die durch Erniedrigung gesucht wird, macht so lange zu lachen, als in uns noch der Gedanke der gesuchten Grösse sich evolvirt, und, während er fortstrebt, von verschiedenen Seiten her nach einander einen Stoss bekommt; sobald aber diese Evolution ganz gehemmt ist, bleibt bloss der Ekel an der Niedrigkeit zurück. Diese Stösse gegen das, was noch eine Zeitlang fortläuft, würden schmerzhaft sein, wenn die Hemmung im geringsten schwierig wäre. Und sie werden schmerzhaft, wenn der Kriecher zum Zweck gelangt; also wenn unsre Vorstellung von seinem Thun so stark gemacht wird, dass sie sich den hemmenden Kräften nicht fügt. — Das Lachen aber, sofern es körperlich ist, zeigt, dass der Leib entgegengesetzte Stösse bekommt.

---

*Evolution und Arbeit in Reflexion.* Die gewöhnlichen Lagen des Lebens lassen Vieles involvirt, was bei neuer Lage sich sogleich entwickelt und wirkt und einen ganz neuen Geist in die Menschen bringt; z. B. Bürgergarden waren ein fremder Gedanke; jetzt kommt die Noth und man handelt gemeinschaftlich; man lernt sich und jeder den andern auf eine neue Weise kennen; das Thun schafft jedem ein neues Ich, das gemeinsame Thun ein neues Wir.

Was hier im Grossen, das geschieht täglich bei der Arbeit im Kleinen, nur mit dem Unterschiede, dass dem gemeinen Arbeiter bloss eine alte Vorstellungsreihe fast unverändert abläuft. Die Forderungen des Tages und der Stunde bestimmen, was zu thun, was zu bedenken sei. Darnach richtet sich die Lage der Vorstellungen; mit mehr oder weniger Affect.

Jede Arbeit hat ihre Hoffnung des glücklichen Vollbringens; sie hat ihre Furcht, mindestens vor Störung, vor Zeitmangel; sie hat ihre Anstrengung und führt zur Ermüdung. Die ge-

meinste Arbeit eilt wenigstens der Erholung zu; und der Fortgang der Zeit ist ihr angenehm.

— — Arbeit setzt sich meist aus ganz heterogenen kleineren Reihen zusammen. Der Glaser wählt erst die passende Glastafel. Dann bereitet er den Rahmen zur Aufnahme der Scheibe, dann schneidet er und schneidet wieder, dann verkittet er. Zu dem allen brachte er seine Werkzeuge mit, weil er im voraus die Reihen überschaute. — Geduld und Ruhe ist dem geübten Arbeiter nöthig, sonst macht er alles halb. Das Motiv ist *hier* die Zahlung. Wie wirkt aber das Motiv? Es hebt die ganze Reihe und hält sie, so lange es nöthig ist, empor. Es hält sie zunächst von hinten nach vorn. Denn die *fertige* Arbeit erst wird bezahlt; und um die Arbeit fertig machen zu können, geht der Lehrling in die Lehre u. s. f. — Das Ablaufen der zur Arbeit nöthigen Vorstellungsreihen kann daher sehr schnell, auch rückwärts in beliebiger Ordnung geschehen; aber die herrschende Vorstellung wirkt zurückhaltend und in jedem Augenblicke fixirend, durch Prüfung dessen, was schon gethan, ob es genügend gethan ist. Die Hemmung geht hier erst von der Anschauung aus.

Ueberhaupt ist dreierlei bei der Arbeit zu unterscheiden. Die ablaufende Reihe in der Mitte, die herrschende Vorstellung drüber; die empirische Auffassung des Gethanen drunter. Dasselbe gilt von der absichtlichen Beobachtung eines Ereignisses; wo zur Arbeit nur die Thätigkeit des Leibes fehlt, die hier nicht in Betracht kommt.

Die empirische Auffassung nun *hemmt*, wenn das Thun oder das Ereigniss nicht sehr schnell verläuft, jeden Augenblick das Ablaufen an einem bestimmten Puncte. Diese Hemmung bewirkt sogleich Spannnng in dem hintern Theile der Reihe, wie beim Begehren.* (Die grossen Unterschiede sind hier nicht

* Ueber den Zustand der Reihe während der Arbeit ist zunächst so viel klar, dass der hintere Theil, wenn die Reihe bis *d* abgelaufen, also *a*, *b*, *c*, in Spannung des Begehrens steht, oder nach hinten anschwillt, und dass zugleich *e*, *f*, *g*, bis zu einem ungenügenden Puncte hervortreten, und im Hervortreten eine Hemmung erleiden, welche *wächst* und zurückwirkt. Unterdessen wird der Gegenstand, der nicht von der Stelle will, beobachtet; es entsteht die Frage: *woran liegt's? warum zögert's?* — Mittel werden gesucht, d. h. die Vorstellungsreihen laufen seitwärts und die Spannung bekommt andere Richtungen. Dann wird ein neuer Anlauf genommen;

ausser Acht zu lassen, dass solche Reihen, wie die des Gärtners, Landmanns u. s. w., wo die Naturerfolge sich nach den Jahreszeiten richten, *sehr* langsam laufen, und in jedem Augenblicke scheinbar still stehen; während andre Reihen, wie die des Musikers, des Schauspielers u. s. w., gleichen Rhythmus mit den Vorstellungsreihen haben; noch andre aber, wie beim Fechter, bei aller Gymnastik, beim Taschenspieler u. s. w., ja bei allem, was mehr unwillkürlich gethan wird vermöge grosser Fertigkeit, durch ihre Mittelglieder unvermerkt schnell hindurchlaufen; so dass man kaum selbst bemerkt, was Alles man nach einander thut, — die Reflexion und ihre Analyse sich träge zeigt.)

Die Spannung sei nun vollständig erfolgt: so überspringt sie oft das Hinderniss, wie bei Versuchen, wo ein Ausweg schnell ergriffen wird, — oder bei Auslassungen, um die man sich weiter nicht kümmert, indem man forteilt; — fast jede Arbeit erlaubt sich solche kleinen Ungenauigkeiten, wie der Schüler, der sein Exercitium fertig haben will.

Dadurch ändert sich die Reihe; oft mit Kenntniss neuer Hülfsmittel, (die Sprache selbst wird auf diese Weise bereichert, indem man die Construction ändert, — die Rechnungsübung, indem man andre und neue Wege sucht;) oft auch wird die Reihe verdorben durch Gewöhnung an Fehler, die hintennach corrigirt werden müssen. — Das Ueberspringen verstärkt die entfernteren Verschmelzungen.

Aber bei langsamen Fortgang der Arbeit wird nun auch jeder Stillstandspunct, falls man still steht, ein neuer Anfangspunct; so dass nun künftig von *ihm* an die Reproduction weiter geht. Dann muss oft durch spätere Uebung das Fragmentarische wieder ergänzt, — Bruchstücke von Reihen müssen wieder zusammengelöthet werden.

In der herrschenden Vorstellungsmasse gehen nun hiebei Veränderungen vor; wie bei jedem, der während seines Thuns

---

die Hauptreihe wird von vorn her wieder in Bewegung gesetzt, indem die seitwärts liegenden Hülfsreihen mitwirken. Endlich geht's. Dies *Endlich* bezeichnet die Zeitdistanz, welche mit einem Rückblick auf das Zwischeneingeschobene verbunden ist. Wer *Erfahrung* hat, dem läuft nun die Reihe der Arbeit sehr zusammengesetzt mit allen diesen Seitenblicken fort; er ist auf Hindernisse aller Art gefasst.

Erfahrungen macht.* — Der eigentliche Zweckbegriff ist hier zu unterscheiden von der oft sehr unbestimmt vorgefassten Meinung über die Mittel. Letztre ist hier ein Subject, das allerlei Prädicate nach einander aufnehmen muss. Ersterer ist eine Vorstellung, die unaufhörlich bald durch Begünstigung steigt, bald durch Hindernisse gespannt wird.

Zweierlei Begriffe treten hier unvermeidlich hinzu: die *Zeit*, und das *Ich*.

Die Ichheit wird leidend und beschränkt, wenn die Arbeit nicht von der Stelle geht, misslingt, — und wenig gehoben, wenn sie nicht, oder minder, aus eignem Willen kam. Sie wird hervortreten, wenn's nach eigner Wahl gelingt.

In dem Ich macht der Corporationsgeist des *Wir* die mannigfaltigsten Abschnitte. *Wir* sind bald diese, bald jene Gesellschaft, — die Menschen sind in *diesem* Puncte Freunde, im *andern* Puncte Feinde. Hier beklagt sich der Schüler beim Lehrer, dort hintergehn sie gemeinschaftlich den Lehrer. Eine reine, ihm ganz eigne Ichheit hat Niemand.

Eben so vielfach ist der Ehrtrieb. *Trieb*, — nachdem Lob und Tadel war hebend und hemmend gefühlt, — nachdem sogar ein Gesammteindruck aus ähnlichen Fällen erwachsen war.

Es kommt noch der Begriff der *Nothwendigkeit* hinzu, die Arbeit in dieser und *keiner andern* Ordnung zu vollführen. Diese Nothwendigkeit ist theils an sich klar, wenn der Gegenstand des $n$ten Schrittes der Arbeit nicht eher als durch den $n-1$ten Schritt gewonnen wird; theils wird sie aus misslungenen Versuchen hervorgehn.

Kinder müssen warten lernen. Warten, während die Aelteren vorgehn. Zurückstehen, wo Andre den Vorrang haben. In den *Reihen* der Menschen die hintern Plätze einnehmen.

Aber eben dies Warten lehrt auch jede Arbeit. Damit hängt das Beschwerliche der Arbeit zusammen. Doch auch die Spiele pflegen den Voreiligen, und den Vorwitz auszuschlies-

---

* Im Gegensatz gegen die Reflexion in der Arbeit, wo die höhere herrschende Vorstellungsmasse *steht* und das unter ihr Wechselnde lenkt, ist die Reflexion des Denkens eine *Bewegung* in der höhern Masse, beim Stillhalten der untern, die zum Object dient. Dies Stillhalten verursacht grosse Anstrengung. Es ist das, welches, wenn es misslingt, die Bewegung der obern Masse eben so unterbricht, wie wenn dem Arbeiter das Object, das er bearbeitet, unter den Händen verschwindet oder zerbricht.

sen und zu strafen. Also ist das Schwere der Arbeit nicht ganz im Warten zu suchen.

Der im Spiele wartet, ist gespannt durch die Bestimmtheit dessen, was er erwartet. Wäre die Arbeit stets den Vorbereitungen angemessen, so würde sie diesen Vortheil auch haben, und dazu den Vorzug des *Werths*, der auf ihr Product gelegt wird, sei nun dieser Werth vom Arbeitenden *selbst* erkannt, oder *vom Erzieher* darauf gesetzt. Welches letztre nicht ungern angenommen wird; der Zögling lässt sich ja alles, was man will, zur Ehre und zur Schande machen. Eigentlich nur zum Ehren*zeichen!*

Dem Spielenden vergeht die Zeit schnell; ungeachtet häufiger Ungeduld. Dem Arbeitenden wird sie nur dann kurz, wann sie nicht zureicht, wann er nicht früh genug fertig zu werden fürchtet. Sonst wird sie ihm lang; nämlich wann die *Spannungsdauer* oftmals überschritten wird.

Diese Spannungsdauer scheint eine Hauptsache zu sein. Starke Spannung hält lange aus. Schwache Spannung fordert viel Pausen zur Erholung. (Lange Capitel schaden einem Buche. Mangel an Ruhepuncten schadet einer Geschichte; — einem Beweise. Eine Parthie Billard, L'Hombre dauert nicht so lange als eine Parthie Schach. Darum ist jenes Spiel für die Mehrzahl; dieses für Virtuosen.)

Beim Fortschritt vom Leichtern zum Schwerern, mehr Zusammengesetzten, (der Knabe lernte früher Regel *de tri* ohne Brüche, jetzt mit Brüchen,) trennen sich die Glieder der Hauptreihen, ohne zu zerreissen, indem sie Mittelglieder aufnehmen. Die zwischen eingeschobenen Reihen gleichen den in Parenthesen eingeschlossenen Coefficienten, die als ein Involvirtes aufgefasst werden, während sie doch eine Reihe bilden. Man schreibt solche Reihen bequem senkrecht, wie:

$$x^3 + \left.\begin{matrix} a \\ b \\ c \end{matrix}\right\} x^2 \text{ u. s. w.}$$

Jedes Senkrechte ist eine solche Reihe *in parenthesi.*

---

*Freier Raum.* Merkwürdig ist, dass immer die frühesten, ersten Eindrücke die zu sein pflegen, welche sich am leichtesten reproduciren. Dass sie die stärksten waren, wegen späterer Abnahme der Empfänglichkeit, ist gewiss; aber der freie Raum

richtet sich ja nicht nach der Stärke. Und sonst pflegt das Jüngstverflossene, neulich Gelernte am leichtesten wiederkehren zu können. Gewiss ist, dass die Knaben ihre alten Fehler trotz aller Correctur wiederholen, dass ältere Systemformen ankleben und die neuern nicht munden, dass (nach Goethe im Werther) eine Geschichte zum zweitenmal nicht anders lauten darf, als zum erstenmale, dass man das Neue nach dem Alten beurtheilend, oft die neuern Umstände übersieht; andrerseits, dass man des Alten müde wird, und *dann* das Neue vorzieht, es dann auch leichter reproducirt, sich damit beschäftigt, es weiter erzählt u. s. w. Das scheint in die Lehre von der Aufmerksamkeit zurückzuweisen.

---

*Evolution.* Beruht vielleicht das Hervorstrecken der Fühlspitzen der Insecten, das Kriechen der Thiere u. s. w. auf der Evolution innerer Zustände in den Elementen?

---

In den Wörtern bilden die Consonanten mit den Vocalen *vollkommene Complexionen*, sofern es auf sie allein ankommt. Da wären also *Am* und *Ma* einerlei. Worin liegt nun der Unterschied? Das *A* und das *M* können unmöglich einander hemmen; der Grad ihres Gegensatzes ist $=0$. Aber erst *mamamamama* ... und *amamamam* ... werden fast gleich vernommen. So der Triller von oben und der von unten, wenn beide lange dauern. (Der zu schnelle Triller ist nicht schön. Er geht schon über in die Secunde.) — Der Unterschied zwischen *Am* und *Ma* wäre unfehlbar Null, wenn nicht eine fremde Hemmung das Frühere eher ergriffe, als das Zweite hinzukommt. Und wie unterschiede man sonst  von ? Hier aber ist klar, dass bei unendlicher Geschwindigkeit jenes sich in dieses verwandeln würde. Eine etwas zitternde Stimme, die den Ton nicht vollkommen ruhig trägt, kommt diesem Falle nahe. Eine endliche Geschwindigkeit, die uns für unendlich gelten könnte, wäre eine solche, worin keine Hemmung merklich wäre. Man könnte darauf physiologische Experimente gründen, wenn man Mehrere, in gleich ruhiger Stimmung, hören liesse, wie ein Ton durch ein Maschinenwerk immer schneller wiederholt, dem Einen noch als wiederholt, dem Andern schon als dauernd erklänge. Beim letztern wäre die physiologische Hemmung

geringer, — *oder* die physiologische Resonanz stärker, — oder die Auffassung schwächer, so dass sie hemmende Gegenwirkung weniger spannte, — oder die Reproduction mischte sich mehr darein, und hielte die Vorstellung statt der Wahrnehmung im Bewusstsein.

---

Um die Betrachtungen über *Hemmung wegen der Gestalt* vorzubereiten, ist es nützlich, sich erstlich mit solchen Beispielen vertraut zu machen, worin die Gestaltung der Vorstellungen nicht von räumlichen Verhältnissen abhängig erscheint.

Ein paar Schwestern seien $x$ und $y$; die eine, $x$, verheirathet mit dem Manne $a$, die andre, $y$, mit dem Manne $b$. Ein Bruder des $a$ sei $A$, ein Bruder des $b$ sei $B$. Das geschwisterliche Verhältniss bildet hier die Reihe $A, a, x, y, b, B$, und die umgekehrte Reihe $B, b, y, x, a, A$. Keine von diesen Reihen hat einen ersten oder zweiten Rang; die eine sowohl als die andre ist ursprünglich da; die Mittelglieder aber stehn jedes an seinem bestimmten Platze, so dass $A$ mit $x$ nur durch $a$, $A$ mit $y$ nur durch $a$ und $x$ zusammenhängt, und so jedes mit jedem andern vermöge der bestimmten Mittelglieder. Nun habe $A$ einen Enkel $M$, $B$ eine Enkelin $m$; der Sohn von $M$ und $m$ sei $N$. Jetzt verfolge man aufwärts die Abstammung des $N$. Man kommt durch gleich viele Glieder zu $A$ und $B$ zurück, hiemit aber zu der ersten Reihe, die sich von beiden Seiten her zwischen $A$ und $B$ einschiebt.

Wäre $N$ der Urenkel von $A$, und zugleich der Urenkel einer Tochter des $B$, so würde die Reihe der Abstammungen auf der letztern Seite länger als auf jener ersten; allein das Ganze würde noch immer eine, obgleich ungleichseitige, doch geschlossene Figur bilden.

Andere Beispiele lassen sich ohne Mühe finden. Man denke sich Harz, Pech, Wachs, sammt allen Verbindungen, die sich beim Zusammenschmelzen von Harz mit Pech, Pech mit Wachs, Wachs mit Harz bilden lassen. Oder man nehme nur Roth, Blau, Gelb, sammt den dazwischen liegenden Uebergängen durch Violet, Grün, Orange. Von jedem der Drei läuft eine Reihe zu beiden andern, die wiederum zwischen sich eine Reihe schieben.

Noch einfacher sind Beispiele von der Gestaltung einer einzigen Reihe. Eine solche sei $a\,b\,c$, so ist sie verschieden von

den fünf andern Reihen *a c b, b a c, b c a, c a b, c b a.* Keine von diesen gleicht dem Dreieck, welches entsteht, wenn *a* Roth, *b* Blau, *c* Gelb bedeutet; und überhaupt, wenn es besondere Mittelglieder zwischen *a* und *b*, andre zwischen *b* und *c*, noch andre zwischen *c* und *a* giebt.

Die Mathematiker sprechen von der Gestalt einer Reihe, wenn eine solche entweder nach ganzen Exponenten, wie $x^0, x, x^2, x^3$, u. s. w., oder nach gebrochenen positiven, wie $x^{\frac{1}{2}}, x, x^{\frac{3}{2}}$, u. s. w., oder nach negativen Exponenten fortschreitet.

Wie nun auch die Reihenbildung beschaffen sei: es muss Hemmung entstehn, wenn die vorhandene Bildung soll verändert werden. Denn die Reproduction erleidet Gewalt, wenn die Glieder sich anders zusammenfügen sollen. Damit *a c b* aus *a b c* entstehe, müssen die Reste von *a*, welche mit *c* und *b* verbunden sind, ihre Verbindungen tauschen.

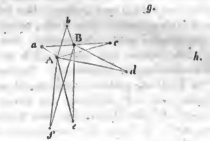
In einem Falle wie der so eben erwähnte, ist freilich kaum eine Schwierigkeit fühlbar. Denn der *Buchstabe a ist mit den* beiden andern Buchstaben unzähligemal in allen, kleinern und grössern Distanzen, durch andre und andre dazwischen stehende Buchstaben, verbunden vorgekommen; — und Aehnliches trifft überall zu, wo jeder Wechsel der Verbindung schon geläufig wurde. Dagegen wird bei gewohnter, stets gleicher Ordnung auch die geringste Abweichung auffallend.

Sprichwörtlich wird der viereckige Cirkel als Beispiel eines Widerspruchs angeführt, während eigentlich die Hemmung wegen der Gestalt gefühlt wird, wenn die eine Figur in die andre soll verwandelt werden. Die räumliche Gestaltung ist die geläufigste; sonst könnte ein sehr bekanntes Beispiel von der runden Zahlenreihe hergenommen werden, welche die Zifferblätter unsrer Uhren vor Augen legen. Denn es ist ungereimt (obgleich durch den Zweck völlig gerechtfertigt,) die Zeit so darzustellen, als ob sie rund liefe, und die Zahlen so, als ob auf Zwölf wieder Eins folgte, sogar in solcher Weise, dass die Distanz von Elf bis Zwölf gleich der Distanz von Zwölf bis Eins erscheint.

Dagegen würde es vollkommen passend sein, ein Viereck zu bilden aus den Namen zweier Zahlen in zwei verschiedenen Sprachen, wenn man zwischen diesen Sprachen eine Distanz annimmt, wie etwa zwischen einer alten Ursprache und einer neuen, die von jener durch mehrere Mittelsprachen entfernt ist.

Die Distanz der Zahlen trennt in jeder Sprache die Namen derselben; während der Abstand der Sprachen zwischen die Namen für einerlei Zahl hineintritt.

Aber Gestaltungen der letztern Art werden selten aufgefasst, während die räumlichen, sammt deren Veränderungen, sich jeden Augenblick aufdringen.




Ist diese Figur eine Gestalt? Sie hat *A* und *B* zu Sammlungspuncten, aber *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, *f* bilden keinen bestimmten Umriss; man könnte noch *g* und *h* hinzufügen.*

Aber sei dies die Darstellung eines geselligen Kreises von Menschen, worin *A* der reichste, *B* der geistig überlegene. So wird man von der *Gestaltung* der Gesellschaft reden, indem die verschiedenen Personen eine gegenseitige Beziehung auf einander erlangt haben, die ganz oder doch grösstentheils verschwinden würde, wenn *A* und *B* stürben.

*A* und *B* nennt man nun in gemeiner Rede die *Mittelpuncte*. Warum? weil die übrigen in ihrem Thun und Empfinden sich zunächst und unmittelbar auf jene beziehn, von ihnen bestimmt werden, und sich um sie bemühen und bekümmern. Oder auch die an der Spitze; die Anführer; weil von ihnen die Bewegung ausgeht. Oder auch die, welche *höher* stehen; welche hervorragen. *A* und *B* sind die *Angesehenen*, die, wohin die Gedanken der Anderen sich vorzugsweise richten. Fasst man das Thun der Andern in seinen Reihen auf, so laufen die Reihen immer nach *A* und *B* hin.

* Die einfarbige Fläche, umgeben vom verworrenen Bunten, giebt zwar auch Gestalt; aber unvollkommen, sofern sich das Bunte gestalten lässt; und nur wenn sich der Umriss so zusammenfassen lässt, dass man für ihn eine *mittlere Gegend* finden kann, wo sich die Reproductionen vom Umriss her begegnen und von da wieder ausbreiten.

In diesem Sinne steht auch die Sonne im Mittelpuncte aller Planeten und Kometen, wenigstens der rückkehrenden, wie immer excentrisch die Bahnen sein mögen. Alle *radii vectores* laufen zu ihr hin, oder gehn von ihr aus.

Dennoch würde keine Gestalt durch *zwei* Puncte bestimmt werden. Hier redet man nur von einem *Verhältniss*. Schon beim Verhältniss aber verhält sich nicht bloss eins zum andern, sondern *jedes* von beiden zum andern. Das heisst, die beiden Glieder sind Anfangspuncte einer Reihe, welche *rückwärts* und vorwärts durchlaufen wird. (Rückwärts, vom Grössern zum Kleinern. Alle Grösse wird ursprünglich als wachsend gedacht. Verminderung ist Verneinung. Bejahung geht voran; nur nicht als Bejahung gedacht, denn das ist = Nein Nein.)

Der Zögling nun soll gestalten, was immer sich gestalten lässt. Namentlich alles Historische, und Systematische, z. B. seine Grammatik. Er kann aber nicht gestalten ohne Reihenbildung und Reihen-*Ausbildung*. (Reihen ausbilden heisst den Grad der Verschmelzung sämmtlicher Glieder bestimmen.) Er soll seine eigne Stellung — nicht überschreiten, sondern ihr genügen. Er soll sich künftige Stellungen denken, und darunter wählen. Er soll Güter und Uebel zusammenfassend mit Hindernissen und Hülfsmitteln gestalten; und diese Gestaltung vesthaltend seinen Charakter bilden.

Gestaltung darf nicht eigensinnig sein. Sonst werden bewegliche Gestalten für vest angesehen; der gefährlichste Irrthum, besonders der Empiriker.

---

*Raum.* Wir wissen den Punct unseres Leibes, wo wir von hinten berührt werden. Hier ist offenbar die Empfindung an sich schlechthin unfähig, einen Ort zu bestimmen. Es muss eine alte, längst vorhandene Raumvorstellung *sogleich* reproducirt werden, welche den Ort angiebt. So auch die Puncte auf der Netzhaut des Auges. Sie empfinden unmittelbar die Distanz von der Augenaxe; aber nur vermöge früher gebildeter Raumauffassung. — Alle Gestaltung geschieht von der concaven Seite. Denn dort ereignen sich die Verschmelzungen des Gleichfarbigen; und dorthin verdichten sich die zum Theil gehemmten, in fortgehender Hemmung begriffenen, aber sich gegenseitig hebenden Vorstellungen des Umrisses. Die Axe findet sich durch gleiche Verschmelzung von beiden Seiten her

Mit einem Puncte *A* in der Nähe der Scheitels der Curve (etwa dem Brennpunct) verschmelzen die in Hemmung begriffenen, aber sich gegenseitig restaurirenden Vorstellungen, welche vom Umrisse her dorthin getragen wurden. — Wenn eine rothe Gestalt (Blume) und eine weisse, auf grünem Hintergrunde gesehen werden, so begegnet sich das Weiss und Roth, welches aufs Grün übertragen wird, in allen Puncten des Grünen.

---

Die *Hemmung wegen der Gestalt* kann verschieden sein *während* der Evolution und *nach* derselben. Nach derselben hat sich die Ungleichbeit der Gestalt auseinander gesetzt, und lässt sich nun beschreiben, wenn nur eine Gestalt neben der andern vestgehalten wird, in der Apperception.

---

*Hemmung wegen der Gestalt.* Zwischen Cirkel und Quadrat, wie gross der Hemmungsgrad? Darauf zu antworten ist schwer. Aber bei einiger Ueberlegung sieht man, der Hemmungsgrad zwischen dem regulären Tausendeck und dem Cirkel ist sehr klein. Also rückwärts: der Hemmungsgrad der regulären Polygone nimmt sehr schnell ab, wenn man die Zahl der Seiten vermehrt. Er ist am grössten zwiscben Cirkel und Dreieck, wenn man nicht den Durchmesser gar als Zweieck betrachten will. Letzteres gilt weiter. Das Rectangel, je schmäler gegen die Höhe, ist desto näher dem Zweieck oder der geraden Linie; desto grösser also sein Hemmungsgrad gegen den Kreis. Daher ist der Hemmungsgrad zwischen Quadrat und Cirkel noch lange nicht der grösste. Man mag ihn $= \frac{1}{2}$ setzen. Alle irregulären Figuren führen durch ihre entferntesten *drei* Puncte auf den Kreis, mit dem sie umschrieben werden können. Das reguläre Dreieck führt darauf am bestimmtesten, und ist dem Kreise weniger entgegengesetzt, als jene.

---

*Flächenauffassung.* I. *Analytische Betrachtung.* Wenn eine Distanz zwischen zwei getrennten, durch keine Linie verbundenen Puncten aufgefasst wird, so kann das Zwischen nicht bloss so gefasst sein, wie das Zwischenliegende unmittelbar gegeben wird: sonst gäbe die gesammte Materie der Auffassung bloss eine ungeordnete Summe, und die Auffassung würde intensiv. Das Zwischen ist bestimmt durch die Puncte, *wozwischen* es liegt. Es wird also das Zwischenliegende als durch-

gängig durch diese Puncte bestimmt, aufgefasst. Nun leidet das Zwischenliegende nicht, dass, indem es gegeben wird, die Vorstellung der Puncte im Urzustande bliebe. Diese Vorstellung ist also für das ganze Zwischen in gehemmten Zustande. Es sollte aber die Distanz sammt ihren Endpuncten in einem ungetheilten Act gesehen werden. Folglich ist die gehemmte und die ungehemmte Vorstellung der Puncte gleichzeitig vorhanden; jene verschmolzen mit dem Urzustande der Vorstellungen des Zwischenliegenden.

Da die Distanz noch um etwas grösser hätte gegeben werden können: so ist auch die gehemmte Vorstellung Eines der Puncte noch dort gegenwärtig, wo der andre gegeben wird. Es verbindet sich also mit der Urvorstellung jedes Punctes eine gehemmte des andern. —

*Wie* kann dies geschehn? Unmöglich durch *starre* Auffassung eines jeden Theils der Materie des Gegebenen. Die gehemmte Vorstellung ist erst im Urzustande gewesen. Sie muss alsdann übertragen sein auf das *Hemmende*. Also eine bewegte Auffassung muss vorangegangen sein. Und zwar für die vollkommene Auffassung der Distanz, zwei bewegte, von *jedem* Puncte bis zum andern.

II. *Synthetische Betrachtung.* Es werde eine Fläche gesehen, die ganz gleichfarbig, und grösser ist, als dass der starre Blick in ihre Mitte die Grenzen erreichen könnte. So wird die Farbe dieser Fläche in allen verschiedenen Graden der Stärke gegeben. Wäre die Fläche klein, und vielleicht nicht rund: so würde innerhalb gewisser Grenzen der Gradation dasselbe geschehn. — Aber wenn weiter nichts hinzukommt; so müssen alle Grade in eine Intension zusammengehn.

Es sei nun neben der Fläche ein Punct von andrer Farbe (der Mond am Himmel). Geht der Blick gegen diesen Punct hin, so wird derselbe in steigender Intension gegeben. — Bliebe es dabei, so wäre eine einfache Hemmung, und alsdann Verschmelzung begründet, aber keine Fläche aufgefasst.

Wendet sich hingegen der Blick von dem Puncte in die Fläche: alsdann wird die Vorstellung des Puncts immer mehr gehemmt, während er selbst immer schwächer gegeben wird. Alle verschiedenen Grade der Hemmung also verbinden sich mit den verschiedenen Stellen der Fläche, und zwar so, dass in jeder Peripherie um den Punct die Grade der Hemmung

gleich sind. Die Fläche ist also noch nicht vollkommen zersetzt. — Es sei aber gegenüber noch ein Punct: so giebt es Peripherien um die Puncte, welche einander berühren. Die berührenden Peripherien sind den Puncten näher als die schneidenden; in jenem also ist die Vorstellung der Puncte noch minder gehemmt; die Modification der Fläche ist also am stärksten in der Linie zwischen den Puncten; von da abwärts giebt es ein Rechts und Links von gleicher Auffassung.

Die Fläche wird als Continuum gefasst, denn sie entsteht aus den unendlich vielen Graden der Hemmung, wodurch sie zersetzt wird.

*Anmerkung.* Wenn von Zweien der Unterschied gesucht wird, so werden beide auf räumliche Weise gesetzt. Jedes nämlich hemmt das andre; sie werden aber auch beide ungehemmt im Bewusstsein vestgehalten; also jedes ist zugleich gehemmt und ungehemmt gegenwärtig. Das *Entgegensetzen* wendet sich von diesem zu jenem und von jenem zu diesem. Der Unterschied liegt *zwischen* beiden. Die Angabe desselben wird die *Begriffe bestimmen.* Der Raum, worin mehrere Unterschiede liegen, gehört einem höhern Begriffe, und macht dessen Sphäre.

---

*Zeit.* Der Beobachter, der Forscher, der Schlaukopf in Gesellschaft producirt immerfort Zeit. Denn er erwartet unaufhörlich, dass etwas geschehen solle; (nämlich, in wiefern er nicht auf einerlei Bestimmtes, sondern hier und dort herumhorchend auf Mancherlei wartet, das ihm wechselnd vorschwebt;) und wenn etwas geschieht, dann hat es für ihn einen bestimmten Augenblick, wohin es fällt; das heisst: er setzt es an eine Stelle der von ihm gezogenen Zeitlinie. Für den Dummkopf dagegen giebt es in dem, was geschieht, keinen Anfang, keine Mitte und kein Ende; er weiss nie, wo er ist und was an der Zeit ist. Für Andre ist *jede* Zeit „der Vorabend grosser Ereignisse." Zeiten, die nichts für die Zeitung liefern, gefallen ihnen nicht.

Menschen, die viel in der Welt oder auch in mannigfaltigen Geschäften leben, haben immer ein Gefühl und Streben des Uebergehns zu dem, was nun kommt und kommen soll. Der lange Einsame verliert es wieder, wenn er es auch hatte. Die Reproductionen haben ihm aufgehört.

Immer wissen, was an der Zeit sei, gehört ohne Zweifel zu den Zeichen des Verstandes; denn es gehört zu den Zeichen der vollständigen Wirkung der gegenwärtigen Vorstellungen. Vertiefung ist dennoch etwas Höheres.

---

*Zeitmaass.* (Psychol. §. 82.) Wenn *c* das Hervorteten von *y* veranlasst hat, so werde nun das zweite *c*, oder *c'*, gegeben. Es hat aber *y* nicht bloss sich selbst erhoben, sondern mit ihm sind seine verschmolzenen kleinen *H* in Reproduction begriffen. In dem Augenblicke, da das *c'* eintritt, wird der Faden dieser Reproductionen abgeschnitten, vermöge der Hemmung durch *c'*; wäre diese Hemmung auch nur gering. In demselben Augenblick aber bekommt *y* mehr freien Raum, und die schon reproducirten *H* benutzen diesen freien Raum; indem sie nochmals, und zwar höher, gehoben werden *und* sich selbst heben. Wenn nun in gleichen Zeitabschnitten noch *c''*, *c'''* u. s. w. gegeben werden, so trennt sich der reproducirte Theil des Fadens durch beständig erneuertes und höheres Steigen immer weiter von dem noch nicht reproducirten Theile desselben Fadens; dadurch werden die Zwischenzeiten immer wie durch ein Fortrollen ausgefüllt. Wenn endlich die Wiederholung der *c* aufhört: so reproducirt *y* über den Punct des Abschnittes hinaus; aber da die spätern *H* auf der Schwelle geblieben waren, so können sie nicht an den frühern Theil des Fadens sich anschliessen, sondern es entsteht eine *Leere*, die sich nur allmälig wieder füllt. Hiemit ist die Reproduction der von den *c*, *c'*, *c''* ... gebildeten Reihe zu verbinden, falls eine solche stattfindet.

Die kleinen *H* mögen nun, nach jeder geschehenen Reproduction des *y*, dem sie anhängen, höher gehoben, (da sie nicht leicht in den Pausen ganz gesunken sein können,) die Zwischenzeiten als *producirte Zeit* ausfüllen.

Zugleich aber bilden die wiederholten *c* eine Reihe; von der überdies jedes Glied, indem es sinkt, dem steigenden *y* begegnet. Wegen des letztern Umstandes wird es *als sinkend* empfunden, denn *y*, indem es steigt, sucht das Sinkende auf dem Verschmelzungspuncte (das heisst, als ein Ungehemmtes) zu erhalten, und strebt demnach in sofern gegen die Hemmung, die jedes *c*, nachdem es gegeben war, erleidet. Solches Streben würde selbst dann stattfinden, wenn die *c* auch eine fort-

dauernde, aber schwächer werdende Empfindung bildeten. Während dieses Strebens, also in den Pausen, füllen nun die kleinen *II* die Zeit, das heisst, sie selbst sind das, was als Zwischenzeit aufgefasst wird.

Nun mögen die *c* in gleichem *tempo* gegeben werden; so giebt es noch zwei Fälle; entweder sie werden stets *gleich stark*, oder mit Hebung und Senkung abwechselnd gegeben.

Im ersten Falle schiebt *y* bloss die immer gleichen *II*, den vordern Theil des *Fadens*, zwischen ein. Da ist die Zeit, welche als gleicher Maassstab in alle Pausen hineintritt. Ihm würde eine Hemmung begegnen, wenn einmal ein neues *c* schneller als zuvor eintrete. Kommt aber eins später, so reproducirt nun *y* den hintern, vorhin weggeschnittenen Theil seines Fadens der kleinen *II*; der nicht plötzlich so hoch steigen kann; daher, wie oben schon bemerkt, eine Leere empfunden wird.

Jetzt muss man hinzunehmen, dass die vordern *c* zwar bei jedem Eintritt eines neuen *c* freien Raum bekommen, doch nie wieder von aller Hemmung frei werden. Unstreitig also sind, ungeachtet des wechselnden Sinkens und Steigens, doch die vordern *c* im Ganzen genommen fortwährend desto tiefer gesunken, je früher sie gegeben waren. So haben sie ihre *verschiedenen* Reste an die folgenden angeschmolzen.

Hört nun die Reihe der *c* auf: so strebt jedes *c*, die ihm verschmolzenen wieder auf den Verschmelzungspunct zu heben. Eben zuvor, als das letzte *c* gegeben wurde, stand die *ganze Menge* der frühern *c*, jedes in der ihm eignen Höhe, reproducirt im Bewusstsein. Jetzt reproduciren sie alle zugleich die ihnen gehörige Reihe. Die ältesten haben die längste Reihe; die jüngern eine kürzere.

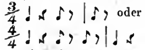
Wegen der in gleicher arithmetischer Reihe liegenden Reste fallen nun die Zeitpuncte des Maximum für jede Reproduction in Eins. Und in diesen Puncten verstärken sich demnach die gleichzeitigen Reproductionen; daher tönt die Reihe nach, wiewohl schwächer werdend.

Bezeichnen wir die Reihe mit $c^1\ c^2\ c^3\ c^4\ c^5\ c^6\ c^7\ c^8$. Bei $c^9$ bricht die Reihe ab. Statt $c^9$ hebt nun $c^7$ das $c^8$; das $c^6$ hebt eben jetzt $c^7$; das $c^5$ hebt $c^6$,... das $c^1$ hebt $c^2$; wenn nämlich $c^1$ dazu noch freien Raum genug hat. Die allgemeine Hemmung hatte sie soweit kommen lassen, und trifft sie jetzt auf einmal.

Hörte man von Anfang an genau; so hat die Empfänglichkeit allmälig abgenommen. Um desto bedeutender war dann das Reproducirte, welches den schwächern Wahrnehmungen entgegenkam. Dem zweiten nur das erste; dem dritten das erste als bestätigt (oder berichtigt, wenn man auf die Zuspitzung Rücksicht nimmt,) durchs zweite, und mit ihm verschmolzen.

Nach dem ersten, und während dasselbe sinkt, entstehn die Gefahren der *Erschleichung*, indem die Reproduction sich an die Stelle der Wahrnehmung setzt; das Steigende an die Stelle des Sinkenden. Die Zurückweisung der Erschleichungen, die Zuspitzung, ist das Eigenthümliche des zweiten. Oder auch die Bejahung und Verneinung in Ansehung des Mannigfaltigen, was die Reproduction mit sich führt. Hier *kann* ein bedeutender Hemmungs- und Verschmelzungsprocess vorgehn; wodurch zugleich die reproducirte und die zweite *Wahrnehmung*, vermöge *ihrer* Hemmungsumme, tief sinken. *In sofern* ist das zweite allemal *senkend;* wie das erste *hebend.* [$y$ steigt zwar bei fortdauerndem $c$ Anfangs nach dem Cubus der Zeit. Aber wegen der abnehmenden Empfänglichkeit geht dies Gesetz sehr schnell verloren; und statt dessen tritt das erste Gesetz ein, welches mit dem Quadrate der Zeit würde angefangen haben. Die fortwährende Empfindung wirkt in sofern als ein Stoss.]

Musste nun $y$ von der Zurückweisung seiner Nebenreproduction selbst etwas leiden vom zweiten $c$; so wirkt dagegen das dritte $c$ wieder hebend, wofern es dazu stark genug ist. Setzt man dagegen das zweite $c$ so schwach, dass es die Senkung und Berichtigung nicht ganz vollbringen konnte, so ist das dritte gewissermaassen zweideutig. Ist es schwach, so trägt es noch zur Senkung bei. Ist es etwas stärker, so beginnt die Hebung, ohne schon ganz einzutreten; so wird sie dem vierten vorbereitet. Die Zweideutigkeit des dritten liegt am Tage bei  welches entweder heisst




Bei gleichem  wird natürlich angenommen



Wenn, wie zu erwarten, die Hemmung durch das zweite *c* auf die zeitausfüllenden kleinen *Π* übergeht; (jene Hemmung des *y* durch Berichtigung seiner Nebenreproduction, wovon die kleinen *Π* einen Theil ausmachen können:) so wird nach dem zweiten *c* die Zeit minder erfüllt;* es wird also um so mehr nach dem zweiten *c* so sein, als ob nun Alles vorbei wäre. Mit dem dritten aber wird dann die Zeiterfüllung wieder beginnen.

Ueberhaupt müssen die Reihen erst gebildet, dann reproducirt werden. Also



Die vier Achtel bilden die Reihe: die starken Anfangsnoten der Tacte sind die reproducirenden.

---

*Zugleich steigende Vorstellungen.* Diese sind verschieden in verschiedenen *Altern.* Beim Kinde nur wiederkehrende Anschauungen. Beim Knaben schon wiederkehrende Gesammteindrücke, mit knabenhaften Urtheilen. Beim Jünglinge Pläne und Vorsätze. Beim reiferen Jünglinge zum Theil isolirte Begriffe und Maximen. — Alles kommt darauf an, aus welcher Tiefe diese Vorstellungen hervorkommen; ob nahe dem Zustande der Begriffe, oder der Reihen, in welchen sie gegeben waren. Im ersten Falle ergeben sie in moralischer Hinsicht *Maximen,* im zweiten höchstens *Pläne.*

Die Tiefe aber hängt wiederum von der allmälig entstandenen Verbindung der Vorstellungen ab. Waren alle successiven Reproductionen des nämlichen Gegenstandes schwach, so konnten sie wenig verschmelzen; daher denn auch die Isolirung schlecht geräth. Denn die Isolirung hängt davon ab, dass Reihen wie

$$\begin{array}{ccccc} A & b & c & d & e \\ A & B & C & D & E \\ A & \beta & \gamma & \delta & \varepsilon \end{array}$$

sich in den hintern Gliedern stark hemmen, während *A* sich

---

* Dies ist höchst auffallend, aber es setzt auch bestimmt voraus, das zweite sei gleichartig dem ersten. Sonst würde durch das zweite die Zeit *mehr* erfüllt als durch das erste, weil die Wölbung mehr und aus einem andern Puncte gehoben würde. Sie griffe nun weiter um sich. — Jedes Exordium hat die Absicht, sie zugänglich zu machen, um die Empfindlichkeit für den Hauptvortrag anzuregen.

jedesmal stark reproducirt. Wenn hingegen *A*, zum zweiten, drittenmale gegeben, die vorigen *A* nicht hoch hebt, oder wenn der Reihe, die daran hing, gar nicht Zeit gegeben wird, sich der neuen gegenüber zu heben, so können die Reihen sich auch nicht auslöschen, sondern es bleibt alsdann an jedem einzelnen *A seine* Reihe kleben. Daher wird dann die Reihe *A b c d e* jedesmal, so oft *Ab*, oder *Abc*, neu gegeben wird, noch immer ungestört ablaufen, obgleich schon *ABCDE*, und vollends andre von *A* ausgehende Reihen, wenn ihrer viele sind gegeben worden, sich hätten so drein verwickeln sollen, dass *A* als isolirt hätte gelten können.

Das Kennzeichen eines zur Begriffsbildung aufgelegten Kopfes in frühern Jahren wird darin bestehen, dass er die Contraste des Neuen gegen Altes stark fühlt. Denn dies Gefühl kann nicht ausbleiben, wo das Alte dergestalt aus der Tiefe hervorwirkt, dass sich das Neue daran bricht.*

Zwar bei weitem nicht alle gefühlten Contraste werden sich aussprechen. Aber häufiges *Urtheilen* wird dennoch nicht ausbleiben. Nur werden die Urtheile oft flach und voreilig sein, weil sie allgemein sein wollen, ehe die Abstraction weit genug gediehen ist, um alles Zufällige als solches zu erkennen.

Die *Fragen* der Kinder streben übrigens theils zur Reihenbildung, theils zum allgemeinen Urtheil. Aus der Reihenbildung kann beim Fortschritt des Gestaltens der Künstler, — aus dem Urtheilen der Denker erwachsen.

*Guter Unterricht* vermag viel, um die Tiefe zu sichern, indem er das Alte wiederholend zurückruft. Auch kann und soll er gestaltend wirken, was so oft fehlt, oder höchst mangelhaft geschieht.

Mit der Tiefe hängen *starke Eindrücke* zusammen. Sie werden selten aus dem unmittelbar Gegebenen allein entspringen;

* Es ist kaum möglich, dass sich ein junger Mensch, in welchem die zurückstossende Kraft des Urtheilens lebhaft ist, ein Märchen aussinne. Umgekehrt, es ist kaum möglich, dass der Märchenerfinder — Mythologie-Bildner — scharf urtheilend ein *wahres* System erzeuge. Wohl aber kann der Märchenerfinder Systeme, wie sie zu sein pflegen, erzeugen aus schon gegebenen, in der Schule gelernten Begriffen. Der Trotzkopf wird dann, der Erfahrung zuwider, Idealist, Pantheist, und wer weiss was für ein politischer Schwärmer.

sondern schliessen die Gefühle des Contrasts gegen Früheres, dessen sie *viel* aufregen und *vereinigen*, in sich.

*Die Tiefe nimmt zu*, vermöge der Wölbung und Zuspitzung. Denn man habe von früherer Zeit die Reihen $A'bcde$, $A''BCDE$, worin $B$ u. s. w., $A'''\beta\gamma\delta\varepsilon$, worin $\beta$ u. s. w., minder als $b$ mit $A$ verbunden war.

Jetzt werde $A$ neu gegeben. So hebt sich $A'$ mit $b$ u. s. w. aber die Zuspitzung treibt $b$ zurück; also gewinnt $A''B$ u. s. w. und $A'''\beta$ mehr freien Raum. Folglich tritt nun ein $A$ nach dem andern hinzu.

---

Subject und Prädicat im Urtheile können nicht in eine Complexion zusammengehn, weil nicht der ganze Umfang des Prädicats mit dem ganzen Inhalt des Subjects zusammen passt. Das psychologische Factum, dass die Begriffe nicht bloss durch ihren Inhalt, sondern durch ihren Umfang gedacht werden, enthält den Aufschluss. „Die Rose ist roth." Wäre die Vorstellung *roth* nichts anderes, als die Auffassung der Rosenfarbe, so könnte sie mit der der Rose verschmelzen. Aber psychologisch genommen ist sie eben so gut die Vorstellung der Ziegel und des Bluts, — und wäre sie auch nur, (um die Farbennuancen hier aus dem Spiele zu lassen,) die Vorstellung der rosenfarbenen Seidenzeuge, so könnte sie doch nicht mit der Vorstellung der Rose vollständig verschmelzen. Auch leidet die Vorstellung des Subjects einen Grad von Gewalt im Urtheile, indem das Merkmal in ihr, was der Vorstellung des Prädicats gleich ist, hervorgehoben wird von den andern, z. B. in dem Urtheil: der Mann ist Kaufmann. Hier wird jedes andere Merkmal dieses Mannes zurückgedrängt; auch würde es zu dem übrigen Umfange des Begriffs der Kaufleute nicht passen.

---

*Urtheile.* 1) Beim Wiederschen gewisser, zuvor nicht ganz geläufig gewordener Gegenstände, entsteht das Urtheil: *das* — ist $A$; — oder *nicht* $A$, — sondern $B$. 2) Aber beim Wiedersehn des ganz Bekannten ist die Anerkennung augenblicklich da, — und nun folgt eine andre Art von Urtheilen: *dieses* $A$ — ist nicht $b$, sondern $c$.

Im zweiten Falle also ist das Prädicat des ersten Falles in das Subject, welches so eben gegeben wurde, schon verschmolzen. Vollständig aufgelöset solle die Rede so lauten: *das* — ist $A$, und dies $A$ ist $c$. Die Fortsetzung wäre: *und dies A, wel-*

*ches c ist, ist f*; darin steckt die andre Prämisse (der Obersatz): *c* ist *f*. *

Die erste Art der Urtheile ist offenbar Zuspitzung, — ja das Urtheil: dies — ist nicht *A*, ist sogar noch vorher Wölbung. „Das ist nichts als Schnee“, sagte das Kind in der Zuspitzung nach geschehener Wölbung. Aber es gab eine *doppelte* Zuspitzung, als das Kind den scheinbaren Kuchen zwar für — nur Schnee, zugleich jedoch *diesen* Schnee für einen ungewöhnlich geformten, — der nicht wie Flocken, nicht wie geballt, sondern wie ein Kuchen aussah, erkannte. Erst wurden in der Zuspitzung die andern Meinungen, *was es sei*, zurückgestossen, dann, nachdem der Schnee entdeckt war, auch noch von der Vorstellung des Schnees die gewohnte Form desselben zurückgewiesen. Fuhr es nun fort: dieser Schnee-Kuchen wird schmelzen, so ging die Gedankenreihe in dem Obersatze fort: der Schnee schmilzt.

Es wird Leute geben, die mit der *zweiten* Zuspitzung, der des schon gefundenen Prädicats, nicht fertig werden können. Sie werden das Prädicat nicht *vesthalten* können, weil sie die daran klebende gewohnte Bestimmung nicht *los werden* können. Wie wenn das Kind sagte: „wie sollte doch *das da* Schnee sein? Es sind ja keine Flocken!“ — Solche Leute *verstehn nicht*. Sie begreifen selbst das noch nicht, was Andre für sie dachten und erfanden. Sie können auch die Erfahrung nur anstaunen, die ihnen immer das Unerwartete bringt. Die Complicationen sind zu vest, der Stoss dagegen dringt nicht durch, in den unbeweglichen Dummköpfen. Darum können sie dann auch nichts *neu gestalten!*

---

Aus der Entstehung der Urtheile erklärt sich, dass vieles Urtheilen und Reden nicht eben ein Beweis von weit vorgeschrittener Einsicht ist. Die Einsicht ist über dem Auseinanderziehen der Gedanken im Urtheilen hinweg. Es fällt ihr schwer, die Uebergänge, welche das Denken schon gemacht hatte, noch nachzuzählen; sie verschweigt das Meiste; und bezeichnet nur die schwierigen und zweifelhaften Fortschritte.

Kritische Köpfe sind selten producirende. Denn die producirenden sind gestaltend. Nur die gestaltenden nicht immer

* Die Gedankenreihe, worin die Conclusion liegt, enthält den *terminus minor*, also ist der Obersatz immer nur streifend berührt. Darum schickt ihn die Logik voran.

producirend, sondern oft nur beobachtend. (Historiker. — Grammatiker. — Systematiker.) Andrerseits sind die producirenden oft auf falschem Wege; und noch öfter ungeschickt oder wenig bereitwillig, sich mitzutheilen, und sich auf den Standpunct Anderer, denen sie sich mittheilen sollten, *zurück* zu versetzen.

Zum Behuf der Prüfung, und der Mittheilung, soll das Urtheilen sich der Sache und den Personen anbequemen. Und der *Sprache!* — Die *sich* im Urtheilen gefallen, sind nicht die rechten. — Feine Köpfe pflegen sich nicht ganz auszusprechen. Sie rechnen auch noch etwas darauf, dass man sie errathe. — Definirende Köpfe sind nicht immer philosophische; eher lehrende. Kinder haben oft eine Neigung zum Urtheil. Das ist schön! das ist schlecht! Das kann, weiss ich besser! Der war dumm! Der ist wie jener!

Alles eilige und bestimmte Urtheilen, wo es Gewohnheit wird, pflegt die Schwäche der *Beobachtung* des Eigenthümlichen zu verrathen. Die Auffassung dünkt sich fertig, wenn sie die Kategorie für den vorliegenden Gegenstand gefunden hat. Darum wissen die Kinder so Vieles ganz bestimmt und gewiss, was der reife Mann zweifelnd betrachtet. — Auch die *Tiefe* des Denkens leidet beim häufigen, fertigen Urtheilen. Denn zur Wölbung und Zuspitzung ist hier nur das nächste sich Darbietende gezogen; während die verborgenen Gedankenreihen nicht mitwirkten. Gedanke und Beobachtung ist dann abgethan. — Andererseits darf der Erzieher den Faden des Urtheilens beim Zöglinge doch nicht abreissen, sondern er muss ihn vesthalten, um Beobachtung und Nachdenken fortlenken und daran knüpfen zu können.

---

*Reflexion und Urtheil.* Wer irgend zu einer Anschauung ein früheres Wissen, wenn auch nur ein Anerkennen, mitbringt, der reflectirt. Er fasst das Gegebene durch die frühere Vorstellung; ist aber diese nicht ganz identisch mit der neuen, so muss er *urtheilen*, indem er die älteren abweichenden Prädicate zurückweiset, und die neuen aufnimmt. Wie wenn Jemand früher nur rothe Rosen gesehen hätte, und jetzt auf einmal eine weisse, — oder orangenfarbene sähe. Zu bemerken ist dabei, dass die neuen Prädicate eins *nach* dem andern zum Vorschein kommen, während der Gegenstand gesehen, gekehrt, gewendet wird; also auch die Urtheile eine Art von *Reihe* bilden. Nega-

tive Prädicate müssen sich unendlich oft erzeugen, und daher der Begriff des Nein eine grosse Stärke erlangen. Daher auch Ja = — Nein. Also — die Urtheilsform selbst!

Aber die Continuität in diesem Process wird aufgehoben durch die *Sprache*. Sprechen ist Handeln, Arbeiten, welches immer die Continuität stört, indem in einem Augenblick das Subject, im zweiten das fehlende Prädicat, im dritten das neue hervortritt; wobei Nro. 2 oft verschwiegen bleiben mag. Wo das Angeschaute Verwunderung erregt durch *positiv* neue Eindrücke, da wird das meistens der Fall sein.

Kommt zur Anschauung *a b c* das frühere *a*, und das frühere aber von jenem getrennte *b*, und so *c*, alsdann *zersetzt* sich die Anschauung; besonders wenn die älteren *a*, *b*, *c* nicht gleichzeitig hervortreten. Durch die Wölbung, welche vom früheren *a* ausgeht, wird die Anschauung auf eine kurze Zeit gestört, weil gehemmt; daher kommt Succession ins Anschauen.

Auf neugieriges Anschauen und Reflectiren folgt ein Drang zum Wiedererzählen; dies Erzählen will dem Hörer das Ganze aus älteren Theilen zusammensetzen; und giebt ihm nicht Anschauung, sondern Reflexion. Der Sprachschatz, aus welchem das Vorräthige der Erzählung fliessen soll, ist eine Summe von *Bruchstücken* aus Reihen. *Schutt!*

---

*Begriffe*. — Man denke sich zwei Kreise, concentrisch, von beträchtlich verschiedenem Halbmesser. Der innere bedeute den Inhalt, der äussere den Umfang. Nun würde die Logik den innern auf dieselbe Ebene niederlegen, wo der äussere schon liegt. Von dem Menschen aber, der sich den Begriff denkt, würde sie zuerst definirend verlangen, er solle den innern Kreis allein betrachten, wie wenn derselbe so hoch über dem andern emporgehoben wäre, dass man den äussern gar nicht sähe. Darauf weiter würde sie fordern, nun auch den äussern in Betracht zu ziehen, nämlich um den Umfang einzutheilen. Aber psychologisch betrachtet, ist der Begriff einem abgestumpften Kegel zu vergleichen, von bald grösserer bald kleinerer Höhe. Der obere Kreis wird nie allein gesehen. Immer wird von seinem Umfange etwas mitgenommen. Jedoch nur das Nöthige. — Wenn der Auctionator eine Menge von Büchern und Sachen versteigert,* so kümmert er sich nicht

* Das Gegenstück der Art, wie Geschäftsmänner den Gegenstand nur

um die specifischen Differenzen der Bücher, — es sind immer Bücher und wieder Bücher. Da ist er im Umfange des Begriffs, ohne den Inhalt zu zersetzen; aber das Merkmal des Geldwerths beschäftigt ihn; dies liegt in der Reihe der Arbeit, die er treibt. So jede gemeine Behandlung werthvoller Sachen. Auch die philologische der Wortkrämer. — So Blumen im Bouquet; bei diesen wird zwar Farbe und Form gesehen; aber die Lebensgeschichte der Pflanze, welcher die Blume angehört, kommt nicht in Betracht. Das ist eine fremde Reihe. Für den praktischen Menschen giebt es viele solche fremde Reihen. So wenn wir Braten und Fische essen. *

Eigentlich also denkt man den Begriff des Gegenstandes gern durch eine viel höhere Gattung; wiederum aber nicht diese Gattung rein abstract, sondern mit einem überflüssig grossen Umfang. Z. B. Kant's Werke verkauft der Auctionator als *Bücher*. Das ist die höhere Gattung; aber diese hält er nicht abstract, sondern

Buch
Kant's Werk
Kant's Kritiken, Rechtslehre, Tugendlehre u. s. w.

Bei dem *Buch*, das er verkaufen will, schaut er hinab in den Umfang, indem er hofft, für *irgend ein* Werk von Kant, gleichviel welches, werde man einen hohen Preis bieten.

*Urtheile*, wie: der *Stein ist nicht süss*, kommen im Leben gar nicht vor. Natürlich! Woher sollte hier die Wölbung kommen?

von der Geschäftsseite auffassen, die man kennt und braucht, — ist das Heer der unbeantwortlichen Fragen der Kinder und der Frauen; z. B. woher entsteht der Wind? Können die Fische auch riechen? Warum ist das Mondlicht kalt? Warum beisst der Essig? der Rettig? Warum brennt die spanische Fliege? — Hier ist eine Unzahl psychologischer Phänomene, die späterhin aufhören; wie das jugendliche Spielen. Es sind Versuche, Neues an Altes zu knüpfen; gewagte Reproductionen, die noch nicht vom Gewöhnlichen erstickt wurden. Bildung ist zum Theil ein Verarmen an Geist; denn sie ist Beschränkung.

* Im geselligen Umgange bekümmert man sich um die nähern Verhältnisse eines Menschen wenig, oder gar nicht, höchstens aus Neugier. L. ist ein Gelehrter, A. ist ein Minister; — was die Herren sonst sind, treiben, wünschen, wird ignorirt. — Aber das Prädicat: Gelehrter, — Minister, — wird mit seinem überflüssig grossen Umfange gedacht; — wer kennt denn so genau die Männer? Ob z. B. L. zugleich Metriker — ob der Unterrichtsminister zugleich Medicinalminister sei, — kommt meistens nicht in nähere Erwägung. Das ist allerdings Weglassen und eben damit Fremdes Zulassen.

Der Stein reproducirt keine Geschmacksempfindung. Aber: *der Stein ist nicht weich;* dies Urtheil ist demjenigen natürlich, der den Sandstein oder den Asbest noch nicht kannte. Da ist eine weite Distanz zu durchlaufen zwischen dem allgemeinen Begriff des Steins, und dem der Weichheit.

Ein Hund kann rechnen! Einige Säugethiere können fliegen! solche Urtheile werden auffallend. Nicht aber: der Hund kann bellen, laufen u. s. w. Hunde fahren die Milch auf den Markt. Ungewöhnlich! obgleich nicht paradox, wie jenes: der Hund rechnet. Ein Mann kratzt sich mit dem Fuss hinter den Ohren!

Urtheiler sind noch keine Schliesser! sie müssen erst durch den Irrthum gewitzigt werden, um sich nach Beweisen umsehen zu lernen; wodurch die Schlusssätze vorläufig zu Hypothesen werden.

Mancherlei Urtheile sucht der analytische Unterricht zu veranlassen; indem er Unterschiede und Aehnlichkeiten durch Zusammenrücken verschiedener Gegenstände bemerklich macht. Er übt im Urtheilen; — im Sprechen; aber auch im Aussprechen dessen, was sich von selbst versteht; oder was Niemand zu hören verlangt.

Er muss Maass halten! Aber nöthig bleibt er immer. Zum analytischen Unterricht gehört alle absichtliche Bildung der Reflexion. Hier sind die Naturen recht verschieden in Ansehung ihres Bedürfnisses.

Mancher schätzt den analytischen Unterricht gering — und meint dann doch, alle Philosophie soll analytisch sein! Thöricht genug! Der analytische Unterricht macht ungeduldig, — nämlich den Lehrer! Der Schüler wird eben so oft beim synthetischen ungeduldig.

---

*Begriffsgewebe.* Die logischen Reihen der Subordination und Coordination müssen ja auch den Gesetzen der Vorstellungsreihen folgen! Sie aber geben dann der Apperception, dem ganzen *absichtlichen* Denken und Thun die Eigenheit; sie machen das Individuelle, worin das Individuum sich selbst gefällt, und frei fühlt, und worin gerade der Zuschauer *die besondere Befangenheit desselben erblickt.* — Das, was jedes Individuum *seine* Philosophie nennt!

*Reflexion.* Der Hauptunterschied wird darin bestehen, ob

sie *a*) absichtlich ist, die Initiative hat, Vorstellungen hebt und dann formt; oder ob *b*) der Gegenstand, das Vorstellungsgewebe appercipirt wird und nun erst die Reflexion hervorbringt. Jenes ist Arbeit, dieses Erfahrung. (Darauf bezieht sich auch eine doppelte Art möglicher *fremder Hemmung*. Bei *a* verursacht sie die Verlegenheit dessen, der im Examen alles vergessen hat, eben so auf der Kanzel, oder wo sonst *Geistesgegenwart* erfordert und auf die Probe gestellt wird, und wo statt dessen der Arbeiter lahm ist. Bei *b* bricht das *Unbewachte* der niedern Art hervor. Im Rausche, im Wahnsinn, in allen Fällen, wo der Mensch sich vergisst. Beides ist Schwäche der Verbindung unter den verschiedenen Vorstellungsmassen. Starke Charaktere zeigen sich in beiderlei Fällen.)

Man könnte glauben, die Erfahrung müsse der Arbeit bei weitem vorangehn. Allein bei phantasiereichen Kindern findet sich sehr früh Etwas, das sie sich in den Kopf gesetzt haben. Dieses bestimmt *ihre* Reflexion, wie ihre Apperception. (C. St., der als sechsjähriger Knabe den lieben Gott auf einem Stall erblickte, aber später durch ein kurzes Gebet mehr, als durch alles andere ergriffen wurde.) —

Wer die Reflexion einmal kennt: dem genügt selten das Empirische. Es ist zu dürftig; es beengt trotz allem Reichthum.

---

*Erhebungsgrenzen.* In den Berechnungen derselben für drei und zwei Vorstellungen (Psychol. Th. I, §. 81—90) zeigt sich deutlich, woran es liegt, dass manche Menschen keinen Gedankenschwung haben. Sie *gewinnen nicht, weil sie nicht verlieren.* Das heisst: die schwächeren der zugleich steigenden Vorstellungen sollten auf die Schwelle schnell zurücksinken, dann würden mit plötzlich wechselnder Geschwindigkeit die nun befreiten stärksten höher steigen und sich *genauer verbinden,* — neue Gesammtkräfte bilden. Das geschieht aber nicht, sobald die physiologische Hemmung in der Steifheit besteht, die sich aller Veränderung der Zustände entgegensetzt. Daher nun rührt gerade die *Besonnenheit* der *Flachköpfe.* Sie behalten in Gedanken, was der Schwunghafte verliert. Daher ist ihr Verstand der gemeine, gesunde Verstand, im Gegensatze des Genius.

Das Genie muss den Verstand nachholen, und durch Selbstbeherrschung ihm sein Recht aufbewahren.

---

*Gedankenkerne* entstehen durch immer neue Wölbung und Aneignung. Hat ein Subject einmal sein Prädicat, so passt zu zweien ein drittes u. s. f. Syllogismen haben auch ihr Theil daran.

---

*Steifheit,* wenn auch nur physiologisch, schadet besonders dem *Geschmack* in allem, was als räumlich-schön, als gestaltet, den Geist *bewegen* sollte. Deutsche Steifheit fasst eher Charaktere und Situationen, als Handlung.

Frühe Gewöhnung an einzelne Muster, Meinungen, Sitten macht steif, durch falsche oder doch beschränkte Apperception.

---

Richtiges *Schliessen* und richtiges *Messen* und *Rechtlichkeit* haben eine genaue Verwandtschaft. *Jedem das Seine,* — heisst für den praktischen Menschen: jedes Ding an seinen Ort, wo es hingehört. Rechtlichkeit ist in den Augen der Meisten Ordnungsliebe. (Für die Erziehung kommt es auf Gewöhnung an; das Motiv, was Jemand sich von seinem Handeln gebe, ist ihre zweite Sorge.) Alles dies beruht darauf, dass ein Gedanke, Maassstab, Mittelbegriff, genau vestgehalten werde, indem man ihn von einem Puncte auf den andern hinüberpflanzt. — Wie das Augenmaass deshalb schwer ist, weil man im Augenblick des Hinüberpflanzens leicht den Maassstab verliert: so ist das richtige Schliessen deshalb schwer, weil man beim Uebergehn von einer Prämisse zur andern leicht den Mittelbegriff sinken und sich verwirren lässt. Das Schliessen beim Rechnen und in der Geometrie wird deshalb durch die Rechentafel, durch die Formeln und durch Construction erleichtert.

---

Dass Einer, der sich ganz in der Ordnung findet, indem er sagt: ich habe auch meine dummen Streiche gemacht, noch nicht weit von der Wiederholung entfernt ist, wenigstens nicht weiter, als seine Jahre es nach gemeinem Maasse jetzt mit sich bringen, das leuchtet ein. Wenn aber ein solcher Zeitmensch klagt: er habe sich einmal in den Gedanken der Ewigkeit so verloren, dass ihm die Gedanken vergingen, oder: er möge nicht allein reisen, er müsse Jemanden haben, mit dem er darüber plaudern könne, wenn er an den Gegenständen Freude haben solle, so sieht man aus allem die *Kürze* seiner Reihen, selbst bei ausgezeichnetem Gedächtniss. Was man nämlich

gutes Gedächtniss zu nennen pflegt, das ist für Einzelnheiten; grössere Ganze zu überschauen, ist etwas Anderes. Es erfordert diejenige Regsamkeit, die sich zuerst darin zeigt, aus kleinen Reihen grössere geordnet zusammenzusetzen. Der Gedächtnissmensch merkt zwar, aber er bleibt stehen, wo man ihn hinstellt.

---

*Richtiges Verhältniss der Ausbildung oberer und unterer Vorstellungsmassen.* Mancher richtet mit Wenigem viel aus; umgekehrt weiss ein Anderer sein Wissen nicht zu gebrauchen; nicht einmal von sich zu geben und in Worte zu formen. Das heisst: bei dem Einen sind die oberen Vorstellungsmassen gebildet und thätig; beim Andern sind die untern reich an Vorrath, aber bleiben ungenutzt, weil es an der Direction durch die höhern fehlt. Oft aber fehlt es bloss am Eingreifen der höhern Massen in die niedern, wenn schon beide die ihnen gebührende Bildung erlangten. Das kann Mangel an Uebung, oder auch (bei fremder Hemmung) an Aufgelegtheit sein.

Bei poetischen Köpfen liegt die formende Kraft in den Vorstellungsmassen selbst, die sich formen, (Goethe!) also in den untern. Schlimm dagegen ist, wenn sie ohne Regel nicht von der Stelle können; *nach* Regeln *arbeiten* wollen, — anstatt sich hintennach, wie sich's gebührt, der *Prüfung* nach Regeln und Mustern zu unterziehen.

Philosophie ist auch eine Art von Poesie. Die *nach* der Regel *arbeiten*, werden nie weit kommen; es sind die Menschen, die ewig Schüler und Nachahmer und Pedanten bleiben; mit einseitiger Methode. Solche Menschen sind es, die in der Metaphysik Eidolologie setzen für Ontologie, und beides für Synechologie; weil sie unfähig sind, ihren Geist in die verschiedenen Formen der hier nöthigen Betrachtungsarten zu fügen.

*Vielseitigkeit des Interesse* muss in den untern, *Charakter* in den obern Vorstellungsmassen liegen. Aber die Einheit des Charakters soll nicht in verschiedenen Productionen der Wissenschaft oder Kunst pedantisch herrschen wollen. Eben so wenig soll umgekehrt der Mensch statt Eines Charakters vielerlei Rollen annehmen wollen. (Wie wenn wir Pädagogen zugleich Staatsmänner sein wollten!)

Einheit und richtiges Verhältniss bewahren am leichtesten die Einfachen, die Landeigenthümer, — nicht die Gelehrten,

bei denen die *Einseitigkeit* an die Stelle der Einfachheit zu treten pflegt.

Der Künstler und Denker ist immer passiv *gegen sich selbst.* Er weiss nicht voraus, was er schaffen wird; denn er ist nicht sein eigner Nachahmer.

Der charaktervestе Mann aber weiss im Allgemeinen, wenn auch nicht im Einzelnen, welche Stellung er behaupten wird. Er ist vest *nach aussen*; und in Bezug auf die Wechsel der Umstände. Bei der Erziehung tritt an die Stelle dieser Vestigkeit zum Theil die haltende Zucht.

---

*Vorstellungsmassen, die sich von innen her, aus eigner Kraft formen.* Man sieht aus allen Rechnungen, dass die reproducirende bei aller Entfaltung von Reihen, verhältnissmässig *stark* sein muss, sowohl gegen die *H*, (das was geformt, reihenmässig entfaltet werden soll,) als auch gegen den Widerstand. Woher soll nun solche Stärke kommen, wofern sich die Erklärung hiervon nicht durchweg an ältere Vorstellungsmassen knüpfen lässt (d. h. wofern sie kein Werk der Reflexion im engern Sinne sein soll?)

Der Gesammteindruck, welcher die Masse ursprünglich als noch formlos in sich begriff, muss es selbst sein, der die $r'$, $r''$ u. s. w. hergiebt; um von da aus die Theile eines Ganzen allmälig und stückweise zu formen. Der Gesammteindruck eines Menschen formt allmälig das Gesicht; das Gesicht formt allmälig Nase und Augen u. s. w. Das ist Verdeutlichung von innen her, in Ansehung dessen, was *reihenmässig verdeutlicht* werden kann (also *nicht* in Ansehung des *Disparaten.*) So formt die Mitte den Umriss; dann wieder der Umriss das Mittlere.

Anderer Art ist die künstlerische Formung, die von einem Hauptgedanken ausgeht. Sie nimmt fremden Vorrath als Nahrung für den Hauptgedanken in sich auf; welche sie assimilirt; und das ist schon der Reflexion ähnlich.

*Gesunder Verstand* — hängt mit dem Vorigen zusammen.

Kinder fassen Anfangs das Thun der Menschen massenweise auf. Allmälig kommt Reihenbildung hinein in das, was in diesem beobachteten Thun sich gleichförmig wiederholt. Auch diese Reihenbildung geschieht von innen heraus; die Masse formt allmälig und stückweise ihre einzelnen Theile, denen sie das Früher und Später bestimmt. (Mühe der Mädchen ein

Küchenrecept zu schreiben! „Dann kommt die glühende Zange ins Feuer; da werden sie roth von!") *Τί πρῶτον, τί δ' ἔπειτα, τί δ' ὑστάτιον;*

Hat ein Glied *d* der Reihe das Vordere treppenförmig, das Hintere successiv hervorgehoben: so passen sich dahinein die Reproductionen des *a*, *b*, *c* — und des *e*, *f*, *g*; — die Glieder müssen congruiren, so lange sie das nicht thun, giebt's Hemmung; thun sie es, so verstärken sich die Reproductionen, werden harmonisch. Das ist der Verstand, der, wie in der Sprache, von vielen Gliedern zugleich ausgeht. Es ist ein Zugleichsteigen, aber nicht bloss einzelner Vorstellungen, sondern der Glieder von Reihen.

---

*Tiefe.* Von der Tiefe hängt die ganze Reihenbildung unter Begriffen ab. Sie setzt die Isolirung als geschehen voraus. Die Tiefe muss also für viele Begriffe gleichmässig sein; sonst können die Begriffe einander nicht regelmässig im Denken begegnen. — (Von der Tonlinie und Farbenfläche an gerechnet, alle qualitativen Continuen, alle Classification und logische Gegensetzung.)

Aber hier gewinnt durch den Unterricht der Schüler, ohne viel selbst zu thun. Anders ist's für die moralische *Selbstständigkeit*, die sich weit weniger, (wiewohl doch bedeutend,) durch die Wirkung des Unterrichts fördern lässt. Aber der Schüler muss wenigstens entgegenkommen. Er muss willig sein zur Aneignung der Begriffe.

Tiefe wächst durch Vertiefung: 1) weil sie Verweilung auf einzelnen Puncten in sich schliesst; 2) weil jeder schon gebildete Allgemeinbegriff eine reproducirende Kraft für die Folge wird.

Allgemeine Urtheile erfordern die *doppelte*, *gleichzeitige* Vertiefung ins Subject und Prädicat; allgemeines Denken eine *vielfache* Vertiefung.

*Sprachbildung* ist hier bedeutend. Aber ihre Art von Correctheit ergiebt doch eine Art von Pedanterei. Sie klebt am Factischen, sucht ihre Belege in einer Anzahl von Einzelnheiten; vermeidet Verstösse durch einen schädlichen Kleinigkeitsgeist, der sich selbst lobt, weil er Unterhaltung findet im empirischen Wissen. Wie lieset der Philolog den Platon? —

Vertiefung wird die Mutter der Einseitigkeit, wo nicht die

universale Besinnung nachhilft. (Geist des Sammelns! — Exemplare für einen allgemeinen Begriff. Wappen. Schmetterlinge. Urkunden. Varianten. — Liebhaberei, im Gegensatze des praktischen Lebens.)

Wie bringt man die Schüler dahin, dass sie nicht das Erstebeste hinschreiben? antworten? sich in den Kopf setzen? — Wie bildet man die Reihen dazu, dass sie auf den Fragepunct hinlaufen? hier sich spannen? das Nachsinnen (die Vertiefung durch Reflexion) einleiten? überhaupt sich Mühe geben, um recht zu machen, was sie machen? *

Vor allen Dingen fordere man nicht vom Schüler, dass er mache, was er noch nicht kann! Keine Exercitien ohne gehörigen Vorrath. Keine Syntax ohne Wortkenntniss und Uebung im Lesen. Keine Bearbeitung allgemeiner Sätze ohne Kenntniss des Einzelnen.

Ferner: *vielfache* Reihenbildung, ohne Eintönigkeit. Kein Mechanismus des Hersagens, ehe die Glieder der Reihe, die auswendig zu lernen ist, gehörig beleuchtet wurden.

---

*Sprachstudium* vertieft die Begriffe; und ist in sofern unentbehrlich. Aber es bildet sie höchstens logisch; und nicht einmal bis zu Schlussketten.

Der *flache* Verstand der Weltleute fängt von vielen Anfangspuncten zugleich an. Dabei dienen ihm kurze, aber viele Reihen. Die Sprachgelehrten stehen in sofern allerdings eine ganze Stufe höher. Sie bilden *ihre* Reihen aus Begriffen; jene nur aus Anschauungen.

Es giebt auch eine unglückliche Tiefe des Sinnens und Brütens, die nirgends von der Stelle kommt.

---

Auf den ersten Blick würde man glauben, der *innere Sinn* sei absolut ungereimt, weil die Vorstellungen, und überhaupt

* Bei schlechten Schülern hilft nur die persönliche Auctorität des Lehrers. Da ist Zucht die Mutter des Unterrichts. So *soll* es nicht sein. Die Wissenschaft *sollte* Kraft genug haben. Eben so die Auctoren. — Söhne von Gelehrten werden oft leichtfertig und anmaassend. Warum? Sie haben von Jugend auf das Schwere *leicht* behandeln hören, sind gleichsam Vertraute des Grossen ohne ihr Verdienst geworden — also nur in der Einbildung. — Andre stehn immerfort *scheu* in der Ferne, denn — ihr Umgangskreis war den Alten, und dem Grossen, fremd. Daher Schwerfälligkeit.

unser Inneres, selbst ein Wissen ist, und unmöglich scheint, dass Wir dies unser eignes Wissen nicht wüssten. Aber wirklich wissen wir *nicht Alles*, was in uns vorgeht; und wirklich giebt es *in uns* noch für das *Innere* ein anderes, tieferes Inneres, wohinein es entweder aufgenommen wird oder nicht. Der in die Aussenwelt verlorne Mensch kann in sich zurückkehren; dann sieht er sich als den Umhergetriebenen und als den Treibenden, Wirkenden, Hoffenden, Fürchtenden.

---

Wölbung und Zuspitzung kommt nicht bloss bei sinnlicher Wahrnehmung, sondern auch bei der *innern* Apperception vor. Und hier wird theils sehr oft die ablaufende, der Apperception dargebotene Reihe so schnell verlaufen, dass man *sich* ihrer nicht deutlich bewusst wird, (diese Deutlichkeit sollte nämlich aus der Zuspitzung in der *appercipirenden* Masse entstehn;) theils wird die appercipirende, einmal aufgeregt, *ihr* Stärkstes vorschieben und dadurch die innere Wahrnehmung verfälschen.

---

Die eigentliche Selbstbeobachtung beruht darauf, dass durch den Reiz der schwächern Vorstellungsmassen, *aus den stärkern die gleichartigen hervorgelockt*, und aus den letztern ein, jenen ähnliches, *Bild* zusammengesetzt wird. Gerade wie bei den äussern Sinnesanschauungen des *reifen* Mannes, dessen Empfänglichkeit zu Ende ist, und auf welchen die Empfindung nur als ein Reiz wirkt, vermöge dessen sein innerer Vorrath die entsprechenden Vorstellungen hergiebt.

Mögen nun nach geschehener Selbstbeobachtung die inneren, flüchtigen Erscheinungen wieder verschwinden; (weil sie auf die statische Schwelle fallen;) in den stärkeren Vorstellungsmassen bleibt dennoch ihr Bild, weil es aus ganz anderm Stoffe gemacht ist. So hält der Mensch in seinem Andenken auch die Geschichte der Aussenwelt vest.

---

Dem Begriff vom Geiste liegen ohne Zweifel die Auffassungen des innern Sinnes zum Grunde. Wird zu diesen der Begriff der Kraft, aus der sie hervorgehn, und der Substanz, worin die Kraft wohne, hinzugefügt: so ist damit die *beharrliche* Grundlage gesetzt, in welche sich alle die Prädicate concentriren, die von dem *Zeit*verlaufe des innerlich Wahrgenommenen sich herschreiben. Die menschliche Vorstellung von Gott

entsteht nun durch Steigerung; daher später über Anthropomorphismus geklagt wird, wenn man gewahr wird, aus welchen Materialien sich die Vorstellung des höchsten Wesens zusammengesetzt hatte.

---

Man gehe zurück bis auf das ursprüngliche Chaos, in welchem alle Vorstellungen Eine Masse waren, ohne Sonderung von Objecten. Aus dieser Masse haben sich die Objecte allmälig gesondert, das Nicht-Ich hat sich abgeschieden. Aber das Ich ist der alte Stamm, *von dem* sich das Andere löste. — Das Erste ist nicht gestiftet, sondern ihm gegenüber ist alles Andre ein Zweites, Drittes, u. s. w. Sich hatte der Mensch; von sich stösst er immer mehr Fremdartiges aus, in Sich setzt er immer mehr Geistiges; immer mehr Erwartungen und Hoffnungen oder Befürchtungen, immer mehr von unbekannten Kräften, die zu einer fernern Entwickelung bestimmt seien.

---

*Lupus in fabula* ist für jeden allgemeinen Begriff das treffende Beispiel, das uns etwa einfällt. *Lupus in fabula*, wenn er uns *wirklich*, in der Anschauung, begegnet, ist aber auch das *Object*, welches so recht gelegen kommend dem — *Subjecte* gegenübertritt. (Dinge die nach langem Suchen endlich gefunden werden, — Menschen die sich verborgen haben, — oder Sachen die man verborgen hatte, oder die nun, da der Tag anbricht, das Licht kommt, sichtbar werden.) Ueber den *lupus in fabula* würde man sich nicht wundern, wäre es nicht *gewöhnlicher*, dass der angeschaute Gegenstand *andre*, ihm *ungleichartige* Gedanken antrifft, die er stört. Das geschicht diesmal nun gerade *nicht*.

Ei, meine Herren, treffe *ich* Sie hier alle so glücklich beisammen? — Diese Frage, je mehr der Herren, nämlich der *schon bekannten*, beisammen gefunden werden, ruft um desto stärker das *Kennen* ins Bewusstsein.* So findet im Vaterlande der, welcher nach langer Abwesenheit zurückkehrt, *sich* wieder, indem schaarenweise seine ältesten Vorstellungen rückkehren, und er Alles, — da es ihm doch wie ein Fremdes entgegen

* Hierher auch der Recensenten-Ausdruck: „das ist *mir* aus der *Seele* gesprochen". Da kommt die Seele (*si diis placet*) hervor; — das Subject zeigt sich.

tritt (im ersten Augenblick), — sogleich *bei näherer* Beobachtung als das alte *Bekannte* begrüsst. (Das Heimweh ist davon das Gegenstück.) Hier kommt nicht sowohl das Ich, als vielmehr das Subject gegenüber den Objecten, ins Bewusstsein, — besonders indem nun die Fragen erfolgen: lebt denn *der* noch? und jenes, steht es noch auf dem alten Platze? — kurz, indem der Wissende sich sein altes Wissen entfaltet und lebhaft erneuert, ja von den Tagen der Kindheit, und dann von fremden Landen und Reisen erzählt. — „Das *Alles* habe ich, — Ich — erfahren!" — Das erste „*ich*" ist blosses Subject, das zweite, *ich selbst*, ist das eigentliche Ich, — ich, der ich hier vor euch sitze und euch erzähle, bin derselbe, der jenes Alles erfuhr.

Hiemit hängt das *Erwarten, Horchen* zusammen, welches *Zeit* producirt. Nämlich das Erwarten der alten Gegenstände, die einer nach dem andern hervorkommen sollen. Hier könnte man das Ich — realisirte Zeit nennen. Denn „Ich erwarte."

Beim wirklichen Erscheinen der anschaulichen Gegenstände nun heisst's: ich sehe ihn, ich höre ihn. (Nicht: *Ich* sehe, sondern ich *sehe*. Der Accent liegt nicht auf dem Ich. * Wohl aber: Wer that das? *Ich* that es. Wer war da? *mein Bruder* und *ich*.) Dies setzt allerdings das Ich schon voraus; allein wo es bloss um den Begriff des Sehens, Empfindens zu thun ist, kann schon anstatt des Ich jene dritte Person, „*Carl will essen*," — zureichen. Denn es kommt hier bloss auf die Befreiung von der Hemmung an, welche die gespannt wartenden Vorstellungen erlangen. Darin liegt dann auch das Uebergehn vom Subjecte, dem *vorher* wartenden, — zum Objecte, dem jetzt erst eintreffenden.

Hiebei ist noch Rücksicht zu nehmen auf die Complicationen und Reihen, welche den *künftigen* Ton, die *künftige* Farbe (der Hund *wird* bellen, die Blume *wird* sich färben) *erwarten* lassen. Darnach muss der Ton, wenn er nun wirklich gehört wird, *als eintretend* aufgefasst werden, als *hinzukommend* zu

* Das Tägliche wird ein Beharrliches. — So auch das Ich selbst. Es *war* einst ein Zeitliches. Aber es hat die Zeitbestimmung verloren. Der Mensch ist so sehr sein eigner Bekannter, dass er seine Zeitlichkeit endlich, und schon längst, bei Seite setzte. — Hat man lange irgendwo gewohnt: so weiss man nicht mehr, wie oft man nach Hause kam. Die Reihe verliert ihren Anfangspunct. Sie involvirt sich um desto sicherer, je weniger sie sich noch evolviren kann. Das Evolutionsvermögen geht verloren.

dem, was *schon eintraf*, schon da ist u. s. w. Kurz, es entsteht ein *Punct*, der als Sammlungspunct die Empfindungen aufnimmt.

*Objecte* nun sind *Entgegen-Geworfene*. Wem? Jenem Sammlungspuncte; sie sind das, was aufstösst. Wem? *Uns*; nicht gerade *Mir*.

*Uns*, den Sehenden nicht bloss, sondern auch den Meinenden und in der Welt Lebenden. Wie viele Menschen haben denn so viel Selbstständigkeit, dass *sie* für *sich* allein etwas meinen, — mit ihren Gedanken eine eigne Bewegung machen könnten? — Es ist so lächerlich als schlecht, wenn sie vom *Ich* reden.

---

*Ichheit*. Der eine Knabe fühlt sich im Genuss, der andre im Leiden, der dritte mehr im Thun, und zwar entweder im inneren oder äusseren Thun. Jenes ist oft vorbildend für dieses.

Die Ichheit wird einfach bei einfacher, gesunder Lebensart; vielfach durch starke Wechsel der äusseren Lage und Beschäftigung. So ist der Knabe ein andrer zu Hause, ein andrer in der Schule, ein andrer unter seinen Spielgenossen. Vielfach wird sie auch durch disparate Studien; vielfach durch eine bunte, fremde, verpflanzte Cultur.

Die Vielfachheit ist gefährlich; der Mensch soll mit sich Eins sein, dafür muss der Erzieher sorgen, indem er für richtige Verwebung des Vielen sorgt. Die Vorstellungsmassen sollen einander *stets* durchdringen.

Die Ichheit hat eine auffallende Beziehung zur *Rechtlichkeit*. Wo sich diese ausbilden soll, da muss Einer sich in die Ansprüche Vieler, in das Ich eines Jeden versetzen. Sonst schwebt der Knabe zwischen den Extremen des ungeschiedenen Wir (der Theilnahme und später des Wohlwollens) und zwischen dem feindseligen Abstossen Anderer, die den Vortheil und den Genuss an sich reissen könnten, den man für *sich* begehrt. Es ist dabei ein sehr allgemeines Unglück, dass so oft einer sich in die Andern hineinzuversetzen *glaubt*, wirklich aber sich in die Andern nicht *finden* kann. Wie wenn einer ein schärferes Auge hat und nicht begreift, dass der Andre etwas nicht sehen kann. So kann sich der Erzieher oft in den Zögling nicht finden; weil diesem die *Zeit* anders fliesst, als ihm, und aus vielen andern Gründen.

---

*Idealismus.* Das Streben gar mancher philosophischen Köpfe besteht bloss darin, für das Ich die rechte Stelle zu finden. Diese Stelle ist aber wandelbar; daher auch die wandelbaren Systeme, der Freiheit, der Mystik, des Materialismus u. s. w. Die Nichtigkeit der reinen Ichheit ist das Erste, was man kennen muss, um aus diesem Strudel herauszukommen.

Die grosse psychologische Frage, wie kommen wir dazu, *Dinge als Gegenstände zu betrachten*, d. h. ihnen ein Subject vorauszusetzen, — wohl gar ein Subject, *in welchem* von ihnen nur die *Erscheinung* vorhanden ist,* diese Frage idealistisch so zu verdrehen; wie kommt das Ich dazu, *Gegenstände als Dinge zu betrachten*, — also das Subject, welches das Vorausgehende, ja der Ursprung von Allem sei, rein zu vergessen: — solches Verdrehen wird kein Erzieher seinem Zögling anmuthen; denn er weiss, dass der Zögling die Dinge *als solche* besser kennt als sich selbst; ja dass derselbe von einem *reinen Ich* nichts begreifen würde. Für den Zögling ist das Ich noch der Bach, der sich unter den Ufern fast verkriecht; für den Idealisten ist das Ich der Strom, der eine solche Breite erlangt hat, dass man in seiner Mitte ihn für uferlos halten möchte.

Man muss nämlich hiebei darauf achten, dass das Subject nicht bloss ein Punct ist, sondern dass es sich breit macht, — der Denkende hat *so und so viele* Gedanken, Fertigkeiten, Wünsche u. s. w. Und für die verschiedenen Gedanken, Fertigkeiten u. s. w. *verschiedene Zeitlinien*, aus denen sich, nachdem sie involvirt sind, das Eine Subject zusammensetzt. So können denn auch die einen involvirt bleiben, während eine andere sich evolvirt. Es gehört dahin auch der Vorblick in die *Zukunft*, der jeder von jenen Zeitlinien eigen ist. *Jeder will etwas werden,* wäre es auch nur Primaner oder Student. Hiemit fasst er die Ehrenpuncte und die Aussichten eines Standes auf. *Soll* der Knabe etwas *Anderes* werden: so giebt's Misshelligkeiten, die sich lange verbergen, doch endlich hervorbrechen. Aber *Nichts zu sein* — ist unerträglich.

Dazu kommt in späterer Zeit, beim reifen Manne, das *über-*

---

* Subject $A$, Ding $B$,
darin die Vorstellung $\alpha$, davon in jenem das Bild $\beta$;
wo $\alpha$ und $\beta$ dasselbe sind, aber von verschiedenen Seiten angesehn.

*wiegende* Selbstbewusstein, wegen des *geringern* Gewichts der Empfindungen bei verminderter Empfänglichkeit. So giebt's für den praktischen Menschen nur *Angelegenheiten*, d. h. Verhältnisse, an denen *ihm* oder *Andern*, für die er wirkt, gelegen ist; für den Naturforscher nur Gegenstände, d. h. Exemplare für Begriffe, deren Platz im System schon bezeichnet ist. Was die Angelegenheiten als blosse *Ereignisse* betrachtet sein mögen, — was für *Dinge* das seien, die man Exemplare nennt, — das kümmert diese reifgewordenen *Iche* nicht mehr. Dabei fasst sich der Empiriker mehr auf als Subject, der Idealist mehr als schaffendes Ich; das sind sehr allgemeine Hauptrichtungen verschiedener Menschen, auch ohne philosophische Ausbildung und Systeme.

*Beim Subject* muss man, da es zunächst aus dem Eintreten in die Zeitlinie erwächst, diese Zeitlinie, die *Lebenszeit*, unterscheiden von der Zeit überhaupt, oder vielmehr von *der Zeit*, die andern Dingen fliesst. Denn psychologisch betrachtet ist die Zeit vielemal da, bevor sie in Eins, die eigentliche Zeit, gesammelt wird. „Ich habe wenig Zeit, du hast viel Zeit." So wird jedem eine Zeit zugeschrieben. Das Subject *ist* diese involvirte Zeitlinie selbst. Es hat einen Namen wie das Buch, (auch eine involvirte Reihe,) einen Titel hat. An diesen Namen heftet schon der Knabe, der ihn gern schreibt, seinen Stolz. An die gleichförmigen Strebungen in dieser Zeitlinie heftet er den Begriff seines Berufs. (K. W.: „als ich das erstemal eine Uniform sah, nahm ich mir vor Soldat zu werden.")

Zu jeder Zeitlinie gehört ein Ding, auf das sie hinweiset; wäre es auch nur das Wetter, Gewitter, oder die Musik, oder welche andre Einheit, die eine Reihe bildet, welche involvirt die Einheit darstellt.* So auch das Subject, in dessen Zeitlinie die einzelnen Empfindungen eintreten. Das Ich als Zeitwesen.

Hier aber kommt die innere Anschauung hinzu, welche die Distanzen zwischen den eintretenden Empfindungen ausmacht. Denn zum Ich gehört auch das allmälige Eindringen der Empfindungen in alle Nerven, (wie wenn das Kind eine würzig

* *Partielle Evolution* der übrigens involvirten Reihe geschieht schon da, wo vom Baume gesagt wird: er *hat* Wurzeln, einen Stamm, Aeste, Zweige, Blätter, Blüthen, Früchte. Statt zu sagen: er *besteht aus* dem allen. So werden dem *Dinge* seine Merkmale beigelegt.

süsse Frucht geniesst, der Mann sein Gläschen leert,) und der vernommenen Worte und Begebenheiten in alle Vorstellungsmassen; das Nachtönen im Innern. („Ich habe es recht gefühlt", „man hat es mich fühlen lassen".)

Bei jenen allmälig eindringenden Empfindungen oder Gedanken entsteht ein inneres Wetter, wohl gar Gewitter, das eine solche Zeitlinie darstellt; so bei aller Rührung, ja allem Verlauf der Affecten. So beim Weinen der Kinder, oder auch bei ihren lustigen Spielen.

---

*Ich* und *Wir*. Von dem Verhältnisse zwischen beiden hängt die moralische Bildung grösstentheils ab. Namentlich der sogenannte Ehrtrieb, wenn er rechter Art ist, entspringt aus dem *Wir*. Der Stolz aber aus dem Ich. Der Hochmuth aus dem Nicht-Ich. — Wahre Ehre soll nicht gewonnen, sie soll nur nicht verloren werden. Sie ist also schon da, ehe sie gesucht, ja ehe nur an sie gedacht wurde. Das Ich soll nur nicht aus dem Wir herausgeworfen werden.

---

*Parenthesen*. Das ganze Leben bildet einen Erfahrungskreis, worin alle beobachteten Dinge befasst sind. Indem nun jedes Ding sich verändert, läuft von jedem, als dem Anfangspuncte eine beobachtete Reihe fort. Jede solche Reihe steht in sofern *in parenthesi*, als man den Kreis der veränderlichen Dinge durchläuft. Jedes Glied, welchem eine Parenthese angehört, wie dem $X^{m-1}$ mit seinen Coëfficienten $(a+b+c+...m)$ ist das *Hervortreibende* dieser Reihe. Es erlaubt *nicht*, weiter zu gehen, bis seine Reihe abgelaufen sein wird. Dazu muss es aber die gehörige Stärke gewonnen haben, sonst entsteht Stockung. Wer die Spontaneität hier im Ich sucht, wird nie begreifen, woher die Stockung rührt. Aber wenn die Arbeit gelingt, dann verlegt die gemeine Auffassung, aus welcher die falsche Psychologie entspringt, die Spontaneität ins Ich.

Weder die Ichheit, noch die *Wirheit* ist hier das Wesentliche. Sie ist entweder nur Auffassung des Zuschauers; oder bedeutet sie selbst etwas, so verräth sie die Leerheit des Menschen, der alles auf sein Ich oder Wir bezieht, weil kein wahres treibendes Princip, keine ächte durchgreifende Spontaneität in ihm ist. Der ächte Denker, Künstler, Träger seiner Zeit *vergisst* sich; denn er hat Werke zu vollbringen oder auch Ge-

genstände zu studiren; die Ichheit ist nur der Faden, an welchem die Corallen aufgereiht werden, das Kleine, das einzeln genommen, nichts bedeutet. Dass aber mit dem Werke auch der Werkmeister für sich sorgt, ist etwas anderes. Da nimmt das Ich seinen Gehalt aus dem Werke.

---

*Die Verschiedenheit der Köpfe und Naturen* erforschen heisst nichts anderes, als die verschiedenen Puncte angeben, wo die Hemmung, welcher aus physiologischen Gründen die geistige Regsamheit ausgesetzt ist, eingreifen könne. Vorbereitung dazu ist die Erforschung derjenigen rein physiologischen Verschiedenheit, welche entsteht, wenn von den drei Hauptsystemen des Organismus entweder eins oder zwei zugleich oder alle drei fehlerhaft sind.

---

Der *erste* Unterschied der Menschen ist ihre verschiedene Distanz vom Blödsinn; das ist die Regsamkeit der Vorstellungen über der Schwelle; der *zweite* der des ersten Affects, entweder Furcht oder Zorn.* (Katze und Hund.) Beides geht in Neugier über, welche einer Menge von Fragen zu vergleichen ist. (Wölbung und Zuspitzung! Appercipirendes Merken, und hiermit allerdings *Fragen*, also Anfang des Urtheilens. Die Katze lauert und schleicht heran; sie versucht in Angst; auch wohl der Hund läuft zurück, bleibt dann stehen und bellt.)

Furcht grenzt an Schreck. Die Vorstellungen werden leicht auf die mechanische Schwelle getrieben. Dabei wird der Organismus afficirt. Nun fragt sich, ob diese organische Veränderung leicht möglich ist oder schwer. Beim Hunde schwer; — das mag sein; aber auch der Furchtsame kann zürnen. Das Psychologische wird in dem Unterschiede liegen, ob die Vorstellungen im Ganzen mehr oder weniger *verschmolzen* sind. Die

* Furcht ist viel allgemeiner. Alle Thiere, wenn sie hungrig sind. Beide, Furcht und Zorn, sind die erste Negation des Innern gegen das Aeussere. Dann aber wächst die Macht des Aeussern. Die Wölbung ist das Positive, von innen her dem Aeussern Entgegenkommende. Das Ergreifen des Aeussern bei lebhaften Kindern, die sich beschäftigen und im besten Falle zum Lernen aufgelegt sind, ist ein sehr energisches Entgegenkommen von *innen*. Es ist aber weit mehr, als Wölbung; und die Zuspitzung wird verschlungen von der mächtigen Reproduction.

stark verschmolzenen lassen sich nicht so verjagen und zerstreuen, wie die schwächer verbundenen.* Und auf die Beweglichkeit dessen, was eben im Bewusstsein ist, scheint hier das Meiste anzukommen. Doch ist noch darauf zu sehen, dass sich die *Dummheit* nicht eigentlich fürchtet; Furcht setzt Erfahrung voraus. Allein hier ist zweierlei; Furcht vor bestimmten, oder doch einigermaassen bekannten Uebeln *(vereor)* ist verschieden vom schreckhaften Zusammenfahren *(metuo)*. In Ansehung des letztern, was grossentheils organische Affection ist, möchte man sagen, der Organismus selbst sei in seinen Zuständen nicht genug verschmolzen.

Mit dem Zorn hängt ohne Zweifel der Eigensinn der Kinder zusammen; wenigstens mag oft das Eine mit dem Andern verwechselt werden.

*Zorn und Furcht* hängen zusammen. Denn auch dem leicht Zürnenden kann ein *stärkerer* Eindruck leicht Furcht einjagen.

Wessen Gedankenkreis durch Verschmelzung mehr und früher *geschlossen* ist, der wird schwerer lernen, oder er müsste *früher lernen.*

---

*Verschiedenheit der Köpfe.* Die rein psychische Verschiedenheit wird gesucht werden können 1) in der Breite der Reihenbildung, 2) in der Tiefe der Reproduction, 3) in der Eigenheit der Apperception, sofern sie von den herrschenden Vorstellungsmassen abhängt.

1) Hängt theils mit der Erfahrung, theils mit Gelehrsamkeit zusammen.

2) Der Tiefe schadet die Schnelligkeit des Reihenablaufens. Der Punct, von wo in die Tiefe sollte gegangen werden, wird darüber aus dem Auge verloren. Umgekehrt sind die tiefen Köpfe eben darum langsam, wann sie der Reproduction Zeit lassen. Die andern gehn nothwendig an vielem Warum und Wie gleichgültig vorüber und leben in den Tag hinein. —

* Je kleiner $q$ in $t = \frac{1}{q} \log. \frac{1}{1-q}$, desto kürzer die Zeit. Das heisst: je schlechter verschmolzen die ältern Vorstellungen, desto grösser *ihre* Hemmung, desto kleiner die des Neuen, und desto kürzer die Zeit, bis zum sich wieder Heben; also — *desto heftiger der Stoss.* Die Zeit aber wird verlängert werden, wenn die Gegenwart des Neuen fortdauert, und die Heftigkeit des Stosses bestimmt die Affection des Leibes, welche auch *verlängernd* wirkt.

Einen gewissen Grad von Tiefe erfordert der *Witz*, aber er macht plötzlich eine Seitenbewegung, um die parallelen Reihen fortzuführen, deren Eindruck sich gegenseitig verstärkt. Witz beweist nichts; lehrt auch eigentlich nichts; er findet nur mehr Sinn in Dingen und Worten, als streng genommen darin ist.

Schnelles Auffinden der Beispiele zu einem Allgemeinbegriff ist eigentlich die Probe, dass der Allgemeinbegriff richtig erzeugt; und nicht — *angelernt ist!* (Falsche Tiefe, deren Schein vom *Unterricht* herrührt.)

Auch kann Witz nicht gelernt werden. Aber man cultivirt ihn, inwiefern man der Flachheit wehrt, und die gute Laune fördert.

Feines Gefühl zeigt auch Tiefe. Aber das Gefühl fesselt oft, und dann geht das Denken nicht gern *tiefer*. So wie der Witz, der auch dem *tiefern* Denken ein Ende macht, wo er *befriedigt*.

Vieles *Urtheilen* giebt an sich nicht Tiefe zu erkennen. Aber Kinder, deren lautes Urtheilen oft zurückgewiesen worden, werden dadurch in die Tiefe getrieben, wofern das *Quantum* ihrer Geistesthätigkeit gross genug ist, um die hiemit verbundene Verminderung ohne Schaden zu ertragen.

Tiefe wird schwerlich mit viel *äusserem* Handeln im Leben verbunden sein. Der tiefe Geist schweigt, indem er sinnt.

Ohne Tiefe kein *System* allgemeiner Begriffe! Apperception durch höhere Vorstellungsmassen ist etwas ganz anderes; es gehört zu den *Plänen;* und zu Kunstproductionen mit Geschmack.

Ebenso ist die Tiefe nicht egoistisch. *Aber* —

3) *Apperception* hängt sehr stark mit der individuellen *Ichheit* zusammen!

Sie ist ganz anders fürs *Wir* als fürs Ich!

---

*Individualitäten.* Stämmige Naturen stehen den weichen gegenüber. Aber die stämmigen können moralisch sehr weich sein; und die weichen, wenigstens nicht im mindesten harten können durch die Gleichmässigkeit ihres Thuns stark erscheinen. Anders die Schlaffen; diese sind darum nicht weich. Alle stemmen sich zuletzt gegen den Erzieher; offenbar; ohne Zweifel längst früher geheim. — Dass diese Unterschiede ursprünglich physiologisch sind, leidet keinen Zweifel. Die Stäm-

migen sind gesund; die Weichen sind mindestens zu Kränklichkeiten geneigt; ihr Leben ist organisch minder tüchtig. Bei den moralisch Weichen ist der Leib abhängiger vom Geiste. Die Schlaffen sind erregbar genug zum Lachen und Zürnen, aber es haftet nicht. Bei natürlicher Weichheit hängt sehr viel von der Elasticität ab und von ihrer Reaction. (Ich selbst, K. St.)

---

Es gehört zum Unterschiede der Individualitäten, dass Einige, schon Kinder, anhänglich sind ans Alte, treue Naturen, Andere das Frühere fallen lassen, und immer vom Neuen voll sind. Jene haben sich früh abgeschlossen, diese bleiben offen, weil sie schwach sind.

---

*Auffassungen der Dinge.* Thiere, besonders Hunde und Pferde, sind dem Menschen sehr oft lieber als andere Menschen. Warum? Weil sie ihn nicht belästigen, nicht beschränken, er sich ihretwegen nicht zu geniren braucht. Menschen kommen uns leicht zu nahe, müssen also in der Entfernung gehalten werden. — Von Insecten haben höchstens die Schmetterlinge das Vorrecht, sich nähern zu dürfen. Doch in diese Thiere, die den Menschen necken, plagen, sich mit ihnen befreunden, wird wenig Empfindung hineingedacht, sie werden daher unbarmherzig gemisshandelt. Eben so das Wild vom Jäger, selbst die wilden Vögel. Die pädagogische Schädlichkeit der Insectenliebhaberei ist ja bekannt. Ueberhaupt wie stark sind die Federn, die sich zwischen den Individuen und andern lebenden Wesen, wenige Vorgezogene ausgenommen, zu spannen pflegen. Wie eng der Kreis der Zuneigungen und wie ungeheuer weit der Kreis der Abneigungen!

---

Es giebt ein Bedürfniss nach Unterricht bei Kindern, weil es ein Bedürfniss der Beschäftigung giebt. Das Meer der Vorstellungen ist nicht von selbst aufgeregt; gedankenloser Müssiggang ist aber auch Kindern nicht natürlich; sie können nicht ruhen *; und werden doch nicht vom ersten besten Spiel in

* Das Quantum der über der Schwelle regsamen Vorstellungen möchte doch das erste Entscheidende sein. In diese Regsamkeit mischt sich nun bei Kindern viel Körperliches, und das Verhältniss dieser Mischung bringt die ersten Unterschiede hervor. *Turgor vitalis!* — In den sehr Lebenskräftigen, welche klein bleiben, scheint der Organismus sich selbst bedeutend zu zerstören, indem er sich wieder baut.

diejenige angenehme Spannung versetzt, welche dem gelingenden Lernen eigen ist. Kennen sie diese einmal, so suchen sie selbst darnach. — Aber hier unterscheiden sich schon die guten von den schlechten Köpfen. Den schlechten wäre Kartenspiel das angenehm Spannende; und Jagd für den Leib und Streitlust. Die bessern freut Erzählung; die besten das Nachdenken, die Harmonie in den Gedanken. Die Weichern *fühlen* — Theilnahme und Geschmack!

— — Bei altklugen Kindern — und bei Juden — springt voreilige Neigung zum Urtheilen hervor. Viel zerbröckelte Reihen, viel Schutt, muss bei diesen Leuten früh aufgehäuft sein, und jetzt leichte Reproduction dazukommen. Diese Art Menschen hat viel *Sprache.* Aus diesem Stamme wachsen die *Philologen;* nämlich die eigentlichen, denen das Sprechen ein Geschäft ist. Schwatzhafte Weiber wären wohl auch Philologen, wenn ihnen nicht mehr das Object als die Sprachform am Herzen läge. (Sprachseligkeit liegt zwischen Mangel und Fülle der Gedanken. Aber sprachselig werden wir alle gegen den, der uns vollkommen schnell versteht.)

---

*Triebe* sind Abstractionen. Weder die guten, noch die bösen Triebe sind ursprünglich vorhanden; sondern was die Spannung der gleichen und nämlichen, nur unter Umständen verschieden wirkenden Vorstellungsgewebe bestimmt, das ist — für den reflectirenden Zuschauer, der auch im Innern sein kann und soll, — gut oder böse. Nun aber kommt es wegen des *Charakterzugs,* der hier im Begriff ist sich zu erzeugen, darauf an, wie die Reflexion eingreift. Erlaubt sich der Mensch das von andern richtig Getadelte, so wird er hiermit einen bösen Trieb in sich begründen; falls er es nämlich bei dieser Erlaubniss lässt, und nicht hintennach bereut. *C'est le premier pas qui coute;* die folgenden ähnlichen Handlungen geben bald dem Handelnden selbst einen allgemeinen Begriff, von dem was zu thun sei, und von seiner Handlungsweise. (*Aerger* des Soldaten, der gewohnt war, vor dem Feinde seinem Affect freien Lauf zu lassen; aber nun den Mitbürgern gegenüber nicht schiessen darf.) Hält der Mensch das, was er innerlich widerstreben fühlt, für blosse *Furcht* und *Feigheit:* — so setzt dies voraus, die Reflexion sei schon verschwunden oder gar nicht

bis zum Urtheil ausgebildet, nur der Nachklang des Affects, den sie erregte, sei nachgeblieben.

Von manchem Knaben wird gesagt: *er treibt sich selbt!* Was soll das bedeuten? Das wird selten überlegt. Der eine treibt sich wirklich, nämlich durch angenommene Maximen, oder auch durch Pläne und Absichten, welches Alles selbst unter sich noch verschieden ist; — der andere ist im Zuge des unmittelbaren Interesse; die Arbeit ist ihm Bedürfniss. Beides kommt oft zusammen, aber in verschiedenen Verhältnissen und mit eben so verschiedenem Erfolge.

---

*Affecten* machen das Gefühl platt. Denn über dem Weinen und Lachen geht das Eigene dessen, worüber gelacht und geweint wurde, verloren, sobald die körperliche Affection überwiegt, welche gleichartig ist, was auch die Veranlassung sei. Darum vergisst das Kind, worüber es weinte, sobald es nicht mehr weinen darf. (Also: wo viel Affect, da Plattheit. Aber wo bleibt die affectlose Plattheit? Jenes erstere passt auf Rührspiele, diese auf klanglose Menschen.) — Kinder und planlose Menschen verlieren ihre Absicht eben so im Handeln. Denn der Gegenstand zieht sie fort, nachdem sie einmal in Bewegung sind, und nun etwas Anderes und wieder Anderes aus ihrem Thun herauskommt.

---

Dem Manne verzeiht man eher die excitirenden, dem Weibe die deprimirenden Affecten.

So lange der Charakter des Weibes natürlich bleibt, trennt sich bei ihm schwerlich die Tugend ganz vom Streben nach dem Glück. Aber das edle Weib findet sein Glück nicht im Genuss; sondern in der gelingenden Anschliessung und Fürsorge. Der weibliche Charakter reisst sich nicht los, macht nicht Anspruch an Selbstständigkeit, kennt keine fichte'sche noch kantische Sittenlehre; wohl aber sämmtliche praktische Ideen. — Auch dem Manne darf die natürliche Weichheit nicht verloren gehen; er hat sonst durch sein moralisches Streben der geistigen Gesundheit geschadet.

---

*Stolz.* Ein Knabe von noch nicht zehn Jahren wollte nicht bitten. Die Mutter hatte ihm gesagt: ich gehe heute aus; du sollst in jenem Hause, (wohin er täglich kam,) dir ein Mittags-

essen ausbitten. (Das war verabredet und konnte kein Bedenken haben.) Statt dessen läuft der Junge nach Haus, wo wenig oder nichts für ihn zu finden war, — um nicht bitten zu müssen. Aber heimlich sich dies und jenes zustecken zu lassen, war ihm nichts Neues.

---

*Wille.* Die Menschen sind meistens in der unangenehmen Nothwendigkeit, etwas zu wollen, was sie eigentlich *nicht* wollen. „Aber wenn ich es nicht wollte, so würde das oder jenes Uebel erfolgen." So ist die Seele des Wollens ein Verabscheuen z. B. der Armuth. Ja es wird für eine besondere Kunst angesehen, die Menschen in die Nothwendigkeit eines ungern gefassten Entschlusses zu setzen. Daher ist dann immer der kürzeste Weg der willkommenste. Man schlägt sich durch, wie man kann.

---

*Pläne und Maximen.* Das Begriffsgewebe, was jeder sich für seine erlernte Kunst geschafft oder angenommen hat, *dient* in der Folge den Plänen. Je nachdem es beschaffen ist, treibt er absichtlich die Kunst, in der Meinung, es so recht zu machen, *wenn* er nämlich die Absicht hat, es recht zu machen. Der Mann mit vestem Lebensplan hat im voraus seine Reihen dessen, was zu thun und zu leiden sein werde, geordnet. Alles, was sich ereignet, vergleicht er mit dieser Reihe; durch sie *mässigt* er sich in jedem Augenblicke.

Aus reinen Maximen hingegen handelt der, welcher seinen Platz einmal hat, ihn ohne Sorge besitzt und ohne weitern Wunsch behält. Dahin gehören die rechtlichen Leute, Geschäftsmänner aller Art in ruhiger Lage. Reine Maximen sind hier nicht gerade hoch tugendhafte; es sind die, nach welchen fortgesetzt wird, was einmal als Lebensgeschäft oder als Dienst übernommen war. Die Spannung des Willens kann dabei gering sein; sie besteht nicht im Wählen, sondern darin, sich keine Abweichung von der Regel zu erlauben. Der kategorische Imperativ ist hievon die höchste Potenz.

---

*Pläne.* Das Leben der Meisten hat wenig Plan. Sie gehen mit der Zeit fort, sofern ihre Gewöhnungen dazu hinreichen. Das Mehr oder Weniger macht schon grosse Unterschiede. Die Zerfahrenheit reicher Jünglinge zeigt am meisten, dass die

scheinbare Vestigkeit und Planmässigkeit andrer nur ein äusserlicher Panzer ist, den die Umgebung und das Bedürfniss erzeugte. — Die Sittlichkeit ist selten Kern der Pläne. Gelegenheiten zu erspähn und zu nutzen, darauf kommt es den Menschen an, die, weil sie jung sind, auch alt zu werden hoffen; und *irgend* einen Lebensweg wandeln *müssen*.

Das *Gewissen* beruht nicht wesentlich auf der Sittlichkeit, und muss deshalb *vor* der sittlichen Selbstgesetzgebung erwähnt werden. Auch die Klugheit hat ihr Gewissen; für *dieses* gilt jene Klage: *c'est pis qu'un crime; c'est une faute!*

Noch früher aber entsteht das Gewissen des Lügenden, der roth wird. Denn einen solchen drückt noch kein Gesetz, sondern bloss die Wahrheit. Er weiss im Lügen nicht weiter fortzufahren, hier steckt er im Sumpfe, (denn der geübte Lügner, oder dessen Phantasie die Lüge willig ausmalt, wird nicht mehr erröthen;) dagegen entwickelt sich in ihm das ganze Wissen um die Wahrheit; obschon er diese Vorstellungsmasse in sich hemmen möchte. In *diesem* Wissen zeigt sich ein unbeherrschter, und der Herrschaft widerstrebender, psychologischer Mechanismus. Hingegen der geübte Lügner ist Herr seiner selbst. — Man muss sich in Materien dieser Art vor den Darstellungen der Moralisten hüten, die solchen psychologischen Gegenständen eine absichtliche Farbe geben, während sie selbst schlechte Psychologen sind.

*Die Wirkung unwillkommener Wahrheit* — dies scheint der Gattungsbegriff zu sein, unter welchem die Scham eine Art, und ferner die Scham in der Lüge eine Unterart ist. Man schämt sich auch wegen einer Ungeschicklichkeit, wegen eines Irrthums, dessen man sich überführt sieht. Und der Scham ähnlich ist die Verlegenheit, wenn ein Unglück an den Tag kommt, das man Mühe hat zu glauben. Man ist consternirt, — ein schwer zu übersetzendes Wort! Immer will man eine Vorstellungsmasse entwickeln, welcher gerade entgegengesetzt eine andre im Bewusstsein unwillkürlich Platz nimmt, sei es, dass diese von innen oder von aussen komme.

Aber nur bei der Scham greift die Verlegenheit ins Innerste, in die Vorstellung von Sich. In andern Fällen wird der Gegenstand unter andern Objecten an seinen Ort gestellt. So

auch wenn man von sich selbst jugendliche Thorheiten erzählt, *ohne* sich schämen zu wollen; man schneidet da sein ehemaliges Ich vom jetzigen ab; und stellt es rückwärts in die Zeit, in gehörige Entfernung. Dasselbe versuchen die, welche leichtfertig beichten; sie möchten gern mit sich selbst, wie mit einem fremden, seltsamen, — also doch merkwürdigen! — Objecte, ein Spiel treiben.

---

Die moralische Beurtheilung *Anderer* muss um so mehr als ein psychologisches Phänomen betrachtet werden, weil hierin die falsche Freiheitslehre ihren Sitz hat. „Wenn dieser Mensch von Jugend auf durch seine eignen Eltern ist verdorben worden, so entschuldige ich ihn." So sprechen nicht bloss Philosophen mit falschen Systemen, sondern so lassen sich auch selbst Frauen vernehmen. Auch diese also erfordern zur moralischen Verurtheilung eine vorausgesetzte Freiheit, — die nicht existirt; und sie wollen das moralische Urtheil unterdrücken, wo es gleichwohl vollkommen begründet ist. „Wenn er nicht anders *kann*, (meinen sie,) so ist er entschuldigt." Also, (schliessen nun die Philosophen,) muss man behaupten, Jedermann *könne*, sonst könnte das Sollen nicht bestehen. — Ursprünglich fragt gewiss Niemand nach dem Können; hintennach erst wird man stutzig über dem Nicht-Können. — Man hat also das Können vorausgesetzt. Das heisst eigentlich: man hat nicht bloss *geurtheilt*, sondern zugleich den Anspruch gemacht: der Beurtheilte solle sich nach dem Urtheile *richten*, wenigstens in seinem Denken und Meinen. Diesen Anspruch nun, — da man den Andern beherrschen wollte, — lässt man fahren, indem man hört: — „er kann nicht anders." — Also scheint der Irrthum darin seinen Sitz zu haben, dass mit dem Urtheil sich sogleich ein Anspruch verbindet.

---

Das Streben nach Selbstständigkeit ist, so lange es in den gehörigen Schranken bleibt, eine löbliche Aeusserung moralischer Gefühle, welche sich durch die Ideen der Vollkommenheit und der innern Freiheit auch auf bestimmte Begriffe zurückführen lässt. Aber die Richtung dieses Strebens muss auf das Praktische gehn, nicht auf Lehrsätze; es muss Handlungen bewirken, nicht Meinungen. Wer sich für selbstständiger hält,

als er ist, der wird in Uebermuth verfallen, und sich über schlechten Erfolg seines Thuns zu beklagen haben.

Wir sollen uns zur Selbstständigkeit bilden, das heisst, wir sollen solche Gesinnungen und Grundsätze und Gewohnheiten in uns bevestigen, dass wir auf den Wechsel der Umstände mit vollem Bewusstsein gleichförmig zurückwirken.

Wir sollen uns aber nicht einbilden, mit dieser Selbstständigkeit geboren zu sein. — Die Verwechselung eines praktischen Princips mit einem theoretischen ist die Hauptquelle der Irrthümer vom Ich und der transscendentalen Freiheit.

Hievon abgesehen: ist leicht zu erkennen, dass sowohl das Ich, als die transscendentale Freiheit leere Formen sein würden ohne objective Bestimmungen dessen, *was* wir seien und wollen. Die uns bekannten objectiven Bestimmungen sind aber sämmtlich empirisch und die leeren Formen existiren nur in der Abstraction.

---

Bemerkungen.

[Hall. Liter. Zt. 1831, Int. Bl. No. 40, S. 328.]

1. Wenn ich nicht alle meine Recensionen unterzeichne, so ist gleichwohl mein Name bei dem, was ich drucken lasse, kein Geheimniss, sondern kann ohne Umstände auf Veranlassung genannt werden.

2. *„Oscillationen, Schwingungen, fliessende Erklärungen, Fliessen und Zerfliessen, Verschwimmen und Verschwemmen,“* — was bedeutet das? Etwa ein Erdbeben oder eine Sündfluth. Im Februarhefte der jenaischen Literaturzeitung sind einige neue Angriffe auf meine Psychologie dadurch signalisirt worden. Was nun das Verschwimmen anlangt, so besteht der Trost in drei Worten: *interim aliquid fit.* Fliessende Erklärungen sind ein *quid pro quo* anstatt: Erklärung des *Fliessens.* Oscillationen kommen vor in der Naturphilosophie, bei der Untersuchung des *leiblichen* Lebens. Aber Oscillationen in der Psychologie? — Was mögen die *sutores ultra crepidam* sich dabei gedacht haben? — Vermuthlich dies: in der mathematischen Psychologie würden die Vorstellungen so angesehen, als hingen sie an einem Faden, oder wären befestigt an einer Pendelstange; dann würden sie durch Stoss in Bewegung gesetzt, um hin und her

zu schwingen, und solche Schwingungen sollten dann das Steigen nnd Sinken der Vorstellungen im Bewusstsein bezeichnen.

$$\omega = m \cdot sin. nt \cdot e^{-pt}.$$

Wer ein Recht hat, über mathematische Psychologie mitzusprechen, der muss diese Formel (worin *t* die Zeit bezeichnet) lesen können. Wem es zukommt, über meine Psychologie zu reden, der muss die Stelle zu finden wissen, wo eine solche Formel vorkommt. Eben dort nun wird der Zusammenhang zeigen, mit welcher Beschränkung die Formel zur Anwendung dient, und in wiefern etwas den Oscillationen entfernt Aehnliches in der Psychologie zu suchen ist.

3. An mein, im Jahre 1818 geschriebenes, pädagogisches Gutachten über Schulklassen [1], veranlasst durch Hrn. Reg.-R. *Graff*, bin ich erinnert worden durch das Stück der allgem. Schulzeitung vom 28. December 1830. Dort heisst es, die Erfahrung bestätige unwidersprechlich die Trefflichkeit des graff'schen Systems. Man beruft sich auf zehnjährige Ausführung in einer Schule in Thüringen. Man will aber die bescheidenen Lehrer dieser Anstalt nicht ohne ihre Erlaubniss nennen. Ohne nun ihrem Urtheile vorzugreifen, ob es für sie Zeit sei, öffentlich vorzutreten, wird hiermit der Wunsch geäussert, von ihrem Wirken und dessen Erfolg genauere Nachricht zu empfangen.

Königsberg. Herbart.

---

## Abfertigung.

[Hall. Liter. Zt. 1831, Int. Bl. No. 41, S. 334.]

Kaum habe ich die fliessenden Erklärungen und zerfliessenden Schwingungen, die sich in meine Psychologie mengen wollen, zurückgewiesen: so übersendet mir mein sehr verehrter College, Hr. Professor Ritter *Sachs* — mit freundschaftlicher Offenheit — ein „Heft ohne Klinge", nämlich das Heft einer medicinischen Zeitschrift, worin man ihm den Text lieset, um Noten gegen mich zu schleudern. Ein Individuum, das er bisher nicht einmal dem Namen nach kannte, wirft ihm vor, er sei mein Anhänger. Hr. Professor *Sachs* ist Niemandes Anhänger. Könnte ein so reicher Geist, ausgestattet mit solcher Gelehrsamkeit, irgend einer philosophischen Schule dienstbar werden, so wäre er Fichtianer geblieben; denn er war einst

[1] Vgl. diese Abhandlung unten im XI Bd.

Fichte's Zuhörer. Auch gehört Fichten die Ehre, durch seine Untersuchungen zuerst nachdrücklich den alten Mythus von den Seelenvermögen in seinem Ansehen gestört zu haben. Seitdem wurde von Mehrern, und zwar, wie sich's gebührt, entschieden und streng, gegen die alte Psychologie gesprochen. So sprach z. B. *Schleiermacher* in seiner Kritik der Sittenlehre (S. 335): „die Seelenlehre befindet sich noch gar nicht in einem solchen Zustande der Sittenlehre nützlich sein zu können. *Die Aermlichkeit jeder bisherigen Seelenlehre muss jedem einleuchten*; die grosse Mangelhaftigkeit und *Gemeinheit ihres Fachwerks* welche, was nur irgend über das Mechanische hinausgeht, weder begreifen noch construiren kann. Auch erhellt die *Unnatürlichkeit ihrer Begriffe*" u. s. w. Das nämliche Fachwerk nun, was *Schleiermacher* vor dreissig Jahren, indem er die systematischen Formen der Sittenlehre seiner Kritik unterwarf, für ein solches Geschäft zu schlecht, — ja so schlecht fand, dass er dessen völlige Untauglichkeit unmittelbar einzusehn jedem anmuthete: dies Fachwerk sollte jetzt noch gut genug sein für *Aerzte*, und für ihre praktische Thätigkeit? Schwerlich! Doch wie sie wollen! Ihrem Urtheile kann keine philosophische Lehre vorgreifen. Und eben darum mag dann auch immerhin eine Schule in Jena, um ihrem Zorn gegen mich Luft zu machen, ein lautes Geschrei über *ketzerische Psychologie* erheben: Hr. Professor *Sachs* in Königsberg wird schwerlich Notiz davon nehmen, oder höchstens eine solche Zumuthung ablehnen.

Herbart.

Druck von Bernh. Tauchnitz jun.

Fig. 12.

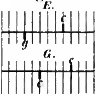



Fig. 13.

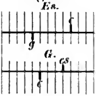



Fig. 23.

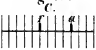



Fig. 24.

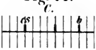



Fig. 29. Fig. 30.

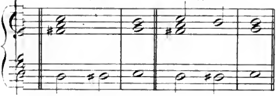


Fig. 38.
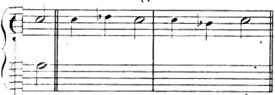


Fig. 45.

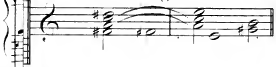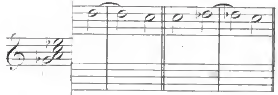


Fig. 48.



F
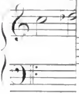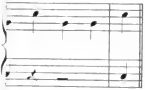


Fig. 52.
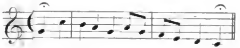


4.
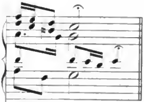




A



B

J. S. Bach.



Herbart Wer